



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE
CHIMBORAZO**

**FACULTAD DE MECÁNICA
ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**“OPTIMIZACIÓN DE LAS OPERACIONES LOGÍSTICAS,
EN LAS RUTAS URBANAS DE RECOLECCIÓN DE
DESECHOS SÓLIDOS EN LA EMPRESA PUBLICA
MUNICIPAL GIDSA AMBATO.”**

**MENDOZA GUAMÁN EDGAR FABIÁN
CULLAY ASHQUI SERGIO JAVIER**

TRABAJO DE TITULACIÓN

TIPO: PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

Previa a la obtención del Título de:

INGENIERO INDUSTRIAL

RIOBAMBA – ECUADOR

2018

ESPOCH

Facultad de Mecánica

APROBACIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

2017-05-24

Yo recomiendo que el Trabajo de Titulación preparado por:

MENDOZA GUAMÁN EDGAR FABIÁN
CULLAY ASHQUI SERGIO JAVIER

Titulado:

“OPTIMIZACIÓN DE LAS OPERACIONES LOGÍSTICAS, EN LAS RUTAS
URBANAS DE RECOLECCIÓN DE DESECHOS SÓLIDOS EN LA EMPRESA
PUBLICA MUNICIPAL GIDSA AMBATO.”

Sea aceptado como parcial complementación de los requerimientos para el Título de:

INGENIERO INDUSTRIAL

Ing. Carlos José Santillán Mariño
DECANO FAC. DE MECÁNICA

Nosotros coincidimos con esta recomendación:

Ing. Ángel Geovanny Guamán Lozano
DIRECTOR

Ing. Julio Cesar Moyano Alulema
ASESOR

ESPOCH

Facultad de Mecánica

EXAMINACIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: MENDOZA GUAMÁN EDGAR FABIÁN

TÍTULO DE LA TESIS: “OPTIMIZACIÓN DE LAS OPERACIONES LOGÍSTICAS, EN LAS RUTAS URBANAS DE RECOLECCIÓN DE DESECHOS SÓLIDOS EN LA EMPRESA PUBLICA MUNICIPAL GIDSA AMBATO.”

Fecha de Examinación: 2018-03-15

RESULTADO DE LA EXAMINACIÓN:

COMITÉ DE EXAMINACIÓN	APRUEBA	NO APRUEBA	FIRMA
Ing. Ángel Rigoberto Guamán Mendoza. PRESIDENTE TRIB. DEFENSA			
Ing. Ángel Geovanny Guamán Lozano DIRECTOR			
Ing. Julio Cesar Moyano Alulema ASESOR			

* Más que un voto de no aprobación es razón suficiente para la falla total.

RECOMENDACIONES: _____

El Presidente del Tribunal certifica que las condiciones de la defensa se han cumplido.

Ing. Ángel Rigoberto Guamán Mendoza.
PRESIDENTE TRIB. DEFENSA

ESPOCH

Facultad de Mecánica

EXAMINACIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: CULLAY ASHQUI SERGIO JAVIER

TÍTULO DE LA TESIS: “OPTIMIZACIÓN DE LAS OPERACIONES LOGÍSTICAS, EN LAS RUTAS URBANAS DE RECOLECCIÓN DE DESECHOS SÓLIDOS EN LA EMPRESA PUBLICA MUNICIPAL GIDSA AMBATO.”

Fecha de Examinación: 2018-03-15

RESULTADO DE LA EXAMINACIÓN:

COMITÉ DE EXAMINACIÓN	APRUEBA	NO APRUEBA	FIRMA
Ing. Ángel Rigoberto Guamán Mendoza. PRESIDENTE TRIB. DEFENSA			
Ing. Ángel Geovanny Guamán Lozano DIRECTOR			
Ing. Julio Cesar Moyano Alulema ASESOR			

* Más que un voto de no aprobación es razón suficiente para la falla total.

RECOMENDACIONES: _____

El Presidente del Tribunal certifica que las condiciones de la defensa se han cumplido.

Ing. Ángel Rigoberto Guamán Mendoza.
PRESIDENTE TRIB. DEFENSA

DERECHOS DE AUTORÍA

El trabajo de titulación que presento, es original y basado en el proceso de investigación y/o adaptación tecnológica establecido en la Facultad de Mecánica de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo. En tal virtud, los fundamentos teóricos-científicos y los resultados son de exclusiva responsabilidad de la autora. El patrimonio intelectual le pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Mendoza Guamán Edgar Fabián

Cédula de Identidad: 060354802-5

Cullay Ashqui Sergio Javier

Cédula de Identidad: 060478368-8

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD

Nosotros, Mendoza Guamán Edgar Fabián y Cullay Ashqui Sergio Javier, declaramos que el presente trabajo de titulación es de nuestra autoría y que los resultados del mismo son auténticos y originales. Los textos constantes en el documento que provienen de otra fuente están debidamente citados y referenciados.

Como autores, asumimos la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este trabajo de titulación.

Mendoza Guamán Edgar Fabián

Cédula de Identidad: 060354802-5

Cullay Ashqui Sergio Javier

Cédula de Identidad: 060478368-8

DEDICATORIA

Ésta Investigación dedico a Dios por haber sido un pilar fundamental, en especial a mis padres Ricardo y Joaquina a mi hermano Cesar, que han motivado a mantenerme con alta autoestima para culminar exitosamente mi carrera profesional a pesar de las diversas vicisitudes y tropiezos que he tenido que afrontar, siempre me han brindado su apoyo incondicional en todo momento. A mi familia que fue un soporte importante para el logro y culminación de mi carrera.

Edgar Fabián Mendoza Guamán

Ésta Investigación dedico a Dios, a mis padres Sergio Aníbal Cullay Guadalupe y María Agripina Ashqui López, a mis hermanos Andrés y Dayana, que han motivado a mantener la confianza para culminar exitosamente mi carrera profesional a pesar de las adversidades y tropiezos que he tenido que afrontar, siempre me han brindado su apoyo incondicional en todo momento. A mi familia y amigos que fueron un apoyo incondicional en todo instante.

Sergio Javier Cullay Ashqui

AGRADECIMIENTO

El presente trabajo de tesis primeramente me gustaría agradecer a ti Dios por bendecirme para llegar hasta donde he llegado, porque hiciste realidad este sueño anhelado. A la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO por darme la oportunidad de estudiar y ser un profesional. A mi director de tesis, Ing. Ángel Guamán Lozano, A mi asesor de tesis, Ing. Julio Moyano por el esfuerzo y dedicación mostrado por ambos, quienes, con sus conocimientos, su experiencia, su paciencia y su motivación han logrado en mí que pueda terminar mis estudios con éxito. También me gustaría agradecer a mis profesores durante toda mi carrera profesional porque todos han aportado con un granito de arena a mi formación.

A mis padres Ricardo Mendoza Y Joaquina Guamán por haberme comprendido en todo momento. A mis hermanos por la paciencia y generosidad. Familiares y amigos que estuvieron presentes en todo momento de quienes siempre he recibido palabras de aliento.

Edgar Fabián Mendoza Guamán

El presente trabajo de tesis primeramente me gustaría agradecer a Dios por bendecirme para llegar a la culminación de un objetivo más en mi vida. A la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, de manera especial a la Escuela de Ingeniería Industrial por abrirme las puertas de su institución y llegar a ser un profesional, y aportar de manera significativa a la colectividad. A mi director de tesis, Ing. Ángel Guamán Lozano, A mi asesor de tesis, Ing. Julio Moyano por el esfuerzo y dedicación mostrado por ambos, quienes, con sus conocimientos, su experiencia, su paciencia y su motivación han logrado en mí que pueda terminar mis estudios con éxito. También me gustaría agradecer a mis profesores durante toda mi carrera profesional porque todos han aportado con un granito de arena a mi formación.

A mis padres Sergio y María por haberme comprendido en todo momento. A mis hermanos Andrés y Dayana por la paciencia y generosidad. Familiares y amigos que estuvieron presentes en todo momento de quienes siempre he recibido palabras de aliento.

Sergio Javier Cullay Ashqui

CONTENIDO

Pág.

RESUMEN

ABSTRACT

CAPÍTULO I

MARCO REFERENCIAL

1.1	Introducción	20
1.2	Antecedentes	21
1.3	Planteamiento del problema	22
1.4	Justificación.....	22
<i>1.4.1</i>	<i>Justificación teórica</i>	<i>22</i>
<i>1.4.2</i>	<i>Justificación metodológica</i>	<i>23</i>
<i>1.4.3</i>	<i>Justificación práctica</i>	<i>23</i>
1.5	Objetivos	24
<i>1.5.1</i>	<i>Objetivo general</i>	<i>24</i>
<i>1.5.2</i>	<i>Objetivos específicos</i>	<i>24</i>

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1	Investigación de operaciones	25
<i>2.1.1</i>	<i>Evolución histórica.....</i>	<i>25</i>
2.2	Problema de optimización.....	26
<i>2.2.1</i>	<i>Programación matemática</i>	<i>26</i>
<i>2.2.2</i>	<i>Modelo de programación matemática.....</i>	<i>27</i>
2.3	Variables de decisión y parámetros.....	28
<i>2.3.1</i>	<i>Restricciones.....</i>	<i>28</i>
<i>2.3.2</i>	<i>Función Objetivo</i>	<i>28</i>
2.4	Google Maps	28
2.5	MatLab	29
2.6	Problemas de planeación de rutas	29
<i>2.6.1</i>	<i>Problema de rutas con capacidad (CVRP)</i>	<i>30</i>
<i>2.6.1.1</i>	<i>Formulación matemática CVRP.....</i>	<i>30</i>
<i>2.6.2</i>	<i>Problema de rutas de arcos capacidades (CARP).....</i>	<i>31</i>
<i>2.6.2.1</i>	<i>Formulación matemática CARP.....</i>	<i>31</i>
<i>2.6.3</i>	<i>Problemas de mochila múltiple.</i>	<i>32</i>

2.6.4	<i>Definición de agente viajero TSP</i>	33
2.6.4.1	<i>Formulación matemática</i>	34
2.6.4.2	<i>Representación gráfica del TSP simétrico y asimétrico</i>	36
2.6.4.3	<i>Aplicaciones del TSP</i>	37
2.7	Definición de modelos de transporte.....	37
2.8	Algoritmo y su complejidad computacional	38
2.8.1	<i>Algoritmo</i>	38
2.8.2	<i>Medición de complejidad de un algoritmo</i>	38
2.8.3	<i>Las Clases de Complejidad P y NP</i>	39
2.9	Metaheurística.....	40
2.9.1	<i>Funcionamiento de las metaheurísticas</i>	41
2.10	Métodos de resolución	41
2.10.1	<i>Búsqueda Tabú</i>	42
2.10.2	<i>Algoritmos heurísticos de construcción (Heurística del vecino más próximo)</i> 43	
2.10.3	<i>Simulated Annealing (Recocido simulado)</i>	44
2.10.4	<i>Modelo de Optimización por Colonia de Hormigas (ACO)</i>	45
2.10.4.1	<i>Variantes del ACO aplicadas para el TSP</i>	46
MARCO METODOLÓGICO		
3.1	Enfoque de la investigación	47
3.2	Tipo de investigación	47
3.3	Alcance de la investigación.....	47
3.4	Métodos, Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	48
3.4.1	<i>Métodos</i>	48
3.4.2	<i>Técnicas</i>	48
3.4.3	<i>Instrumento</i>	48
3.5	Comparación de problemas de rutas.	49
3.6	Formulación del problema TSP.	49
3.7	Comparación de métodos utilizados para resolver problemas TSP y ATSP ...	50
3.8	Metaheurística ACO.....	51
3.9	Aplicación del algoritmo ACO en el Problema del TSP.....	51
3.10	Análisis del ACO.	52
3.10.1	<i>Distribución de las hormigas en el Grafo</i>	53
3.10.2	<i>Construcción de la Ruta óptima</i>	53
3.10.3	<i>Evaporación de feromona en el método</i>	54

3.10.4	<i>Actualización de feromona</i>	54
---------------	--	----

CAPÍTULO IV

PROPUESTA

4.1	Análisis de la situación actual	64
4.2	Idea general del problema	64
4.2.1	<i>Rutas actuales de las zonas urbanas del Cantón Ambato</i>	65
4.3	Propuesta de optimización del proceso de recolección.....	74
4.3.1	<i>Codificación del algoritmo</i>	75
4.3.1.1	<i>Definición de parámetros de ejecución</i>	80
4.4	Elaboración Nueva Ruta	81
4.4.1	<i>Rutas propuestas</i>	81
4.4.2	<i>Proyección estimada de la producción de desechos por ruta</i>	99

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1	Conclusiones	102
5.2	Recomendaciones:.....	103

BIBLIOGRAFÍA	104
---------------------------	------------

ANEXOS

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 2-1: Resumen Histórico De la Investigación de Operaciones	25
Tabla 2-2: Evolución de solución para el TSP en el tiempo.....	33
Continúa tabla 2-3: Evolución de solución para el TSP en el tiempo.	34
Tabla 2-4: Resumen de complejidad computacional.	40
Tabla 2-5: ventajas e inconvenientes que presenta la metaheurística.....	40
Continúa tabla 2-6: ventajas e inconvenientes que presenta la metaheurística	41
Tabla 2-7: Esquema básico heurística del vecino más próximo	44
Tabla 3-1: Ponderación de problemas de rutas	49
Tabla 3-2: Ponderación métodos de solución para el TSP	50
Tabla 3-3: <i>Pseudocódigo: estructura general.</i>	52
Tabla 4-1: Producción estimada por ruta.	64
Tabla 4-2: Distancias entre contenedores de la ruta A actual.....	66
Tabla 4-3: Distancias entre nodos de la ruta B actual.....	68
Tabla 4-4: Distancias entre nodos de la ruta C actual.....	70
Tabla 4-5: Distancias entre nodos de la ruta G actual	72
Tabla 4-6: Distancias entre nodos de la ruta H actual	74
Tabla 4-7: Matriz cuadrática Ruta A	75
Tabla 4-8: <i>Parámetros que se utilizaran durante la prueba.</i>	81
Tabla 4-9: Distancias entre nodos de la ruta A propuesta	83
Tabla 4-10: Distancias entre nodos de la ruta B propuesta.....	85
Tabla 4-11: Distancias entre nodos de la ruta C propuesta.....	87
Tabla 4-12: Distancias entre nodos de la ruta G propuesta.	89
Tabla 4-13: Distancias entre nodos de la ruta H propuesta.	91
Tabla 4-14: Resumen de distancias y su diferencia mensual y anual.	92
Tabla 4-15: Costo de recorrido de la situación actual y de la propuesta RUTA A.	95
Continúa tabla 4-16: Costo de recorrido de la situación actual y propuesta RUTA A... ..	96
Tabla 4-17: Costo de recorrido de la situación actual y de la propuesta de la RUTA B ..	96
Continúa Tabla 4-18: Costo de recorrido de la situación actual y propuesta RUTA B. ..	97
Tabla 4-19: Costo de recorrido de la situación actual y de la propuesta de la RUTA C ..	97
Tabla 4-20: Costo de recorrido de la situación actual y de la propuesta RUTA G	98
Tabla 4-21: Costo de recorrido de la situación actual y de la propuesta de la RUTA H ..	98
Continúa Tabla 4-22: Costo de recorrido de la situación actual y propuesta RUTA H ..	99

Tabla 4-23: Ahorro por ruta.....	99
Tabla 4-24: Pronostico de producción de desechos para la ruta A.	100
Tabla 4-25: Pronostico de producción de desechos para la ruta B.	100
Tabla 4-26: Pronostico de producción de desechos para la ruta C.	100
Tabla 4-27: Pronostico de producción de desechos para la ruta G.	101
Tabla 4-28: Pronostico de producción de desechos para la ruta H.	101

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 2-1: Subcircuitos en TSP	36
Figura 2-2: Variantes del Agente Viajero según la dirección de sus recorridos.....	36
Figura 2-3: Modelo de transporte.	37
Figura 2-4: Técnicas de optimización.....	42
Figura 3-1: Movimiento de la hormiga por la ruta más óptima.....	51
Figura 4-1: Pseudocódigo de un ACO.....	76
Figura 4-2: Código de variables utilizadas por la formula ACO.....	77
Figura 4-3: Código para la introducción de matrices elaboradas en Excel.	78
Figura 4-4: Código para el cálculo de la tabla th.	78
Figura 4-5: Código para calcular la ruta más cercana.	79
Figura 4-6: Código creación de nuevo recorrido.	80
Figura 4-7: Código que registra el valor de la nueva ruta	80

LISTA DE GRÁFICOS

Grafico 1: Grafica acumulada de distancias ruta A actual vs Propuesta	92
Grafico 2: Grafica acumulada de distancias ruta B actual vs propuesta.....	93
Grafico 3: Grafica acumulada de distancias ruta C actual vs propuesta.....	94
Grafico 4: Grafica acumulada de distancias ruta H actual vs propuesta.	94
Grafico 5: Grafica acumulada de distancias ruta G actual vs propuesta.	95

LISTA DE ABREVIATURAS

GIDSA	Gestión Integral de Desechos Sólidos de Ambato
GPS	Sistema de Posicionamiento Global
LOEP	Ley Orgánica de Empresas Públicas
TSP	Traveling Salesman Problem (Problema del agente viajero)
ACO	Optimización por Colonia de Hormigas
IO	Investigación de Operaciones
MATLAB	Laboratorio matricial
FORTTRAN	Sistema de traducción de formulas
CVRP	Problemas de Rutas con Capacidad
CARP	Problemas de Rutas de Arcos Capacitados
SA	Recosido Simulado
TS	Búsqueda Tabú
GRASP	Procedimiento Codificado de Búsqueda Adaptiva Aleatorizada
EA	Algoritmo Evolutivo
PSO	Optimización de Partículas Swarm
NP	Problema en Tiempo Polinomial
EAS	Sistema de Hormigas Evolutistas
ATSP	Problema del Agente Viajero Asimétrico

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A: SISTEMA DE RECOLECCIÓN

ANEXO B: MAPA DE UBICACIÓN DE LOS CONTENEDORES.

ANEXO 3: MATRICES DE DISTANCIAS.

RESUMEN

El objetivo de la presente investigación se basa en minimizar los costos de las operaciones logísticas, de las rutas urbanas de recolección de desechos sólidos de la empresa pública municipal GIDSA. Lo cual se llevó a cabo realizando el análisis de la situación actual mediante la recolección de información por medio de entrevistas, análisis deductivo e investigativo con la finalidad de obtener datos reales que ayuden a la orientación de la investigación propuesta y la realización de una aplicación del problema de enrutamiento del Agente Viajero, TSP, desarrollado mediante el algoritmo metaheurístico Colonia de Hormigas, ACO, la cual encuentre una solución que, satisfaciendo las condiciones iniciales del problema, proporcione una ruta cerrada la cual genere un recorrido mínimo. Por la complejidad de solución de los métodos heurísticos para resolver problemas del agente viajero (TSP) se elaboró un programa en Matlab con el propósito de resolver el algoritmo ACO y obtener respuestas factibles en tiempos considerables. Se concluye que el sistema de recolección actual puede ser mejorado con la solución propuesta lo cual ayudara a la empresa a reducir 42 km diarios y generar un ahorro del proceso de recolección del 25%. Se recomienda la utilización y generación de la programación en una versión de Matlab 2016 o superior en un computador con procesador I5 o superior para el buen funcionamiento del mismo, ya que de esto dependerá la velocidad de resolución.

PALABRAS CLAVE: <TECNOLOGÍA Y CIENCIA DE LA INGENIERÍA>, <ALGORITMOS> <OPERACIONES LOGÍSTICAS>, <METAHEURÍSTICA>, <RECORRIDO MÍNIMO>.

ABSTRACT

The present investigation aims to minimize the costs of the logistical operations at urban routes of solid waste collection of the municipal public company GIDSA. (Solid Waste Management Ambato). It analyzed the current situation through information gathering, interviews, deductive analysis and research, in order to obtain real data that help to the guide proposed research and realization of an application at problem Routing Traveling Agent (TSP) developed by means of the metaphysical algorithm Colonia de Hormigas ACO; which find a solution that satisfying the initial condition of the problem provides a closed route which generates a minimum route. Due to the complexity of solving the heuristic methods to solve problems of the traveling agent (TSP), a program was developed in Matlab with the purpose of solving the ACO algorithm and obtaining feasible answers in considerable time. It is concluded that the current collection system might be improved with the proposed solution, which will help the company to reduce 42 km per day and generate a saving of the collection process of 25%. It is recommended the use and generation of programming in a version of Maltlab 2016 or higher in a computer with processor 15 or higher for the proper functioning of it, since the resolution speed will depend on this.

Keywords: TECHNOLOGY AND SCIENCES OF ENGINEERING, ALGORITHMS, LOGISTIC OPERATIONS, METAHEURISTIC, MINIMUM TRAVEL.

CAPÍTULO I

1 MARCO REFERENCIAL

1.1 Introducción

Las empresas de múltiples sectores económicos han concebido la logística como un proceso estratégico para mantener su actividad y garantizar la eficiencia de las operaciones logísticas y su competitividad al brindar un servicio. La logística empresarial integra de forma coordinada distintas operaciones y áreas de decisión como son los inventarios, las instalaciones, la producción, el empaquetamiento y especialmente el transporte y distribución a los distintos puntos.

Las operaciones de transporte y la distribución de los productos representan costes significativos para estas empresas y en muchos casos las redes propias de transporte son demasiado rígidas a las variaciones del servicio brindado.

El estudio se centrará en el diseño de una aplicación de escritorio que permitirá la optimización de las operaciones logísticas, de rutas de recolección de desechos sólidos del EMP-GIDSA, el cual consiste en diseñar un programa matemático de variables que se enfocaran en establecer un adecuado recorrido de camiones recolectores, con el fin de reducir los costos de operación y las distancias de recorrido innecesarias. Se aprovechará al máximo las herramientas tecnológicas que se encuentran a nuestra disposición como los programas de simulación de optimización, GPS, administración de base de datos otorgados por la compañía y así mejorar el sistema de recolección de desechos sólidos en la zona urbana de la ciudad de Ambato.

1.2 Antecedentes

ANTECEDENTES DE GESTIÓN DE DESECHOS SÓLIDOS EN EL ECUADOR

En el año 2010 se crea el Programa Nacional para la Gestión Integral de Desechos Sólidos, con el objetivo primordial de impulsar la gestión de los mismos con un enfoque integral y sostenible para todos los municipios del Ecuador, y así disminuir la contaminación ambiental, mejorando de esta manera la calidad de vida de los ciudadanos e impulsando la conservación de los ecosistemas. El Código Orgánico de Organización Territorial Autonomía y Descentralización, establece competencias, atribuciones y responsabilidades a los Gobiernos Autónomos Descentralizados Municipales, determinado así su campo de acción, citando en el Capítulo II, Art. 55, que la prestación de servicios públicos para el manejo de desechos sólidos, es función exclusiva de los Municipios.

ANTECEDENTES DE LA EPM-GIDSA

La Empresa Pública Municipal de Gestión Integral de Desechos Sólidos (EPM – GIDSA), fue creada mediante ordenanza (s/n) publicada en el Registro Oficial 598 el día 16 de diciembre de 2011, con el fin de brindar mayor atención y mejorar procesos y procedimientos del servicio que presta la Municipalidad a través de esta Empresa, buscando mecanismos de auto sustentabilidad y auto sostenibilidad, que permitan su autonomía tanto administrativa, financiera y de gestión, como lo establece la Ley Orgánica de Empresas Publicas (LOEP) en su Art 4. 8

La EPM-GIDSA, conforme a la Ordenanza de creación, fue estableciendo su propia normativa, tal es el caso de reglamentos, manuales y resoluciones, que permitieron viabilizar el trabajo tanto para el cliente interno como para el cliente externo, así como estudios y consultorías que ayudaron a normar la relación empresa-usuario en torno a la prestación de los servicios públicos de barrido de vías y espacios públicos, recolección, transporte y disposición temporal y definitiva de los desechos sólidos y la determinación de las tasas de recaudación.

1.3 Planteamiento del problema

En la ciudad de Ambato se presenta una cantidad importante de residuos sólidos, con alrededor de 286.4 toneladas diarias, debido principalmente al crecimiento de la población y a los hábitos de consumo de los habitantes. El origen de estos residuos es del 92.1% domiciliaria, principal fuente de generación, y el 7,9% industrial y comercial, la cual se divide en desechos orgánicos e inorgánicos.

El manejo de los residuos sólidos comprende de varias etapas, incluyendo su almacenamiento, recolección, transporte, tratamiento y disposición final.

El proyecto surge debido a la necesidad de superar los inconvenientes que ocurren al momento de recolectar los desechos sólidos en la zona urbana de Ambato, donde no tienen un fundamento técnico que asegure que la ruta es la óptima, es decir no se tiene una manera cuantitativa de demostrar que la ruta es la mejor opción, a su vez un mal diseño de rutas de recolección, trae como consecuencia graves daños al sistema de recolección, entre los que se puede mencionar son: deficiente operación porque puede ser que una ruta tenga puntos excesivos de recolección y no alcance a cubrir toda la ruta de acuerdo con lo establecido por la empresa, desperdicio de personal, aumentó de los costos al brindar el servicio. Además, el transporte es una de las etapas más caras, ya que esta actividad llega a consumir el 60% del costo total del manejo integral de los residuos.

Considerando todo lo anterior, este trabajo se enfoca en el proceso de recolección de residuos sólidos en la zona urbana de la ciudad de Ambato, con la ayuda de métodos logísticos enfocados al transporte se podrá establecer diversas soluciones con la finalidad de minimizar distancias en las rutas de recorrido con ello disminuir tiempos improductivos, costos de mano de obra, mantenimiento de los camiones recolectores entre otros.

1.4 Justificación

1.4.1 Justificación teórica

El proyecto de logística es una de las áreas principales a nivel mundial que ha contribuido directamente con el desarrollo continuo de las empresas de servicio y producción, con el objetivo de minimizar los procesos y costos mediante diversos métodos.

La EPM-GIDSA desarrolla sus actividades con 9 recolectores de carga lateral destinados para las diferentes rutas de la zona urbana de la ciudad de Ambato. Es necesario el estudio de la Optimización y Simulación de las operaciones logísticas, en las rutas de recolección de desechos sólidos, en la que se puede solucionar mediante métodos que permita el aseguramiento de reducción de las distancias en las rutas, disminuyendo así los costos innecesarios de la empresa y con ello mantener un mejor trabajo y un servicio eficiente.

Una vez concluido con éste proyecto de titulación; con un programa enfocado a la minimización de costos del proceso de recolección de desechos sólidos, conllevara al funcionamiento integral en la ciudad de Ambato en cuanto a Gestión Ambiental, Salubridad e Higiene, Gestión Técnica, Gestión del Talento Humano y Programas y Procedimientos Operativos generando una cultura socio-laboral de optimizar recorridos y costos de operación de recolección.

1.4.2 Justificación metodológica

La propuesta de investigación es aplicar una metodología de la investigación operativa, logística y producción con el fin de llegar a lo establecido. En diversas fuentes se puede encontrar gran variedad de modelos de ruteo aplicadas a distintas empresas en su área de logística.

Mediante la determinación de variables, la utilización de un software y el modelo matemático que se propuso del problema del agente viajero (TSP por sus siglas en ingles travelling Salesman Problem) y para su resolución el algoritmo Optimización por Colonia de Hormigas (ACO), se podrá llevar con éxito la investigación en cuanto a la metodología propuesta, el procesos será en orden lógico y sistemático, de tal manera, que no se podrá realizar la siguiente actividad de la metodología, mientras no se culmine con éxito la actividad previa, esto permitirá llevar a cabo el proyecto de una manera ordenada y mantener un índice del nivel de avance del estudio.

1.4.3 Justificación práctica

Esta investigación se realiza porque existe la necesidad de optimizar los costos de las operaciones logísticas del proceso de recolección de los desechos sólidos en las rutas urbanas de Ambato, atreves del diseño de un programa matemático que nos permita conocer la ruta más óptima y disminuir tiempos y distancias de recorrido en el proceso.

Con tal resultado se tendrá también la posibilidad de proponer cambios con respecto al proceso de recolección de desechos sólidos, una vez que sean demostrados su validez y confiabilidad podrán ser utilizados en otros trabajos de investigación y en otras instituciones donde sea necesario la optimización de recorrido.

1.5 **Objetivos**

1.5.1 Objetivo general

Minimizar los costos de las operaciones logísticas, de rutas urbanas de recolección de desechos sólidos de la empresa pública municipal GIDSA- Ambato aplicando un modelo matemático de programación.

1.5.2 Objetivos específicos

- Realizar el estudio del arte acerca de los principales modelos matemáticos para el enrutamiento de flota de vehículos.
- Realizar un diagnóstico del sistema actual de recolección de residuos sólidos, estableciendo los costos de operación de la empresa.
- Identificar las principales restricciones que serán incluidas en la programación propuesta.
- Desarrollar un programa matemático que optimice las operaciones logísticas y genere la nueva ruta de recolección.

CAPITULO II

2 MARCO TEÓRICO

2.1 Investigación de operaciones

La investigación de operaciones busca el uso eficaz de los recursos, partiendo del estudio de métodos científicos

La investigación de operaciones es la acometida de la ciencia moderna a los problemas complejos que con el uso de modelos matemáticos y estadísticos buscan soluciones para la administración de grandes sistemas de hombres, maquinas, materiales y dinero, en la industria, en los negocios, en el gobierno y en la defensa, con el uso de modelos matemáticos y estadísticos (Samora, 2016, p. 1).

2.1.1 Evolución histórica

El inicio de la investigación de operaciones (IO) se les atribuye a ciertos servicios militares que se prestaron a comienzos de la segunda guerra Mundial. Debido a los sobreesfuerzos y peligros potenciales, se presentó la necesidad de asignar recursos escasos a las distintas maniobras militares y a diversas actividades asignándolas de la manera más eficaz (Hillier & Lieberman, 2010, p. 1)

Por ello las gestoras militares británicas y estadounidenses convocaron a un sin número de investigadores capaces de aplicar diversos métodos estratégicos y tácticos. Tras el interés mostrado por un grupo de investigadores militares encabezadas por A. P. Rowe fueron los primeros en desarrollar métodos de la IO en el uso militar con una estrategia conocida como radiolocalización. (Vidal, 2013, p. 10)

Tabla 2-1: Resumen Histórico De la Investigación de Operaciones

AÑO	INVESTIGADOR	MODELO
1759	Economista Quesnay	Modelos primitivos de programación matemática.
1873	Economista Jordan	Modelos lineales de la investigación de operaciones
1896	Economista Minkowsky	
1903	Economista Farkas	
1939	Científico Kantorovich	Problemas de distribución
1947	George Dantzing	Método Simplex

Fuente: (Prawda, 2004)

2.2 Problema de optimización

El problema de optimización radica en establecer el valor óptimo (valor máximo o valor mínimo) que una función asume sobre los elementos de un conjunto dado (Taquiá, 2013, p. 17).

De un modo preciso, dados un conjunto X y una función asignada a cada x de X un valor numérico $f(x)$, se desea, para el caso máximo, encontrar x_0 de x que cumpla la condición: Según (Taquiá, 2013, p. 17)

$$f(x) \leq f(x_0) \text{ Para todo } x \text{ de } X$$

Y para el caso de mínimo, un x_1 de que cumpla:

$$f(x_1) \leq f(x) \text{ Para todo } x \text{ de } X$$

En forma simplificada se escribe, $f(x_0) = \text{Max} f(x)$, $f(x_1) = \text{Min} f(x)$

Los elementos del conjunto X representan los recursos del problema y $f(x)$ puede ser considerado como un valor x , por ejemplo, es un costo, un tiempo, una cantidad de producción, etc. A la función $f(x)$ se le denomina función objetivo.

Frecuentemente, el conjunto X se especifica mediante restricciones, que determinan sus elementos, y algoritmos o reglas, que describen como obtener elementos de X

Es posible que el problema no tenga soluciones, porque el conjunto X no tiene elementos o porque la función $f(x)$ no puede tomar un valor máximo o mínimo.

2.2.1 Programación matemática

Los problemas de programación matemática constituyen una parte de los problemas de optimización. Un programa matemático tiene la forma:

$$\text{Maximizar (o minimizar) } y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Sujeto a las condiciones de restricciones, según (Kong, 2010, p. 17)

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) [\leq, =, \geq] b_1$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) [\leq, =, \geq] b_2$$

$$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) [\leq, =, \geq] b_m$$

Donde $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $g_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $g_m(x_1, x_2, \dots, x_n)$, son funciones con valores numéricos que dependen de n variables numéricas x_1, x_2, \dots, x_n . b_1, \dots, b_m son constantes y en cada restricción se emplea uno de los signos $\leq, =, \geq$, lo que se indica mediante la notación $[\leq, =, \geq]$

El conjunto de definición del problema está formado por todos los $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ que satisfacen todas las restricciones. A tales se les llama soluciones factibles del programa o del problema, y a X se le denomina el conjunto de soluciones factibles o región de factibilidad.

Generalmente se asume que las variables x_1, x_2, \dots, x_n , son números reales. No obstante, también se consideran programas matemáticos – llamados de programación entera – en los que las variables toman solo valores enteros.

2.2.2 Modelo de programación matemática

De acuerdo (Kong, 2010, p. 20) en su libro “Investigación de Operaciones”, para resolver un problema de optimización primero se formula un modelo del problema mediante un problema matemático y luego se resuelve el programa matemático.

A partir de la definición o enunciado del problema, los pasos que usualmente se aplican para la formulación o propuesta del modelo son las siguientes:

- Se identifican la cantidad o variable de salida que se desea optimizar y las variables de decisión o de entrada x_1, x_2, \dots, x_n de las que depende y se expresa la primera como una función matemática de las últimas.
- Se determinan las condiciones, requisitos y limitaciones y se expresan mediante restricciones matemáticas que se imponen a las variables de decisión.
- Se incluyen condiciones adicionales que no aparecen de manera explícita pero que deben cumplirse en el problema real, por ejemplo, si algunas variables de decisión han de tomar valores iguales a cero, o si deben tener valores enteros.

Una vez obtenido el modelo del programa matemático se procede a resolverlo aplicando los métodos y técnicas de optimización; esto es, hallar el valor óptimo, si existe, y una solución óptima.

Un modelo matemático consta al menos de tres conjuntos básicos de elementos:

2.3 Variables de decisión y parámetros

Las variables de decisión son incógnitas que deben ser determinadas resolviendo el modelo. (Anon., s.f.)

Los parámetros son valores constantes conocidos que se limitan con cada problema

2.3.1 Restricciones

Las restricciones son vínculos entre las variables de decisión y magnitudes que dan razón a la solución del problema y las delimitan a valores factibles. Por ejemplo si una de las variables de decisión representa el número de empleados de una empresa, indudablemente el valor de esa variable no puede ser negativo (Taquiá, 2013, p. 10).

2.3.2 Función Objetivo

La función objetivo es la igualdad que será optimizada según las restricciones y con las variables que van a ser objeto de minimización o maximización utilizando técnicas de programación lineal o no lineal (enciclopediafinanciera, s.f.).

La solución óptima se consigue cuando el valor del costo sea el menor para un conjunto de valores factibles (unicen, 2010).

2.4 Google Maps

Google Maps es una herramienta que permite ubicar lugares desde un punto a otro con el fin de proveer al usuario coordenadas y direcciones exactas, esta herramienta también ayuda a la exacta información de los nodos o puntos a visitar por los usuarios, dando información de latitud y longitud los cuales pueden ser utilizados en la investigación de optimización de rutas con la ayuda de modelos y programas matemáticos (MATLAB, C++ entre otras).

2.5 MatLab

MatLab fue básicamente desarrollado en lenguaje FORTRAN para ser usado en computadoras mainframe. Fue el resultado de los proyectos Linpack y Eispack desarrollados en el Argonne National Laboratory ubicado en Estados Unidos, su nombre proviene de MATrix LABoratory. Al pasar de los años fue complementado y reimplementado en lenguaje C. Actualmente la licencia de MatLab es propiedad de MathWorks_Inc. (Hender ,Román, 1997, p. 1).

Matlab es una de las diversas y sofisticadas herramientas de computación disponibles comercialmente para resolver problemas matemáticos, tales como Maple, Mathematica y MathCad. A pesar de lo que afirman sus creadores, ninguna de ellas es “la mejor”. Todas tienen fortalezas y debilidades. Cada una permitirá efectuar cálculos matemáticos básicos, pero difieren en el modo como manejan los cálculos simbólicos y procesos matemáticos más complicados, como la manipulación de matrices.

El nombre MATLAB es una abreviatura de **Matrix Laboratory**, laboratorio matricial. En un nivel fundamental, se puede pensar que estos programas son sofisticadas calculadoras con base en una computadora. Son capaces de realizar las mismas funciones que una calculadora científica, y muchas más. En muchas clases de ingeniería, la realización de cálculos con un programa de computación matemático como MATLAB sustituye la programación de computadoras más tradicional. Como C++ o FORTRAN (Moore, 2007, pág. 1).

2.6 Problemas de planeación de rutas

Como menciona (Arias, 2010, p. 11). El estudio científico de la planeación de rutas inició en 1959 con la publicación de “The Truck Dispatching Problem” por Dantzig y Ramser. Después de esto, se formuló el muy conocido y ampliamente estudiado Problema de Agente Viajero (TSP), El enunciado es sencillo: una persona debe partir desde una ciudad, visitar un número determinado de ciudades geográficamente distribuidas, y volver a la ciudad inicial

En este tipo de investigaciones también se puede planear rutas mediante Problemas de Rutas con Capacidad (CVRP), Problemas de rutas de arcos capacitados (CARP) entre otras. El objetivo es determinar la ruta de mínimo costo.

2.6.1 Problema de rutas con capacidad (CVRP)

El problema de rutas con capacidad atiende una serie de clientes en el cual un vehículo o múltiples vehículos de la misma capacidad, deben satisfacer la necesidad demandada. Los clientes (nodos o puntos de llegada) están separados entre ellos y con el origen con distancias conocidas (arcos) (Arias, 2010, p. 11).

Cuando al CVRP se le introduce distintas variables y restricciones reales de transporte, se forman múltiples problemas. Estos se agrupan en función de la combinación de muchas características. En las que podemos mencionar: una o más llegadas, flota de distinta capacidad, periódicos (los clientes pueden ser servidos únicamente en días específicos de la semana), ventanas de tiempo (cada cliente puede ser atendido sólo en ciertas horas del día). Pero el objetivo que busca el CVRP siempre será solucionar la siguiente pregunta: ¿Cuál es la ruta de menor distancia que genera un menor costo? (Arias, 2010, p. 11)

2.6.1.1 Formulación matemática CVRP.

La grafica del CVRP queda estructurado de la siguiente manera $G = (V, E)$ donde V es el número de llegadas y E es la cantidad de rutas o arcos a tomar (Herazo, 2012, p. 56). Sea $C = (c_{ij})$ la matriz de costos de tamaño cuadrática $N \times N$ asociada al costo de cada ruta (Arias, 2010, p. 61).

En donde la función objetivo es minimizar:

$$\text{Minimizar } \sum_{i=0} \sum_{j=0} \sum_{k=0} C_{ij} \times x_{ijk}$$

Ecuación 1: Restringe que del origen deben partir máximo M vehículos (Arias, 2010, p. 61).

$$\sum_{k=1}^M \sum_{j=0}^N x_{ijk} \leq M \quad i = 0$$

Ecuación 2 y 3. Dice que un solo vehículo visite y abandone un solo receptor o cliente (Arias, 2010, p. 61).

$$\sum_{k=1}^M \sum_{j=0}^N x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in [1, N]$$

$$\sum_{k=1}^M x_{ijk} = \sum_{j=0}^N x_{ijk} \quad \forall k \in [1, M]$$

Ecuación 4: Especifica que los camiones no sobrepasen su capacidad (Arias, 2010, p. 61).

$$\sum_{k=1}^M \sum_{j=0}^N p_i \cdot x_{ijk} \leq P_k \quad \forall K \in \{1, M\}$$

Ecuación 5: Establece la inexistencia de sub-rutas (Arias, 2010, p. 61).

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in [1, N]$$

$$\forall k \in [1, M]$$

2.6.2 Problema de rutas de arcos capacitadas (CARP)

El problema de Arcos de Rutas Capacitadas (Capacitated Arc Routing Problem o CARP); consiste en atender las demandas sobre determinadas rutas de una red vial a través de una flota homogénea de vehículos, los cuales inician y terminan su recorrido desde un único deposito. Al final la investigación busca reducir distancias, de la forma que se atiendan todas las demandas sin exceder la capacidad de los vehículos de transporte. (Pineida, 2015, p. 39)

2.6.2.1 Formulación matemática CARP

Este modelo es definido mediante una gráfica $G = (V, E \cup A)$ en el que V es el número de nodos o clientes a visitar, E es la cantidad de pares no ordenados y A es el conjunto de arcos que lo conectan (Pineida, 2015, p. 49).

La formulación matemática del problema de rutas sobre arcos es la siguiente:

En el problema de rutas la función objetivo busca minimizar distancias.

$$\text{Minimizar} \sum_{(i,j) \in E} C_{ij} \sum_{k \in K} x_{ij}$$

Ecuación 1: Restringe que cada cliente será visitado solo una vez.

$$\sum_{k \in K} x_{ij} = 1 \quad (i, j) \in R$$

Ecuación 2: Especifica que la cantidad de camiones a usar es igual a los disponibles.

$$\sum_{j \in V_r - \{o\}} \sum_{k \in K} x_{okj} = |K|$$

Ecuación 3: Restringe que no se sobrepase la capacidad de los camiones.

$$\sum_{(i, j) \in R} q_{ij} x_{ijk} \leq Q \quad k \in K$$

Ecuación 4: Especifica la continuidad de los vehículos.

$$\sum_{j \in V_r} x_{ijk} = \sum_{j \in V_r} x_{ij} \quad i \in V_r, k \in K, h \in S$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad (i, j) \in R, k \in K$$

2.6.3 Problemas de mochila múltiple.

Según Cristian Alejandro Martínez (2011, pp. 27-28) la formula puede definirse así:

Maximizar

$$\sum_{j \in N} p_j \cdot x_j$$

Sujeto a ecuación 1.

$$\sum_{j \in N} w_{ij} \cdot x_j \leq c_i, \forall i \in M$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in N$$

Donde:

N es el número de elementos

M es el número de mochilas

N= {1, 2,, n} y M= {1, 2,, m}

2.6.4 Definición de agente viajero TSP.

El problema del agente viajero es uno de los temas más estudiados de la modelación computacional, ya que juega un papel importante en el estudio de la resolución de problemas de complejidad computacional.

EL principio del TSP, sigue siendo desconocido, puesto que no existe documentación que se lo atribuya a ningún autor, varios fueron los que empezaron este tipo de casos (A inicios del siglo XIX Hamilton dio a conocer el fundamento a lo que después se denominó TSP). En 1832, surgió una guía para agentes viajeros titulado “el viajante de comercio: como debe ser y que se debe hacer para obtener comisiones y triunfar en el negocio” (Revuelta Martínez, 2015, p. 27)

A partir de 1930, la Universidad de Harvard empieza a trabajar en este problema, en concreto Merill Flood, de igual manera la Universidad de Viena de la mano de Karl Menger. Siendo el primero en enunciar, por primera vez, y definir la complejidad computacional del problema del viajante. En los años 50 y 60, se plantean problemas de tamaño mucho mayor (para un número más grande de ciudades). En la publicación del artículo Dantzig del año 1954 “Solution of a large scale traveling-salesman problema” (Dantzig et al., 1954), se resolvió por primera vez el problema del viajero para 49 ciudades, las cuales correspondía una por cada estado de EE.UU. Aquello, supuso un gran avance en la investigación del TSP. A raíz de la publicación de Dantzig, investigadores y matemáticos empezaron a desarrollar e implantar algoritmos que puedan resolver el problema y que fuesen confiables cuando se aumentaban el número de ciudades. (Revuelta Martínez, 2015, p. 28)

En la tabla (Cook, 2012) se puede observar el avance en el tiempo, como ha crecido el número de ciudades para el problema TSP y los investigadores que lo han resuelto.

Tabla 2-2: Evolución de solución para el TSP en el tiempo.

1954	G. Dantzig, R. Fulkerson, S. Johnson	49
1971	M. Held, R.M. Karp	57
1971	M. Held, R.M. Karp	64
1975	P.M. CAmerini, L. Frantta, F Maffioli	67
1975	P. Miliotis	80

Continúa tabla 2-3: Evolución de solución para el TSP en el tiempo.

1980	H. Crowder y M. W, Padberg	318
1987	M. Pardberg y G. Rinaldi	532
1987	M. Grötschel y O. Holland	666
1987	M. Pardberg y G. Rinaldi	1002
1987	M. Pardberg y G. Rinaldi	2392
1992	Vasek Chvátal y William J.Cook	3038
1998	Vasek Chvátal y William J.Cook	13509
2001	Vasek Chvátal y William J.Cook	15122
2004	Vasek Chvátal y William J.Cook	24978
2006	Vasek Chvátal y William J.Cook	85900

Tabla 1.5 Evolución de problemas tipo TSP.

2.6.4.1 *Formulación matemática*

El problema del agente viajero (TSP) se puede formular matemáticamente, como el problema para encontrar un ciclo hamiltoniano en un grafo completo en el cual $G = (V, E, C)$, donde se tiene que: $V = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ es el conjunto de nodos o vértices que representan cada una de las ciudades del problema. E , es el conjunto de ramas o aristas. C , es la función de costo o distancia, la cual está dada por $C = (c_{i,j})$, en donde cada $(i, j) \in E$ y se asigna $C_{i,j}$, para asignar el costo o la distancia entre las ciudades i y j . En el desarrollo del problema del agente viajero también se tienen en cuenta los siguientes conceptos que hacen parte de la estructura del problema buscando que se cumpla el objetivo de hacer un recorrido a través de n destinos, visitando a cada uno en una única ocasión (Stockdale, 2011, p. 11).

La ruta o camino será la sucesión de aristas $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k)$ donde se tiene que el vértice final de cada una de las aristas coincide con el inicial de la siguiente. • Un ciclo es definido como el camino $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k)$ en el cual vértice a_k , que es el vértice final, coincide con el vértice inicial a_1 . De acuerdo a lo anterior se puede decir que un ciclo simple es aquel que pasa por todos los vértices del grafo (ciudades) y que este puede ser llamado ciclo hamiltoniano o tour. Un subtour es también un ciclo que tiene como diferencia que este no pasa por todos los vértices (destinos) del gráfico. Por lo mismo el problema de agente viajero, busca el recorrido o ciclo que tenga como condición un costo

mínimo en el desplazamiento. En base a esto existen varias formulaciones matemáticas del problema, a continuación, se muestra la formulación de este problema de la siguiente manera: Se define una variable entera X , tal que:

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{si se llega de la ciudad } i \text{ a la ciudad } j. \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

$x_{i,j}$ = Variable de decisión, la cual representa la conexión o la ausencia de esta en la ruta (i, j).

Si $C_{i,j}$, es la distancia existente de ir de la ciudad i a la j y considerando que se tienen n cantidad de nodos, el problema tendrá como objetivo minimizar, por lo cual el modelo para el TSP es el siguiente:

Minimizar

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ji} x_{ij} \quad (1)$$

Donde $C_{ij} = \infty$ para $i=j$

Sujeto a las restricciones:

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = 1 \quad (2)$$

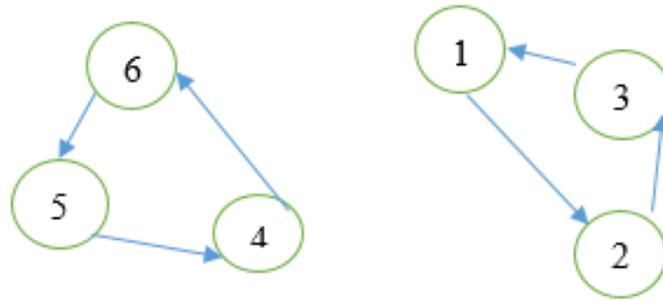
$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1 \quad (3)$$

$$X_{ij} \in Z^+ \forall i, j \quad (4)$$

Las restricciones mostradas hacen referencia a número de veces que se debe visitar un destino (contenedores de desechos sólidos) y las veces que se irse de ellas. La restricción (3) asegura que cada una de las ciudades $1, \dots, n$, de salidas lleguen a una ciudad y la restricción (4), asegura que un tour cuente con una salida desde cada ciudad (Arias Hernandez, 2015, pp. 39-40)

Estas restricciones son necesarias, pero no suficientes, pues pueden dar lugar a subcircuitos, como se puede observar en la Figura Obsérvese que $x_{12} = x_{23} = x_{31} = x_{54} = x_{46} = x_{65} = 1$, por lo que no se viola ninguna de las restricciones

Figura 2-1-2: Subcircuitos en TSP



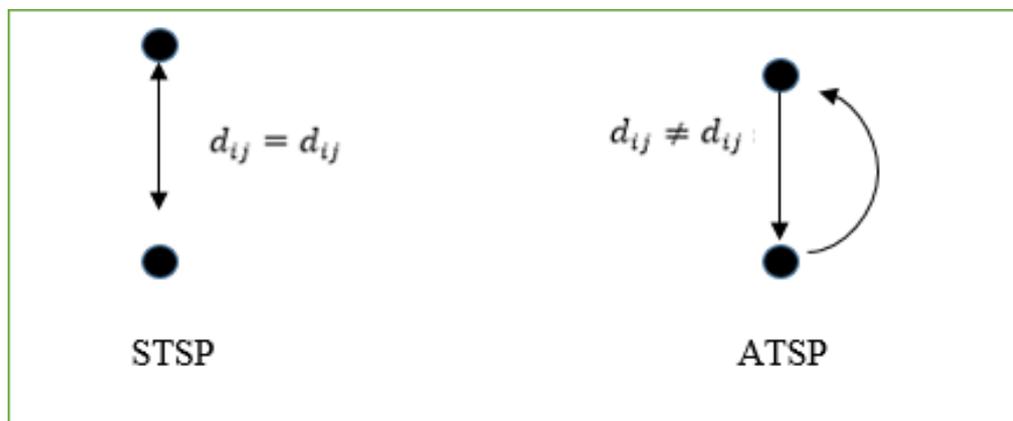
Fuente: (Calviño, 2011, p. 19)

2.6.4.2 Representación gráfica del TSP simétrico y asimétrico

El TSP es un problema de enrutamiento que se puede representar por el siguiente grafo $G = (N, A)$ siendo N el número de puntos a visitar (i, j) y A el número de arcos que une cada uno de los puntos N_{ij} . A cada arco se le asigna un costo de valor positivo, en este caso sería los costos de desplazamiento del punto i al punto j . El costo de desplazamiento de un punto i al mismo punto i se le asigna un valor nulo (0) o un valor lo extremadamente grande (Gilbert, 1992, pp. 231-247).

Si G es un grafo no dirigido se dice que es un agente viajero simétrico (STSP) en el que las distancias de recorrido tanto de ida como de vuelta son iguales $d_{ij} = d_{ji}$, en cuanto si las distancias del recorrido de los caminos es diferente $d_{ij} \neq d_{ji}$ se dice que es un agente viajero asimétrico (ATSP).

Figura 2-2: Variantes del Agente Viajero según la dirección de sus recorridos.



Fuente: Autores

2.6.4.3 Aplicaciones del TSP

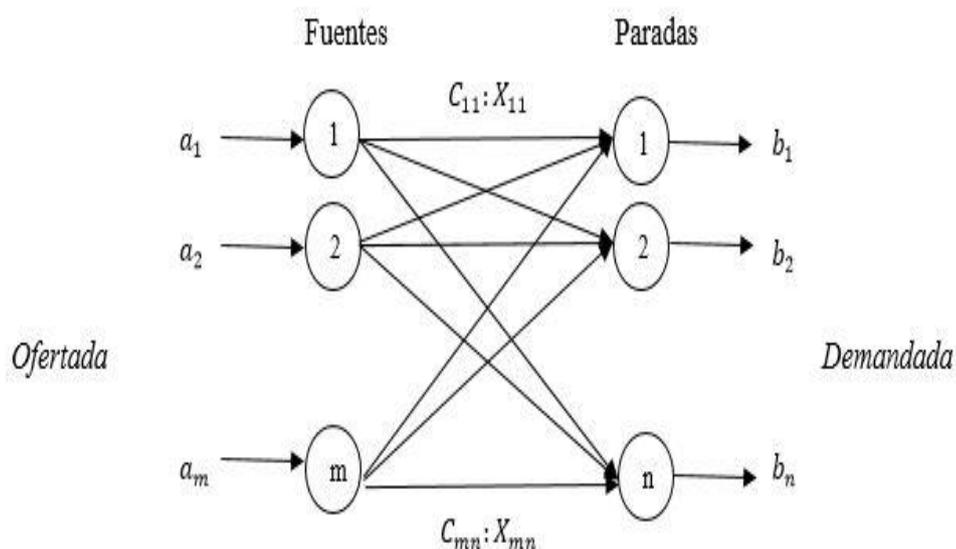
La investigación del agente viajero se la realiza con el fin de establecer métodos y algoritmos de resolución que puedan ofrecernos una solución óptima y fiable a la investigación propuesta. El problema de TSP ha sido utilizado en diversas áreas especialmente en la Logística y transporte con el fin de transportar usuarios, vehículos o mercancías desde un origen hasta un destino, realizando rutas óptimas que sean el de mínimo coste (Revuelta Martínez, 2015, p. 35).

El proceso de recolección de desechos sólidos entra en el problema de TSP pues se trata de recoger los desechos en distintos puntos utilizando la menor cantidad de recursos posibles (tiempo, distancia, combustible entre otras).

2.7 Definición de modelos de transporte

La red que se observa en la figura 2-3 representa el modelo de transporte. En el cual hay m fuentes y n paradas, cada uno constituido por un nodo. Las flechas simbolizan las rutas (arcos) que unen una fuente con sus respectivas paradas. La cantidad de orígenes es a_i y el destino b_j . La función de los modelos matemáticos de transporte es reducir los costos C_{ij} en función de la distancia X_{ij} y a su vez satisfacer las limitaciones de la oferta y la demanda (Thaja, 2012, p. 175) .

Figura 2-3: Modelo de transporte.



Fuente: (Thaja, 2012, p. 176)

2.8 Algoritmo y su complejidad computacional

2.8.1 Algoritmo.

Un algoritmo es un conjunto de pasos que se lo realiza para resolver una tarea o dar solución a un problema. Y son desarrollados para el procesamiento de datos y el trabajo automatizado (Vidal, 2013, p. 18).

A la hora de escoger un tipo de algoritmo nos fijamos en que su capacidad de respuesta sea rápida para todo tipo de problemas más no para uno en particular.

2.8.2 Medición de complejidad de un algoritmo.

A momento de utilizar algoritmos, surge de forma espontánea la necesidad de saber que tan bueno es el algoritmo dado. Al mismo tiempo, nos interesa que los algoritmos sean rápidos para cualquier tipo de problema, y no para un caso en particular. A continuación, se revisará algunos enfoques que nos sirven para medir el rendimiento de un algoritmo.

Análisis empírico: consiste en estimar el comportamiento del algoritmo en la práctica, probándolo en varios ejemplos del problema.

Inconvenientes: El progreso del algoritmo está en manos del lenguaje de programación, compilador, equipo y la habilidad del programador. Efectuar un análisis empírico serio por lo general conlleva mucho tiempo. Es complicado hacer una comparación de los algoritmos por medio de pruebas empíricas, pues el rendimiento puede depender de los problemas designados para las pruebas (Vidal, 2013, p. 20).

Análisis de caso promedio: se estima matemáticamente el promedio de pasos que necesita el algoritmo. Comúnmente, optan por una distribución de probabilidad sobre los posibles problemas y técnicas estadísticas que se utiliza para calcular los tiempos de rango para la ejecución del algoritmo.

Inconvenientes: El estudio depende principalmente de la elección de la distribución de probabilidad. Frecuentemente es difícil establecer la mejor distribución de probabilidad para los problemas de la práctica. El estudio suele ser bastante complejo matemáticamente hablando, lo que hace muy difícil llevar a cabo problemas complicados.

Se puede encontrar algoritmos que tienen un rendimiento promedio muy bueno, pero existe pocos ejemplos con importancia estadística (Vidal, 2013, p. 21)

2.8.3 Las Clases de Complejidad P y NP

La dicotomía de Edmond's se traslada a problemas computacionales, dividiéndose en aquellos para los que existen buenos algoritmos y aquellos para los cuales no los hay. Los primeros problemas son los que nos gustan, y son conocidos colectivamente como la clase P.

La definición de P es clara, pero puede ser difícil decir sí o no, un problema pertenece a esta clase "buena". Puede ser que el TSP está en P y aún no hemos descubierto el buen algoritmo para probar su membresía. Al menos sabemos que existe un buen recorrido cuando vemos uno.

Esta propiedad hace que el TSP sea miembro de la clase conocida como NP, que consiste en todos los problemas para los cuales podemos verificar la trayectoria de una solución en tiempo polinomial. Dejando de lado el nombre inusual, esta es una clase natural de problemas: cuando hacemos una solicitud computacional, debemos poder verificar que el resultado cumple con nuestras especificaciones.

Es posible que el P Y NP sean iguales. Un acercamiento para probar esto fue presentado por Stephen Cook en 1971. Estados del teorema de Cook que existe un problema NP tal que, si tenemos un buen algoritmo para este único problema, entonces existe un buen algoritmo para cada problema. De hecho, Cook y Karp han demostrado que hay muchos de esos Problemas NP-completos, el más destacado es el propio TSP (Cook, 2012, p. 10).

También están los Problemas NP-completos, son problemas de tipo NP, pero éstos son de extrema complejidad. En la vida real existen, muchos problemas que se encuentran dentro de este conjunto: los NP-completos. Para los cuales, se cree que no existen algoritmos polinómicos capaces de resolverlos, pero esto todavía no está demostrado

Esta teoría se incluye dentro de una más general, teoría de los problemas NP-duros (en inglés, *NP-hard*) (Revuelta Martínez, 2015, p. 21).

Tabla 2-4: Resumen de complejidad computacional.

Clase	Definición	Tiempo
P	Pertenece a este tipo si existe un algoritmo que resuelva cualquier ejemplo de su problema	Polinomial
NP	Pertenece a este tipo si puede verificar cualquier solución a un ejemplo	Polinomial
NP-completos	Si cualquier problema NP se puede reducir en P'	Polinomial
NP-duro	Si cualquier problema en clase NP se puede reducir a NP-duro	Polinomial

Fuente: (Vidal, 2013)

2.9 Metaheurística.

Según (Blum & Roli, 2003, p. 270) una metaheurística se puede definir como un proceso de generación iterativo que guía una heurística subordinada mediante la combinación inteligente de diferentes conceptos para explorar y expandir el espacio de búsqueda, se utilizan para estructurar información y encontrar de manera eficiente soluciones casi óptimas

La metaheurística es una derivación de la heurística clásica. Las heurísticas clásicas realizan una búsqueda limitada sobre el espacio de exploración y generalmente las soluciones originadas son buenas en poco tiempo y la implementación es sencilla (Daniel Soto, Yoan Pinzón, Wilson Soto, 2008, p. 3).

Dicho de otra forma, una metaheurística se puede ver como un algoritmo general o marco de referencia que se puede aplicar a diferentes problemas de optimización con relativas modificaciones para hacerlas adaptables a un problema.

Según (Herrera, 2006, p. 7) las ventajas y los inconvenientes que presenta la metaheurística, generalmente, son las siguientes (ver tabla 4-2):

Tabla 2-5: Ventajas e inconvenientes que presenta la metaheurística

VENTAJAS	INCONVENIENTES
Algoritmos de propósito general	Son algoritmos aproximados no exactos
Gran éxito en la práctica, rapidez de ejecución de los programas	Son altamente no determinísticos (probabilísticos)

Continúa tabla 2-6: Ventajas e inconvenientes que presenta la metaheurística

Fácilmente implementables (utilizan lenguajes de alto nivel) → flexibilidad en cuanto a cambios en el programa.	Presentan poca base teórica
---	-----------------------------

Fuente: (Herrera, 2006, p. 7)

Como ya se ha dicho al inicio de este apartado, el uso de la metaheurística es amplio por varios motivos, Una de las razones principales es cuando no hay un método exacto de resolución o este sea ineficiente por consumo de tiempo y memoria; también, cuando no se necesita la solución óptima, basta con una buena calidad de la misma.

2.9.1 *Funcionamiento de las metaheurísticas.*

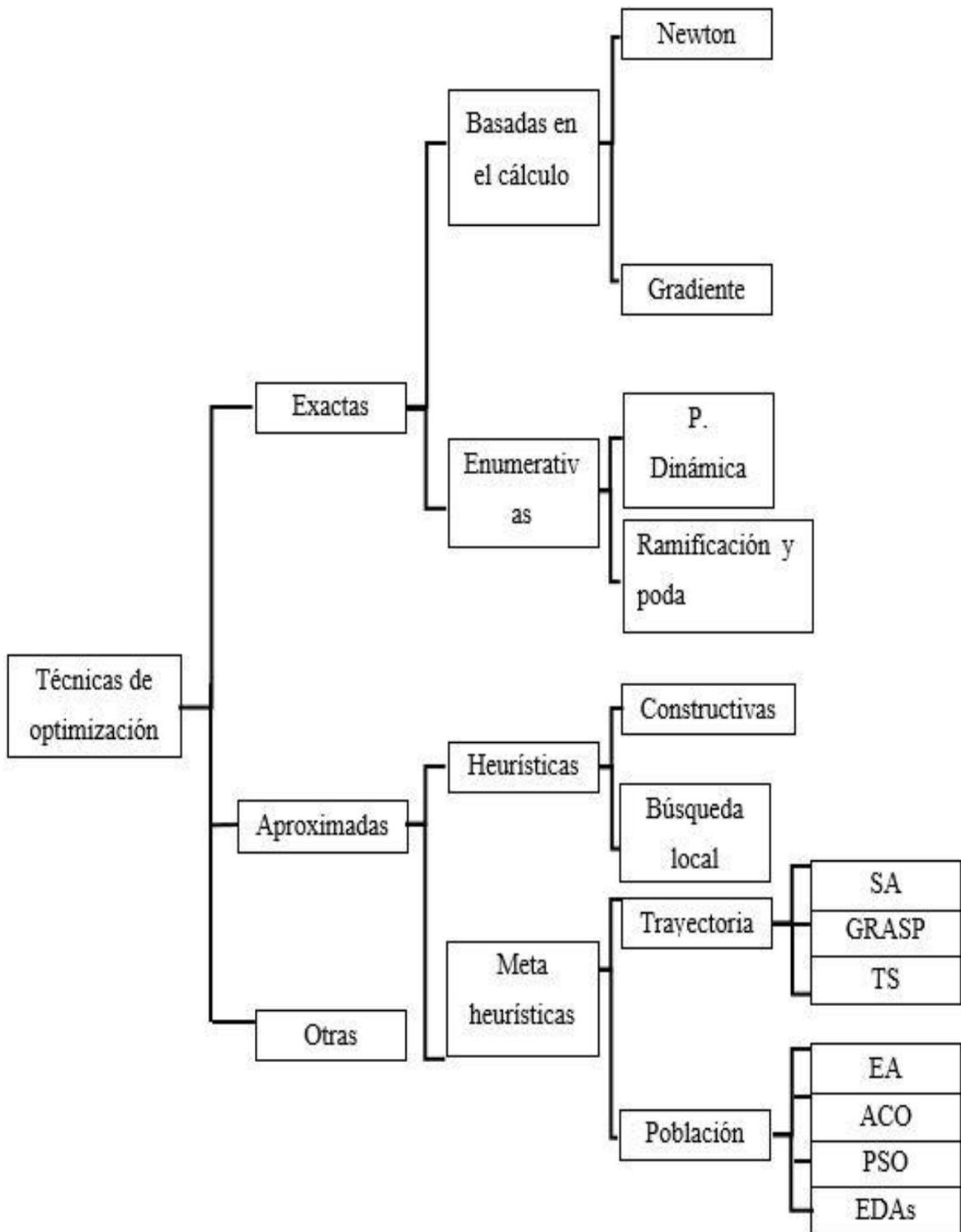
En el funcionamiento de las metaheurística hay que tener en cuenta que esta se basa en el equilibrio entre intensificación y diversificación esto es necesario para: Identificar rápidamente regiones del espacio con soluciones de buena calidad y no consumir mucho tiempo en regiones del espacio no prometedoras o ya exploradas, que nos causaría la pérdida de la eficiencia del algoritmo de búsqueda (Herrera, 2006, p. 11).

2.10 **Métodos de resolución**

Se puede decir que se clasificarán en tres grupos de resolución: método de resolución exacta como pueden ser las establecidas en el cálculo, método de aproximación o algoritmos de aproximación entre otros cada una con su respectiva clasificación.

Para poder esquematizar la clasificación de los métodos de resolución se presenta el siguiente cuadro clasificadorio en el cual se desarrolla y se describe sobre los método basados en el cálculo, enumerativas, heurísticas y las metaheurísticas divididas en la trayectoria y la población: (ver figura 4-2) (Revuelta Martínez, 2015, p. 37).

Figura 2-4: Técnicas de optimización.



Fuente: (Revuelta Martínez, 2015, p. 40)

2.10.1 Búsqueda Tabú

Glover y Laguna en el año 1989, fueron los primeros en introducir la búsqueda tabú. La cual es una de las metaheurísticas que mejor se acopla en la resolución de los problemas

NP-hard. Su objetivo consiste en el uso de una “búsqueda histórica” para evitar que se produzca atrapamientos y escapar de los mínimos locales y evitar buscar varias veces en la misma región del espacio de soluciones (Revuelta Martínez, 2015, p. 48).

De una manera que restringe por cortos tiempos, volver a seleccionar historias anteriores. El elemento de primordial para alcanzar este objetivo es la lista tabú que “recuerda” los movimientos de la búsqueda anterior y los inhabilita durante un periodo de tenencia especificada. Cuando un grupo tabú termina su tenencia, se elimina de la lista tabú y se hace disponible para futuros movimientos (Thaja, 2012, p. 358).

2.10.2 Algoritmos heurísticos de construcción (Heurística del vecino más próximo)

Uno de los métodos heurísticos más simples utilizados para el TSP es la conocida como heurística “del vecino más próximo”. Según este el “viajero” comenzaría en cierta ciudad y luego visitaría la ciudad más inmediata a la ciudad origen. Desde allí, se visitaría la ciudad más inmediata que aún no haya sido visitada y así sucesivamente hasta que haya recorrido por todas las ciudades, instante en el que el “viajero” ha de regresar a la ciudad origen (Cunquero, 2017, p. 10).

De forma sintética tendríamos:

- Paso 1. Escoger un nodo inicial.
- Paso 2. Reconocer el nodo vecino más cercano al último agregado, siempre y cuando que no haya sido agregado con anterioridad.
- Paso 3. Repetir el paso 2 hasta incluir todos los nodos.

Se debe tener en cuenta que, a la hora de construir este tipo de solución, el algoritmo suele comenzar muy bien, escogiendo arcos de bajo costo/distancia. No obstante, al final de la tarea pueden quedar vértices desconectados o cuya unión obliga a introducir aristas de mayor distancia. Esto se lo denomina como “miopía” del procedimiento, ya que en cada instante se elige la opción más adecuada disponible sin “observar” que esto puede causar dificultades en iteraciones posteriores.

Para aplicar este algoritmo puede seguirse el esquema siguiente:

Tabla 2-7: Esquema básico heurística del vecino más próximo

<p>Seleccionar un nodo arbitrario $j, l = j$ y $T = \{1, 2, \dots, n\} \setminus \{j\}$</p> <p>Mientras $T \neq \emptyset$ do</p> <p>Seleccionar $j \in T$ tal que $clj = \min \{clj \mid i \in T\}$</p> <p>Conectar l a j y establecer $T = T \setminus \{j\}$ y $l = j$</p> <p>End-do</p> <p>Conectar l al primer nodo que seleccionamos de forma arbitraria para formar la ruta</p>

Fuente: (Perez de Vargas, 2015, p. 19)

2.10.3 Simulated Annealing (Recocido simulado)

El algoritmo Recocido Simulado (Simulated Annealing) es uno de los métodos heurísticos más conocidas y estudiadas. Kirkpatrick (1983) y Cerny (1985) introdujeron los conceptos de recocido para buscar solución a los problemas de la optimización combinatoria.

Este algoritmo se basa en la Metalurgia, concretamente en el proceso de recocido (annealing) utilizado en la forjar para conseguir materiales de mayor dureza. (Perez de Vargas, 2015, p. 34).

El aumento de calor causa que los átomos eleven su energía, y que de esa forma puedan desplazarse de sus posiciones iniciales. El enfriamiento lento les da mayores probabilidades de recristalizar en configuraciones con menos energía que la inicial (Aguilar, 2017, p. 4).

A medida que el número de iteraciones va en aumento, el RS busca una determinación más cercana de estrategias de solución a través una medida ajustable T , denominada temperatura, es decir, se hace gradualmente menor de acuerdo con un programa de temperatura. Un programa de I elementos para T suele definirse como $[T = T_i = 0, 1, \dots, I]$. Cada T_1 necesita un número determinado de iteraciones de aceptación sucesivas, t .

Donde s_0 es el método de inicio de la búsqueda, T_1 se calcula comúnmente como

$$T_0 = r_0 F(s_0), 0 < r_0 < 1$$

$$T_i = r_i t_{i-1}, 0 < r_1 < 1, i = 1, 2, \dots, I$$

Defina s_a como el último método de solución aprobada. En la iteración k , la probabilidad de admitir un método cercano como el siguiente movimiento de búsqueda, S_{k+1} , se calcula como:

$$P \{ \text{aceptar } S_{k+1}, | S_{k+1}, \in N(S_k) \} = \begin{cases} 1, \text{ si } F(S_{k+1}) \text{ no porque } F(S_a) \\ e^{-\frac{|F(s) - F(s_{k-1})|}{T}}, \text{ si en caso contrario} \end{cases}$$

La fórmula nos dice que el siguiente movimiento de búsqueda, S_{k+1} , se acepta si $F(S_{k+1})$ no es peor que $F(s_a)$. De lo contrario, $F(S_{k+1})$ es una solución inferior y (S_{k+1}) se acepta sólo si $R_k \leq e^{-\frac{|F(s) - F(s_{k-1})|}{T}}$, donde R_k es un número al azar (0,1). Si (S_{k+1}) se rechaza, se intenta otro método de solución con $N(s_a)$. Mire que el programa de temperatura disminuye la probabilidad de aceptación mientras que el número de iteraciones crece haciendo a T_1 cada vez más pequeña (Thaja, 2012, pp. 365-366).

2.10.4 Modelo de Optimización por Colonia de Hormigas (ACO)

A continuación, se detalla el algoritmo basado en el comportamiento social organizativo de agentes: comportamiento colectivo. Dentro de este tipo, se encuentra el algoritmo basado en colonia de hormigas, en el que se enfocara nuestra investigación pues son los algoritmos meta-heurísticos que nos darán soluciones factibles a la hora de realizar la investigación.

Los algoritmos basados en colonias de hormigas están inspirados en el comportamiento real de las hormigas cuando se trata de organizarse en comunidades y cuando quieren buscar comida para llevar a su hormiguero (Reuelta Martínez, 2015).

En este caso ellas depositan y reaccionan a una sustancia química llamada feromona. Las hormigas reales simplemente la depositan en la tierra mientras caminan (Alejandro, 2010). Con el fin de buscar caminos más cortos que las lleven de un punto a su hormiguero.

En los algoritmos ACO, los rastros de feromona artificial son los únicos medios de comunicación entre las hormigas (Reuelta Martínez, 2015).

Un mecanismo análogo a la evaporación física de feromona en colonias de hormigas reales permite a las hormigas artificiales olvidar la historia y enfocarse en nuevas direcciones de búsqueda prometedoras.

2.10.4.1 *Variantes del ACO aplicadas para el TSP*

Al paso del tiempo se han modelado diferentes variantes de la metaheurística ACO, las principales características que diferencia a cada método es la reajuste o actualización de la feromona; las variantes del método ACO realizan el mismo proceso de construcción de sus rutas, pero la actualización de feromona se lo dará según el tipo de problema que se esté resolviendo (Revuelta Martínez, 2015, p. 67).

Marco Dorigo propuso tres versiones diferentes (Coloni & Vittorio, 1996, pp. 29-41) la primera las clasifica en tres metodologías denominadas:

- ANT-DENSITY
- ANT QUANTITY
- ANT CYCLE

En la que ant-density y ant-quantity actualizaban su cantidad de feromona inmediatamente después de moverse a través de las rutas de un punto i a un punto j.

En la tercera metodología las hormigas actualizaban su feromona al terminar su desplazamiento por las rutas tomando en cuenta el camino más óptimo en función a su calidad.

En 1997 se introduce la segunda versión elitista del modelo AS (EAS por su nombre en inglés Elistists Ant System) la cual se diferencia de la ant-cycle en cuanto al depósito de feromona en el que para este método consiste en depositar la mayor cantidad o peso cuando la hormiga realice la menor trayectoria y su costo sea el mínimo.

El mismo año tras un sin número de investigaciones acerca de los algoritmos de colonia de hormigas se publica la versión Based Ant System (ASrank), en el que la hormiga deposita una cantidad de feromona que va decreciendo con los rangos establecidos (Bullnheimer, et al., 1999, p. 30).

CAPÍTULO III

3 MARCO METODOLÓGICO

3.1 Enfoque de la investigación

La presente investigación se enfoca en el método cuantitativo, porque se basa en métodos de recolección de información por medio del análisis deductivo e interpretación, con la finalidad de obtener datos reales que ayuden a la orientación, al descubrimiento de la hipótesis, y verificando así el nivel de validez y confiabilidad de las respuestas obtenidas en el presente estudio.

3.2 Tipo de investigación

- ✓ Investigación de Campo. - La investigación se realiza en la zona urbana del Cantón Ambato, que es el lugar donde están las redes de recolección de desechos sólidos realizado por la empresa GIDSA.
- ✓ Investigación Bibliográfica. - Se revisa fuentes escritas con el fin de descubrir, extender y profundizar distintas hipótesis, enfoques, conceptualizaciones y juicios de diferentes autores sobre el problema en estudio, apoyado en libros, revistas, documentos entre otros artículos. Su proceso se fundamenta en revisiones bibliográficas y artículos con referencia al tema.
- ✓ Investigación descriptiva. – Esta investigación también demanda del apoyo del método descriptivo, la misma que se desarrolla mediante observaciones objetivas, reales, y analizando mediante modelos matemáticos.

3.3 Alcance de la investigación

El alcance es exploratorio pues dicha investigación busca identificar nuevos problemas de solución que sea factible a la optimización de las 5 rutas urbanas de la ciudad de Ambato, siendo que la empresa GIDSA no ha realizado anteriormente dicha investigación.

3.4 Métodos, Técnicas e instrumentos de recolección de datos

3.4.1 Métodos

- ✓ Método Deductivo: Puesto que se analiza el problema desde su entorno global para establecer soluciones específicas que ayudan a la optimización de las operaciones logísticas en el ámbito de transporte mediante el uso de métodos y algoritmos matemáticos.
- ✓ Método Inductivo. – Con el presente método se permite analizar factores significativos de la investigación, así como: distancias, costos, tiempos, capacidad con el fin de obtener soluciones acordes a los objetivos planteados.
- ✓ Método Analítico. – consiste en el análisis del método que se va a utilizar en el estudio de la investigación, los datos que proporcione y la veracidad de la misma, serán relevantes para la determinación y solución de la investigación.

3.4.2 Técnicas

Fuentes Primarias. – Como Fuente de información primaria se utilizan medios muy importantes tales como la entrevista y observación para la recolección de información y datos relevantes para el desarrollo de la investigación.

- ✓ Observación directa. – Por medio de la observación directa se enfoca al comportamiento de los recolectores de carga lateral durante el proceso de recolección de desechos sólidos en las rutas del sector urbano de la ciudad de Ambato. verificando de manera directa el fenómeno investigado, con la finalidad de optimizar dicho proceso mediante una distribución más adecuada de la ubicación de los contenedores de desechos sólidos.

Fuentes Secundarias. – Las fuentes secundarias como revistas, libros, artículos, internet nos ayudan en la recopilación de información. Mismas que forman el fundamento teórico de la investigación y ayudan a una mejor comprensión de lo que debemos hacer para la búsqueda de soluciones.

3.4.3 Instrumento

- ✓ Libros físicos y digitales referentes al tema de investigación.

- ✓ Acceso a Internet, para la búsqueda de información referencial.

3.5 Comparación de problemas de rutas.

Ponderación de problemas de rutas según diversas variables.

Categorización:

1 Baja

2 Media

3 Alta

Tabla 3-1: Ponderación de problemas de rutas

Variables Problemas	Aplicación de algoritmos	Complejidad de tiempo de solución	Solucion Metaheurística	Restricciones	Promedio
Rutas para Vehiculos con Capacidad (CVRP)	2	3	2	1	2
Rutas de Vehiculos con Capacidad sobre Arcos (CARP)	2	3	2	1	2
Agente Viajero (TSP)	3	3	2	1	2,25
Mochila Multiple	1	1	1	1	1

Fuente: Autores.

Con los datos obtenidos en la investigación, de las diferentes variables se puede observar en la tabla que el Problema del Agente Viajero (TSP), es superior a los demás métodos con un promedio de 2.25, lo que demuestra que es el más óptimo para nuestra investigación de “OPTIMIZACIÓN DE LAS OPERACIONES LOGÍSTICAS, EN LAS RUTAS URBANAS DE RECOLECCIÓN DE DESECHOS SÓLIDOS EN LA EMPRESA PUBLICA MUNICIPAL GIDSA AMBATO” pues su aplicación a diversos algoritmos, su tiempo de solución rápida y sus restricciones se acoplan al tema.

3.6 Formulación del problema TSP.

Dorigo y Stützle (2004) propone que el objetivo del agente viajero es encontrar las rutas más cortas para su viaje, que parte del nodo inicial hacia los demás nodos sin repetir ningún camino y finalmente regresa a su destino de partida.

Se define una variable entera X, tal que:

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{si se llega de la ciudad } i \text{ a la ciudad } j. \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

x_{ij} = Variable de decisión, la cual representa la conexión o la ausencia de esta en la ruta (i, j).

Si C_{ij} , es la distancia existente de ir de la ciudad i a la j y considerando que se tienen n cantidad de nodos, el problema tendrá como objetivo minimizar, por lo cual el modelo para el TSP es el siguiente:

Minimizar

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ji} x_{ij}$$

Donde $C_{ij} = \infty$ para $i=j$

Sujeto a las restricciones:

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = 1$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1$$

$$X_{ij} \in Z^+ \forall i, j$$

Las restricciones mostradas hacen referencia a número de veces que se debe visitar un destino (contenedores de desechos sólidos) y las veces que se irse de ellas. La restricción (3) asegura que cada una de las ciudades 1, ..., n, de salidas lleguen a una ciudad y la restricción (4), asegura que un tour cuente con una salida desde cada ciudad (Arias Hernandez, 2015, pp. 39-40).

3.7 Comparación de métodos utilizados para resolver problemas TSP y ATSP

Tabla de comparación de métodos utilizados para resolver problemas TSP y ATSP

Tabla 3-2: Ponderación métodos de solución para el TSP

Métodos de solución	Aplicación de Algoritmo	Complejidad de tiempo de solución	solución	resultados	Promedio
Heurística del vecino más próximo	2	1	1	1	1,25
Simulated Annealing (Recocido simulado)	2	1	1	1	1,25
Algoritmo Colonia de Hormigas (ACO)	3	2	2	2	2,25
Búsqueda Tabú	2	1	1	1	1,25

Fuente: Autores.

Con la investigación sobre la aplicación de los diferentes tipos de algoritmos metaheurísticos hechos por diferentes autores, se pudo determinar que en base a algunos criterios el método que se adapta a nuestra investigación es el algoritmo colonia de hormigas (ACO).

3.8 Metaheurística ACO

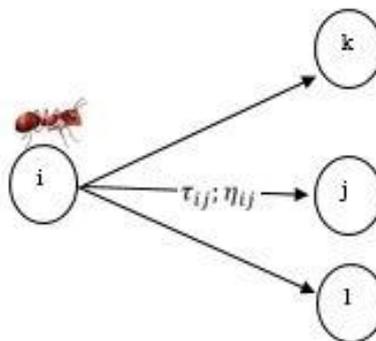
ACO es una metaheurística utilizada para solucionar problemas de optimización mediante la utilización de agentes computacionales, el cual utiliza hormigas artificiales, con el fin de construir rutas invisibles marcadas por sustancias químicas llamadas feromonas para unir dos o más nodos (Vidal, 2013).

La metaheurística ACO puede ser utilizado para resolver problemas de alto nivel de complejidad de problemas estáticos o dinámicos de optimización combinatoria (Revuelta Martínez, 2015, p. 63).

3.9 Aplicación del algoritmo ACO en el Problema del TSP

El objetivo del algoritmo de colonia de hormigas aplicado al problema del agente viajero es encontrar la ruta de menor costo a través de los arcos que unen los nodos (i, j), recorriendo una sola vez cada punto (Dorigo & Stützle, 2004).

Figura 3-1: Movimiento de la hormiga por la ruta más óptima



Fuente: (Dorigo & Stützle, 2004, p. 67)

En la figura 3-1 se puede observar distintas rutas óptima escogida a través de la cantidad de feromona τ_{ij} y la cantidad de heurística η_{ij} por donde podrá circular el camión recolector con el fin de visitar cada uno de los nodos, con la condición de comenzar y terminar el recorrido en el mismo nodo.

El TSP está en uno de los problemas NP-Hard, por lo que se han realizado diferentes algoritmos para su solución, pero uno de los que más se lo acopla es los algoritmos por colonia de hormigas su solución no es la más factible, pero alcanzara una muy buena (Ponce & Padilla, 2014, p. 78).

3.10 Análisis del ACO.

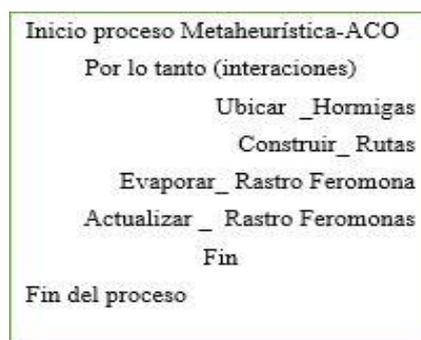
Los elementos basados en el algoritmo ACO son: el grafo que sirve para identificar los contenedores a visitar asumiendo que estos se encuentran totalmente conectados entre sí, y una cantidad m camiones que son un conjunto de agentes artificiales donde cada una guarda la información de sus desplazamientos, de los contenedores visitados y cuales faltan por visitar. En este procedimiento las distancias se van calculando de acuerdo a los nuevos contenedores que se van visitando, estos son los elementos principales en un algoritmo ACO (Ponce & Padilla, 2014, p. 78).

A continuación, se detalla cada uno de los pasos para la solución del algoritmo de colonia de hormigas, las que se repiten durante un determinado número de interacciones o periodos de tiempo:

- Colocación de hormigas en los puntos del grafo
- Construcción de rutas por las hormigas
- Análisis del costo de cada ruta
- Evaporación del rastro de Feromonas
- Actualización del rastro de Feromona

El pseudocódigo definido del proceso de la metaheurística de la Optimización de Colonia de Hormigas, lleva el mando de las funciones esenciales hasta que acabe la realización de un alto número iteraciones (Dorigo & Stützle, 2004).

Tabla 3-3: *Pseudocódigo: estructura general.*



Fuente: (Ponce & Padilla, 2014, p. 79)

3.10.1 Distribución de las hormigas en el Grafo.

El modelo ACO inicia con la ubicación de las hormigas a cada uno de los contenedores o puntos del grafo. Si la cantidad de contenedores es superior al número de hormigas la distribución puede ser de manera aleatoria, con el fin de establecer la mejor colocación de hormigas al proceso. Sin embargo se recomienda que el número de hormigas sea igual al número de contenedores o puntos en el grafo con la finalidad de obtener mejores resultados (Dorigo & Stützle, 2004, p. 70)

3.10.2 Construcción de la Ruta óptima

Colonia de Hormigas construye recorridos para el Problema del Agente Viajero. Al inicio del proceso las hormigas se las colocan en puntos seleccionados al azar. En cada paso de la construcción la hormiga K aplica una probabilidad regla de elección de acción llamada regla de proporción aleatoria para moverse de un punto i a un punto j (Dorigo & Stützle, 2004, p. 70).

Según Aitana Vidal (2013, p. 59) la probabilidad de elección de una hormiga k viene dada por la siguiente formula:

$$P_{ij}^K = \frac{(\tau_{ij})^\alpha \cdot (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{l \in N_i^k} (\tau_{il})^\alpha \cdot (\eta_{il})^\beta}, \text{ Si } j \in N_i^k$$

Donde:

N_i^k Son los puntos alcanzables por las hormigas k desde el punto i .

τ_{ij} Representa el rastro de feromona entre los puntos i y j .

η_{ij} Representa el valor de la función heurística elegida

Los recorridos realizados por las m hormigas k son almacenadas para no repetir visitas al mismo punto.

Otros parámetros que utiliza son alfa y beta que indican el nivel de importancia el primero indica la intensidad de rastro de feromona y beta indica la información heurística.

Si $\alpha = 0$ significa que los nodos más próximos o de menor longitud serán seleccionados y si $\beta = 0$ significa que los nodos con mayor concentración de feromona serán los seleccionados (Ponce & Padilla, 2014, p. 80).

3.10.3 Evaporación de feromona en el método.

Una vez que las hormigas construyen todas las rutas, el método de optimización realiza un par de operaciones donde varía la cantidad de feromona en cada una de las rutas. La primera operación consiste en bajar las cantidades de feromona en las rutas por un factor constante, a esto se lo conoce como evaporación, lo que ayuda a mejorar la construcción de rutas (Dorigo & Stützle, 2004).

Marco Dorigo & Stützle (2004, p. 72) establece la siguiente fórmula para la evaporación de feromona:

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \tau_{ij}, \quad \forall (i, j) \in L,$$

Donde ρ , con $0 < \rho < 1$, es la constancia del rastro de feromona, de modo que $(1 - \rho)$ simboliza la evaporación. El parámetro ρ se lo utiliza para evitar la aglomeración de feromona y proporcionar que el algoritmo olvide las malas decisiones tomadas previamente. $\Delta \tau_{ij}^k$ es la cantidad de feromona que la hormiga k pone en la combinación (i, j) ; viene dada por:

$$\Delta \tau_{ij} = \begin{cases} \frac{Q}{J_{\phi}^k} & \text{si el elemento } i \text{ es asignado a la ubicación } j \text{ en la solución de la hormiga } K \\ 0 & \text{en otro caso de solución} \end{cases}$$

3.10.4 Actualización de feromona.

Una vez disminuido los porcentajes de feromona en las rutas no utilizados, se procede a elevar los porcentajes de feromona en las rutas que las hormigas dieron un buen resultado desde su colonia a la fuente de alimento, con la finalidad de incrementar las probabilidades de que esas rutas sean utilizadas por otras hormigas artificiales y aumenten el rastro de feromona (Ponce & Padilla, 2014, p. 82).

Según Ponce & Padilla la fórmula viene dada por:

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} + \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}, \quad \forall (i, j) \in L,$$

Donde $\Delta \tau_{ij}^k$ es la elevación de la cantidad de feromona que se va aplicar en las rutas utilizadas en los recorridos de las hormigas, y viene definido así:

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} 1/L^k & \text{si } (i,j) \text{ pertenecen a } T^k \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

Aquí se establece los porcentajes de feromona que se va agregar a las rutas, donde L^k es la distancia de la ruta T^k recorrida por la hormiga. Haciendo que el recorrido de feromona sea proporcional a la longitud del recorrido. Teniendo en cuenta que para las rutas cortas el aumento de cantidad de feromona es mayor que para las rutas largas (Dorigo & Stützle, 2004, p. 72).

Un nuevo periodo inicia y se repite el proceso. Casi todas las hormigas seguirán el mismo viaje en cada periodo y convergerá la solución. Se compra la mejor solución en el último periodo para la solución final (Dorigo & Stützle, 2004).

Aplicación a un ejemplo de referencia

Dada la eficiencia del algoritmo de las hormigas para problemas de rutas, presentaremos un ejemplo sencillo de dicho algoritmo aplicado al TSP. Consideremos una población de cuatro hormigas y cuatro ciudades ($m = n = 4$), cada una de las hormigas partiendo de una ciudad distinta.

A continuación, definimos la matriz de distancias D y su correspondiente heurística η (inversa, termino a término, de cada d_{ij} , $\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$)

$$D = \begin{pmatrix} \infty & 1 & 4 & \sqrt{3} \\ 1 & \infty & 2 & 4 \\ 4 & 2 & \infty & \pi \\ \sqrt{3} & 4 & \pi & \infty \end{pmatrix} \quad \eta = \begin{pmatrix} - & 1 & 0.25 & 0.577 \\ 1 & - & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & - & 0.318 \\ 0.577 & 0.25 & 0.318 & - \end{pmatrix}$$

El objetivo es minimizar el camino recorrido por cada hormiga visitando todos los destinos una sola vez.

Iniciando con feromona $T_0 = 10$ iniciamos la resolución del problema:

Iteración 1

Hormiga 1

Consideramos la primera hormiga partiendo de la ciudad 1 la probabilidad de transición para la primera hormiga se calcula de la siguiente forma.

$$P_1(1,2) = \frac{10 \times 1}{(10 \times 1) + (10 \times 0.25) + (10 \times 0.577)} = \frac{1}{1.827} = 0.547$$

$$P_1(1,3) = \frac{10 \times 0.25}{(10 \times 1) + (10 \times 0.25) + (10 \times 0.577)} = \frac{0.25}{1.827} = 0.136$$

$$P_1(1,4) = \frac{10 \times 0.577}{(10 \times 1) + (10 \times 0.25) + (10 \times 0.577)} = \frac{0.577}{1.827} = 0.315$$

$$P_1(2,3) = \frac{10 \times 0.5}{(10 \times 0.5) + (10 \times 0.25)} = \frac{0.5}{1.827} = 0.666$$

$$P_1(2,4) = \frac{10 \times 0.25}{(10 \times 0.5) + (10 \times 0.25)} = \frac{1}{1.827} = 0.333$$

A continuación, mostramos una tabla con las probabilidades de transición y las soluciones:

	Probabilidad de transición				Solución
	1	2	3	4	
1	-	0.547	0.136	0.315	(1,2,-)
2	-	-	0.666	0.333	(1,2,3,-)
4	-	-	1	-	(1,2,3,4)

Por lo tanto, el camino recorrido por la primera hormiga es (1,2,4,3), cuyo coste asociado (distancia recorrida) es el siguiente:

$$C(S_1) = d_{12} + d_{24} + d_{43} + d_{31} = 1 + 4 + \pi + 4 = 12.14$$

$$\Delta T_{13}^1 = \frac{1}{12.14} = 0.082$$

Por lo que la aportación de feromona de esta hormiga en el camino (1,2,4,3), ΔT_{13}^1 para que la siguiente iteración sea:

$$\Delta T_{13}^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0.082 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.082 \\ 0.082 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.082 & 0 \end{pmatrix}.$$

Hormiga 2

Consideráremos la segunda hormiga partiendo de la ciudad 2. Análogamente a la primera hormiga, las probabilidades de transición para la segunda hormiga son las siguientes:

$$P_2(2,1) = \frac{10 \times 1}{(10 \times 1) + (10 \times 0.5) + (10 \times 0.25)} = \frac{1}{1.75} = 0.571$$

$$P_2(2,3) = \frac{10 \times 0.5}{(10 \times 1) + (10 \times 0.5) + (10 \times 0.25)} = \frac{0.5}{1.75} = 0.285$$

$$P_2(2,4) = \frac{10 \times 0.25}{(10 \times 1) + (10 \times 0.5) + (10 \times 0.25)} = \frac{0.25}{1.75} = 0.142$$

$$P_2(1,3) = \frac{10 \times 0.25}{(10 \times 0.25) + (10 \times 0.577)} = \frac{0.25}{0.827} = 0.302$$

$$P_2(1,4) = \frac{10 \times 0.577}{(10 \times 0.25) + (10 \times 0.577)} = \frac{0.577}{0.827} = 0.697$$

A continuación, mostramos una tabla con las probabilidades de transición y las soluciones:

Por lo tanto, el camino recorrido por la segunda hormiga es (2, 1, 3, 4), cuyo coste asociado (distancia recorrida) es el siguiente:

	Probabilidad de transición				Solución
	1	2	3	4	
2	0.571	-	0.285	0.142	(2,1,-)
1	-	-	0.302	0.697	(2,1,4,-)
3	-	-	-	1	(2,1,4,3)

$$C(S_2) = d_{21} + d_{13} + d_{34} + d_{42} = 1 + 4 + \pi + 4 = 12.14$$

$$\Delta T_{24}^2 = \frac{1}{12.14} = 0.082$$

La aportación de feromona de esta hormiga en recorrido (2,1,3,4), ΔT_{24}^1 , para la siguiente iteración es:

$$\Delta T_{24}^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0,082 & 0 \\ 0,082 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,082 \\ 0 & 0,082 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Hormiga 3

Consideraremos la tercera hormiga partiendo de la ciudad 3. Probabilidades de transición para la tercera hormiga:

$$P_3(3,1) = \frac{10 \times 0.25}{(10 \times 0.25) + (10 \times 0.5) + (10 \times 0.318)} = \frac{0.25}{1.068} = 0.234$$

$$P_3(3,2) = \frac{10 \times 0.5}{(10 \times 0.25) + (10 \times 0.5) + (10 \times 0.318)} = \frac{0.5}{1.068} = 0.568$$

$$P_3(3,4) = \frac{10 \times 0.318}{(10 \times 0.25) + (10 \times 0.5) + (10 \times 0.318)} = \frac{0.318}{1.068} = 0.297$$

$$P_3(2,1) = \frac{10 \times 1}{(10 \times 1) + (10 \times 0.25)} = \frac{1}{1.25} = 0.8$$

$$P_3(2,4) = \frac{10 \times 0.577}{(10 \times 0.25) + (10 \times 0.577)} = \frac{0.25}{1.25} = 0.2$$

A continuación, se muestra un atabla con las probabilidades de transición y las soluciones.

	Probabilidad de transición				Solucion
	1	2	3	4	
3	0.234	0.468	-	0.297	(3,2,-)
2	0.800	-	-	0.200	(3,2,1,-)
1	-	-	-	1	(3,2,1,4)

Por lo tanto, el camino recorrido por la tercera hormiga es (3, 2, 1, 4), cuyo coste asociado (distancia recorrida) es el siguiente:

$$C(S_3) = d_{32} + d_{21} + d_{14} + d_{43} = 2 + 1 + \sqrt{3} + \pi = 7.84$$

$$\Delta T_{34}^3 = \frac{1}{7.84} = 0.127$$

La aportación de feromona de esta hormiga en recorrido (2,1,3,4), ΔT_{34}^3 , para la siguiente iteración es:

$$\Delta T_{34}^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.127 \\ 0.127 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.127 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.127 & 0 \end{pmatrix}$$

Hormiga 4

Consideraremos la tercera hormiga partiendo de la ciudad 4. Probabilidades de transición para la tercera hormiga:

$$P_4(4,1) = \frac{10 \times 0.577}{(10 \times 0.577) + (10 \times 0.25) + (10 \times 0.318)} = \frac{0.577}{1.145} = 0.503$$

$$P_4(4,2) = \frac{10 \times 0.25}{(10 \times 0.577) + (10 \times 0.25) + (10 \times 0.318)} = \frac{0.25}{1.145} = 0.218$$

$$P_4(4,3) = \frac{10 \times 0.318}{(10 \times 0.577) + (10 \times 0.25) + (10 \times 0.318)} = \frac{0.318}{1.145} = 0.277$$

$$P_4(2,1) = \frac{10 \times 1}{(10 \times 1) + (10 \times 0.5)} = \frac{1}{1.25} = 0.666$$

$$P_4(2,3) = \frac{10 \times 0.5}{(10 \times 1) + (10 \times 0.5)} = \frac{0.25}{1.25} = 0.333$$

A continuación, se muestra un atabla con las probabilidades de transición y las soluciones.

	Probabilidad de transición				Solucion
	1	2	3	4	
4	0.503	0.218	0.277	-	(4,2,-)
2	0.666	-	0.333	-	(4,2,1,-)
1	-	-	1	-	(4,2,1,3)

Por lo tanto, el camino recorrido por la cuarta hormiga es (4, 2, 1, 3), cuyo coste asociado (distancia recorrida) es el siguiente:

$$C(S_4) = d_{42} + d_{21} + d_{13} + d_{34} = 4 + 1 + 4 + \pi = 12.14$$

$$\Delta T_{43}^4 = \frac{1}{12.14} = 0.082$$

La aportación de feromona de esta hormiga en recorrido ΔT_{43}^4 , para la siguiente iteración es:

$$\Delta T_{43}^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0,082 & 0 \\ 0,082 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,082 \\ 0 & 0,082 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Agrupando las soluciones en una tabla, vemos que la mejor solución encontrada hasta el momento es el camino (3, 2, 1, 4)

Hormiga	C(S _k)	Solucion
1	12.14	(1,2,4,3)
2	12.14	(2,1,3,4)
3	7.87	(3,2,1,4)
4	12.14	(4,2,1,3)

Una vez acabada la iteración actualizamos la feromona y procedemos con la siguiente iteración.

Actualización de la feromona:

$$r_{rs_nuevo} = (1 - \rho) \cdot r_{rs_viejo} + \Delta r_{rs}^k, \forall r_{rs} \in S_k$$

Tomando el factor evaporación, ρ , igual a = 0.2 tenemos:

$$T_{rs}^2 = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 & 10 \end{pmatrix} \times 1 + \begin{pmatrix} 0 & 0,082 & 0,164 & 0,127 \\ 0,291 & 0 & 0 & 0,082 \\ 0,082 & 0,127 & 0 & 0,164 \\ 0 & 0,164 & 0,209 & 0 \end{pmatrix}$$

Por lo que la nueva feromona T_{rs}^2 es:

$$\Delta T_{43}^4 = \begin{pmatrix} 8 & 8,082 & 8,164 & 8,127 \\ 8,291 & 8 & 8 & 0,082 \\ 8,082 & 8,127 & 8 & 8,164 \\ 8 & 8,164 & 8,209 & 8 \end{pmatrix}$$

Iteración 2:

Hormiga 1

Análogamente a la iteración 1, consideramos la primera hormiga partiendo de la ciudad 1, la segunda partiendo de la ciudad 2, la tercera de la ciudad 3 y la cuarta de la ciudad 4. Entonces las probabilidades de transición son las siguientes:

$$P_1(1,2) = \frac{8.082 \times 1}{(8.082 \times 1) + (8.164 \times 0.25) + (8.127 \times 0.577)} = \frac{8.082}{14.85} = 0.545$$

$$P_1(1,3) = \frac{8.164 \times 0.25}{(8.082 \times 1) + (8.164 \times 0.25) + (8.127 \times 0.577)} = 0.137$$

$$P_1(1,4) = \frac{8.127 \times 0.577}{(8.082 \times 1) + (8.164 \times 0.25) + (8.127 \times 0.577)} = 0.316$$

$$P_1(2,3) = \frac{8 \times 0.5}{(8 \times 0.5) + (8.082 \times 0.25)} = \frac{4}{6.02} = 0.664$$

$$P_1(2,4) = \frac{8.082 \times 0.25}{(8 \times 0.5) + (8.082 \times 0.25)} = 0.335$$

A continuación, mostramos una tabla con las probabilidades de transición y las soluciones:

	Probabilidad de transición				Solucion
	1	2	3	4	
1	-	0.545	0.137	0.318	(1,2,-)
2	-	-	0.664	0.335	(1,2,3,-)
4	-	-	-	-	(1,2,3,4)

Por lo tanto, el camino recorrido por la primera hormiga es (1,2,4,3), cuyo coste asociado (distancia recorrida) es el siguiente:

$$C(S_1) = d_{12} + d_{23} + d_{34} + d_{41} = 1 + 2 + \pi + \sqrt{3} = 7.87$$

Hormiga 2

Consideramos la segunda hormiga partiendo de la ciudad 2. Análogamente se obtiene la siguiente tabla con las probabilidades de transición y solución para la segunda hormiga:

	Probabilidad de transición				Solución
	1	2	3	4	
1	0.579	-	0.279	0.141	(2,3,-)
2	0.476	-	-	0.563	(2,3,4,-)
4	1	-	-	-	(2,3,4,1)

Por lo tanto, el camino recorrido por la segunda hormiga es (2, 3, 4, 1), cuyo coste asociado (distancia recorrida) es el siguiente:

$$C(S_2) = d_{23} + d_{34} + d_{41} + d_{41} = 2 + \pi + \sqrt{3} + 1 = 7.87$$

Hormiga 3

Consideramos la tercera hormiga partiendo de la ciudad 3. Análogamente se obtiene la siguiente tabla con las probabilidades de transición y solución para la tercera hormiga:

	Probabilidad de transición				Solución
	1	2	3	4	
3	0.230	0.468	-	0.290	(3,1,-)
1	-	0.630	-	0.367	(3,1,2,-)
2	-	-	-	1	(3,1,2,4)

Por lo tanto, el camino recorrido por la tercera hormiga es (3, 1, 2, 4), cuyo coste asociado (distancia recorrida) es el siguiente:

$$C(S_3) = d_{31} + d_{12} + d_{24} + d_{43} = 4 + 1 + 4 + \pi = 12.14$$

Hormiga 4

Consideramos la cuarta hormiga partiendo de la ciudad 4. Análogamente se obtiene la siguiente tabla con las probabilidades de transición y solución para la cuarta hormiga:

	Probabilidad de transición				Solución
	1	2	3	4	
3	0.498	0.220	0.281	-	(3,1,-)
1	-	0.798	0.201	-	(3,1,2,-)
2	-	-	1	-	(3,1,2,4)

Por lo tanto, el camino recorrido por la cuarta hormiga es (4, 1, 2, 3), cuyo coste asociado (distancia recorrida) es el siguiente:

$$C(S_4) = d_{41} + d_{12} + d_{23} + d_{34} = \sqrt{3} + 1 + 2 + \pi = 7.87$$

Agrupando las soluciones en una tabla, vemos que la mejor solución encontrada hasta el momento es el camino (1, 2, 3, 4)

Hormiga	$C(S_k)$	Solución
1	7.87	(1,2,3,4)
2	7.87	(2,3,4,1)
3	12.14	(3,1,2,4)
4	7.87	(4,1,2,3)

Por lo tanto, en dos iteraciones hemos llegado a la solución óptima: (1, 2, 3,4), cuyo coste asociado es 7.87.

CAPÍTULO IV

4 PROPUESTA

4.1 Análisis de la situación actual.

La empresa pública municipal GIDSA presta el servicio de recolección de desechos sólidos a 182,663 habitantes con una flota de 26 vehículos recolectores para abastecer el servicio a 28 zonas rurales y urbanas del Cantón Ambato (ver anexo 1) (Arteaga, 2016, pp. 1-2).

Las zonas urbanas 18(A), 19(B), 24(H), 25(C) y 26(G) rutas ya establecidas y a las que se enfoca la investigación, cumplen con un proceso de recolección mediante la utilización de 5 camiones de carga lateral.

4.2 Idea general del problema

El alto índice de crecimiento de la poblacional en el Ecuador conlleva al aumento en el consumo de productos por los hogares, generando grandes cantidades de desechos sólidos las cuales deben ser recogidas en forma periódica por empresas o por los mismos gobiernos locales que se encargan del proceso de recolección.

La investigación se centra en Ambato una de las ciudades más grandes e importante del Ecuador con 38 industrias y 168 establecimientos hospitalarios (Arteaga, 2016, pp. 1-2), las cuales generan una elevada cantidad de desechos sólidos.

Por el crecimiento desordenado de la ciudad se genera grandes distancias en el proceso de recolección realizada por la Empresa GIDSA, dando un total por las 5 rutas urbanas de 153,45 km de recorrido diario el cual brinda el servicio a 363 contenedores y se levanta un total de 63,68 toneladas totales de desechos sólidos detalladas en la tabla 4-1.

Tabla 4-1: Producción estimada por ruta.

RUTA	Tipo de camión	Capacidad del camión	Producción de desechos (toneladas)	Número de viajes	# de contenedores	Capacidad del contenedor kg
A(18)	Carga lateral	12 toneladas	17	2	96	450
B(19)	Carga lateral	12 toneladas	18	2	96	450
C(25)	Carga lateral	12 toneladas	8,86	1	58	450
G(26)	Carga lateral	12 toneladas	10,52	1	71	450
H(24)	Carga lateral	12 toneladas	9,3	1	42	450

Fuente: Autores

4.2.1 *Rutas actuales de las zonas urbanas del Cantón Ambato*

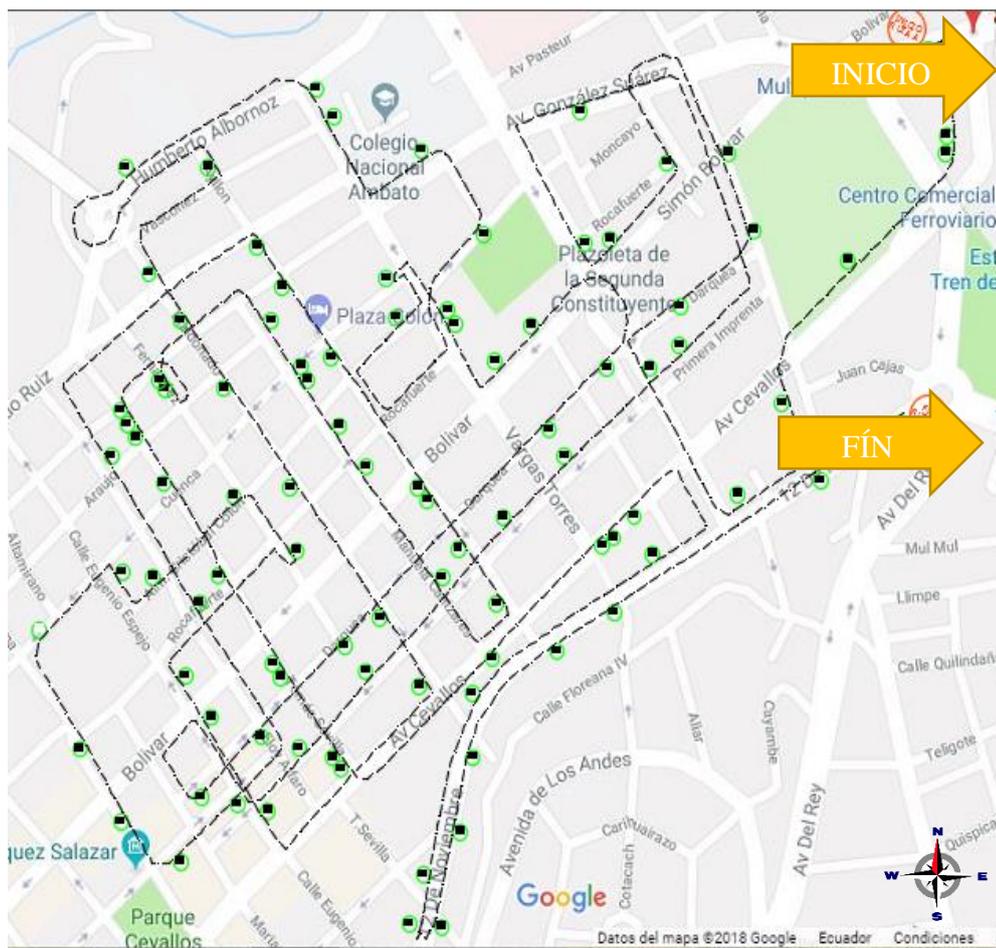
La ruta A cuenta con una población estimada de 7.000 habitantes y se genera un aproximado de 17 toneladas de desechos sólidos al día, contando con un sistema de recolección diaria de lunes a domingo en horas de la madrugada y su recorrido está establecido de la siguiente forma.

(Primer viaje) Av. Colombia-Bolivia-el Salvador-12 de noviembre-Unidad Nacional-Gonzales Suarez- Abdón Calderón-Primera Imprenta-Darquea-5 de junio.

(Segundo viaje) Plazas Colon-Primero de Mayo-calles Ayllon-Manuela Cañizares Maldonado-Fernández-tomas Sevilla-Eloy Alfaro-Espejo-Cevallos.

En la figura 4-1: Se puede observar el recorrido de la ruta actual A que pasa por cada uno de los puntos de recolección.

Figura 4-1 Plano de recorrido actual de la ruta A



Fuente: Autores

Del plano se obtuvo las distancias en metros existentes entre contenedor y contenedor detalladas en la tabla 4.1.

Tabla 4-2: Distancias entre contenedores de la ruta A actual

ACTUAL RUTA 18 (A)			
Nodo	Distancia en (metros)	Nodo	Distancia en (metros)
ORIGEN	0	49	83
1	10000	50	125
2	122	51	125
3	20	52	93
4	165	53	93
5	172	54	99
6	159	55	265
7	218	56	187
8	112	57	394
9	106	58	55
10	85	59	99
11	268	60	175
12	131	61	23
13	67	62	64
14	242	63	77
15	471	64	157
16	182	65	146
17	94	66	55
18	232	67	66
19	111	68	23
20	333	69	63
21	94	70	174
22	131	71	23
23	328	72	137
24	94	73	21
25	196	74	23
26	62	75	57
27	105	76	121
28	20	77	115
29	88	78	22
30	97	79	102
31	379	80	32
32	112	81	217
33	176	82	171
34	35	83	20
35	236	84	38
36	352	85	233
37	174	86	255
38	60	87	199
39	82	88	292
40	130	89	82
41	170	90	105
42	86	91	83
43	317	92	164
44	119	93	80
45	50	94	267
46	250	95	50
47	102	96	67
48	133	0	10000
		TOTAL (m)	33085

Fuente: Autores

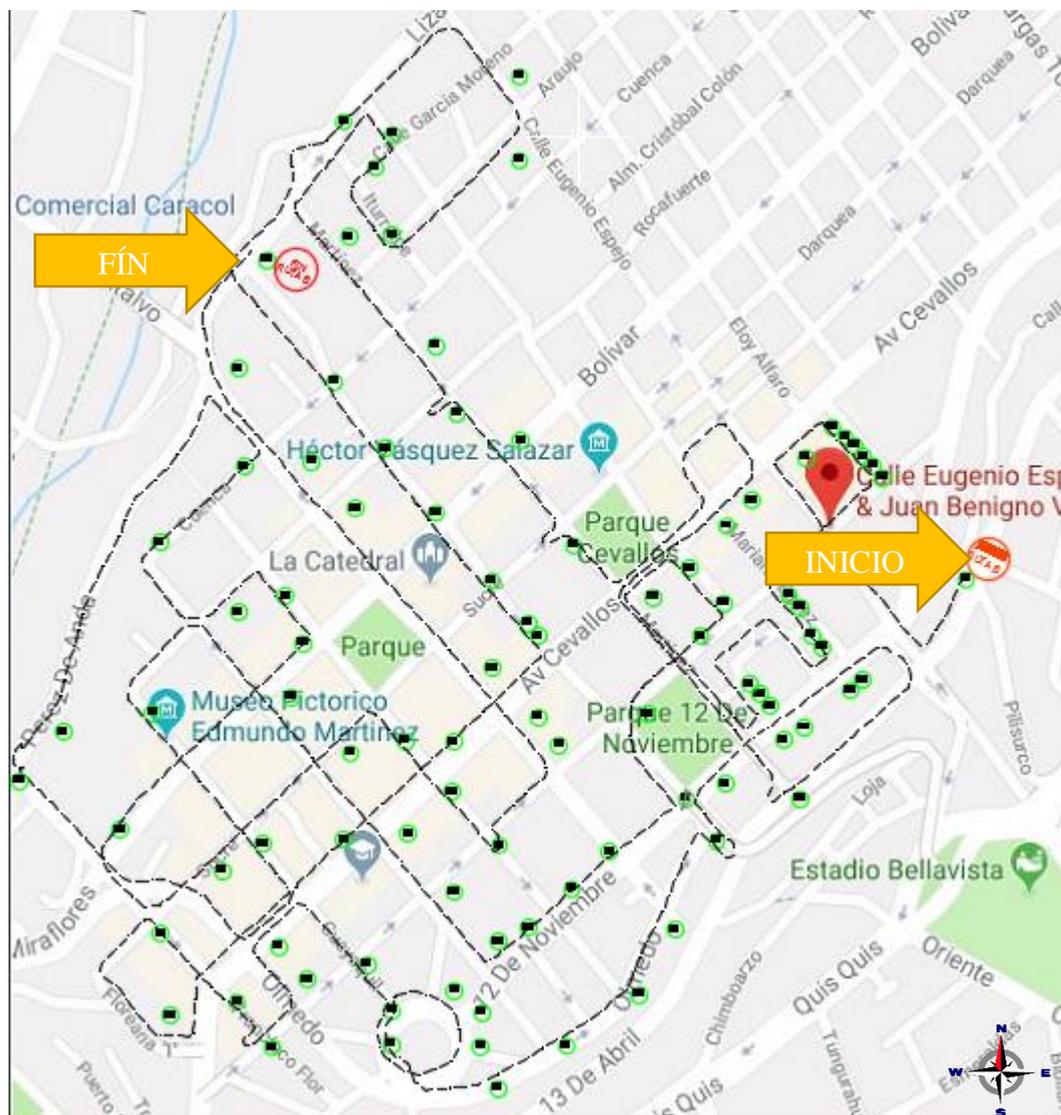
NOTA: La tabla 4-1 detalla las distancias en metros de contenedor en contenedor así se puede observar que del nodo 1 al 2 existe 122m del 2 al 3 existe 20m y así sucesivamente.

La ruta B cuenta con una población estimada de 6.500 habitantes y se genera un aproximado de 18 toneladas de desechos sólidos al día, contando con un sistema de recolección diaria de lunes a domingo en horas de la madrugada y su recorrido está establecido de la siguiente forma.

Por las calles Pérez de Anda-Lizardo Ruiz-Eloy Alfaro-Cevallos-Tomas Sevilla-12 de Noviembre-Mera-Olmedo-Floreana-Juan B. Vela-Yahuirá.

En la figura 4-2: Se puede observar el recorrido de la ruta actual B que pasa por cada uno de los puntos de recolección.

Figura 4-2: Plano de recorrido actual de la ruta B



Fuente: Autores

Del plano se obtuvo las distancias en metros existentes entre contenedor y contenedor detalladas en la tabla 4.2

Tabla 4-3: Distancias entre nodos de la ruta B actual

ACTUAL RUTA 19(B)			
Nodo	Distancia en (metros)	Nodo	Distancia en (metros)
ORIGEN	0	146	105
98	10000	147	161
99	210	148	74
100	19	149	29
101	137	150	63
102	74	151	19
103	30	152	322
104	19	153	392
105	19	154	35
106	19	155	457
107	19	156	121
108	162	157	89
109	19	158	82
110	115	159	141
111	19	160	216
112	129	161	74
113	19	162	74
114	19	163	142
115	198	164	96
116	83	165	247
117	50	166	350
118	70	167	84
119	92	168	85
120	143	169	83
121	95	170	55
122	60	171	19
123	55	172	181
124	65	173	154
125	67	174	523
126	71	175	114
127	186	176	545
128	250	177	113
129	180	178	99
130	327	179	99
131	137	180	91
132	138	181	267
133	77	182	149
134	73	183	180
135	40	184	108
136	193	185	73
137	72	186	77
138	29	187	122
139	83	188	32
140	29	189	62
141	27	190	219
142	209	191	65
143	76	192	122
144	88	193	149
145	71	ORIGEN	10000
		TOTAL (m)	31521

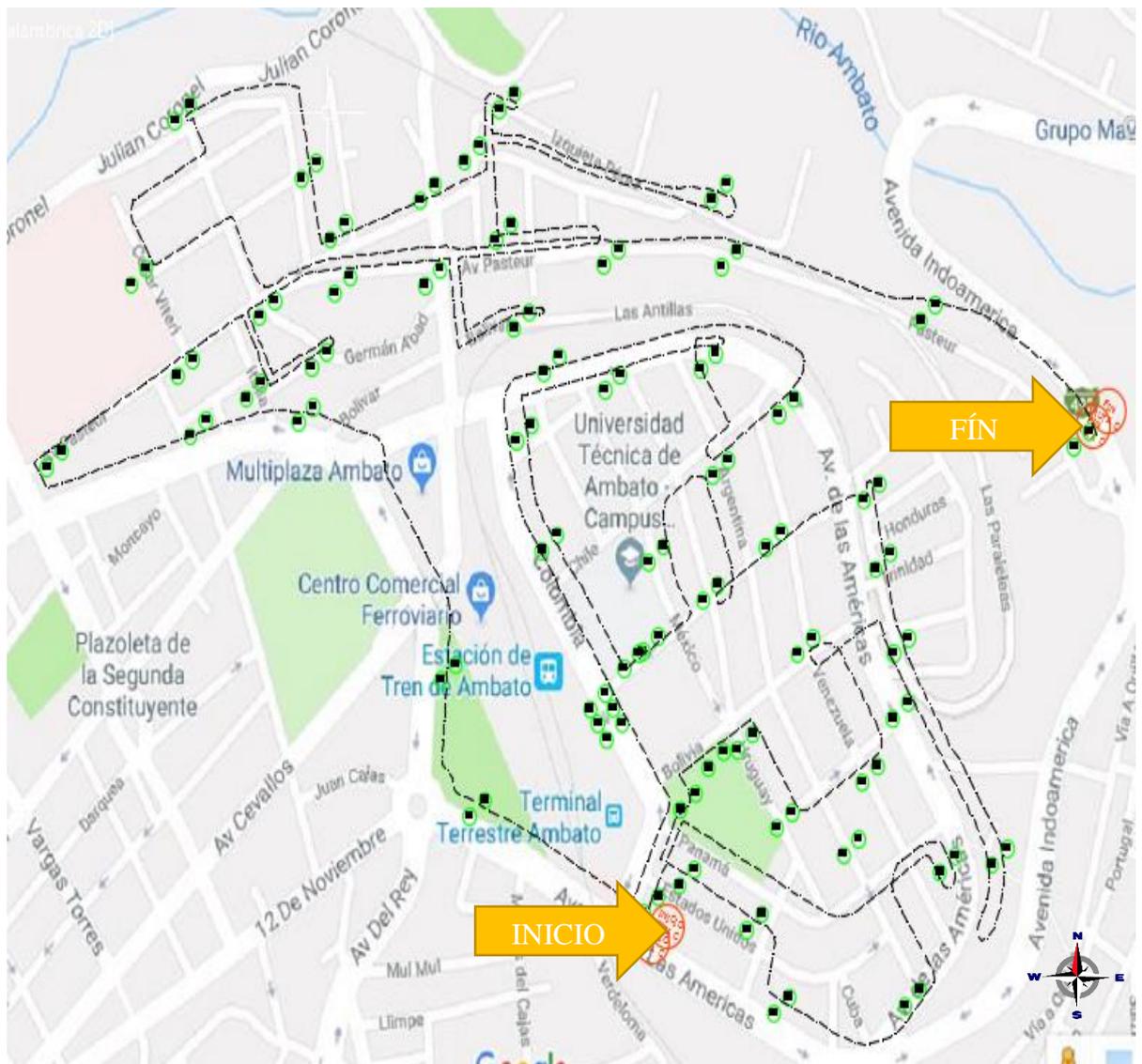
Fuente: Autores

Actualmente la ruta C cuenta con una población aproximada de 7.768 habitantes y se genera un aproximado de 8.86 toneladas de desechos sólidos al día, contando con un sistema de recolección diaria de lunes a domingo en horas de la madrugada y su recorrido está establecido de la siguiente forma.

Ruta C (25) comprende las calles Rómulo López-Rodrigo Pachano-Camino Vecinal-Indoamericana-Av. De Las Américas Gonzales Suarez-Unidad Nacional.

En la figura 4-4: Se puede observar el recorrido de la ruta actual C que pasa por cada uno de los puntos de recolección.

Figura 4-3: Plano de recorrido actual de la ruta C



Fuente: Autores

Del plano se obtuvo las distancias en metros existentes entre contenedor y contenedor detalladas en la tabla 4.3

Tabla 4-4: Distancias entre nodos de la ruta C actual

ACTUAL RUTA 25(C)			
Nodo	Distancia en (metros)	Nodo	Distancia en (metros)
ORIGEN	0	225	353
196	10000	226	411
197	504	227	17
198	155	228	17
199	190	229	438
200	205	230	179
201	115	231	333
202	92	232	132
203	122	233	293
204	89	234	191
205	66	235	157
206	91	236	78
207	114	237	196
208	149	238	107
209	295	239	116
210	379	240	194
211	246	241	501
212	87	242	465
213	72	243	389
214	131	244	61
215	97	245	92
216	257	246	119
217	130	247	122
218	30	248	213
219	187	249	243
220	116	250	660
221	170	251	150
222	115	252	262
223	213	253	248
224	94	0	10000
		TOTAL (m)	31248

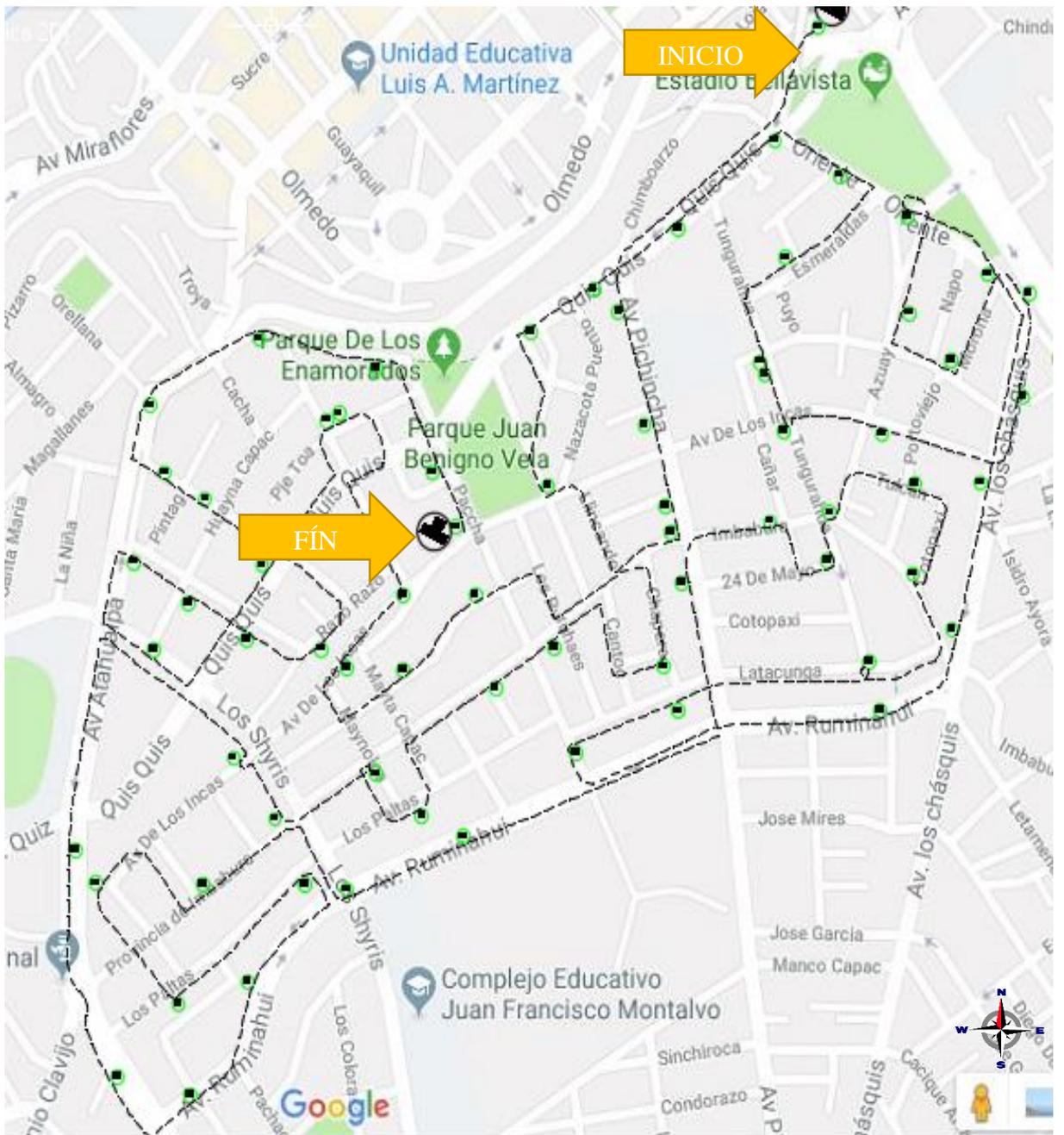
Fuente: Autores

Actualmente la ruta G cuenta con una población aproximada de 4.787 habitantes y se genera un aproximado de 10.52 toneladas de desechos sólidos al día, contando con un sistema de recolección diaria de lunes a domingo en horas de la madrugada y su recorrido está establecido de la siguiente forma.

Ruta G (26) comprende la Av. Atahualpa-Trece De Abril-Tupac Yupanqui-Paccha-Av. Rumiñahui.

En la figura 4-5: Se puede observar el recorrido de la ruta actual G que pasa por cada uno de los puntos de recolección.

Figura 4-4 Plano de recorrido actual de la ruta G



Fuente: Autores

Del plano se obtuvo las distancias en metros existentes entre contenedor y contenedor detalladas en la tabla 4.4, también se puede observar la distancia total de la ruta G que es de 28540 metros.

Tabla 4-5: Distancias entre nodos de la ruta G actual

ACTUAL RUTA 26 (G)			
Nodo	Distancia en (metros)	Nodo	Distancia en (metros)
ORIGEN	0	486	240
450	8000	487	203
451	464	488	144
452	138	489	218
453	98	490	205
454	33	491	161
455	265	492	165
456	200	493	103
457	98	494	184
458	130	495	522
459	162	496	87
460	105	497	118
461	204	498	110
462	143	499	213
463	17	500	89
464	67	501	227
465	146	502	399
466	240	503	118
467	122	504	182
468	177	505	111
469	139	506	90
470	142	507	212
471	137	508	15
472	275	509	200
473	175	510	440
474	148	511	85
475	620	512	86
476	267	513	91
477	267	514	269
478	223	515	59
479	144	516	112
480	133	517	161
481	54	518	158
482	142	519	168
483	148	520	69
484	540	0	8000
485	163	TOTAL (m)	28540

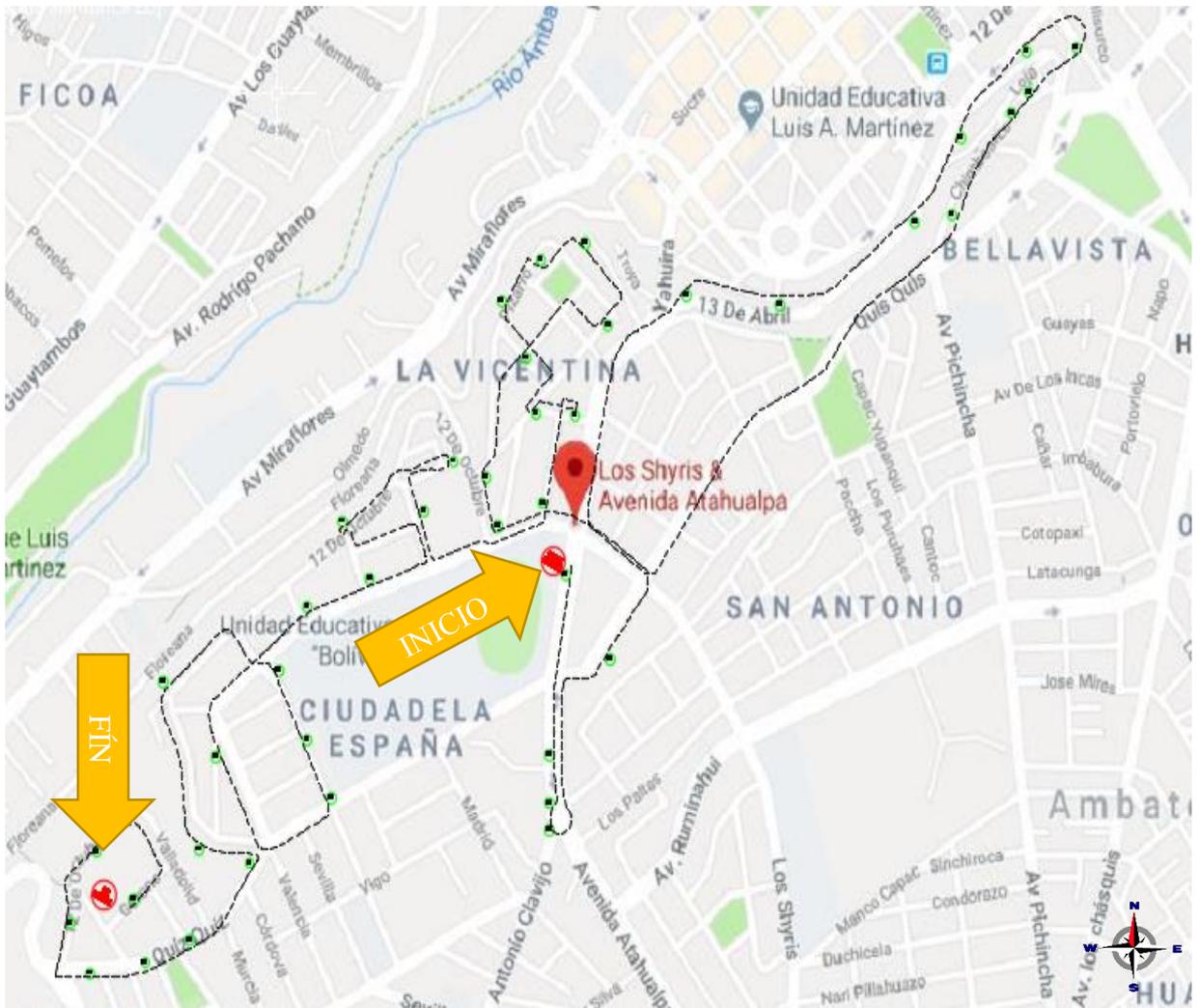
Fuente: Autores

Actualmente la ruta H cuenta con una población aproximada de 8.905 habitantes y se genera un aproximado de 9.3 toneladas de desechos sólidos al día, contando con un sistema de recolección diaria de lunes a domingo en horas de la madrugada y su recorrido está establecido de la siguiente forma.

Ruta H (24) comprende La Floreana-Yahuira-José Olmedo-Quis Quis-Manuelita Sáenz.

En la figura 4-6: Se puede observar el recorrido de la ruta actual H que pasa por cada uno de los puntos de recolección.

Figura 4-5: Plano de recorrido actual de la ruta H



Fuente: Autores

Del plano se obtuvo las distancias en metros existentes entre contenedor y contenedor detalladas en la tabla 4.5, también se puede observar la distancia total de la ruta H es de 29051 metros.

Tabla 4-6: Distancias entre nodos de la ruta H actual

ACTUAL RUTA 24 (H)			
NODOS	Distancia en (metros)	NODOS	Distancia en (metros)
ORIGEN	0	542	224
521	10000	543	94
522	283	544	210
523	76	545	304
524	45	546	150
525	372	547	230
526	721	548	350
527	180	549	128
528	288	550	328
529	160	551	340
530	182	552	108
531	175	553	124
532	112	554	274
533	49	555	285
534	212	556	125
535	1105	557	172
536	95	558	93
537	215	559	110
538	200	560	145
539	161	561	149
540	112	562	265
541	100	0	10000
TOTAL (m)			29051

Fuente: Autores

4.3 Propuesta de optimización del proceso de recolección.

La investigación se centra en la búsqueda de rutas óptimas de la zona urbana de la ciudad de Ambato (Ruta 18, 19, 24, 25 y 26), con la finalidad de reducir costos en las operaciones logísticas en el proceso de recolección realizada por la empresa GIDSA, mediante la aplicación de algoritmos matemáticos desarrollados con la ayuda de diversas herramientas computacionales tales como; Matlab, Auto-Cad, Excel, Google Maps entre otras.

Para la ejecución de la propuesta se elaboró en Excel una matriz cuadrática de distancias que permite establecer los diversos recorridos, iniciando del origen n_0 hasta y de n_1 se establece los posibles arcos con otros nodos n_i teniendo como restricción el sentido de las calles.

A continuación, se puede observar parte de la matriz cuadrática de la ruta A (18) ver tabla completa anexo 3.

Tabla 4-7: Matriz cuadrática Ruta A

	ORIGEN	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ORIGEN	0	10000	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999
1	99999	0	122	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999
2	99999	99999	0	20	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999
3	99999	99999	99999	0	165	99999	99999	99999	99999	99999	99999
4	99999	99999	99999	99999	0	172	99999	99999	99999	250	99999
5	99999	99999	99999	99999	99999	0	159	99999	99999	191	99999
6	99999	99999	99999	99999	99999	99999	0	218	99999	99999	99999
7	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999	0	112	99999	99999
8	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999	0	106	99999
9	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999	0	85
10	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999	99999	0

Fuente: Autores.

La matriz cuadrática detalla cada uno de los arcos que se pueden generar entre contenedor y contenedor como ejemplo se evidencia del nodo 1 al nodo 2 se origina un arco de 122 metros mientras que del nodo 2 al nodo 4 existe un número elevado 99999 esto debido a que se restringe la creación de ese arco por motivos del sentido de la calle.

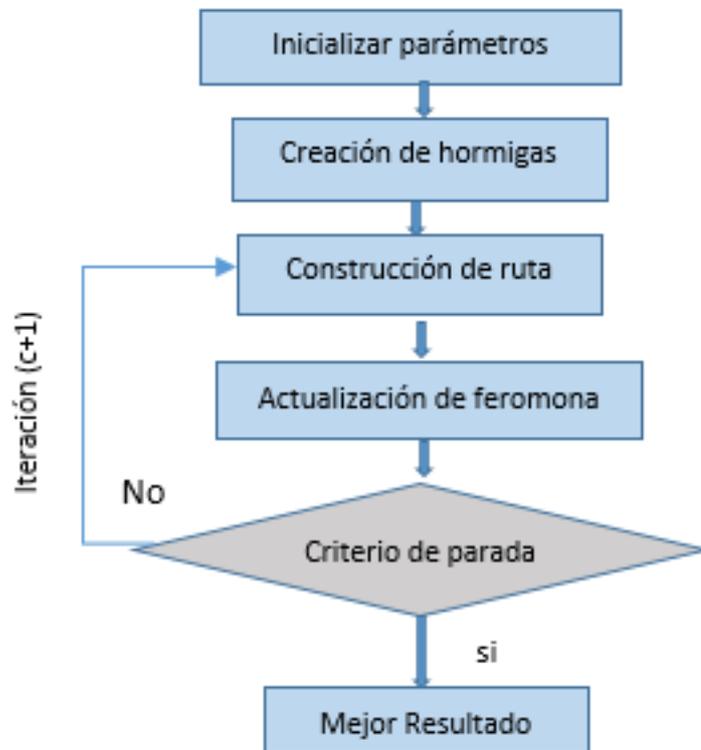
4.3.1 Codificación del algoritmo.

La ejecución del algoritmo de enrutamiento de vehículo fue desarrollada mediante el programa MATLAB R2016a bin, como se había mencionado en el capítulo anterior, Matlab es un software de programación que tiene una interfaz matricial, la cual permite que se facilite la utilización o implementación de algoritmos matemáticos con una velocidad de solución es rápida para este tipo de problemas.

Información del programa

El código de programación se ejecuta de la siguiente manera.

Figura 4-1: Pseudocódigo de un ACO.



Fuente: Autores.

Inicializar parámetros y creación de las hormigas: seleccionar el número de hormigas, n , necesarios para el problema de optimización. Una vez que se tiene esto, será necesario definir un rastro de feromona inicial, el cual será una cantidad constante e idéntica para todo y cada uno de los arcos que conectan el recorrido.

Fundamental será la matriz de distancia, de tamaño n que determinará el tamaño del problema para las que se calculará la inversa, esto es, donde es el costo del nodo i hasta el nodo j . Para poder aplicar la regla de decisión para la construcción de la secuencia, es necesario definir los parámetros, en donde el primero, representa la influencia relativa del rastro de feromona y el segundo, la influencia relativa de la heurística empleada.

Por último, hay que definir el criterio de parada del algoritmo este puede ser el número de iteraciones que se haya prefijado o simplemente encontrar un resultado objetivo que hayamos prefijado. Normalmente, suele ser el número de iteraciones.

- Creación e inicialización de variables que usa el sistema.

Se introduce de forma individual cada uno de los parámetros de la ecuación de optimización por colonia de hormigas (ACO), α , β , τ_{ij} , que en el código son las variables aa, b, h respectivamente.

Figura 4-2: Código de variables utilizadas por la formula ACO.

```
h=get(handles.feromona,'String');
h=str2num(h);
aa=get(handles.ALFA,'String');
aa=str2num(aa);
h=h^aa;%influencia del rastro de feromona
h
b=get(handles.BETA,'String');
b=str2num(b);|
pr=0;
pa=0;
d=0;
dh=0;
```

Fuente: Autores

```
//h=get(handles.feromona,'String'); %Lee el porcentaje de feromona introducida en el
programa. //h=str2num(h); %Cambia de formato carácter a número.
//aa=get(handles.ALFA,'String'); %Lee la influencia relativa de feromona introducido en
el programa. //aa=str2num(aa); %Cambia de formato carácter a número. //h=h^aa;
%Rastro de feromona inicial elevado a la influencia relativa de feromona.
//b=get(handles.BETA,'String'); %Lee el valor de la influencia relativa de la heurística
introducida en el programa. //b=str2num(b); %Cambia de formato carácter a número.
//pr=0;pr=0;%Una vez encontrada la distancia más corta de la ruta el programa la toma
como óptima. //pa=0;%camino actual evaluado //d=0;%distancia total
//dh=0;%denominador heurístico
```

- Lee la tabla de distancias y se extrae datos.

Tablas elaboradas en Excel son introducidas por el programa MatLab mediante el comando leer tabla para extraer datos necesarios para la programación.

Figura 4-3: Código para la introducción de matrices elaboradas en Excel.

```
tabla=xlsread('A1.xlsx');
nncity=size(tabla);
n=nncity(1,1);
```

Fuente: Autores

```
//Tabla=xlsread('A1.xlsx');%lectura de la tabla de distancia de una hoja de cálculo de Excel
//nncity=size(tabla);%Tamaño de la tabla //n=nncity(1,1);%Tamaño del vector igual al número de hormigas
```

- Creación de la tabla th.

La tabla Th se la obtiene mediante la multiplicación del porcentaje de feromona por la tabla heurística (inversa de las distancias) valores elevados a sus respectivas influencias relativas.

Figura 4-4: Código para el cálculo de la tabla th.

```
th(n,n)=0;
c=0;
cc=1;
c1=1;
a(n)=0;
tr(n)=0;
tr(1)=0;
a(1)=1;
]for elem = 1 : n
]   for elem1 = 1 : n
       th(elem,elem1)=h*((1/tabla(elem,elem1))^b);
   end
end
```

Fuente: Autores

```
th(n,n)=0;%Crea una tabla con valores del numerador de la formula ACO. //c=0;%
Controla la iteración según el tamaño de la tabla //cc=1;%Controla posición de distancia
para la lectura. //c1=1;%Control de posición actual de distancia de tabla
//a(n)=0;%Control para discriminar puntos revisados //tr(n)=0;% Vector para almacenar
las posiciones de secuencia //tr(1)=0;%Inicialización del vector posición
//a(1)=1;%Inicialización de la posición //for elem = 1 : n%Recorre en columnas //for
elem1 = 1 : n%Recorre en filas //th(elem,elem1)=h*(1/tabla(elem,elem1));%nueva tabla
con valores th.
```

- Desde el punto de inicio comenzamos a calcular el punto más cercano entre nodos, mediante el uso de la regla probabilística ACO. Creando dos tablas una de registro de puntos visitados y otra del orden de puntos visitados.

Figura 4-5: Código para calcular la ruta más cercana.

```

while c < n
    c=c+1;
    dh=0;
    for elem1 = 1 : n
        if a(elem1) == 0
            dh = dh + th(cc,elem1);
        end
    end
    for elem1 = 1 : n
        if a(elem1) == 0
            pa=th(cc,elem1)/dh;
            if pa>pr
                tr(c+1)=elem1-1;
                pause(1);
                set(handles.resultado,'String',num2str(tr));
                c1=elem1;
                pr=pa;
            end
        end
    end
end
end

```

Fuente: Autores

`while c < n` %Control de tamaño de ciudades //c=c+1; %Incremento en uno para cumplir el ciclo

//dh=0;%denominador heurístico //for elem1 = 1 : n %Recorrido por filas para el cálculo del denominador heurístico //if a(elem1) == 0%Control con los puntos visitados para discriminarlos. //dh = dh + th(cc,elem1);%Suma los valores del denominador. //for elem1 = 1 : n% En la misma fila comenzamos a buscar la mejor ruta //if a(elem1) == %Control de puntos ya revisados.

//pa=th(cc,elem1)/dh;%Punto actual con menor valor. //if pa>pr% Control si encuentra un punto de menor valor o alto porcentaje de feromona. //tr(c+1)=elem1;% Almacenar el nuevo punto en el vector. //c1=elem1; %Almacenamiento de la posición para extracción de distancia. //pr=pa;% Actualizamos el valor para controlar.

- El código vuelve a buscar nuevas rutas aplicando el proceso detallado anteriormente.

Figura 4-6: Código creación de nuevo recorrido.

```
pr=0;
d=d+tabla(cc,c1);
set(handles.resultadod,'String',num2str(d));
cc=c1;
a(c1)=1;
end
```

Fuente: Autores

```
pr=0;%Inicializamos el valor para la nueva posición a analizar
//d=d+tabla(cc,c1);%extraemos el valor de la distancia y súmanos //cc=c1;
%Actualización del valor //a(c1)=1;%Ingreso de bits de control a=100101111
```

- El código selecciona la ruta optima mediante la aplicación de la fórmula de la probabilística ACO.

Figura 4-7: Código que registra el valor de la nueva ruta

```
d=d+tabla(1,n);
tr(n+1)=0;
set(handles.resultado,'String',num2str(tr));
set(handles.resultadod,'String',num2str(d));
```

Fuente: Autores

```
d=(d+tabla(1,n));%Sumamos el ultimo valor //tr(n+1)=0;%Ponemos el último punto a
dirigirse //set(handles.resultado,'String',num2str(tr)); %Mostramos el resultado de la
trayectoria en el programa //set(handles.resultadod,'String',num2str(d)); %mostramos el
resultado de la distancia en el programa
```

Experimentación.

A continuación se presenta la información de los experimentos realizados en cada ruta, los resultados obtenidos y la ruta propuesta.

4.3.1.1 Definición de parámetros de ejecución.

Para establecer los valores de los parámetros a utilizar en el proceso de experimentación, se basó en lo sugerido por Dorigo para los problemas TSP asimétricos (Dorigo & Gambardella, 1997, p. 62).

α : Corresponde a la influencia relativa del rastro de feromona basándonos en el estudio de Dorigo y Gambardella (1997, p. 62) utilizaremos el valor de $\alpha=0,1$.

β : Corresponde a la importancia relativa entre la función heurística y el rastro de feromona. Debido a que para ambas matrices $[0 \leq \eta_{ij} \leq 1]$ y $[0 \leq \tau_{ij} \leq 1]$ en todo momento, al aumentar el valor de β se reducirá el valor de η_{ij} con relación a τ_{ij} o. El valor de β utilizado por Dorigo y Gambardella (1997, p. 62) es 2 lo cual tomamos como referencia para una óptima solución.

τ_0 : Corresponde al nivel inicial del rastro de feromona el valor a utilizar en nuestro método de solución es de 0.01 recomendado por Dorigo Stützle (2004, p. 53) .

Tabla 4-8: *Parámetros que se utilizaran durante la prueba.*

PARÁMETROS	VALOR
Numero de hormigas	Numero de nodos
α :	0.1
β :	2
τ_0 :	0.01

Fuente: (Dorigo & Gambardella, 1997).

4.4 Elaboración Nueva Ruta.

Las matrices previamente elaboradas en Excel, son introducidas en el algoritmo elaborado en MatLab mediante la función leer tabla xls., las que son procesadas para realizar las corridas correspondientes e ir formando la nueva ruta más corta cumpliendo las restricciones del TSP, las cuales son que los camiones recolectores no se detengan en el mismo punto más de una vez, que el punto de inicio sea igual al punto final y que los camiones visiten todos los puntos establecidos.

4.4.1 Rutas propuestas.

El nuevo recorrido fue trazado mediante el software Matlab con la aplicación del algoritmo ACO y condiciones del TSP la cual queda establecido de la siguiente forma.

Tabla 4-9: Distancias entre nodos de la ruta A propuesta

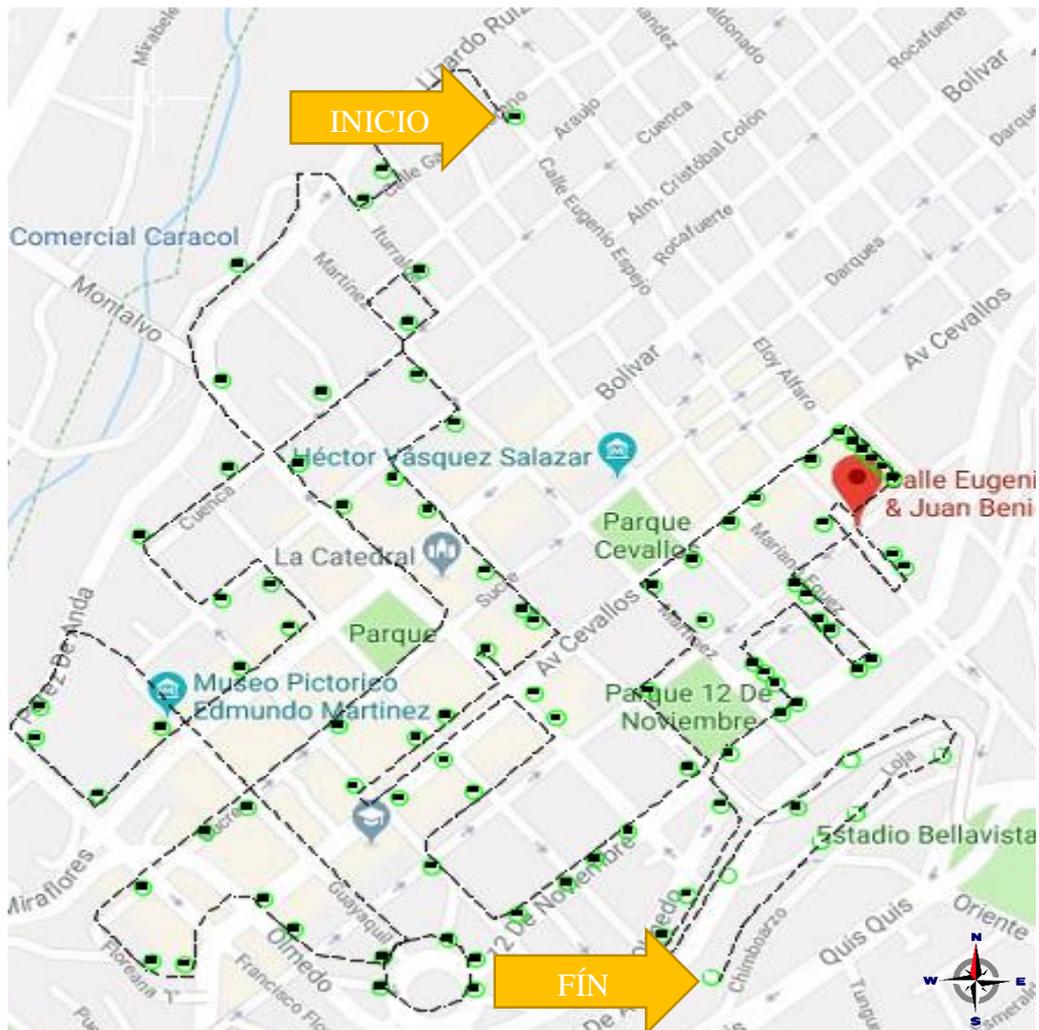
PROPUESTA RUTA 18 (A)			
NUEVA RUTA	Distancia de contenedor en contenedor(metros)	NUEVA RUTA	Distancia de contenedor en contenedor(metros)
ORIGEN	0	22	125
1	10000	41	70
2	91	42	88
3	20	18	145
4	160	19	101
5	195	43	59
9	194	21	67
10	86	44	59
233	290	45	50
14	160	55	119
11	170	48	54
12	146	49	75
13	20	56	158
25	110	70	280
8	112	71	20
15	240	72	146
7	35	73	15
16	165	74	15
23	40	75	60
26	90	50	226
27	65	51	145
26	15	52	92
31	109	53	85
32	115	54	81
33	114	76	280
34	98	77	92
36	130	78	20
35	115	79	105
37	275	80	20
57	110	102	75
58	95	103	15
29	170	104	15
30	95	105	15
159	110	106	15
60	110	107	15
61	20	88	250
62	63	89	77
63	65	87	65
81	90	90	38
64	56	91	73
67	55	93	78
68	20	85	77
69	58	6	77
38	90	94	100
39	95	95	50
40	125	96	50
46	100	0	10000
			29178

Fuente: Autores

La Ruta B (19) comprende Pérez de Anda-Lizardo Ruiz-Eloy Alfaro-Cevallos-Tomas-Mariano Enríques Hipólito de Vega y Cadena- Sevilla-12 de noviembre-Mera- (Segundo Viaje) (B) Quito- Antonio José de Sucre Calles Pérez De Anda-Castillo-Montalvo-Mera-Martínez-Lalama-Mariano Eguez.

En la figura 4-7: Se puede observar el recorrido de la ruta propuesta B que pasa por cada uno de los puntos de recolección.

Figura 4-7: Plano de recorrido propuesto de la ruta B



Fuente: Autores.

Del plano se obtuvo las distancias en metros existentes entre contenedor y contenedor detalladas en la tabla 4-10, también se puede observar la distancia total de la ruta propuesta B es de 22542 metros.

Tabla 4-10: Distancias entre nodos de la ruta B propuesta

PROPUESTA RUTA 19(B)					
TABLA MATLAB	NUEVA RUTA	Distancia de contenedor en contenedor(me tros)	TABLA MATLAB	NUEVA RUTA	Distancia de contenedor en contenedor(m etros)
ORIGEN	ORIGEN	0	162	173	80
153	164	7200	119	126	40
154	165	200	174	185	70
150	160	50	177	188	110
151	161	74	176	187	30
182	193	220	175	186	120
181	192	150	118	125	100
165	176	140	117	124	100
166	177	120	116	123	60
167	178	110	115	122	40
168	179	90	114	121	45
169	180	85	113	120	100
120	127	70	112	119	120
121	128	100	111	118	100
170	181	100	108	115	60
163	174	120	109	116	70
164	175	50	144	153	50
128	136	540	145	154	35
129	137	70	110	117	110
130	138	30	100	100	65
131	139	90	99	99	20
132	140	30	101	108	170
133	141	30	102	109	20
126	134	185	142	151	100
127	135	40	141	150	20
125	133	130	103	110	40
123	130	60	104	111	20
124	131	130	105	112	115
171	182	90	106	113	19
122	129	45	107	114	15
172	183	130	140	149	20
179	190	320	139	148	15
180	191	65	138	147	65
154	165	50	135	144	50
148	158	70	134	143	80
156	167	60	183	194	30
146	156	65	184	195	150
147	157	95	143	152	120
157	168	50	185	196	64
158	169	89	186	197	170
159	170	59	187	198	100
160	171	20	188	199	50
178	189	130	189	200	190
161	172	128	0	0	7200
173	184	40	TOTAL (m)		22542

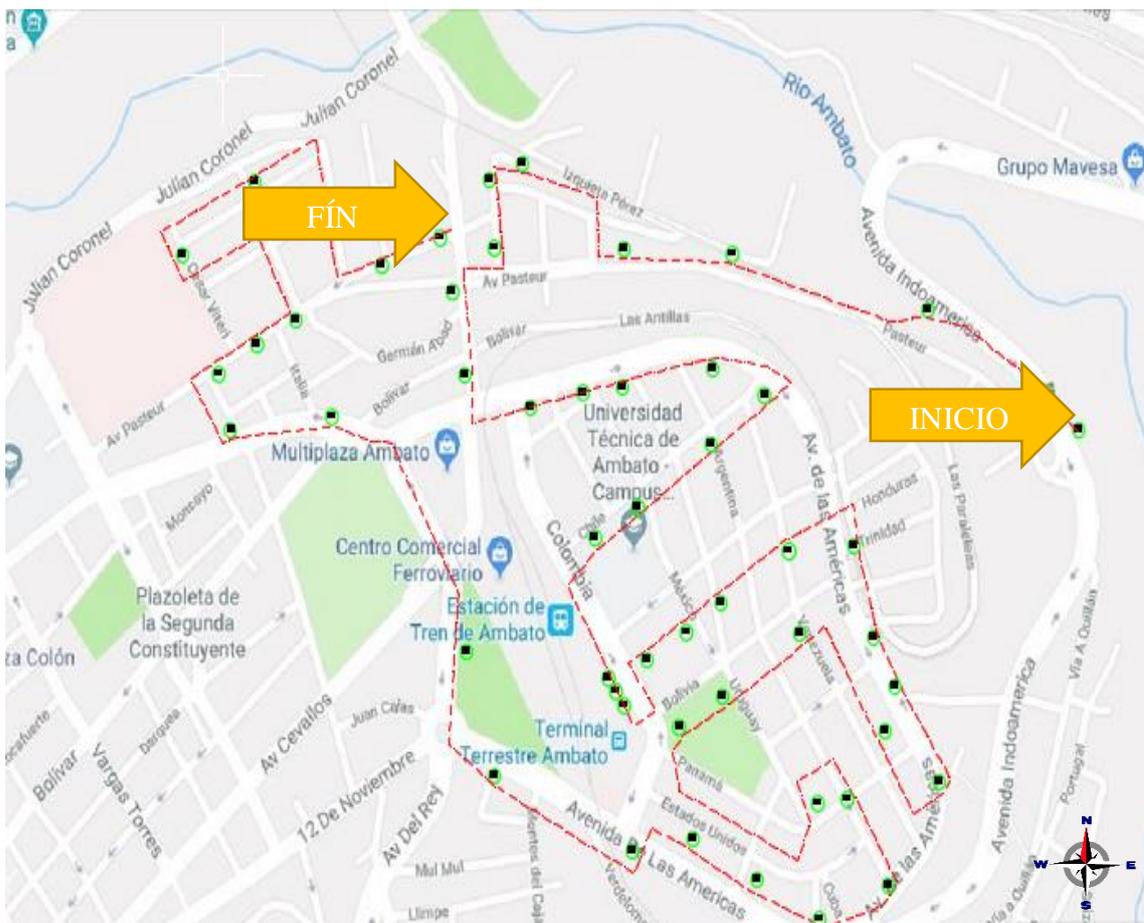
Fuente: Autores

El nuevo recorrido fue trazado mediante el software Matlab con la aplicación del algoritmo ACO y condiciones del TSP la cual queda establecido de la siguiente forma.

La Ruta C propuesta (25) comprende las calles Pasteur, Izquieta Pérez Av. Atahualpa, - Av. Americas, Cesar Viteri. De forma que se reduce la distancia total del recorrido en 10356 m diarios, modificando la ubicación de los contenedores.

En la figura 4-8: Se puede observar el recorrido de la ruta propuesta C que pasa por cada uno de los puntos de recolección.

Figura 4-8: Plano de recorrido propuesto de la ruta C.



Fuente: Autores.

Del plano se obtuvo las distancias en metros existentes entre contenedor y contenedor detalladas en la tabla 4-11, también se puede observar la distancia total de la ruta propuesta C es de 20892 metros.

Tabla 4-11: Distancias entre nodos de la ruta C propuesta.

PROPUESTA RUTA 25(C)			
NUEVA RUTA	Distancia de contenedor en contenedor(metros)	NUEVA RUTA	Distancia de contenedor en contenedor(metros)
ORIGEN	0	207	62
246	7200	208	142
245	248	205	135
244	262	206	186
243	152	203	126
236	205	202	72
237	58	204	312
235	82	197	134
233	98	198	108
234	100	199	122
217	134	200	97
222	75	201	100
218	54	196	95
219	126	226	232
221	141	227	178
220	90	228	338
213	120	229	139
216	66	230	115
223	186	231	65
224	20	232	53
225	20	242	253
215	146	241	171
214	63	240	180
212	51	239	137
211	109	238	85
210	135	0	7200
209	114	Total (m)	20892

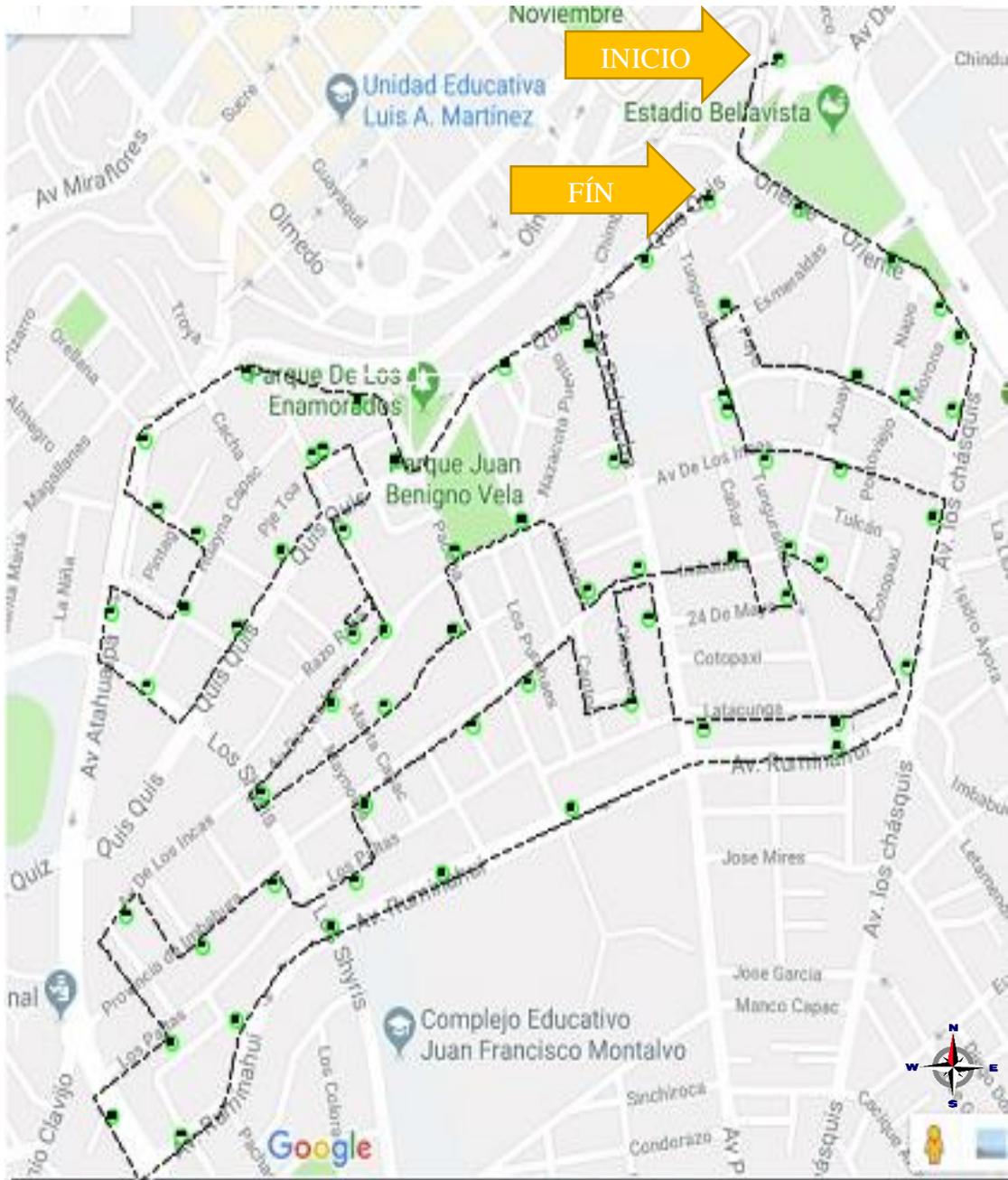
Fuente: Autores

EL nuevo recorrido fue trazado mediante el software Matlab con la aplicación del algoritmo ACO y condiciones del TSP la cual queda establecido de la siguiente forma.

Ruta G (26): Pasteur, Izquieta Pérez Av. Atahualpa, -Av. Américas, Cesar Viteri.

En la figura 4-9: Se puede observar el recorrido de la ruta propuesta G que pasa por cada uno de los puntos de recolección.

Figura 4-9: Plano de recorrido propuesto de la ruta G.



Fuente: Autores.

Del plano se obtuvo las distancias en metros existentes entre contenedor y contenedor detalladas en la tabla 4-12, también se puede observar la distancia total de la ruta propuesta G es de 25675 metros.

Tabla 4-12: Distancias entre nodos de la ruta G propuesta.

PROPUESTA RUTA 26 (G)					
NUEVA RUTA	ORDEN	Distancia en (metros)	NUEVA RUTA	ORDEN	Distancia en (metros)
ORIGEN	ORIGEN	0	498	38	110
450	2	8000	499	39	213
459	3	134	500	40	89
460	4	105	501	41	227
470	5	100	455	42	310
471	6	137	456	43	200
467	7	80	457	44	98
468	8	177	458	45	130
469	9	142	461	46	180
465	10	173	462	47	143
466	11	240	463	48	17
472	12	280	464	49	67
473	13	175	451	50	380
474	14	148	452	51	138
477	15	310	453	52	98
478	16	223	454	53	33
479	17	144	502	54	330
480	18	133	503	55	118
481	19	540	504	56	182
482	20	163	505	57	111
483	21	148	506	58	90
476	22	230	507	59	212
475	23	140	508	60	15
484	24	170	514	61	310
485	25	163	515	62	59
490	26	190	516	63	112
491	27	161	510	64	230
492	28	165	511	65	85
488	29	145	512	66	86
489	30	218	513	67	91
486	31	200	509	68	175
487	32	203	517	69	310
493	33	190	518	70	158
494	34	184	519	71	168
495	35	522	520	72	69
496	36	87	ORIGEN	73	8000
497	37	118		TOTAL(m)	25675

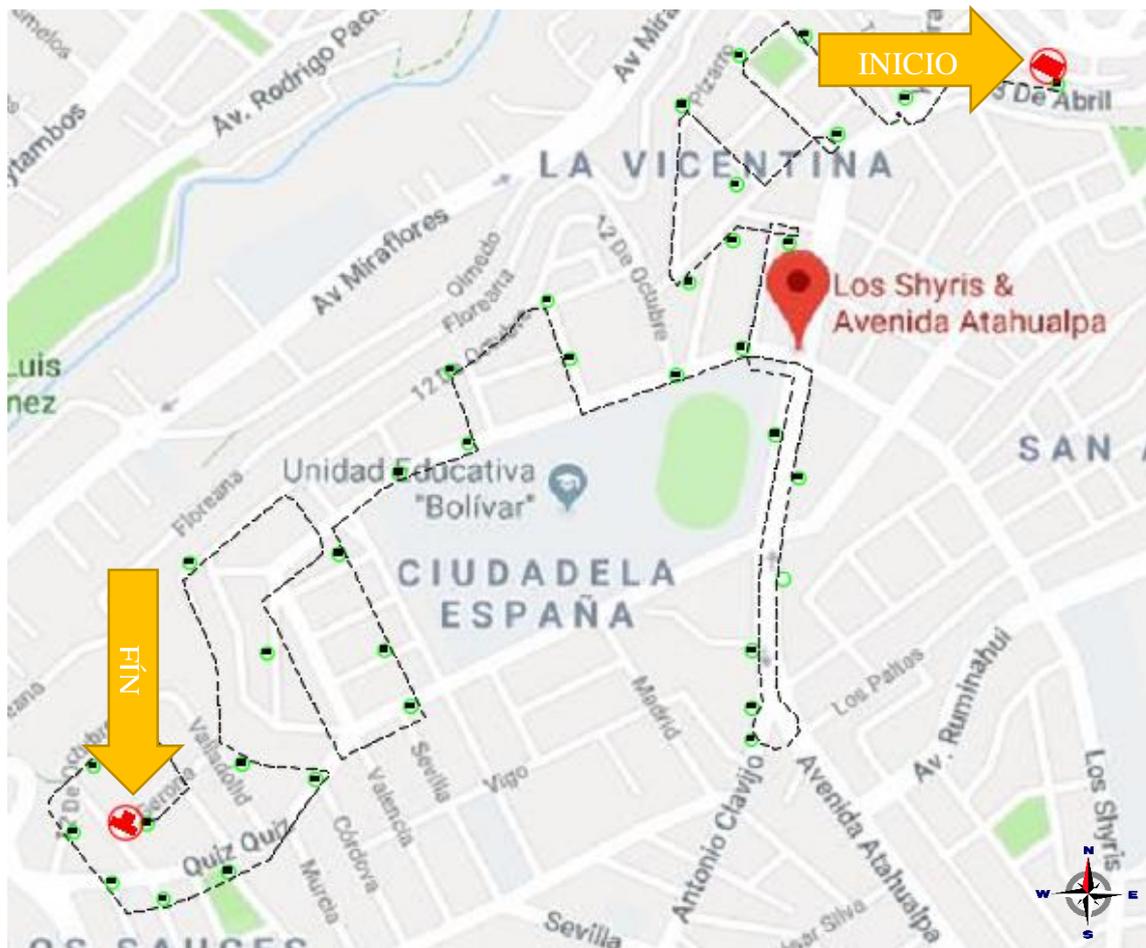
Fuente: Autores

Su nuevo recorrido fue trazado mediante el software Matlab con la aplicación del algoritmo ACO y condiciones del TSP queda establecido de la siguiente forma.

Ruta H (24) La Floreana-Yahuirá- Quis Quis- José Olmedo-Manuelita Sáenz.

En la figura 4-10: Se puede observar el recorrido de la ruta propuesta H que pasa por cada uno de los puntos de recolección.

Figura 4-10: Plano de recorrido propuesto de la ruta propuesta H.



Fuente: Autores.

Del plano se obtuvo las distancias en metros existentes entre contenedor y contenedor detalladas en la tabla 4-13, también se puede observar la distancia total de la ruta propuesta H es de 20145 metros.

Tabla 4-13: Distancias entre nodos de la ruta H propuesta.

PROPUESTA RUTA 24 (H)			
NUEVA RUTA	Distancia de contenedor en contenedor(metros)	NUEVA RUTA	Distancia de contenedor en contenedor(metros)
ORIGEN	0	546	70
527	7200	547	140
526	290	548	90
539	190	549	120
540	90	553	140
538	180	552	130
537	140	521	80
541	100	550	300
536	240	554	400
542	80	555	280
543	85	556	130
544	200	557	175
521	160	558	90
522	270	559	80
523	80	560	80
524	35	561	140
493	260	562	240
525	80	0	7200
535	300	TOTAL (m)	20145
545	200		

Fuente: Autores

En la tabla 4-14 resume la distancia diaria recorrida de cada ruta actual (dada por la empresa) y la propuesta elaboración propia mediante el problema del agente viajero y el algoritmo de optimización por colonia de hormigas ACO resuelta por el programa MatLab, en la misma se detalla la reducción parcial y total en kilómetros por recorrido mensual y anual.

Tabla 4-14: Resumen de distancias y su diferencia mensual y anual.

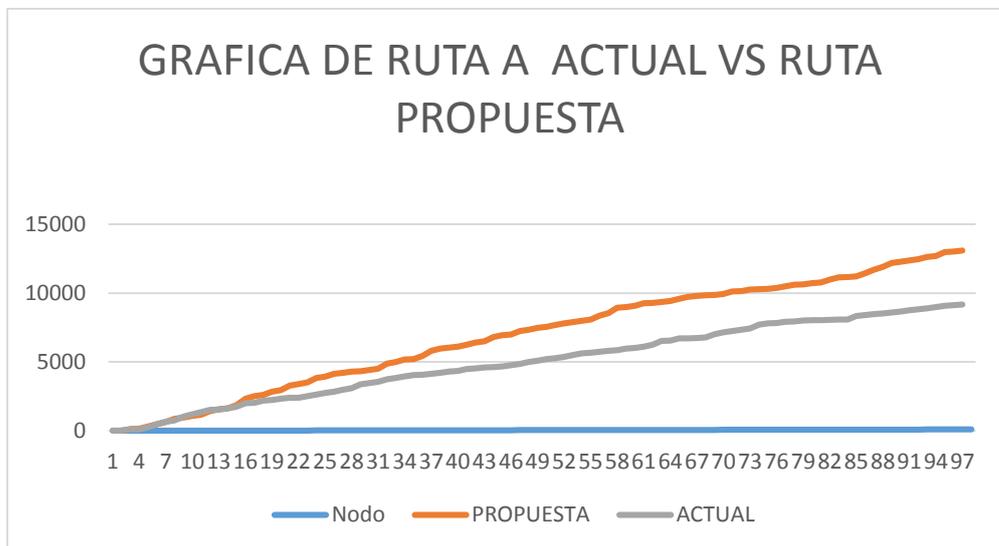
RUTA	DISTANCIA ACTUAL AL DÍA	DISTANCIA PROPUESTA AL DÍA	DIFERENCIA DIARIA (m)	DIFERENCIA MENSUAL (m)	DIFERENCIA ANUAL (Km)
A	33085	29178	3907	117210	1406,52
B	31521	22542	8979	269370	3232,44
C	31248	20892	10356	310680	3728,16
G	34940	25675	9265	277950	3335,4
H	29051	20065	8986	269580	3234,96
TOTAL (km)	159,845	118,352	41,493	1244,79	14937,48

Fuente: Autores

En las siguientes figuras se puede observar la diferencia de las distancias acumuladas de la ruta actual vs la propuesta.

La figura 4-8 expuesta a continuación detalla la acumulación de distancias recorridas en el proceso de recolección de la Ruta A actual (color tomate) con una distancia de 33085 metros y de la ruta propuesta con un total de 29178 metros (color plomo) en ella se puede observar la tendencia de separación entre las rutas, llegando a obtener una diferencia diaria de 3907 metros.

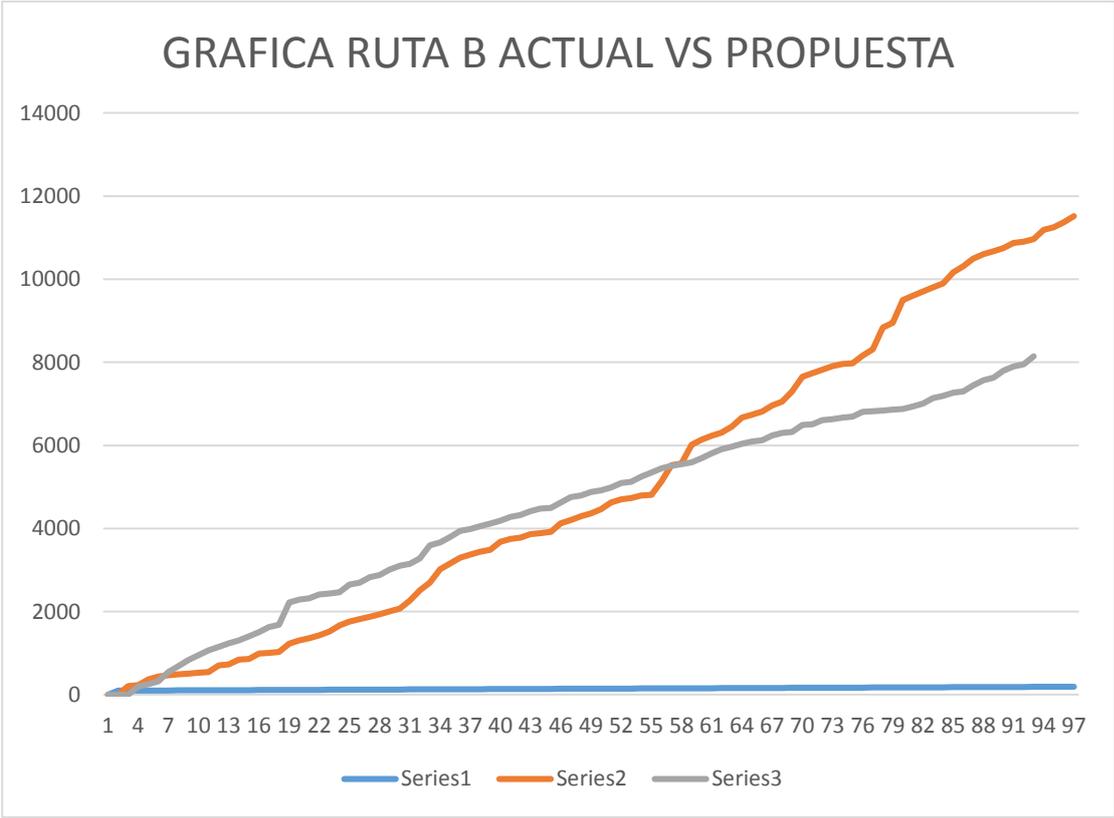
Grafico 1: Grafica acumulada de distancias ruta A actual vs Propuesta



Fuente: Autores

La figura 4-9 expuesta a continuación detalla la acumulación de distancias recorridas en el proceso de recolección de la Ruta B actual (color tomate) con una distancia de 31521 metros y de la ruta propuesta con un total de 22542 metros (color plomo) en ella se puede observar la tendencia de separación entre las rutas, llegando a obtener una diferencia diaria de 8979 metros.

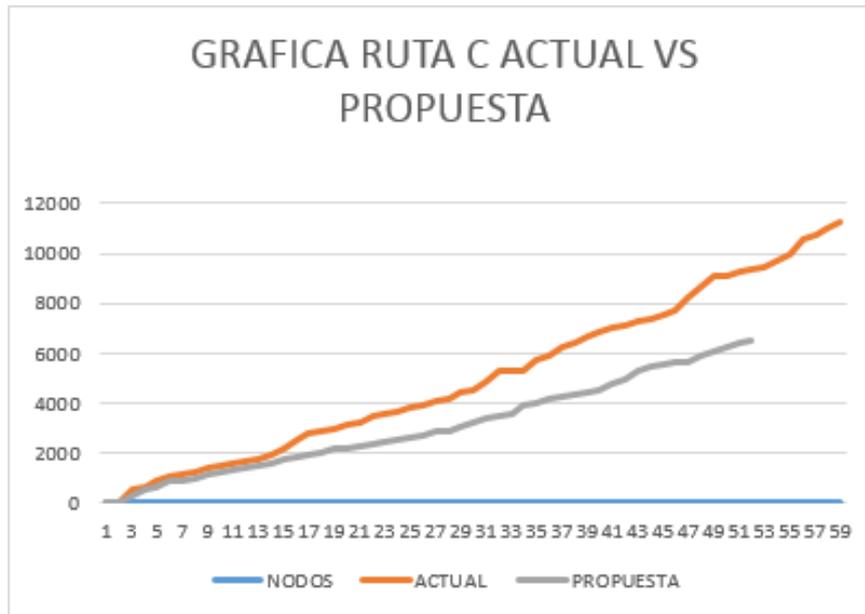
Grafico 2: Grafica acumulada de distancias ruta B actual vs propuesta.



Fuente: Autores

La figura 4-10 expuesta a continuación detalla la acumulación de distancias recorridas en el proceso de recolección de la Ruta C actual (color tomate) con una distancia de 31248 metros y de la ruta propuesta con un total de 20892 metros (color plomo) en ella se puede observar la tendencia de separación entre las rutas, llegando a obtener una diferencia diaria de 10356 metros.

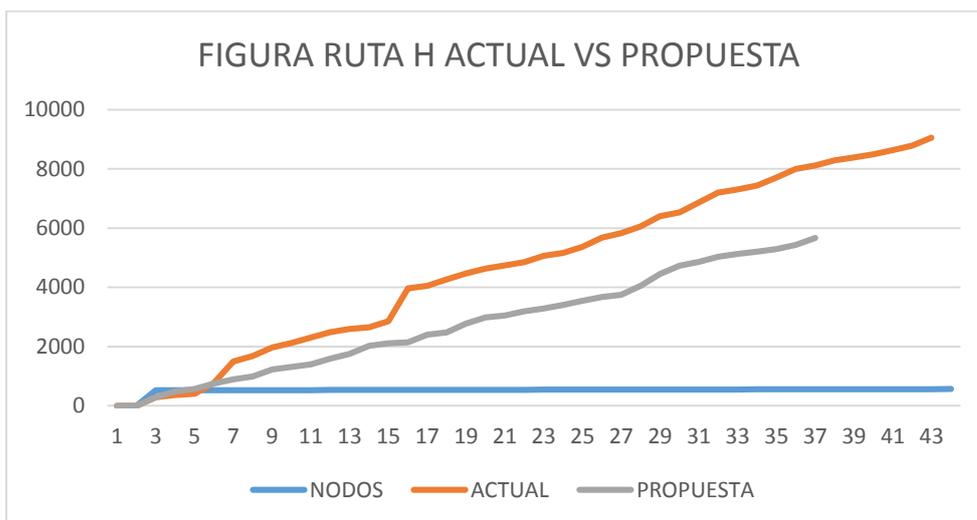
Grafico 3: Grafica acumulada de distancias ruta C actual vs propuesta.



Fuente: Autores

La figura 4-11 expuesta a continuación detalla la acumulación de distancias recorridas en el proceso de recolección de la Ruta H actual (color tomate) con una distancia de 29051 metros y de la ruta propuesta con un total de 20065 metros (color plomo) en ella se puede observar la tendencia de separación entre las rutas, llegando a obtener una diferencia diaria de 8986 metros.

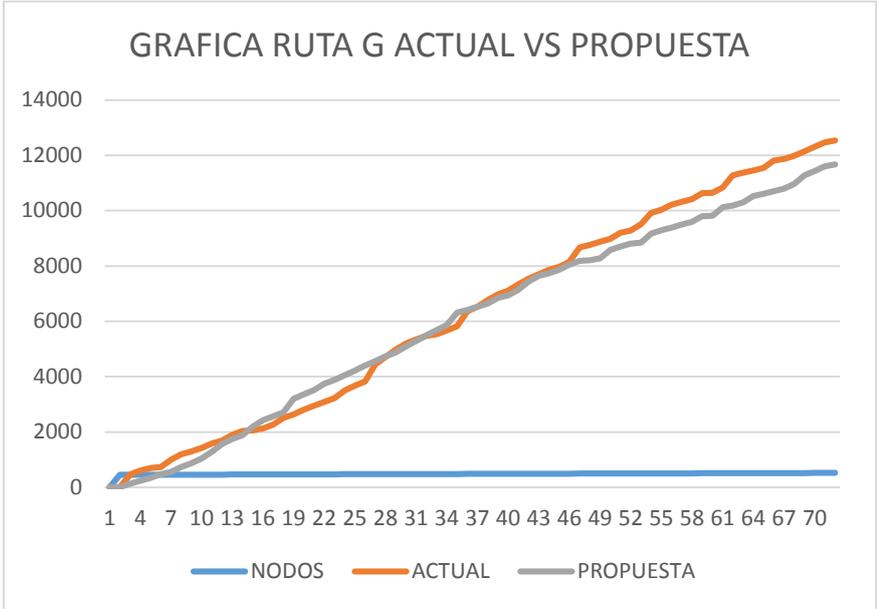
Grafico 4: Grafica acumulada de distancias ruta H actual vs propuesta.



Fuente: Autores

La figura 4-12 expuesta a continuación detalla la acumulación de distancias recorridas en el proceso de recolección de la Ruta G actual (color tomate) con una distancia de 34940 metros y de la ruta propuesta con un total de 25675 metros (color plomo) en ella se puede observar la tendencia de separación entre las rutas, llegando a obtener una diferencia diaria de 9265 metros.

Grafico 5: Grafica acumulada de distancias ruta G actual vs propuesta.



Fuente: Autores

En las siguientes tablas se detalla el análisis de los costos variables para cada una de las rutas estudiadas tanto el costo de recorrido actual como el propuesto.

En la tabla 4-15 se puede observar los costos de recorrido del proceso de recolección de los desechos sólidos tanto de la situación actual y la propuesta a su vez se detalla el ahorro mensual y anual de la ruta A.

Tabla 4-15: Costo de recorrido de la situación actual y de la propuesta RUTA A.

RUTA A	ACTUAL		PROPUESTA	
	COSTO MENSUAL	COSTO KM	COSTO MENSUAL	COSTO KM
COMBUSTIBLE	774,19	0,78	682,77	0,78
COSTO LLANTAS REPARACIÓN	7,65	0,01	6,74	0,01

Continúa tabla 4-16: Costo de recorrido de la situación actual y propuesta RUTA A.

FILTROS	9,84	0,01	8,68	0,01
ACEITE-LUBRICANTE	29,25	0,03	25,79	0,03
SISTEMA ELÉCTRICOS Y SISTEMA DE FRENO	59,19	0,06	52,20	0,06
CAJA DE CAMBIOS / SUSPENSIÓN/ RADIADOR	40,51	0,04	35,72	0,04
REPUESTO MOTOR	43,24	0,04	38,14	0,04
ACCESORIOS EXTERNOS	18,42	0,02	16,24	0,02
MANTENIMIENTO BÁSICO	9,26	0,01	8,17	0,01
HERRAMIENTAS EQUIPO	23,82	0,02	21,01	0,02
FILTRO RACOR	1,00	0,00	0,88	0,00
FILTRO DE AIRE	1,80	0,00	1,59	0,00
TOTAL	1018,16	1,03	897,92	1,03

AHORRO MENSUAL	120,23
AHORRO ANUAL	1442,80

Fuente: Autores

En la tabla 4-16 se puede observar los costos de recorrido del proceso de recolección de los desechos sólidos tanto de la situación actual y la propuesta a su vez se detalla el ahorro mensual y anual de la ruta B.

Tabla 4-17: Costo de recorrido de la situación actual y de la propuesta de la RUTA B

RUTA	ACTUAL		PROPUESTA	
	COSTO MENSUAL	COSTO KM	COSTO MENSUAL	COSTO KM
COMBUSTIBLE	737,59	0,78	527,48	0,78
COSTO LLANTAS REPARACION	7,29	0,01	5,21	0,01
FILTROS	9,37	0,01	6,70	0,01
ACEITE-LUBRICANTE	27,86	0,03	19,93	0,03
SISTEMA ELÉCTRICOS Y SISTEMA DE FRENO	56,39	0,06	40,32	0,06
CAJA DE CAMBIOS / SUSPENSIÓN/ RADIADOR	38,59	0,04	27,60	0,04

Continúa Tabla 4-18: Costo de recorrido de la situación actual y propuesta RUTA B

REPUESTO MOTOR	41,20	0,04	29,46	0,04
ACCESORIOS EXTERNOS	17,55	0,02	12,55	0,02
MANTENIMIENTO BÁSICO	8,83	0,01	6,31	0,01
HERRAMIENTAS EQUIPO	22,70	0,02	16,23	0,02
FILTRO RACOR	0,95	0,00	0,68	0,00
FILTRO DE AIRE	1,72	0,00	1,23	0,00
TOTAL	970,02	1,03	693,71	1,03

AHORRO MENSUAL	276,32
AHORRO ANUAL	3315,83

Fuente: Autores.

En la tabla 4-17 se puede observar los costos de recorrido del proceso de recolección de los desechos sólidos tanto de la situación actual y la propuesta a su vez se detalla el ahorro mensual y anual de la ruta C.

Tabla 4-19: Costo de recorrido de la situación actual y de la propuesta de la RUTA C

RUTA	ACTUAL		PROPUESTA	
	COSTO MENSUAL	COSTO KM	COSTO MENSUAL	COSTO KM
COMBUSTIBLE	731,20	0,78	488,87	0,78
COSTO LLANTAS REPARACIÓN	7,22	0,01	4,83	0,01
FILTROS	9,29	0,01	6,21	0,01
ACEITE-LUBRICANTE	27,62	0,03	18,47	0,03
SISTEMA ELÉCTRICOS Y SISTEMA DE FRENO	55,90	0,06	37,37	0,06
CAJA DE CAMBIOS / SUSPENSIÓN/ RADIADOR	38,26	0,04	25,58	0,04
REPUESTO MOTOR	40,84	0,04	27,31	0,04
ACCESORIOS EXTERNOS	17,40	0,02	11,63	0,02
MANTENIMIENTO BÁSICO	8,75	0,01	5,85	0,01
HERRAMIENTAS EQUIPO	22,50	0,02	15,04	0,02
FILTRO RACOR	0,94	0,00	0,63	0,00
FILTRO DE AIRE	1,70	0,00	1,14	0,00
TOTAL	961,62	1,03	642,93	104,00

AHORRO MENSUAL	318,69
AHORRO ANUAL	3824,34

Fuente: Autores

En la tabla 4-18 se puede observar los costos de recorrido del proceso de recolección de los desechos sólidos tanto de la situación actual y la propuesta a su vez se detalla el ahorro mensual y anual de la ruta G.

Tabla 4-20: Costo de recorrido de la situación actual y de la propuesta RUTA G

RUTA	ACTUAL		PROPUESTA	
	COSTO MENSUAL	COSTO KM	COSTO MENSUAL	COSTO KM
COMBUSTIBLE	817,60	0,78	600,80	0,78
COSTO LLANTAS REPARACIÓN	8,08	0,01	5,93	0,01
FILTROS	10,39	0,01	7,63	0,01
ACEITE-LUBRICANTE	30,89	0,03	22,70	0,03
SISTEMA ELÉCTRICOS Y SISTEMA DE FRENO	62,50	0,06	45,93	0,06
CAJA DE CAMBIOS / SUSPENSIÓN/ RADIADOR	42,78	0,04	31,43	0,04
REPUESTO MOTOR	45,67	0,04	33,56	0,04
ACCESORIOS EXTERNOS	19,45	0,02	14,29	0,02
MANTENIMIENTO BÁSICO	9,78	0,01	7,19	0,01
HERRAMIENTAS EQUIPO	25,16	0,02	18,49	0,02
FILTRO RACOR	1,05	0,00	0,77	0,00
FILTRO DE AIRE	1,90	0,00	1,40	0,00
TOTAL	1075,24	1,03	790,12	1,03

AHORRO MENSUAL	285,12
AHORRO ANUAL	3421,44

Fuente: Autores

En la tabla 4-19 se puede observar los costos de recorrido del proceso de recolección de los desechos sólidos tanto de la situación actual y la propuesta a su vez se detalla el ahorro mensual y anual de la ruta H.

Tabla 4-21: Costo de recorrido de la situación actual y de la propuesta de la RUTA H

RUTA	ACTUAL		PROPUESTA	
	COSTO MENSUAL	COSTO KM	COSTO MENSUAL	COSTO KM
COMBUSTIBLE	679,79	0,78	469,52	0,78
COSTO LLANTAS REPARACIÓN	6,71	0,01	4,64	0,01
FILTROS	8,64	0,01	5,97	0,01
ACEITE-LUBRICANTE	25,68	0,03	17,74	0,03
SISTEMA ELÉCTRICOS Y SISTEMA DE FRENO	51,97	0,06	35,89	0,06
CAJA DE CAMBIOS / SUSPENSIÓN/ RADIADOR	35,57	0,04	24,57	0,04

Continúa tabla 4-22: Costo de recorrido de la situación actual y propuesta RUTA H

REPUESTO MOTOR	37,97	0,04	26,23	0,04
ACCESORIOS EXTERNOS	16,17	0,02	11,17	0,02
MANTENIMIENTO BÁSICO	8,13	0,01	5,62	0,01
HERRAMIENTAS EQUIPO	20,92	0,02	14,45	0,02
FILTRO RACOR	0,87	0,00	0,60	0,00
FILTRO DE AIRE	1,58	0,00	1,09	0,00
TOTAL	894,01	1,03	617,48	1,03

AHORRO MENSUAL	276,53
AHORRO ANUAL	3318,41

Fuente: Autores

La tabla 4-20 se resume los costos mensuales por cada ruta detallando los ahorros mensuales y anuales de 1276,9 y 15322,83 respectivamente.

Tabla 4-23: Ahorro por ruta

RUTA	COSTO ACTUAL MENSUAL	COSTO PROPUESTA MENSUAL	AHORRO MENSUAL	AHORRO ANUAL
A	1018,16	897,92	120,23	1442,80
B	970,02	693,71	276,32	3315,83
C	961,62	642,93	318,69	3824,34
G	1075,24	790,12	285,12	3421,44
H	894,01	617,48	276,53	3318,41
TOTAL	4919,06	3642,15	1276,90	15322,83

Fuente: Autores

4.4.2 Proyección estimada de la producción de desechos por ruta.

Las proyecciones de cada ruta fueron elaboradas según la tasa de crecimiento poblacional de Tungurahua de 1,5% al año según el censo del INEN 2010.

Tabla 4-24: Pronostico de producción de desechos para la ruta A.

RUTA A			
Tasa de crecimiento	año	Produccion estimada	habitantes en la ruta
1,5	2017	17	7000
	2018	17,255	7105
	2019	17,77653238	7212
	2020	18,58853549	7320
	2021	19,72919403	7430
	2022	21,25394513	7541
	2023	23,23998314	7654
	2024	25,79277706	7769

Fuente: Autores

Tabla 4-25: Pronostico de producción de desechos para la ruta B.

RUTA B			
Tasa de crecimiento	año	Producción estimada	N HABITANTES
1,5	2017	18	6500
	2018	18,27	6598
	2019	18,8222108	6696
	2020	19,6819788	6797
	2021	20,8897349	6899
	2022	22,5041772	7002
	2023	24,607041	7107
	2024	27,3099992	7214

Fuente: Autores

Tabla 4-26: Pronostico de producción de desechos para la ruta C.

RUTA C			
Tasa de crecimiento	año	Producción estimada	N HABITANTES
1,5	2017	8,86	7768
	2018	8,9929	7885
	2019	9,2647104	8003
	2020	9,68790732	8123
	2021	10,2823917	8245
	2022	11,0770561	8368
	2023	12,1121324	8494
	2024	13,4425885	8621

Fuente: Autores

Tabla 4-27: Pronostico de producción de desechos para la ruta G.

RUTA G			
Tasa de crecimiento	año	Producción estimada	N HABITANTES
1,5	2017	10,52	4787
	2018	10,6778	4859
	2019	11,0005365	4932
	2020	11,5030231	5006
	2021	12,2088895	5081
	2022	13,1524413	5157
	2023	14,3814484	5234
	2024	15,9611773	5313

Fuente: Autores

Tabla 4-28: Pronostico de producción de desechos para la ruta H.

RUTA H			
Tasa de crecimiento	año	Producción estimada	N HABITANTES
1,5	2017	9,3	8905
	2018	9,4395	9039
	2019	9,72480889	9174
	2020	10,1690224	9312
	2021	10,7930297	9451
	2022	11,6271582	9593
	2023	12,7136378	9737
	2024	14,1101663	9883

Fuente: Autores

CAPÍTULO V

5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

- En la presente investigación se realizó el estudio de los diferentes tipos de problema de enrutamiento de flota de vehículos considerando las características (Aplicaciones, complejidad de solución, y sus restricciones) y la posibilidad de que sean aplicadas a nuestro de estudio entre las cuales tenemos el CVRP, CARP, y el TSP. Se escogió el TSP Problema del Comerciante Viajero (Traveling Salesman Problem) y su variante el ATSP, ya que sus características se adaptan al problema en estudio.
- Como parte fundamental de la investigación se elaboró un diagnóstico del sistema actual, como son la distancia entre los contenedores, el número de contenedores y la distancia total recorrida por cada ruta, llegando a determinar un costo mensual del proceso de recolección total de \$4919,06 por las cinco rutas en función del de los costos variables.
- Se identificó las restricciones que serán introducidos en el programa de solución propuesto como son la capacidad de los vehículos, ya que los vehículos de recolección de carga lateral tienen una capacidad limitada de 12 toneladas, también se consideró que los camiones deben prestar el servicio a todos los contenedores que se encuentran en puntos ya establecidos por la empresa y deben pasar una sola vez por cada uno.
- Por la complejidad de solución de los métodos heurísticos para resolver problemas del agente viajero (TSP) se desarrolló un algoritmo basado en la optimización por colonia de hormigas (ACO) ya que esto nos da soluciones factibles, pero su tiempo de ejecución es elevado, por lo que se utilizó el software Matlab, que nos facilita el proceso para encontrar rutas más cortas.

- Aplicando el modelo se pudo establecer que el sistema de recolección actual puede ser mejorado con la solución propuesta lo cual ayudara a la empresa a reducir 14937,48 km anuales en las cinco rutas y generar un ahorro de \$15.322,83.

5.2 **Recomendación:**

- Una vez concluida la tesis, se considera interesante investigar sobre otros aspectos relacionados con modelos meta-heurísticos, pues las soluciones generadas por este tipo de modelos ayudan a las empresas a la optimización en lo que se refiere a transporte.
- Se recomienda a la empresa adaptar este sistema de investigación pues está demostrado que se reduce las distancias y costos de operación, y así generar un ahorro sin afectar el servicio a los habitantes.
- Se recomienda la utilización de la programación presentado en una versión de Matlab 2016 o superior en un computador con procesador I5 o superior para el buen funcionamiento del mismo, ya que de esto dependerá la velocidad de resolución.
- Este modelo, puede ser utilizado por empresa que tengan un sistema de distribución o recolección con vehículos, como una herramienta de toma de decisiones, que sumada a la experiencia empírica y al conocimiento de las vías de los conductores y los coordinadores de ruta, permita encontrar rutas más eficientes en el proceso.

BIBLIOGRAFÍA

Cunquero, Rafael Martí. “Algoritmos Heurísticos en Optimización Combinatoria”. [En línea], 2017. [Consultado: 17 de diciembre 2017]. Disponible en:<https://www.uv.es/rmarti/paper/docs/heur1.pdf>

Dorigo, Marco y Gambardella, Luca. *Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem* [En línea]. IEEE Transactions on evolutionary computation, 1997 [Consulta 12 de octubre 2017]. Disponible en: <https://dl.acm.org/citation.cfm?id=2221407>

Arias Hernandez, Claudia Patricia. Análisis e implementación del algoritmo genético de chubeasley para resolver el Problema del Agente Viajero (TSP) y su variante, el Problema de Rutas de Vehículo (VRP) [En línea] (Trabajo de Titulación). (Ingeniería) Universidad Tecnológica de Pereira. 2015. pp. 11-61. [Consulta 2017-11-14]. Disponible en: <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/5384/0063823A696.pdf?sequence=1>

Arias, Juan. Aplicación de un modelo de optimización en la planeación de rutas de los buses escolares del Colegio Liceo de Cervantes Norte. [En línea] (Trabajo de Titulación). (Ingeniería) Universidad Javeriana. 2010. pp. 17-50. [Consulta 2017-10-09]. Disponible en:<https://repository.javeriana.edu.co/bitstream/handle/10554/7367/tesis403.pdf;sequence=1>

Bullnheimer, Bernd; et al. "A new Rank Based Version Of The Ant System-A Computational Study"[En línea]. 1999. [Consultado: 17 de enero 2018]. Disponible en: <https://epub.wu.ac.at/616/1/document.pdf>

Calviño, Aida. *Cooperación en los problemas del viajante (TSP) y de rutas de vehículos (VRP)*. [En línea] (Trabajo de Titulación). (Ingeniería) Universidad de Vigo. 2011. pp.

19-20. [Consulta 2017-11-09]. Disponible en:http://eio.usc.es/pub/mte/descargas/ProyectosFinMaster/Proyecto_762.pdf

Colorni, Alberto & Vittorio, Maniezzo. *Optimization by a colony of cooperating agents*. Editorial : IEEE, 1996. págs. 29-41.

Cook, William J. "In Pursuit of the Traveling Salesman", *Mathematics at the Limits of Computation*. [En línea], 2012, (United State of America), pp. 14-42. [Consulta 2017-12-12]. Disponible en: <https://www.amazon.es/Pursuit-Traveling-Salesman-Mathematics-Computation/dp/0691152705>

Doringo, Marco & Stützle, Thomas. *Ant Colony Optimization*. London-England: A Bradford Book, 2004 pp 70-72.

Enciclopediafinanciera. Diccionario Economico. [En línea] [Consultado: 5 de enero de 2018.], Disponible en: <http://www.encyclopediainanciera.com/definicion-funcion-objetivo.html>.

Gilbert, Laporte. The vehicle routing problem: *An overview of exact and approximate algorithms*. [En línea], 1992, (Holland), pp. 14-42. [Consultado: 2017-12-14]. Disponible en: http://www.numdam.org/article/RO_1976__10_1_55_0.pdf

Hender ,Román. Angelfire. [En línea] 1997, pp. 2 [Consultado: 26 de Enero de 2018.]. Disponible en : <http://www.angelfire.com/la/hmolina/matlab1.html>.

Herazo, Nilson. *Modelacion Matematica del Problema de Ruteo de Vehiculo con restricciones de múltiples depósitos, flota heterogenea de vehículos y ventanas de tiempos*. Barranquilla. [En línea] (Trabajo de Titulación). (Ingeniería). Universidad de la Costa, Ingenierias, Ingeniería Industrial . 2012. pp. 40-62. [Consultado: 2017-10-27]. Disponible en: <http://repositorio.cuc.edu.co/xmlui/bitstream/handle/11323/90/1129495709.pdf?sequence=1>

Herrera, Francisco. Grupo de Investigación “Soft Computing and Intelligent Information Systems”. [En línea] 2006. [Consultado: 22 de Enero de 2018.] Disponible: <http://www-2.dc.uba.ar/materias/metah/TutorialHerrera2006.pdf>..

Hillier, Frederick & Lieberman, Gerald. *Introducción a la investigación de Operaciones*. 9ª Ed. México DF- México. McGRAW-HILL/INTERAMERICANA, 2010. pp. 1

Kong, Maynard. *Investigación de Operaciones*. Lima-Perú : Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú, 2010 pp. 17-20.

Martínez, Cristian. *Metaheurística híbridas aplicadas al Problema de Ruteo de Arcos Capacitados*. [En línea] (Trabajo de Titulación). (Doctorado). Universidad Nacional de Salta, Ciencias Exactas y Naturales, Departamento de Computación. 2011. pp. 65-67. [Consultado: 2018-01-26]. Disponible en: <https://www.dc.uba.ar/carreras/doctorado/tesis-doc/2011/tesisCristian18092011.pdf>

Blum & Roli. Metaheuristics in Combinatorial Optimization: *Overview and Conceptual Comparison*.. [En línea], 2003, (United State of America), pp. 268-308. [Consulta 2018-02-01]. Disponible en: https://www.iiia.csic.es/~christian.blum/downloads/blum_rol_i_2003.pdf

Moore, Holly. *Matlab para Ingenieros*. Mexico. Primera edición Pearson Educación, 2007. 978-970-26-1082-3, p. 1

Perez de Vargas, Beatriz. Resolución del Problema del Viajante de Comercio (TSP) y su variante con Ventanas de Tiempo (TSPTW) usando métodos heurísticos de búsqueda local. [En línea] (Trabajo de Titulación). (Ingeniería) Univesidad de Valladolid, Ingenierías Industriales. 2015. pp. 34-54. [Consulta 2017-12-20]. Disponible en: <https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/13378/1/TFG-I-252.pdf>

Pineida, Yazmin. Rediseño de rutas de recolección de residuos sólidos mediante el Ruteo de Vehículos Capacitados sobre Arcos. [En línea] (Trabajo de Titulación). (Maestría) Universidad Autónoma de México, Ingeniería, Ingeniería en Sistemas. 2015. pp. 39-49. [Consulta 2018-01-29]. Disponible en: file:///C:/Users/umar/Downloads/tesis %20(2).pdf

Ponce, Julio & Padilla, Alejandro. Optimización de un algoritmo de colonia de hormigas mediante Cuda para resolver Problemas de Ruteos de Vehículos. [En línea] (Trabajo de Titulación). (Maestría) Universidad Autónoma de Aguascalientes, Centro de Ciencias Básicas, Ciencias de la Investigación. 2014. pp. 79-82. [Consulta 2018-03-11]. <http://bdigital.dgse.uaa.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/401/396605.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Prawda, Juan. *Metodos y Modelos de Investigación de Operaciones.* 2004. 1. Mexico : Limusa S. A. de C. V., 2004.

Revuelta Martínez, Tamara. Desarrollo y aplicación del algoritmo de Optimización basado en Colonia de Hormigas (ACO) para la resolución del Problema del Viajante Asimétrico (ATSP). [En línea] (Trabajo de Titulación). (Ingeniería) Universidad de Valladolid, Ingenierías Industriales, Ingeniería de Organización Industrial. 2015. pp. 21-67. [Consulta 2017-10-03]. <https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/16894/1/TFG-I-362.pdf>

Taquía, José Alberto. Optimización de rutas de una Empresa de recojo de residuos sólidos en el distrito de los Olivos. [En línea] (Trabajo de Titulación). (Ingeniería) Universidad Católica del Perú, InCiencias e Ingeniería, Ingeniería Industrial. 2013. pp. 10-17. [Consulta 2018-02-01]. http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/4603/TAQUIA_JOSE_OPTIMIZACION_RUTAS.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Thaja, Hamdy. *Investigación de operaciones.* Novena. Distrito Federal- México: Person Educación, 2012. pág. 255.

Vidal, Aitana. Algoritmos Heurísticos en Optimización. [En línea] (Trabajo de Titulación). (Maestría) Univesidad de Santiago de Compostela, Matemáticas. 2013. pp. 18-21. [Consulta 2017-11-29]. http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/4603/TAQUIA_JOSE_OPTIMIZACION_RUTAS.pdf?sequence=1&isAllowed=y