



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**

**FACULTAD DE MECÁNICA**

**ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**“DISEÑO MECÁNICO DE UN SISTEMA DE ROBOTS  
PARALELOS TIPO DELTA PARA REHABILITACIÓN DE  
TOBILLO, PARA EL GRUPO DE INVESTIGACIÓN Y ESTUDIO  
DE BIOINGENIERÍA DE LA FACULTAD DE MECÁNICA  
ESPOCH”**

**BYRON MARCELO ZURITA MEZA**

**ALEX RAÚL PÉREZ FREIRE**

**TRABAJO DE TITULACIÓN**

**TIPO: PROPUESTA TECNOLÓGICA**

**Previa a la obtención del título de:**

**INGENIERO MECÁNICO**

**RIOBAMBA – ECUADOR**

**2018**

**ESPOCH**

Facultad de Mecánica

---

**CERTIFICADO DE APROBACIÓN DEL  
TRABAJO DE TITULACIÓN**

---

2017-04-28

Yo recomiendo que el Trabajo de Titulación preparado por:

**BYRON MARCELO ZURITA MEZA**

Titulado:

**“DISEÑO MECÁNICO DE UN SISTEMA DE ROBOTS PARALELOS TIPO  
DELTA PARA REHABILITACIÓN DE TOBILLO, PARA EL GRUPO DE  
INVESTIGACIÓN Y ESTUDIO DE BIOINGENIERÍA DE LA FACULTAD DE  
MECÁNICA ESPOCH”**

Sea aceptada como parcial complementación de los requerimientos para el Título de:

**INGENIERO MECÁNICO**

---

Ing. Carlos José Santillán Mariño  
**DECANO FAC. DE MECÁNICA**

Nosotros coincidimos con esta recomendación:

---

Ing. Geovanny Guillermo Novillo  
Andrade  
**DIRECTOR**

---

Ing. Miguel Ángel Pérez Bayas  
**MIEMBRO**

**ESPOCH**

Facultad de Mecánica

---

**CERTIFICADO DE APROBACIÓN DEL  
TRABAJO DE TITULACIÓN**

---

2017-04-28

Yo recomiendo que el Trabajo de Titulación preparado por:

**ALEX RAÚL PÉREZ FREIRE**

---

Titulado:

**“DISEÑO MECÁNICO DE UN SISTEMA DE ROBOTS PARALELOS TIPO  
DELTA PARA REHABILITACIÓN DE TOBILLO, PARA EL GRUPO DE  
INVESTIGACIÓN Y ESTUDIO DE BIOINGENIERÍA DE LA FACULTAD DE  
MECÁNICA ESPOCH”**

Sea aceptada como parcial complementación de los requerimientos para el Título de:

**INGENIERO MECÁNICO**

---

Ing. Carlos José Santillán Mariño  
**DECANO FAC. DE MECÁNICA**

Nosotros coincidimos con esta recomendación:

---

Ing. Geovanny Guillermo Novillo  
Andrade  
**DIRECTOR**

---

Ing. Miguel Ángel Pérez Bayas  
**MIEMBRO**

---

## EXAMINACIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

---

**NOMBRE DEL ESTUDIANTE:** BYRON MARCELO ZURITA MEZA

**TRABAJO DE TITULACIÓN:** “DISEÑO MECÁNICO DE UN SISTEMA DE ROBOTS PARALELOS TIPO DELTA PARA REHABILITACIÓN DE TOBILLO, PARA EL GRUPO DE INVESTIGACIÓN Y ESTUDIO DE BIOINGENIERÍA DE LA FACULTAD DE MECÁNICA ESPOCH”

**Fecha de Examinación:** 2018-02-15

**RESULTADO DE LA EXAMINACIÓN:**

COMITÉ DE EXAMINACIÓN	APRUEBA	NO APRUEBA	FIRMA
Ing. Ángel Rigoberto Guamán Mendoza <b>PRESIDENTE TRIB. DEFENSA</b>			
Ing. Geovanny Guillermo Novillo Andrade <b>DIRECTOR</b>			
Ing. Miguel Ángel Pérez Bayas <b>MIEMBRO</b>			

\* Más que un voto de no aprobación es razón suficiente para la falla total.

**RECOMENDACIONES:** \_\_\_\_\_

---

El Presidente del Tribunal certifica que las condiciones de la defensa se han cumplido.

---

Ing. Ángel Rigoberto Guamán  
Mendoza  
**PRESIDENTE TRIB. DEFENSA**



# ESPOCH

Facultad de Mecánica

---

## EXAMINACIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

---

**NOMBRE DEL ESTUDIANTE:** ALEX RAÚL PÉREZ FREIRE

**TRABAJO DE TITULACIÓN:** “DISEÑO MECÁNICO DE UN SISTEMA DE ROBOTS PARALELOS TIPO DELTA PARA REHABILITACIÓN DE TOBILLO, PARA EL GRUPO DE INVESTIGACIÓN Y ESTUDIO DE BIOINGENIERÍA DE LA FACULTAD DE MECÁNICA ESPOCH”

**Fecha de Examinación:** 2018-02-15

**RESULTADO DE LA EXAMINACIÓN:**

COMITÉ DE EXAMINACIÓN	APRUEBA	NO APRUEBA	FIRMA
Ing. Ángel Rigoberto Guamán Mendoza <b>PRESIDENTE TRIB. DEFENSA</b>			
Ing. Geovanny Guillermo Novillo Andrade <b>DIRECTOR</b>			
Ing. Miguel Ángel Pérez Bayas <b>MIEMBRO</b>			

\* Más que un voto de no aprobación es razón suficiente para la falla total.

**RECOMENDACIONES:** \_\_\_\_\_

---

El Presidente del Tribunal certifica que las condiciones de la defensa se han cumplido.

---

Ing. Ángel Rigoberto Guamán  
Mendoza  
**PRESIDENTE TRIB. DEFENSA**

## **DERECHOS DE AUTORÍA**

El Trabajo de Titulación que presentamos, es original y basado en el proceso de investigación y/o adaptación tecnológica establecido en la Facultad de Mecánica de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo. En tal virtud, los fundamentos teóricos-científicos y los resultados son de exclusiva responsabilidad de los autores. El patrimonio intelectual le pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

---

**Byron Marcelo Zurita Meza**

---

**Alex Raúl Pérez Freire**

## **DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD**

Nosotros, Zurita Meza Byron Marcelo y Pérez Freire Alex Raúl, declaramos que el presente trabajo de titulación es de nuestra autoría y que los resultados del mismo son auténticos y originales. Los textos constantes en el documento que provienen de otra fuente están debidamente citados y referenciados.

Como autores, asumimos la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este trabajo de titulación.

---

**Byron Marcelo Zurita Meza**  
Cédula de Identidad: 180447399-7

---

**Alex Raúl Pérez Freire**  
Cédula de Identidad: 180441097-3

## **DEDICATORIA**

Esta tesis se la dedico a mi familia, amigos y docentes quiénes me guiaron por el buen camino, apoyándome para seguir adelante y no desmayar en los problemas que se presentaban, enseñándome a enfrentar las adversidades sin perder nunca la mesura ni desfallecer en el intento, a mis padres que me dieron la vida, fueron el pilar más importante en el camino universitario ya que siempre demostraron su cariño y apoyo.

**Byron Marcelo Zurita Meza**

A mis padres, Raúl y Llanet, por su sacrificio y entrega durante estos 25 años, para que este sueño se haga realidad.

A mis hermanas, Carolina, Angélica y Joceline, por su comprensión y confianza.

A mis abuelitos, Carlos y Gregorio, por sus consejos y sabiduría.

A mi tía Magdalena, por su confianza y constante apoyo.

A todas las personas que sufren algún tipo de lesión o discapacidad que se encuentran a la espera de un dispositivo que mejore su movilidad y calidad de vida.

**Alex Raúl Pérez Freire**

## **AGRADECIMIENTO**

A Dios, por permitirme llegar a culminar un escalón más en el camino del conocimiento y la ciencia, por brindarme retos importantes en el sendero de la vida.

A mis padres, por apoyarme en todo momento a lo largo del transcurso universitario, por brindarme la oportunidad de prepararme académicamente y contribuir con el servicio a la sociedad.

A los directores del trabajo de titulación, por su apoyo en el progreso tecnológico y culminación del trabajo realizado.

A mis familiares y amigos, por su apoyo y felicitaciones,

**Byron Marcelo Zurita Meza**

A Dios, a quien debo lo que soy y lo que tengo.

A mis padres, por haberme guiado por el camino del bien.

A mis hermanas y familiares, por su apoyo incondicional.

A mis compañeros y maestros, por su amistad, confianza, paciencia y gratos momentos compartidos durante este tiempo.

A los miembros del Grupo de Investigación y Estudio de Bioingeniería de la Facultad de Mecánica de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo por toda la ayuda brindada en la realización de este proyecto.

A mis directores de tesis, los ingenieros Geovanny Novillo y Miguel Pérez, por su apoyo constante.

**Alex Raúl Pérez Freire**

## CONTENIDO

### RESUMEN / ABSTRACT

### INTRODUCCIÓN

	<b>Pág.</b>
<b>1. CAPÍTULO I MARCO REFERENCIAL</b> .....	<b>1</b>
1.1 Antecedentes.....	1
1.2 Formulación del problema.....	1
1.3 Justificación.....	2
1.3.1 <i>Justificación teórica</i> .....	2
1.3.2 <i>Justificación metodológica</i> .....	3
1.3.3 <i>Justificación práctica</i> .....	3
1.4 Alcance .....	3
1.5 Objetivos.....	3
1.5.1 <i>Objetivo general.</i> .....	3
1.5.2 <i>Objetivos específicos.</i> .....	3
<b>2. CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO</b> .....	<b>5</b>
2.1 Rehabilitación de tobillo.....	5
2.1.1 <i>Esguinces de tobillo</i> .....	5
2.1.2 <i>Movimientos en la rehabilitación del tobillo</i> .....	7
2.1.3 <i>Rangos permisibles en el movimiento de rehabilitación de tobillo</i> .....	8
2.1.4 <i>Cinemática y dinámica del tobillo</i> .....	9
2.2 Robot paralelo tipo delta.....	10
2.2.1 <i>Configuraciones de los robots paralelos tipo delta</i> .....	10
2.2.2 <i>Mecanismo del robot paralelo tipo delta</i> .....	11
2.2.3 <i>Análisis cinemático de un robot delta.</i> .....	12
2.2.4 <i>Análisis dinámico de un robot delta.</i> .....	18
2.3 Diseño mecánico del robot paralelo tipo delta.....	23
2.3.1 <i>Modelado mecánico</i> .....	25
2.3.2 <i>Selección de materiales</i> .....	26
2.3.3 <i>Diseño estático</i> .....	30
2.3.4 <i>Diseño a fatiga</i> .....	33
2.4 Control automático de un robot. ....	36

2.4.1	<i>Controlador proporcional (P)</i> .....	36
2.4.2	<i>Control proporcional - derivativo (PD)</i> .....	37
2.4.3	<i>Controlador proporcional-integral-derivativo (PID)</i> .....	37
<b>3.</b>	<b>CAPÍTULO III DISEÑO CONCEPTUAL DEL SISTEMA DE ROBOTS PARALELOS TIPO DELTA PARA REHABILITACIÓN DE TOBILLO.</b> .....	<b>39</b>
3.1	Metodología de diseño del robot delta.....	39
3.1.1	<i>Metodología propuesta por los autores</i> .....	39
3.2	Especificaciones y requerimientos del robot. ....	40
3.2.1	<i>Voz del usuario</i> .....	41
3.2.2	<i>Voz del ingeniero</i> .....	41
3.2.3	<i>Matriz QFD (Quality Function Deployment)</i> .....	41
3.3	Análisis funcional .....	44
3.3.1	<i>Estudio de las alternativas de solución</i> .....	44
3.3.2	<i>Soporte de extremidad</i> .....	45
3.3.3	<i>Puesta en marcha del robot</i> .....	45
3.3.4	<i>Robot delta para rehabilitación</i> .....	46
3.3.5	<i>Control del robot delta</i> .....	50
3.3.6	<i>Alternativas de solución</i> .....	51
3.4	Criterios ponderados .....	52
3.4.1	<i>Modelo seleccionado</i> .....	55
3.4.2	<i>Especificaciones de los elementos</i> .....	56
<b>4.</b>	<b>CAPÍTULO IV DISEÑO MECÁNICO DEL SISTEMA DE ROBOTS PARALELOS TIPO DELTA</b> .....	<b>58</b>
4.1	Rangos de movimiento .....	58
4.1.1	<i>Dorsiflexión o flexión dorsal:</i> .....	59
4.1.2	<i>Flexión plantar o plantarflexión:</i> .....	59
4.1.3	<i>Abducción o rotación externa:</i> .....	60
4.1.4	<i>Aducción o rotación interna:</i> .....	61
4.1.5	<i>Inversión:</i> .....	61
4.1.6	<i>Eversión:</i> .....	62
4.2	Análisis cinemático.....	63
4.2.1	<i>Análisis cinemático inverso</i> .....	63
4.2.2	<i>Análisis cinemático inverso dorsiflexión</i> .....	71
4.2.3	<i>Análisis cinemático de la plataforma</i> .....	72
4.2.4	<i>Análisis cinemático inverso flexión plantar</i> .....	74

4.2.5	<i>Movimiento de rehabilitación dorsiflexión y flexión plantar</i> .....	75
4.2.6	<i>Validación de ecuaciones para el movimiento de abducción y aducción</i> .....	79
4.2.7	<i>Movimiento de rehabilitación abducción y aducción</i> .....	81
4.2.8	<i>Validación de ecuaciones para el movimiento de inversión y eversión</i> .....	84
4.2.9	<i>Movimiento de rehabilitación inversión y eversión</i> .....	87
4.3	Diseño de elementos mecánicos .....	90
4.3.1	<i>Selección de materiales por el método ASHBY</i> .....	90
4.3.2	<i>Pre-diseño de elementos mecánicos</i> .....	98
4.3.3	<i>Selección de rodamientos</i> .....	103
4.3.4	<i>Análisis de resistencia mecánica</i> .....	106
4.4	Análisis dinámico .....	122
4.4.1	<i>Análisis dinámico dorsiflexión y flexión plantar</i> .....	123
4.4.2	<i>Análisis dinámico abducción y aducción</i> .....	127
4.4.3	<i>Análisis dinámico inversión y eversión</i> .....	131
4.5	Control automático .....	137
4.6	Construcción y programación del prototipo .....	140
4.6.1	<i>Construcción</i> .....	140
4.6.2	<i>Programación:</i> .....	144
<b>5.</b>	<b>CAPÍTULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	<b>157</b>
5.1	Conclusiones.....	157
5.2	Recomendaciones .....	158

## **BIBLIOGRAFÍA**

## **ANEXOS**

## **PLANOS**



## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1-2:</b>	Rango de movimientos en el proceso de rehabilitación del tobillo .....	9
<b>Tabla 2-2:</b>	Características de algunos materiales termoplásticos.....	29
<b>Tabla 3-2:</b>	Fórmulas para determinación de esfuerzos dependiendo de la sección.....	30
<b>Tabla 1-3:</b>	Metodología propuesta por los autores.....	39
<b>Tabla 2-3:</b>	Matriz QFD del sistema de robots paralelos tipo delta.....	42
<b>Tabla 3-3:</b>	Especificaciones técnicas.....	43
<b>Tabla 4-3:</b>	Evaluación de peso específico de cada criterio .....	53
<b>Tabla 5-3:</b>	Evaluación de peso específico para las soluciones .....	53
<b>Tabla 6-3:</b>	Evaluación de peso específico para las soluciones .....	54
<b>Tabla 7-3:</b>	Evaluación de peso específico para las soluciones .....	54
<b>Tabla 8-3:</b>	Evaluación de peso específico para las soluciones .....	54
<b>Tabla 9-3:</b>	Tabla de conclusiones de criterios ponderados.....	55
<b>Tabla 10-3:</b>	Especificaciones de elementos .....	57
<b>Tabla 1-4:</b>	Policarbonato (PC).....	92
<b>Tabla 2-4:</b>	Aluminio comercial puro 1200 forjado H14.....	94
<b>Tabla 3-4:</b>	Aluminio 2024 tratamiento T6 .....	96
<b>Tabla 4-4:</b>	Tipos de rodamientos y comparación de su desempeño.....	103
<b>Tabla 5-4:</b>	Carga radial dinámica equivalente.....	104
<b>Tabla 6-4:</b>	Rodamientos rígidos de bolas .....	104
<b>Tabla 7-4:</b>	Correlación nominal del rodamiento .....	105
<b>Tabla 8-4:</b>	Escala de vida .....	106
<b>Tabla 9-4:</b>	Listado de costos de componentes para el prototipo DELTANKLE.....	143

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1-2:</b>	Esguince de tobillo tipo I .....	5
<b>Figura 2-2:</b>	Esguince de tobillo tipo II .....	6
<b>Figura 3-2:</b>	Esguince de tobillo tipo III.....	6
<b>Figura 4-2:</b>	Flexión del tobillo .....	7
<b>Figura 5-2:</b>	Inversión y eversión del tobillo.....	8
<b>Figura 6-2:</b>	Movimientos totales de rehabilitación del tobillo .....	8
<b>Figura 7-2:</b>	Robot IRB 340, ABB (Corporación multinacional de tecnología) .....	10
<b>Figura 8-2:</b>	Diferentes robots planares totalmente paralelos.....	11
<b>Figura 9-2:</b>	Manipulador mencionado por Hunt y Lee. ....	11
<b>Figura 10-2:</b>	Esquema mecánico del robot delta.....	12
<b>Figura 11-2:</b>	Cinemática directa e inversa .....	13
<b>Figura 12-2:</b>	Rotación del sistema $u, v, w$ con respecto a los ejes $x, y, z$ . ....	14
<b>Figura 13-2:</b>	Rotación del sistema $u, v, w$ con respecto al par de rotación $(k, \theta)$ .....	15
<b>Figura 14-2:</b>	Traslación con respecto a una referencia fija .....	16
<b>Figura 15-2:</b>	Esquemas del robot tipo delta y sus parámetros geométricos .....	18
<b>Figura 16-2:</b>	Configuración de $n$ eslabones y $n$ articulaciones. ....	19
<b>Figura 17-2:</b>	Estructura mecánica de un robot rígido.....	21
<b>Figura 18-2:</b>	Vista lateral para el análisis geométrico de la figura 15-2. ....	22
<b>Figura 19-2:</b>	Modelos de diseño en SolidWorks de robots paralelos.....	25
<b>Figura 20-2:</b>	Producción del acero al carbono .....	26
<b>Figura 21-2:</b>	Engranés y elementos producidos a partir de aluminio.....	27
<b>Figura 22-2:</b>	Perfiles extruidos de aluminio.....	28
<b>Figura 23-2:</b>	Distribución de esfuerzos en una columna sometida a compresión.....	31
<b>Figura 24-2:</b>	Columnas largas con fuerza aplicada en sus extremos.....	32
<b>Figura 25-2:</b>	Fractura debido a fatiga.....	34
<b>Figura 26-2:</b>	Transmisión de engranes cónicos.....	34
<b>Figura 27-2:</b>	Esquema de control proporcional ( $P$ ).....	37
<b>Figura 28-2:</b>	Esquema de control PID.....	38
<b>Figura 1-3:</b>	Análisis funcional del robot rehabilitador de tobillo.....	44
<b>Figura 2-3:</b>	Soporte 01 de extremidad.....	45
<b>Figura 3-3:</b>	Soporte 02 de extremidad.....	45
<b>Figura 4-3:</b>	Motores utilizados en la generación de movimiento.....	46
<b>Figura 5-3:</b>	Brazos actuadores.....	47
<b>Figura 6-3:</b>	Juntas de unión.....	47
<b>Figura 7-3:</b>	Eslabones superiores .....	48

<b>Figura 8-3:</b>	Eslabones superiores .....	48
<b>Figura 9-3:</b>	Eslabones superiores .....	49
<b>Figura 10-3:</b>	Base móvil.....	49
<b>Figura 11-3:</b>	Juntas de acople .....	50
<b>Figura 12-3:</b>	Plataformas de hardware y software .....	50
<b>Figura 13-3:</b>	Posibles alternativas de solución.....	51
<b>Figura 14-3:</b>	Sistema de robots paralelos tipo delta.....	56
<b>Figura 1-4:</b>	Análisis de interferencias.....	58
<b>Figura 2-4:</b>	Dorsiflexión o flexión dorsal .....	59
<b>Figura 3-4:</b>	Flexión plantar o plantarflexión .....	60
<b>Figura 4-4:</b>	Abducción o rotación externa .....	60
<b>Figura 5-4:</b>	Abducción o rotación externa .....	61
<b>Figura 6-4:</b>	Inversión.....	62
<b>Figura 7-4:</b>	Eversión .....	62
<b>Figura 8-4:</b>	Análisis cinemático de la plataforma .....	72
<b>Figura 9-4:</b>	Validación de ecuaciones en Matlab.....	73
<b>Figura 10-4:</b>	Desplazamiento angular del actuador para dorsiflexión .....	73
<b>Figura 11-4:</b>	Validación de ecuaciones en Matlab.....	74
<b>Figura 12-4:</b>	Desplazamiento angular del actuador para Flexión plantar .....	75
<b>Figura 13-4:</b>	Interacción de las curvas con el movimiento .....	76
<b>Figura 14-4:</b>	Análisis de efectores finales.....	77
<b>Figura 15-4:</b>	Validación de ecuaciones en Matlab.....	79
<b>Figura 16-4:</b>	Desplazamiento angular del actuador para abducción .....	80
<b>Figura 17-4:</b>	Validación de ecuaciones en Matlab.....	80
<b>Figura 18-4:</b>	Desplazamiento angular del actuador para abducción .....	81
<b>Figura 19-4:</b>	Interacción de las curvas con el movimiento .....	82
<b>Figura 20-4:</b>	Validación de ecuaciones en Matlab.....	85
<b>Figura 21-4:</b>	Desplazamiento angular del actuador para abducción .....	85
<b>Figura 22-4:</b>	Validación de ecuaciones en Matlab.....	86
<b>Figura 23-4:</b>	Desplazamiento angular del actuador para abducción .....	86
<b>Figura 24-4:</b>	Interacción de las curvas con el movimiento .....	87
<b>Figura 25-4:</b>	Posibles soluciones para la selección.....	92
<b>Figura 26-4:</b>	Elementos constituidos de policarbonato (PC) .....	93
<b>Figura 27-4:</b>	Posibles soluciones para la selección.....	94
<b>Figura 28-4:</b>	Elementos constituidos de aluminio.....	95
<b>Figura 29-4:</b>	Posibles soluciones para la selección.....	96
<b>Figura 30-4:</b>	Elementos constituidos de aluminio 2024 tratamiento T6 .....	97

<b>Figura 31-4:</b>	Análisis de resistencia en la posición de equilibrio.....	107
<b>Figura 32-4:</b>	Deformación máxima en la posición de equilibrio .....	107
<b>Figura 33-4:</b>	Tensión elástica equivalente en la posición de equilibrio .....	108
<b>Figura 34-4:</b>	Esfuerzo equivalente de Von Mises .....	108
<b>Figura 35-4:</b>	Factor de seguridad .....	109
<b>Figura 36-4:</b>	Análisis de resistencia en flexión-plantar.....	109
<b>Figura 37-4:</b>	Deformación máxima en la posición de flexión-plantar .....	110
<b>Figura 38-4:</b>	Tensión elástica equivalente en la posición de flexión-plantar .....	110
<b>Figura 39-4:</b>	Esfuerzo equivalente de Von Mises .....	111
<b>Figura 40-4:</b>	Factor de seguridad .....	111
<b>Figura 41-4:</b>	Análisis de resistencia en dorsiflexión.....	112
<b>Figura 42-4:</b>	Deformación máxima en la posición de dorsiflexión.....	112
<b>Figura 43-4:</b>	Tensión elástica equivalente en la posición de dorsiflexión .....	113
<b>Figura 44-4:</b>	Esfuerzo equivalente de Von-Mises.....	113
<b>Figura 45-4:</b>	Factor de seguridad .....	114
<b>Figura 46-4:</b>	Análisis de resistencia en aducción.....	114
<b>Figura 47-4:</b>	Deformación máxima en la posición de aducción .....	115
<b>Figura 48-4:</b>	Tensión elástica equivalente en la posición de aducción .....	115
<b>Figura 49-4:</b>	Esfuerzo equivalente de Von Mises .....	116
<b>Figura 50-4:</b>	Factor de seguridad .....	116
<b>Figura 51-4:</b>	Análisis de resistencia en abducción.....	117
<b>Figura 52-4:</b>	Deformación máxima en la posición de abducción .....	118
<b>Figura 53-4:</b>	Tensión elástica equivalente en la posición de abducción .....	118
<b>Figura 54-4:</b>	Esfuerzo equivalente de Von Mises .....	118
<b>Figura 55-4:</b>	Factor de seguridad .....	119
<b>Figura 56-4:</b>	Análisis de resistencia en eversión.....	119
<b>Figura 57-4:</b>	Deformación máxima en la posición de eversión .....	120
<b>Figura 58-4:</b>	Tensión elástica equivalente en la posición de eversión .....	120
<b>Figura 59-4:</b>	Esfuerzo equivalente de Von Mises .....	121
<b>Figura 60-4:</b>	Factor de seguridad .....	121
<b>Figura 61-4:</b>	Análisis dinámico con carga de 120 N.....	123
<b>Figura 62-4:</b>	Interacción de las curvas con el movimiento .....	126
<b>Figura 63-4:</b>	Interacción de las curvas con el movimiento .....	126
<b>Figura 64-4:</b>	Interacción de las curvas con el movimiento .....	130
<b>Figura 65-4:</b>	Interacción de las curvas con el movimiento .....	130
<b>Figura 66-4:</b>	Interacción de las curvas con el movimiento .....	134
<b>Figura 67-4:</b>	Interacción de las curvas con el movimiento .....	134

<b>Figura 68-4:</b>	Servomotor tipo D-845WP de acero y 50 Kg-cm de torque .....	135
<b>Figura 69-4:</b>	Especificaciones del servomotor tipo D-845WP .....	136
<b>Figura 70-4:</b>	Servomotor MG995 seleccionado en el eje vertical.....	137
<b>Figura 71-4:</b>	Elementos constitutivos de la planta de control .....	138
<b>Figura 72-4:</b>	Lazo de control en cada actuador en software Simulink.....	139
<b>Figura 73-4:</b>	Simulación utilizando la planta de control .....	139
<b>Figura 74-4:</b>	Ácido poli láctico (PLA) .....	140
<b>Figura 75-4:</b>	Sujetador (azul), soporte (plomo) y junta (plomo) impresos en (PLA) .....	141
<b>Figura 76-4:</b>	Horquillas (plomo), eslabones (plomo) y plataforma móvil (plomo) (PLA) ....	141
<b>Figura 77-4:</b>	Base (madera MDF), columnas (PLA plomo) y brazos (PLA plomo) .....	142
<b>Figura 78-4:</b>	Ejes (PLA plomo), pasadores (PLA azul) y elementos de unión.....	142
<b>Figura 79-4:</b>	Sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo. ....	143

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

<b>Gráfica 1-4:</b>	Velocidad angular de los actuadores .....	75
<b>Gráfica 2-4:</b>	Velocidades y aceleraciones de los efectores finales.....	76
<b>Gráfica 3-4:</b>	Análisis de movimiento plataforma y actuadores.....	77
<b>Gráfica 4-4:</b>	Velocidad angular de los actuadores .....	81
<b>Gráfica 5-4:</b>	Velocidades y aceleraciones de los efectores finales.....	82
<b>Gráfica 6-4:</b>	Velocidades y aceleraciones de la plataforma.....	83
<b>Gráfica 7-4:</b>	Velocidades angulares en función de la posición de la plataforma .....	83
<b>Gráfica 8-4:</b>	Velocidad angular de los actuadores .....	87
<b>Gráfica 9-4:</b>	Velocidades y aceleraciones de los efectores finales.....	88
<b>Gráfica 10-4:</b>	Velocidades y aceleraciones de la plataforma. ....	88
<b>Gráfica 11-4:</b>	Velocidades angulares en función de la posición de la plataforma .....	89
<b>Gráfica 12-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_1</i> .....	123
<b>Gráfica 13-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_2</i> .....	124
<b>Gráfica 14-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_3</i> .....	124
<b>Gráfica 15-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_4</i> .....	124
<b>Gráfica 16-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_5</i> .....	125
<b>Gráfica 17-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_6</i> .....	125
<b>Gráfica 18-4:</b>	Curvas de torque de los motores.....	126
<b>Gráfica 19-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_1</i> .....	127
<b>Gráfica 20-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_2</i> .....	128
<b>Gráfica 21-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_3</i> .....	128
<b>Gráfica 22-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_4</i> .....	128
<b>Gráfica 23-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_5</i> .....	129
<b>Gráfica 24-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_6</i> .....	129
<b>Gráfica 25-4:</b>	Curvas de torque de los motores.....	130
<b>Gráfica 26-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_1</i> .....	131
<b>Gráfica 27-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_2</i> .....	131
<b>Gráfica 28-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_3</i> .....	132
<b>Gráfica 29-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_4</i> .....	132
<b>Gráfica 30-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_5</i> .....	133
<b>Gráfica 31-4:</b>	Torque en función del tiempo del <i>motor_6</i> .....	133
<b>Gráfica 32-4:</b>	Curvas de torque de los motores.....	133
<b>Gráfica 33-4:</b>	Curvas de torque de los motores verticales .....	136
<b>Gráfica 34-4:</b>	Planta de control del sistema robótico .....	138

## ÍNDICE DE ANEXOS

**ANEXO A.** Circuito electrónico

**ANEXO B.** Conexiones

## RESUMEN

La investigación muestra el diseño mecánico y la construcción de un prototipo de un sistema de dos robots paralelos tipo delta invertidos con cuatro grados de libertad cada uno, para el proceso de rehabilitación de tobillo por mecanoterapia. El alto número de personas con lesiones en el tobillo y la carencia de dispositivos automáticos para el proceso de rehabilitación del tobillo, han motivado al grupo de investigación y estudio de bioingeniería de la Facultad de Mecánica ESPOCH a buscar soluciones a problemas enfocados con los procesos de rehabilitación de extremidades inferiores. Para esto se utilizaron herramientas informáticas enfocadas al diseño mecánico, análisis cinemático, análisis dinámico, control automático y selección de materiales. El sistema robótico se modeló en SolidWorks para verificación de rangos de movimiento, luego de lo cual dicho modelo fue exportado a MSC Adams para realizar la cinemática inversa con lo cual se determinó las posiciones y velocidades de las articulaciones, así como aceleraciones, fuerzas y torques para la selección de los servomotores. Para la etapa de control automático se comprobó y validó el correcto funcionamiento del prototipo mediante programación en Arduino UNO. Se obtuvo una plataforma con seis grados de libertad la cual sirve para cumplir con todos los ángulos de los seis movimientos básicos para el proceso de rehabilitación como; Dorsiflexión con  $29.8^\circ$ , Flexión plantar con  $45.8^\circ$ , Inversión con  $22^\circ$ , Eversión con  $17^\circ$ , Abducción con  $25.9^\circ$  y Aducción con  $36^\circ$ . Los movimientos de la plataforma móvil provienen de dos robots deltas con brazos robóticos accionados por seis servomotores de 50 Kg.cm y un actuador vertical con servomotor de 15 Kg.cm.

**PALABRAS CLAVES:** <TECNOLOGÍA Y CIENCIAS DE LA INGENIERÍA>  
<REHABILITACIÓN DE TOBILLO>, <ROBOT PARALELO DELTA>, <DISEÑO>,  
<ANÁLISIS CINEMÁTICO>, <ANÁLISIS DINÁMICO>, <CONTROL AUTOMÁTICO>.



## ABSTRACT

It was carried out the mechanical design and the construction of a system prototype of two parallel robots type delta inverted with four degrees of freedom each one, for the ankle rehabilitation process by mechanotherapy, the high number of persons with ankle injuries and the lack of automatic devices for their rehabilitation process, have motivated to the research group and study of bioengineering of Facultad de Mecánica from ESPOCH to look for solutions to problems focused on with the rehabilitation processes of inferior extremities. For this purpose, informatics tools were used based on mechanical design, Kinematics analysis, dynamic analysis, automatic control and materials selection. The robotic system was modelled in SolidWorks for verifying of movement features, then such model was exported to MSC Adams for doing the reverse Kinematics, by they were determined the positions and velocities of articulations, thus the accelerations, forces and torque, for the selection of servomotors. For the stage of automatic control, the correct functioning of the prototype was validated through programming in Arduino UNO. A platform with six degrees of freedom was obtained which serves for fulfilling with all the angles of the six basic movements for the rehabilitation process like dorsiflexion with  $29.8^\circ$ , plantarflexion with  $45.8^\circ$ , inversion with  $22^\circ$ , eversion with  $17^\circ$ , abduction with  $25.9^\circ$ , adduction with  $36^\circ$ . The mobile platform movements come from two delta robots with robotic arms actioned arms by six servomotors of 50 Kg.cm and vertical actuator with servomotor of 15 Kg.cm

**KEYWORDS:** <TECHNOLOGY AND SCIENCES OF ENGINEERING> <ANKLE REHABILITATION> <PARALLEL DELTA ROBOT> <DESIGN> <KINEMATIC ANALYSIS> <DYNAMIC ANALYSIS> <AUTOMATIC CONTROL>.

## INTRODUCCIÓN

En este trabajo se presenta como propuesta tecnológica, un prototipo capaz de hallar una solución para el proceso de rehabilitación pasiva de tobillo, utilizando la técnica de mecanoterapia. Este prototipo utiliza como mecanismo elemental un sistema de robots paralelos tipo delta desarrollado por Raymond Clavel. Debido al espacio de trabajo, alta velocidad de accionamiento y 4 grados de libertad que poseen estos tipos de robots manipuladores se ha logrado diseñar una plataforma que otorga seis grados de libertad para el proceso de rehabilitación de tobillo, la cual es capaz de simular los movimientos básicos que realiza la articulación del tobillo. Los dispositivos automáticos de rehabilitación son capaces de realizar múltiples procesos de movilidad en las diferentes extremidades afectadas, a pesar de que existe una amplia gama de rehabilitadores para distintas partes del cuerpo humano, los rehabilitadores automáticos para el tobillo son escasos a nivel global. Gracias a la construcción del prototipo mediante impresión 3D se ha observado el correcto funcionamiento del mecanismo propuesto, el cual satisface con todos los rangos de movimiento que necesita el tobillo en su proceso de recuperación, principalmente para las lesiones más comunes como es el caso del esguince.

Para este trabajo se han utilizado criterios de robótica, que se enfocan en el análisis cinemático y dinámico, los cuales son indispensables para el proceso de control automático del prototipo. Las herramientas informáticas de diseño mecánico, análisis cinético y programación son utilizadas como ayuda en el proceso de cálculo estructural y movimiento.

# CAPÍTULO I

## 1. MARCO REFERENCIAL

### 1.1 Antecedentes

La innata curiosidad del ser humano, lo convierte en un buscador de respuestas a muchas de las preguntas que se plantea en el diario vivir. La mejor manera de encontrar estas respuestas es a través de la investigación continua. El Grupo de Investigación y Estudio de Bioingeniería GIEBI de la ESPOCH busca de manera continua soluciones a problemas enfocados con los procesos de rehabilitación de extremidades y partes en las que el ser humano ha sufrido alguna lesión o daño; la búsqueda de estas soluciones a través de la investigación, y estudios experimentales pueden ayudar en los procesos de rehabilitación.

Para la rehabilitación de tobillo, se parte del principio de funcionamiento de los robots paralelos y su capacidad de movilidad. Un robot de cadena cinemática cerrada, es decir un robot paralelo, es aquel que trabaja a mayor velocidad, mayor relación carga con peso y suelen tener más precisión que los robots de cadenas cinemáticas abiertas. Debido a que en Ecuador no se encuentran robots rehabilitadores para exclusivamente el tobillo, el robot paralelo tipo delta puede contribuir con un proceso tan complejo en el área de rehabilitación.

El GIEBI además basa sus investigaciones en los principios estudiados en las carreras de ingeniería informática, electrónica, y especialmente mecánica siendo esta última, la cual aporta conocimiento en el área de mecanismos, diseño y manufactura, y que permiten elaborar cadenas cinemáticas cerradas y generar movimientos requeridos en los procesos de rehabilitación, todo esto plasmado en un prototipo real.

### 1.2 Formulación del problema.

En la actualidad, los seres humanos han poblado el planeta con un número considerable de habitantes, razón por la cual existe una gran demanda en los servicios de salud y a pesar que se cuenta con personas altamente preparadas y calificadas en el área de salud y más aún en el área de rehabilitación, los servicios prestados no siempre satisfacen la demanda en atención de tiempo y calidad, para las personas que deseen tratarse en una rehabilitación que requiere eficiencia y

eficacia. Los médicos dan a sus pacientes citas con un considerable rango de espera y debido a la cantidad de pacientes que deben atender, surge el problema de la saturada agenda de los médicos al momento de atender a los pacientes. De ahí la cuestión de que existen más personas de las que se pueden tratar y si por alguna razón los médicos trataran a todas las personas necesitadas, la calidad del tratamiento probablemente no sería completamente eficiente debido a que no atenderían a cada persona de manera meticulosa.

En Ecuador, las personas que requieren rehabilitación de tobillo son cada vez más numerosas según registros hospitalarios y debido a que en el país no existen dispositivos automáticos en esta área, se necesita una forma de solucionar este problema y enfrentarlo de manera inteligente con un enfoque ingenieril y moderno. por lo tanto, se identifica un problema, que es la necesidad de atender a personas que requieran atención en el área de rehabilitación. Estos problemas identificados como la falta de personal para atención en el área de rehabilitación de tobillo, la ausencia de dispositivos robóticos para rehabilitación en Ecuador, la necesidad de los rehabilitadores de poseer dispositivos que faciliten el proceso de rehabilitación, la necesidad de personas que no pueden desplazarse de su hogar para un proceso de rehabilitación; conlleva a plantear una solución que se pueda identificar y estudiar la mejor manera de disminuir la demanda de personas con problemas de rehabilitación de tobillo; un claro ejemplo de esto se encuentra en el ámbito deportivo, en donde las personas sufren lesiones de tobillo a diario debido al largo trajín del juego, producto de todas estas lesiones surge la necesidad de retornar la parte afectada a condiciones iniciales satisfactorias para el paciente de manera que pueda regresar a sus funciones de esfuerzo físico de una forma que pueda cumplirlas con la mayor normalidad tal y como lo hacía antes de padecer este problema.

### **1.3 Justificación.**

#### **1.3.1 *Justificación teórica***

Con la finalización del diseño mecánico y construcción de un prototipo a escala de un robot rehabilitador, se tendrá un estudio de cinemática y dinámica del robot paralelo tipo delta; el estudio indicará todos los tipos de movimientos que puede realizar este robot paralelo, lo cual será aprovechado para definir estos movimientos de una manera que la rehabilitación de tobillo constituya un proceso activo para las personas en rehabilitación, entonces se espera que en el futuro el proceso de rehabilitación de tobillo se convierta en un proceso controlado y automatizado, que ayude en la terapia de rehabilitación y muestre un rendimiento óptimo al realizar ésta de una manera precisa y controlada.

### **1.3.2 *Justificación metodológica***

En el estudio del proyecto, se realizará una investigación cuantitativa, basada en investigaciones anteriores y en un estudio de los diferentes tipos de procesos de rehabilitación que las personas con este tipo de problema necesitan, entonces el diseño y la simulación el robot paralelo tipo delta de acuerdo con los requerimientos exigidos en los procesos de rehabilitación de tobillo, puede guiar a personas que estudian el campo de la robótica aplicada al proceso de rehabilitación.

### **1.3.3 *Justificación práctica***

La investigación, diseño, y simulación del sistema de robots tipo delta se acerca más a la vida práctica del diseño y a la aplicación de programas desarrollados para la simulación de componentes mecánicos. Mediante el diseño de este robot paralelo tipo delta se puede dar solución a problemas como: eficiencia en la rehabilitación de tobillo, tiempos prolongados de rehabilitación de tobillo sin agotamiento del rehabilitador, suplir la demanda de personas necesitadas de rehabilitación de tobillo y dar solución aquellos deportistas que, debido a los problemas de esguinces que sufren en el tobillo, necesitan una terapia de rehabilitación del mismo.

## **1.4 Alcance**

El proyecto consiste en el diseño y simulación mecánica de un sistema de robots paralelos para rehabilitación de tobillo, con la construcción de un prototipo a escala; el alcance del proyecto llega al punto en el cual se deja planteado el diagrama de control automático del robot paralelo tipo delta, para que en una posterior investigación se pueda realizar la construcción y automatización de un modelo real, con la finalidad de probarlo en ejercicios de rehabilitación reales.

## **1.5 Objetivos**

### **1.5.1 *Objetivo general***

Diseñar un sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo.

### **1.5.2 *Objetivos específicos***

Estudiar los diferentes tipos de lesiones de tobillo, para analizar de mejor manera los diferentes movimientos en el proceso de rehabilitación de tobillo.

Investigar sobre la cinemática, dinámica y mecanismos de los robots paralelos tipo delta que permitan obtener los movimientos necesarios en el proceso de rehabilitación de tobillo.

Diseñar los diferentes elementos mecánicos que constituyen el robot paralelo para rehabilitación de tobillo.

Utilizar software para establecer la cinemática y dinámica del robot. Para realizar la simulación estructural y plantear la etapa de control del robot.

Crear un prototipo a escala del robot paralelo para rehabilitación de tobillo, mediante impresión 3D para poder observar la función requerida.

## CAPÍTULO II

### 2. MARCO TEÓRICO

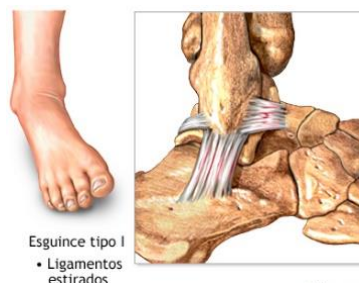
En el presente capítulo se comprende el proceso de rehabilitación de tobillo, la funcionalidad de un robot paralelo tipo delta, los procedimientos de diseño acoplados a un robot paralelo tipo delta y el control automático necesario para obtener la función requerida en el prototipo.

#### 2.1 Rehabilitación de tobillo

La rehabilitación según Salinas D. y Lugo L. (2008) se ha considerado como filosofía, técnica y acción ya que desarrolla tratamientos terapéuticos para mejorar el funcionamiento de la parte afectada. La rehabilitación según Porto P. y Merino M. (2008) es la acción y efecto de rehabilitar. Este verbo refiere a restituir a alguien o algo su antiguo estado, habilitándolo de nuevo. Por lo tanto, en esta investigación, la rehabilitación es el proceso terapéutico mediante el cual la parte afectada restituye a su estado de funcionalidad normal. La rehabilitación se da debido a factores de esguince de tobillo.

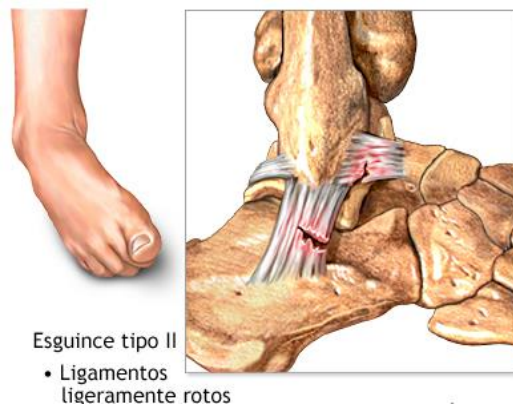
##### 2.1.1 *Esguinces de tobillo*

Los esguinces de tobillo son causados por estiramiento o desgarro de los ligamentos alrededor del tobillo, normalmente debido al movimiento excesivo y abrupto en la dirección de la inversión (TSOI & XIE, 2010). La figura 1-2 muestra el tipo I de esguince en donde los ligamentos se observan estirados debido a la torsión del pie en la dirección de la inversión del pie, este tipo de lesión es muy común en deportistas.



**Figura 1-2:** Esguince de tobillo tipo I

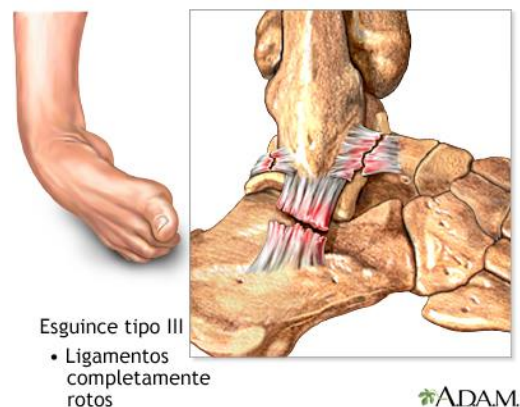
Fuente: <http://arh.adam.com/content.aspx?productId=102&pid=7&gid=100209>



**Figura 2-2:** Esguince de tobillo tipo II

**Fuente:** <http://arh.adam.com/content.aspx?productId=102&pid=7&gid=100209>

La figura 2-2 muestra el tipo II de esguince en donde los ligamentos se observan estirados y ligeramente rotos debido a la torsión del pie. El tipo III de esguince lo muestra la figura 3-2 en donde los ligamentos se observan completamente rotos debido a la torsión del pie. El tratamiento para los esguinces de tobillo generalmente comienza con la reducción de la efusión donde a menudo se aplica compresión e inmovilización. Una vez que la efusión ha cesado, se llevan a cabo ejercicios no portadores de peso para mejorar el rango de movimiento en el tobillo. A medida que se establezca el soporte de peso libre de dolor, se le pedirá al paciente que realice ejercicios contra cierto nivel de resistencia para mejorar la fuerza muscular para prevenir lesiones adicionales.



**Figura 3-2:** Esguince de tobillo tipo III

**Fuente:** <http://arh.adam.com/content.aspx?productId=102&pid=7&gid=100209>

Finalmente, los ejercicios de propiocepción se usan para mejorar la sensación que relaciona la ubicación con el movimiento de la articulación del paciente, de modo que se puede mejorar el equilibrio y la marcha del paciente. (TSOI & XIE, 2010). Debido a este problema de esguince de tobillo, se necesita un proceso de rehabilitación de tobillo con movimientos necesarios para restituir la funcionalidad de la parte afectada.

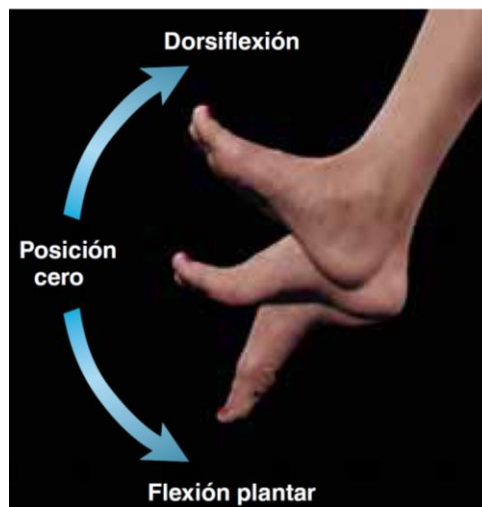


### 2.1.2 Movimientos en la rehabilitación del tobillo

En el tobillo hay algunas definiciones adicionales relacionadas con el tipo de movimiento que son únicas, a continuación, se detallan cada una de ellas:

*Dorsiflexión:* Es un movimiento en que los dedos se elevan, como cuando se aplica esmalte para uñas, en cada paso que se da, el pie se dorsiflexiona cuando se avanza, esto evita que los dedos se raspen en el piso y produce el golpe de talón característico de la locomoción humana cuando el pie se coloca al frente.

*Flexión plantar:* Es un movimiento del pie en que los dedos señalan hacia abajo, como cuando se oprime el acelerador de un automóvil o se está de puntas, este movimiento también produce el despegue de los dedos en cada paso que se da, mientras el tobillo del pie trasero se levanta del piso. La flexión plantar puede ser un movimiento muy enérgico que, por ejemplo, los saltadores de altura y los basquetbolistas en los tiros en suspensión utilizan este tipo de flexión, la figura 4-2 muestra la ilustración del movimiento.

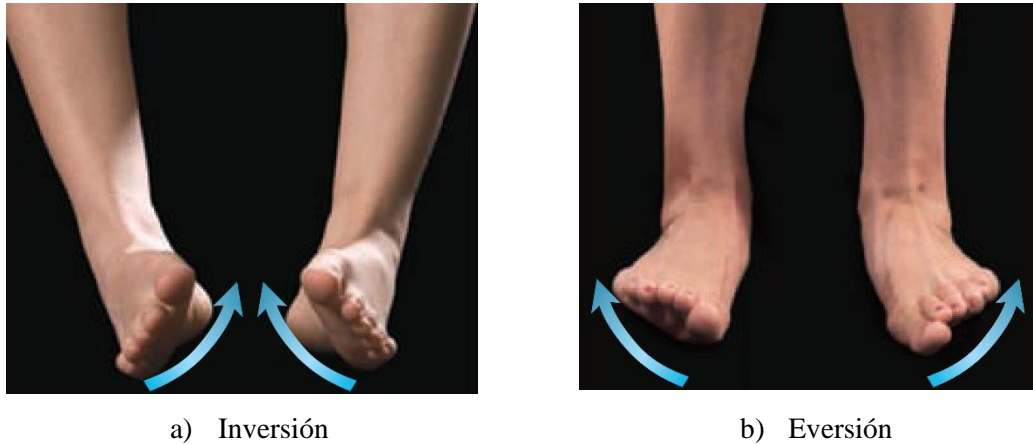


**Figura 4-2:** Flexión del tobillo

**Fuente:** SALADIN, K.L.; DALLEY, A. F. (2013) “Anatomía y fisiología. La unidad entre la forma y la función” Editorial McGraw-Hill. Sexta Edición, Pág. 297.

*Inversión:* Es un movimiento del pie que desplaza las plantas en sentido medial para que se enfrenten entre sí, la figura 5-2 ilustra este tipo de movimiento que es común en futbolistas.

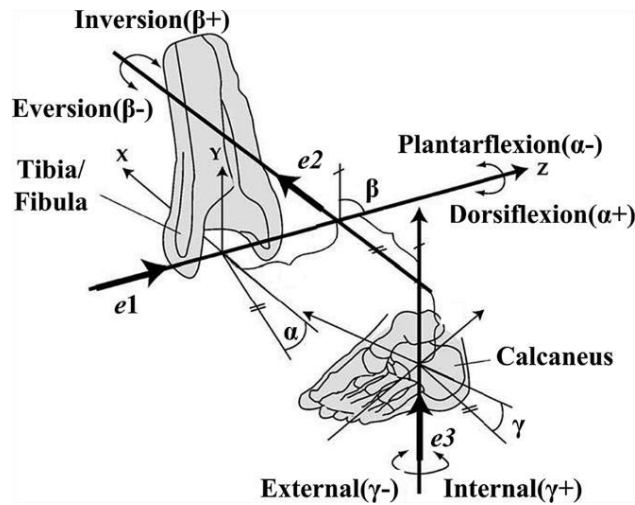
*Eversión:* Es un movimiento del pie que desplaza las plantas en sentido lateral para que se aparten de manera lateral. Estos movimientos son comunes en los deportes rápidos como el tenis y el fútbol, y en ocasiones causan torsión del tobillo (SALADIN, 2013). La figura 5-2 que se muestra a continuación ilustra este tipo de movimiento.



**Figura 5-2:** Inversión y eversión del tobillo

**Fuente:** SALADIN, K.L.; DALLEY, A. F. (2013) “Anatomía y fisiología. La unidad entre la forma y la función” Editorial McGraw-Hill. Sexta Edición, Pág. 297.

Los movimientos descritos anteriormente se resumen en la figura 6-2, aquí se muestran todos los movimientos necesarios para la rehabilitación de tobillo y a continuación se muestra los rangos máximos permisibles de estos movimientos.



**Figura 6-2:** Movimientos totales de rehabilitación del tobillo

**Fuente:** WANG, C., YUEFA, F., & Guo, S. (2013). Design and Kinematical Performance Analysis of a 3-RUS/RRR Redundantly Actuated Parallel Mechanism for Ankle Rehabilitation. *Journal of Mechanisms and Robotics*.

### 2.1.3 Rangos permisibles en el movimiento de rehabilitación de tobillo

Los términos utilizados para definir la dirección del movimiento tobillo - pie y el rango de movimiento estimado en cada dirección se dan en la *tabla 1-2*. Debe señalarse que el rango de movimiento puede variar mucho entre individuos, destacando así la necesidad de un sistema adaptativo que pueda limitar la fuerza aplicada al acercarse a los límites de las articulaciones para prevenir lesiones al paciente. (TSOI & XIE, 2010).

**Tabla 1-2:** Rango de movimientos en el proceso de rehabilitación del tobillo

Tipo de movimiento	Movimiento máximo permisible
Dorsiflexión	20,3°-29,8°
Flexión plantar	37,6°-45,8°
Inversión	14,5°-22,0°
Eversión	10,0°-17,0°
Abducción/rotación externa	15,4°-25,9°
Aducción/rotación interna	22,0°-36,0°

**Realizado por:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017

**Fuente:** TSOI, Y., & XIE, S. (2010). Design and control of a parallel robot for ankle rehabilitation. *Int. J. Intelligent Systems Technologies and Applications*.

De este modo la *tabla 1-2* muestra los movimientos con los rangos necesarios para un correcto proceso de rehabilitación, este proceso requiere de 4 series con 25 repeticiones en cada movimiento de rehabilitación de tobillo y con un descanso de 30 segundos por cada serie.

#### **2.1.4 Cinemática y dinámica del tobillo**

En la actualidad existen modelos cinemáticos para representar el movimiento en el tobillo usando articulaciones básicas como articulaciones de bisagra, pero debido a la articulación compleja entre la tibia, el peroné y los huesos en el pie, el movimiento del tobillo no es puramente rotativo, por lo que la representación del tobillo con una articulación de bisagra es inadecuada para describir un movimiento anatómicamente correcto. Un modelo comúnmente utilizado que describe mejor este movimiento es el modelo biaxial que utiliza dos articulaciones articulares funcionales, la articulación del tobillo y la articulación subtalar, los ejes de estas articulaciones son oblicuos con respecto a los planos anatómicos, por lo que la rotación alrededor de ellos contribuirá al movimiento alrededor de los tres planos (Godoy J.I. 2012).

Se ha realizado mucha investigación para estudiar la flexibilidad del tobillo humano, particularmente en las direcciones de dorsiflexión y flexión plantar, la rigidez y amortiguación del tobillo es dependiente de varios factores, entre ellos el grado de activación muscular y la velocidad del movimiento. En investigaciones sobre el movimiento del tobillo se observa que el momento resistivo del tobillo varía de una manera no lineal con respecto a la posición del tobillo, por lo que la rigidez del tobillo cerca de la posición neutra es baja, pero aumenta significativamente a medida que se acerca a los límites de la articulación (GODOY J.I. 2012). La masa del pie según investigaciones corresponde al 1,5% de la masa total de una persona y la masa de una pierna completa corresponde al 16%, la parte inferior de la pierna con el pie corresponde

al 5,9% de la masa total de una persona (LEFTON, J., MALONE A. 2009). Los momentos experimentados a través del tobillo son también bastante grandes, con valores hasta 50 N m cuando el tobillo se mueve pasivamente. Este valor puede incluso aumentar más de 100 N m cuando los músculos se contraen activamente. Por lo tanto, se deben tener en cuenta las consideraciones especiales en el diseño del robot para asegurar que es capaz de proporcionar grandes pares de ejercicios resistivos. (TSOI & XIE, 2010).

## 2.2 Robot paralelo tipo delta.

Un robot paralelo se compone de un efector final con  $n$  grados de libertad y de una base fija, unidos entre sí por al menos dos cadenas cinemáticas independientes. La actuación tiene lugar mediante  $n$  actuadores simples (MERLET, 2006). La historia del robot paralelo data del año 1931 en donde James Gwinnett diseña una plataforma destinada a la industria del entrenamiento, pero nunca fue construido. En la actualidad el desarrollo y las aplicaciones de los robots paralelos ha sido muy diversa, tal es el caso que, en agosto de 2005, la Corporación Multinacional ABB, presenta un robot paralelo IRB 340 (figura 7-2) desarrollado para experimentar el control visual.

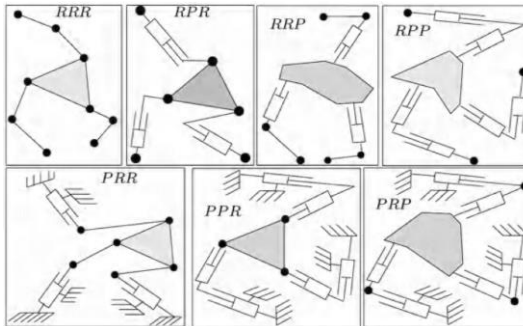


**Figura 7-2:** Robot IRB 340, ABB (Corporación multinacional de tecnología)

**Fuente:** <http://arvc.umh.es/documentos/articulos/RIAI%202006.pdf>

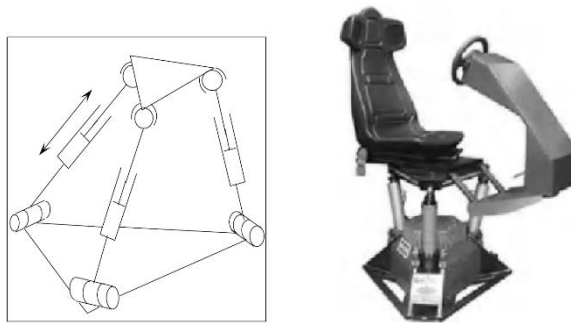
### 2.2.1 Configuraciones de los robots paralelos tipo delta

Las configuraciones de los robots paralelos tipo delta se pueden clasificar en robots en el plano y espaciales, dependiendo de si actúan sobre un plano de dos dimensiones o sobre un volumen de tres dimensiones tal y como se muestra en la figura 8-2 y figura 9-2 respectivamente. Las configuraciones de robots paralelos tipo delta en el plano poseen tres grados de libertad.



**Figura 8-2:** Diferentes robots planares totalmente paralelos

Fuente: MERLET, J. P. (2006). *Parallel Robots* (Second ed.). Dordrecht: Springer.



**Figura 9-2:** Manipulador mencionado por Hunt y Lee.

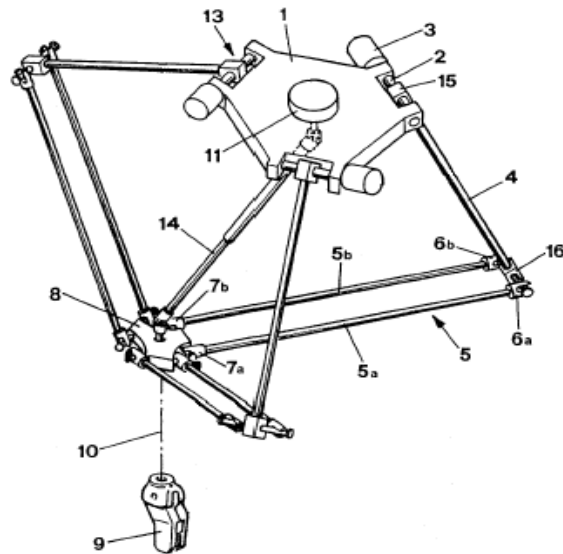
Fuente: MERLET, J. P. (2006). *Parallel Robots* (Second ed.). Dordrecht: Springer.

En los primeros el movimiento se reduce a un plano de dos dimensiones, pudiendo tener dos o tres grados de libertad, correspondientes a un movimiento de traslación en el plano y a uno de rotación sobre un eje perpendicular a él. En el segundo caso el movimiento se realiza en un espacio tridimensional, pudiendo tener hasta seis grados de libertad, es decir tres grados traslaciones y tres grados rotaciones (VIVAS, 2006).

### 2.2.2 Mecanismo del robot paralelo tipo delta

En los años 80, Raymond Clavel, profesor en EPFL (*École Polytechnique Fédérale de Lausanne*) irrumpe con la idea brillante de usar paralelogramos para construir una estructura paralela robusta con tres grados de libertad de traslación y un rotatorio tal y como se muestra en la figura 10-2. Al contrario de las publicaciones científicas hasta el momento, su inspiración era verdaderamente original y no viene de un mecanismo paralelo patentado por Willard L. Pollard en 1942. A esta estructura se le dio el nombre de robot Delta, sin sospechar que al final de siglo, sería uno de los diseños paralelos más acertados con varios cientos de estructuras activas en todo el mundo. En 1999, el Dr. Clavel es premiado con el “Golden Robot Award” (patrocinado por ABB) por su trabajo innovador en el robot paralelo Delta. (SILVA, 2005).

A continuación, se muestra la idea propuesta por Clavel en los años 80, en donde se observa la estructura mecánica de un robot paralelo tipo delta patentado en 1990 (EEUU).



**Figura 10-2:** Esquema mecánico del robot delta.

**Fuente:** SILVA, L. Á. (2005). Control visual de robots paralelos. Análisis, desarrollo y aplicación a la plataforma robo tenis. Madrid.

El diseño de un robot paralelo tipo delta se basa en el uso de paralelogramos, el uso de tres de estos paralelogramos restringe totalmente la orientación de la plataforma móvil, que permanece con 3 grados de libertad puramente de traslación, los acoplamientos de entrada de los tres paralelogramos están montados en ejes rotativos como el elemento 3 de la figura 10-2, y estos ejes pueden ser actuados mediante:

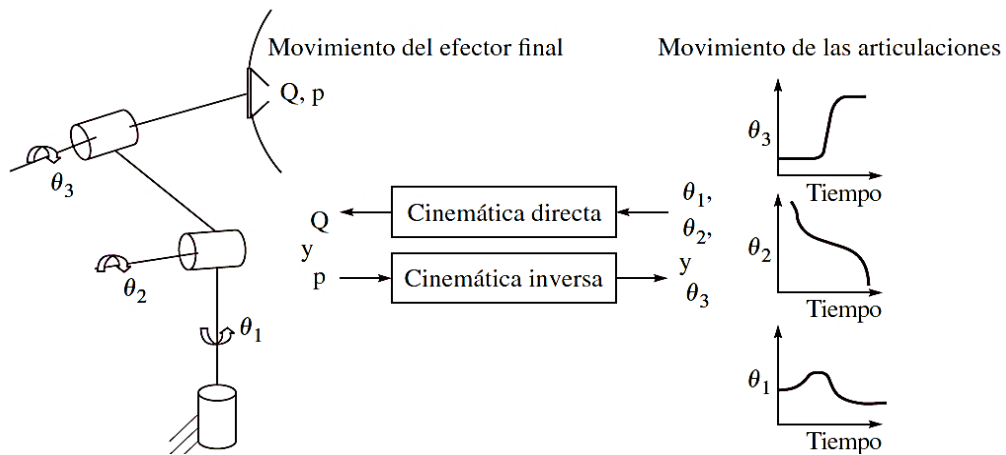
- Motores eléctricos de C.C o C.A.
- Actuadores lineales.

Finalmente, un cuarto brazo se utiliza para transmitir el movimiento rotatorio de la base a un efector final montado en la plataforma móvil, este cuarto brazo de movimiento rotatorio es el elemento 9 de la figura 10-2 mostrada anteriormente. La aplicación del robot delta a sido utilizada en la industria en innumerables procesos de selección y clasificación.

### **2.2.3 Análisis cinemático de un robot delta.**

La cinemática estudia el movimiento del robot con respecto a un sistema de referencia sin considerar las fuerzas que intervienen (BARRIENTOS A. 2007), para que un robot haga una tarea específica inicialmente deberá instituirse la posición y la orientación del efector final, es decir su posición en relación con su base. Existen dos tipos de problemas, la cinemática directa y la inversa como se ilustra en la figura 11-2, en la *cinemática directa* las posiciones de las articulaciones ya

están determinadas y el problema radica en encontrar la configuración del efector final, en la *cinemática inversa* la posición del efector final está determinada y el problema radica en encontrar los ángulos de las articulaciones del robot y para ello se utiliza modelos matemáticos (KUMAR S. Subir 2010).



**Figura 11-2:** Cinemática directa e inversa

**Fuente:** KUMAR Saha S., (2010) "Introducción a la robótica" México editorial McGraw. Hill. Segunda edición. Pág. 113

Los grados de libertad que posee un robot son parámetros de movimiento para poder realizar la función requerida, para calcular los grados de libertad de un robot se utiliza el conocido criterio de Grubler - Kutzbach.

$$n = s(r - p - 1) + \sum_i^p n_i$$

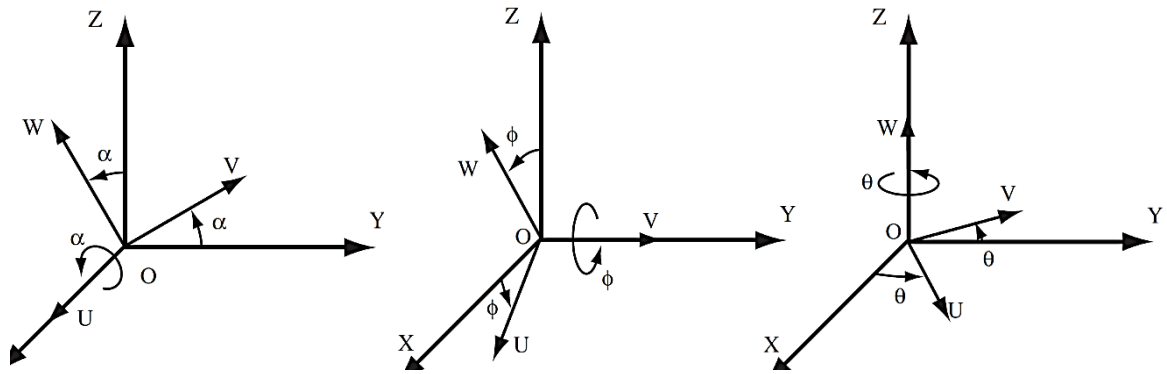
$s$  es la dimensión del espacio de trabajo (mecanismos planares  $s = 3$ ; espaciales  $s = 6$ )

$r$  es el número de cuerpos rígidos o eslabones en el sistema

$p$  es el número de pares cinemáticos o articulaciones en el sistema

$n_i$  es el número de grados de libertad individual de cada elemento (KUMAR S. 2010).

*Representación de la orientación de un sistema móvil:* Una orientación en el espacio tridimensional aparece definida por tres grados de libertad linealmente independientes, para representar de manera factible la disposición de un objeto respecto a un sistema de referencia, es usual establecer al objeto un nuevo sistema, y posteriormente estudiar la relación espacial existente entre los dos sistemas. La matriz de rotación que define la orientación de un sistema móvil ( $u, v, w$ ) con respecto a un sistema fijo ( $x, y, z$ ) recibe el nombre de matriz de cosenos directores, es útil el constituir la expresión de la matriz de rotación conveniente a sistemas girados únicamente sobre uno de los ejes del sistema de referencia en la figura 12-2 como se muestra a continuación.



**Figura 12-2:** Rotación del sistema  $u, v, w$  con respecto a los ejes  $x, y, z$ .

Fuente: BARRIENTOS A., PEÑIN F. L., BALAGUER C., Aracil R., (2007) "Fundamentos De Robótica" España editorial McGraw. Hill. Segunda edición.

La orientación del sistema  $u, v, w$  con el eje  $u$  coincidente con el eje  $x$  se da por la matriz:

$$Rot x (\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

La orientación del sistema  $u, v, w$  con el eje  $v$  coincidente con el eje  $y$  se da por la matriz:

$$Rot y (\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix}$$

La orientación del sistema  $u, v, w$  con el eje  $w$  coincidente con el eje  $z$  se da por la matriz:

$$Rot z (\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Las matrices de rotación se pueden agrupar para formular la concentración continua de varias rotaciones, si al sistema  $u, v, w$  se le emplea una rotación de ángulo  $\alpha$  sobre el eje  $x$ , seguida de una rotación de ángulo  $\phi$  sobre el eje  $y$ , y de una rotación de ángulo  $\theta$  sobre el eje  $z$ , la rotación completa puede expresarse de forma global  $T$ :

$$T = Rot z (\theta) Rot y (\phi) Rot x (\alpha)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi & -\sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \phi \sin \alpha & \sin \theta \sin \alpha + \cos \theta \sin \phi \cos \alpha \\ \sin \theta \cos \phi & \cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \phi \sin \alpha & \sin \theta \sin \phi \cos \alpha - \cos \theta \sin \alpha \\ -\sin \phi & \cos \phi \sin \alpha & \cos \phi \cos \alpha \end{bmatrix}$$

La ecuación  $T$  expresa la forma global de rotación y la expresión para calcular la misma.

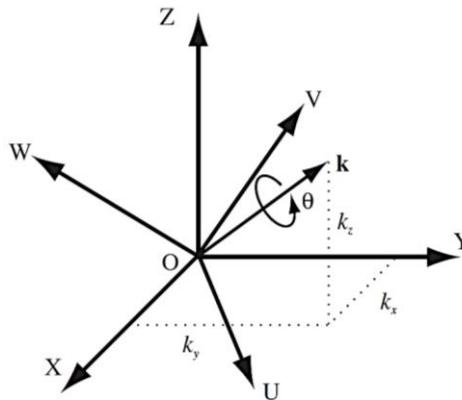
*Par de Rotación:* La representación de la orientación de un sistema  $(u, v, w)$  también puede realizarse mediante un vector  $k (k_x, k_y, k_z)$  y un ángulo de giro  $\theta$  sobre el eje  $k$  como se muestra



en la figura 13-2, por lo que los parámetros  $k_x, k_y, k_z$  y  $\theta$  definen al par de rotación  $Rot(k, \theta)$  en donde un vector  $p$  rota un ángulo  $\theta$  alrededor del vector unitario  $k$ , el cálculo del par de rotación se realiza a través de la siguiente expresión:

$$Rot(k, \theta) p = p \cos \theta + (k \times p) \sin \theta + k(k \cdot p)(1 - \cos \theta)$$

El análisis realizado es de mucha utilidad ya que determina la representación de la orientación de un sistema con respecto a otro.



**Figura 13-2:** Rotación del sistema  $u, v, w$  con respecto al par de rotación  $(k, \theta)$

**Fuente:** BARRIENTOS A., PEÑIN F. L., BALAGUER C., ARACIL R., (2007) "Fundamentos de Robótica" España editorial McGraw. Hill. Segunda edición.

*Cuaternios:* son herramientas matemáticas de gran versatilidad para trabajar con giros y orientaciones; un cuaternio  $Q$  está constituido por cuatro componentes  $(q_0, q_1, q_2, q_3)$  las cuales representan las coordenadas del cuaternio en una base  $\{e, i, j, k\}$  en donde:

$$Q = [q_0, q_1, q_2, q_3] = [s, \mathbf{v}]$$

Por lo que  $s$  ( $q_0$ ) representa la parte escalar y  $\mathbf{v}$  ( $q_1, q_2, q_3$ ) la parte vectorial, para la utilización de los cuaternios como metodología de representación de orientaciones se asocia el giro de un ángulo  $\theta$  sobre el vector  $k$  al cuaternio definido por:

$$Q = Rot(k, \theta) = \left( \cos \frac{\theta}{2}, k \sin \frac{\theta}{2} \right)$$

De esta metodología se obtiene una importante herramienta analítica para el tratamiento de giros y cambios de orientación.

*Matrices de transformación homogénea:* "Se define como matriz de transformación homogénea  $T$  a una matriz de dimensión  $4 \times 4$  que representa la transformación de un vector de coordenadas homogéneas de un sistema de coordenadas a otro" (BARRIENTOS, 2007) por lo tanto la matriz de transformación homogénea se define de la siguiente manera:

$$T = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & P_{3 \times 1} \\ f_{1 \times 3} & w_{1 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rotacion & Traslacion \\ Perspectiva & Escalado \end{bmatrix}$$

Entonces interesa conocer el valor de  $R_{3 \times 3}$  y  $P_{3 \times 1}$  considerando  $f_{1 \times 3} = 0$  y  $w_{1 \times 1} = 1$

*Traslación seguida de rotación:* Para el caso de realizar primero una traslación seguida de una rotación como se muestra en la figura 14-2, donde sobre los ejes coordenados del sistema  $x, y, z$  las matrices homogéneas resultantes son las siguientes:

Traslación del vector  $P_{x,y,z}$  seguida de rotación de un ángulo  $\phi$  sobre el eje  $x$ .

$$\text{Rot } x(\phi) T(p) = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & P_y \cos \phi - P_z \sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & P_y \sin \phi + P_z \cos \phi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

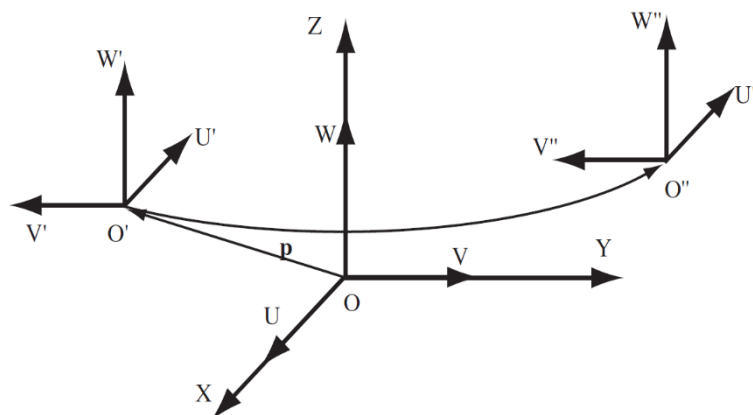
Traslación del vector  $P_{x,y,z}$  seguida de rotación de un ángulo  $\theta$  sobre el eje  $y$ .

$$\text{Rot } y(\theta) T(p) = \begin{matrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & P_x \cos \theta + P_z \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 & P_y \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & P_z \cos \theta + P_x \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Traslación del vector  $P_{x,y,z}$  seguida de rotación de un ángulo  $\varphi$  sobre el eje  $z$ .

$$\text{Rot } z(\varphi) T(p) = \begin{matrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & P_x \cos \varphi - P_y \sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & P_x \sin \varphi + P_y \cos \varphi \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Nótese que las transformaciones se definen con respecto al sistema fijo. De definirse con respecto al sistema móvil se deberían intercambiar los resultados (BARRIENTOS, 2007).



**Figura 14-2:** Traslación con respecto a una referencia fija

**Fuente:** BARRIENTOS A., PEÑIN F. L., BALAGUER C., Aracil R., (2007) "Fundamentos De Robótica" España editorial McGraw. Hill. Segunda edición.

La resolución del problema cinemático directo consiste en saber cuál es la posición y orientación que adopta el extremo del robot cuando cada una de las variables que limitan la orientación de sus articulaciones toma valores determinados, es así que para resolver un problema cinemático directo vendrá dado por las relaciones de posición y velocidad:

$$\begin{aligned}
 x &= f_x(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) & y &= f_y(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) & z &= f_z(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \\
 \phi &= f_\alpha(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) & \theta &= f_\beta(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) & \varphi &= f_\gamma(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \\
 \dot{x} &= \sum_1^n \frac{\partial f_x}{\partial q_i} \dot{q}_i & \dot{y} &= \sum_1^n \frac{\partial f_y}{\partial q_i} \dot{q}_i & \dot{z} &= \sum_1^n \frac{\partial f_z}{\partial q_i} \dot{q}_i \\
 \dot{\phi} &= \sum_1^n \frac{\partial f_\alpha}{\partial q_i} \dot{q}_i & \dot{\theta} &= \sum_1^n \frac{\partial f_\beta}{\partial q_i} \dot{q}_i & \dot{\varphi} &= \sum_1^n \frac{\partial f_\gamma}{\partial q_i} \dot{q}_i
 \end{aligned}$$

La cinemática del robot trata también de hallar las relaciones entre las velocidades del movimiento de las articulaciones y las del extremo, esta relación viene dada por el estándar diferencial indicado mediante la matriz Jacobiana y en esta obra el interés primario se trata de un estudio de cinemática inversa.

*Modelo diferencial matriz jacobiana inversa:* La matriz jacobiana inversa permitirá conocer las velocidades necesarias en las articulaciones a partir de las velocidades en los extremos para obtener un vector concreto de velocidades en la parte extrema.

La matriz relaciona las velocidades de las articulaciones con las velocidades del extremo del robot, este modelo matemático es muy utilizado en análisis cinemático, la manera de calcular la matriz se da a continuación.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = J_a^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix}$$

$$q_1 = f_1(x, y, z, \phi, \theta, \varphi)$$

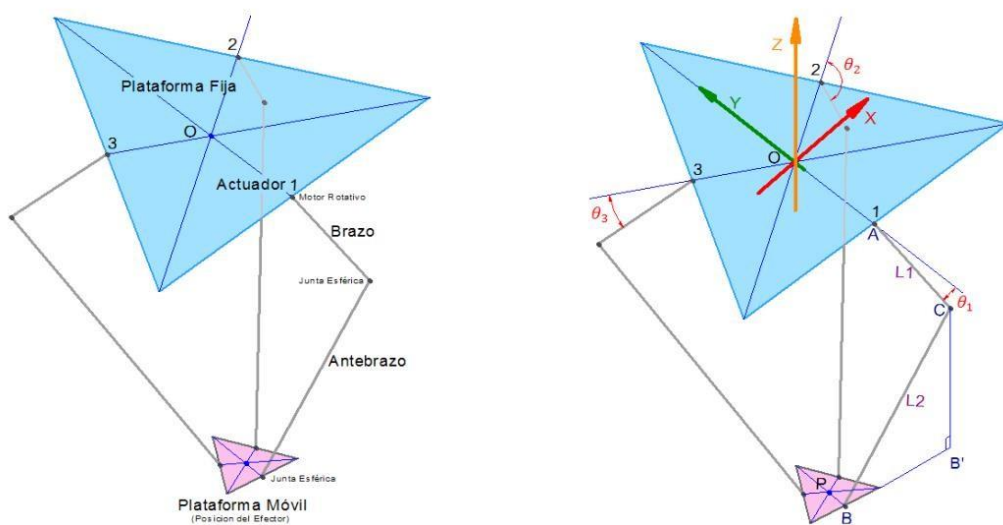
$$q_n = f_n(x, y, z, \phi, \theta, \varphi)$$

En donde:

$$J_a^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \varphi} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial \varphi} \end{bmatrix}$$

Este método cinemático inverso para determinación y aplicación a la obra podría ser complejo, pero gracias a herramientas de software computacional se puede obtener el modelo cinemático necesario para el proyecto (BARRIENTOS, 2007).

La figura 15-2 muestra el esquema simplificado de un robot tipo delta, que consiste de dos plataformas, la fija en donde se ubican los actuadores que para este tipo de robot son motores rotativos colocados a la misma distancia del centro  $O$ , en los puntos 1, 2 y 3, y la plataforma móvil que porta el extremo del robot ubicado en forma adecuada en el centro del triángulo (PEÑA C; MARTÍNEZ E; CÁRDENAS P. 2011).



**Figura 15-2:** Esquemas del robot tipo delta y sus parámetros geométricos

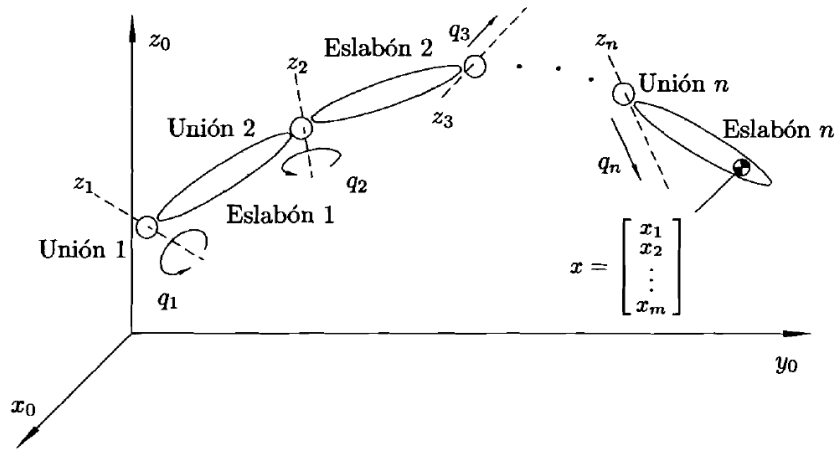
**Fuente:** PEÑA C; MARTÍNEZ E; CÁRDENAS P. “Optimización dimensional de un robot paralelo tipo delta basado en el menor consumo de energía” 2011.

En el caso del robot tipo delta, el análisis cinemático inverso busca encontrar la relación entre la posición de la plataforma móvil, específicamente el punto  $P(x, y, z)$  y los ángulos de los brazos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$  donde están colocados los motores como se muestra en la figura 15-2. (PEÑA C; MARTÍNEZ E; CÁRDENAS P. 2011).

#### 2.2.4 Análisis dinámico de un robot delta.

“La dinámica se ocupa de la relación entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y el movimiento que en él se origina. Por tanto, el modelo dinámico de un robot tiene por objetivo conocer la relación entre el movimiento del robot y las fuerzas implicadas en el mismo” (BARRIENTOS, 2007). Para el cálculo del modelo dinámico de un sistema de eslabones articulados como se

muestra en la figura 16-2, se utilizará la *formulación Lagrangiana* establecida por las ecuaciones a continuación.



**Figura 16-2:** Configuración de  $n$  eslabones y  $n$  articulaciones.

**Fuente:** KELLY R., SANTIBÁÑEZ V., (2003) "Control de Movimiento de Robots Manipuladores" España Editorial PEARSON educación, S.A. Primera edición.

La formulación Lagrangiana establece la siguiente ecuación:

$$L = E_c - E_p$$

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

Donde:

$L$  es la función Lagrangiana

$E_c$  es la energía cinética

$E_p$  es la energía potencial

$q_i$  corresponde a las coordenadas de las articulaciones

$\tau_i$  es el torque aplicado sobre el grado de libertad  $q_i$

Para determinar el análisis dinámico de un robot, se establece los siguientes parámetros:

- Asignar a cada eslabón un sistema de referencia.
- Obtener las matrices de transformación  $A_i^0$  para cada elemento  $i$
- Obtener las matrices  $U_{ij}$  determinadas por:

$$U_{ij} = \frac{\partial A_i^0}{\partial q_j}$$

- Obtener las matrices  $U_{ijk}$  determinadas por:

$$U_{ijk} = \frac{\partial U_{ij}}{\partial q_k}$$

Las ecuaciones ayudan a resolver matrices necesarias en el estudio dinámico de las partes consideradas, continuando con el procedimiento:

- Obtener las matrices de pseudoinercias  $J_i$  para cada elemento y viene dada por:

$$J_i = \begin{bmatrix} \int_i x_i^2 dm & \int_i x_i y_i dm & \int_i x_i z_i dm & \int_i x_i dm \\ \int_i y_i x_i dm & \int_i y_i^2 dm & \int_i y_i z_i dm & \int_i y_i dm \\ \int_i z_i x_i dm & \int_i z_i y_i dm & \int_i z_i^2 dm & \int_i z_i dm \\ \int_i x_i dm & \int_i y_i dm & \int_i z_i dm & \int_i dm \end{bmatrix}$$

Las integrales están extendidas al elemento  $i$  considerado, y  $(x_i y_i z_i)$  son las coordenadas del diferencial de masa  $dm$  respecto al sistema de coordenadas del elemento.

- Obtener la matriz de inercias  $D = [d_{ij}]$  cuyos elementos vienen determinados por:

$$d_{ij} = \sum_{k=(\max i,j)}^n (U_{kj} J_k U_{ki}^T)$$

Donde:  $i, j = 1, 2, \dots, n$   $n =$  numero de grados de libertad

- Obtener los términos  $h_{ikm}$  determinados por:

$$h_{ikm} = \sum_{j=(\max i,k,m)}^n (U_{jkm} J_j U_{ji}^T)$$

Donde:  $i, k, m = 1, 2, \dots, n$

- Obtener la matriz columna de fuerzas de Coriolis y centrípeta  $H = [h_i]^T$  dada por:

$$h_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m$$

- Obtener la matriz columna de fuerzas de gravedad  $C = [c_i]^T$  determinada por:

$$c_i = \sum_{j=1}^n (-m_j g U_{ji} r_j^i)$$

Donde:  $i = 1, 2, \dots, n$

$g$  es el vector de gravedad expresado como  $(g_{x0}, g_{y0}, g_{z0}, 0)$

$r_j^i$  es el vector de coordenadas homogéneas del centro de masas del elemento  $j$  expresado en el sistema de referencias del elemento  $i$

Por lo tanto, la ecuación de dinámica del sistema viene expresada por:

$$\tau_i = D \ddot{q} + H + C$$

Donde:

$q$  es el vector de coordenadas articulares

$\tau$  es el vector de fuerza o pares que se aplica a cada articulación

$D_{(q)}$  es la matriz de inercias, de dimensión  $n \times n$  cuyos elementos son función de  $q$

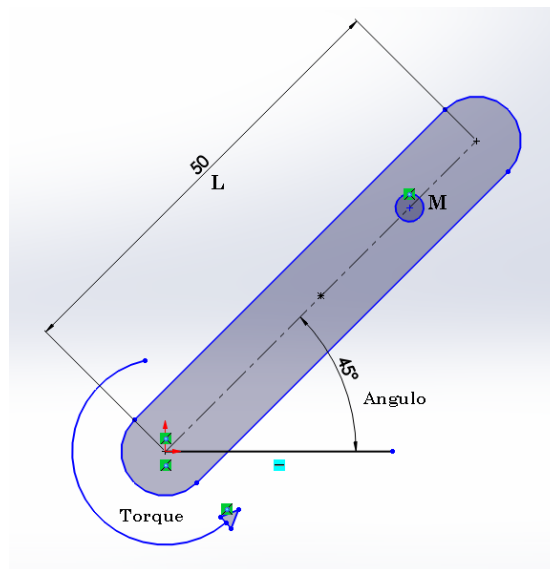
$H_{(q,\dot{q})}$  es la matriz  $n \times 1$  de fuerzas de Coriolis, dependiente de  $q$  y  $\dot{q}$

$C_{(q)}$  es la matriz  $n \times 1$  de fuerzas de gravedad, dependiente de  $q$

$n$  es el número de grados de libertad del robot.

La manera de determinar un modelo dinámico de la estructura mecánica de un robot rígido y de un sistema de robots paralelos dependiendo del sistema, es como se muestra a continuación, tomando como característica la figura 17-2:

*Modelo dinámico de la estructura mecánica de un robot rígido:* Para determinar el modelo dinámico se utilizará la figura 17-2 que se muestra a continuación:



**Figura 17-2:** Estructura mecánica de un robot rígido

Fuente: Autor

El cálculo del modelo dinámico se muestra a continuación:

$$\sum F = \frac{d}{dt} (m v) \quad \sum T = \frac{d}{dt} (I \omega) = I \dot{\omega} + \omega \times (I \omega)$$

Entonces

$$\tau - MgL \cos \theta = I \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

$$\tau = MgL \cos \theta + ML^2 \ddot{\theta}$$

Donde:

$M$  es la masa del eslabón

$g$  es la gravedad

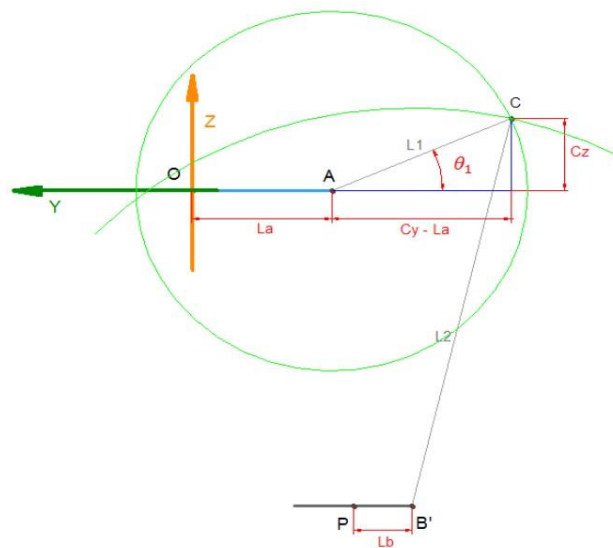
$L$  es la longitud del eslabón

$\theta$  es el desplazamiento angular

$\ddot{\theta}$  es la aceleración angular del eslabón

$\tau$  es el vector de fuerza o pares que se aplica a cada articulación

Para la evaluación dinámica de una estructura paralela, se usa el modelo dinámico *Lagrangiano*, en donde los pares de cada motor se calculan como una función de las masas de las barras, las inercias asociadas con las mismas y las inercias propias de los motores, tal es el caso que a continuación se presenta el modelo dinámico que corresponde a la figura 15-2 en donde se calcula el torque necesario en función del resto de parámetros basándose en la figura 18-2 que muestra la vista lateral de la figura 15-2 y se observa los parámetros de calculo que ayudan a establecer las ecuaciones necesarias.



**Figura 18-2:** Vista lateral para el análisis geométrico de la figura 15-2.

**Fuente:** PEÑA C; MARTÍNEZ E; CÁRDENAS P. “Optimización dimensional de un robot paralelo tipo delta basado en el menor consumo de energía” 2011.

$$\tau_1 = \ddot{\theta}_1 \left( I_m + \frac{1}{3} m_1 L_1^2 + m_2 L_1^2 \right) + L_1 g \cos \theta_1 \left( \frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) - 2\lambda_1 [\sin \theta_1 (P_x \cos \phi_1 + P_x \sin \phi_1 + L_b - L_a) - P_z \cos \theta_1]$$

$$\tau_2 = \ddot{\theta}_2 \left( I_m + \frac{1}{3} m_1 L_1^2 + m_2 L_1^2 \right) + L_1 g \cos \theta_2 \left( \frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) - 2\lambda_2 [\sin \theta_2 (P_x \cos \phi_2 + P_x \sin \phi_2 + L_b - L_a) - P_z \cos \theta_2]$$



$$\tau_3 = \ddot{\theta}_3 \left( I_m + \frac{1}{3} m_1 L_1^2 + m_2 L_1^2 \right) + L_1 g \cos \theta_3 \left( \frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) - 2\lambda_3 [\sin \theta_3 (P_x \cos \phi_3 + P_x \sin \phi_3 + L_b - L_a) - P_z \cos \theta_3]$$

De esta manera quedan establecidas las ecuaciones de cálculo de torque necesario. Los coeficientes  $\lambda_1, \lambda_2$  y  $\lambda_3$  son los multiplicadores de Lagrange y se obtienen al solucionar el siguiente sistema de ecuaciones.

$$2 \sum_{i=1}^3 \lambda_i (P_x + L_b \cos \phi_i - L_a \cos \phi_i - L_1 \cos \phi_i \cos \theta_i) = \ddot{P}_x (m_b + 3m_2) - f_{px}$$

$$2 \sum_{i=1}^3 \lambda_i (P_y + L_b \cos \phi_i - L_a \sin \phi_i - L_1 \sin \phi_i \cos \theta_i) = \ddot{P}_y (m_b + 3m_2) - f_{py}$$

$$2 \sum_{i=1}^3 \lambda_i (P_x - \sin \phi_i) = \ddot{P}_z (m_b + 3m_2) + g(m_b + 3m_2) - f_{pz}$$

Donde:

$L_a$ es la longitud de la plataforma fija	$(P_x, P_y, P_z)$ es la coordenada del efector final
$L_b$ es la longitud de la plataforma móvil	$(\ddot{P}_x, \ddot{P}_y, \ddot{P}_z)$ son las aceleraciones lineales
$L_1$ es la longitud del brazo	$(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ son coordenadas angulares
$L_1$ es la longitud del antebrazo	$(\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3)$ son aceleraciones angulares
$m_1$ es la masa del brazo	$(\phi_1, \phi_2, \phi_3)$ son coordenadas angulares
$m_2$ es la masa del antebrazo	$(I_m)$ Inercia del motor
$m_b$ es la masa de la plataforma móvil	$(f_{px}, f_{py}, f_{pz})$ son fuerzas externas
$g$ es la gravedad	$(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ son los Torques de los motores

De esta manera se cumple las ecuaciones para el cálculo necesario de la dinámica de un robot paralelo tipo delta.

### 2.3 Diseño mecánico del robot paralelo tipo delta.

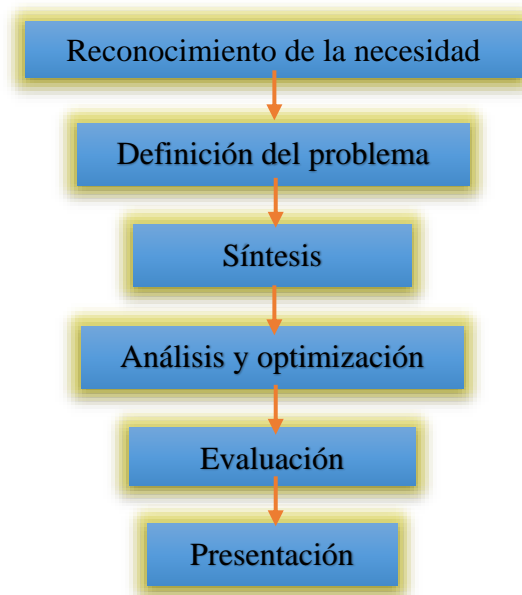
En esta sección, se revisa la bibliografía existente sobre los diferentes procesos de diseño acoplados a un robot paralelo tipo delta, empezando con el modelado en el *SolidWorks*, continuando con la selección de materiales para un correcto diseño, posteriormente se revisa el análisis estático, análisis cinemático y análisis dinámico de un robot y finalmente se concluye con la etapa de control del robot.

*Diseño*: El diseño según Budynas Richard G., & Nisbett J. Keith, (2008) es formular un plan para satisfacer una necesidad específica o resolver un problema. Es un proceso innovador y altamente iterativo, también es un proceso de toma de decisiones.

El diseño según Hamrock J. Bernard, Jacobson B.O, Schmid Steven, (2000) es la transformación de conceptos e ideas en maquinaria útil. El diseño según Norton L. Robert, (2009) es el proceso de aplicar las diversas técnicas y principios científicos con el propósito de definir un dispositivo, un proceso o un sistema con suficientes detalles que permitan su realización. Por lo tanto, en esta investigación, *diseñar* es formular un proceso innovador el cual pueda satisfacer necesidades para que el producto sea funcional, confiable, útil, competitivo, que pueda fabricarse y comercializarse.

*Metodología de diseño*: Las etapas de diseño empiezan con reconocer una necesidad para posteriormente definir un problema, realizar la síntesis del problema con su análisis y evaluación para finalmente obtener una solución y presentación. para el estudio de esta investigación, se ha usado la metodología lineal de diseño la cual se muestra en el siguiente diagrama de bloques:

*Metodología tradicional de diseño*



**Fuente:** BUDYNAS Richard G., & NISBETT J. Keith (octava edición). “*Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*”. México editorial McGraw. Hill. pág. 6.

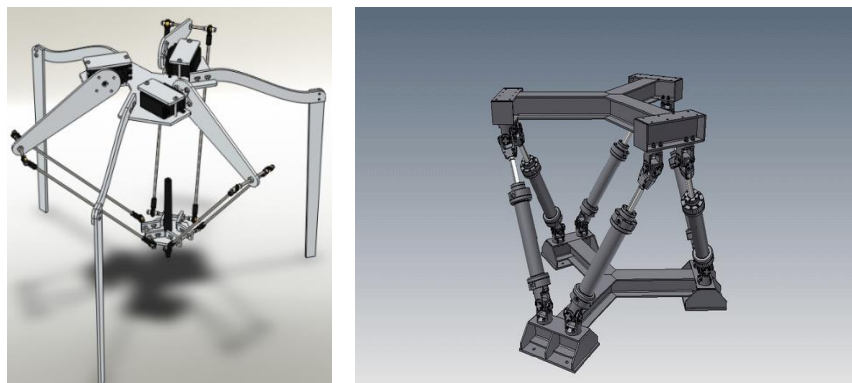
En síntesis, la metodología de esta obra es analizar un pre-modelo con capacidad de cumplir los rangos de movimiento, posteriormente realizar el análisis cinemático y dinámico del modelo, con

los resultados obtenidos proceder al diseño del robot paralelo tipo delta con la selección de materiales y los cálculos pertinentes que confieran al robot una gama de movimientos requeridos en el proceso de rehabilitación.

### 2.3.1 Modelado mecánico

Según Colin H Simmons 2004, el dibujo muestra las dimensiones de los componentes en los tres planos, las dimensiones de los componentes manufacturados necesitan ser verificados porque las variaciones de longitud, tamaño y espesor son inevitables. Según José I. García 2002, el modelaje sólido paramétrico es una herramienta útil que permite obtener productos más confiables y hace que el proceso de diseño sea más productivo y competitivo.

Por lo tanto, en esta investigación, el *modelado mecánico* consiste en el dibujo ordenado de los diferentes elementos mecánicos a utilizar para que cumpla la función requerida, el dibujo se puede realizar en SolidWorks como se muestra en la figura 19-2. En el dibujo mecánico existe una serie de procesos en el cual se modela todos los componentes mecánicos de acuerdo a las necesidades.



**Figura 19-2:** Modelos de diseño en SolidWorks de robots paralelos.

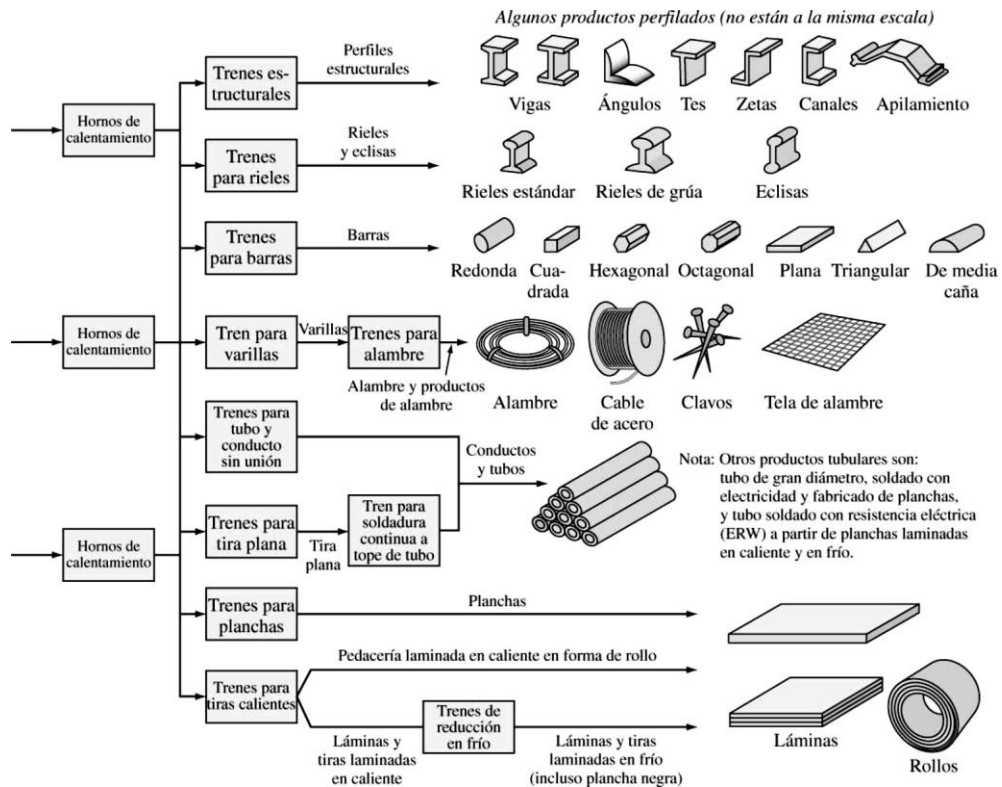
**Fuente:** <http://blog.aaronbot3000.com/p/pythagoras-drawing-delta-robot.html>

Posterior al modelado, se realiza el ensamble de todos los componentes y con ello los planos de dibujo en el cual se presenta el conjunto que muestra una visión general del dispositivo a construir para poder observar la situación de las distintas piezas que lo componen. La realización de planos y vistas en detalle, se efectúa en base a la norma CPE INEN 003: Código de dibujo técnico, mecánico, la cual establece la manera del reconocimiento de elementos dentro del plano, la representación de las marcas de identificación, la lista de elementos, como elaborar el plano de despiece y el cuadro de rotulación (AURIA M. Jose, 2000).

### 2.3.2 Selección de materiales

Los materiales se clasifican en: aleaciones ferrosas, aleaciones metálicas no ferrosas, materiales poliméricos, materiales cerámicos, materiales compuestos, entre otros. En todo proyecto es indispensable la selección de materiales, debido a la constitución esencial del sistema; en esta sección se analiza los diferentes materiales que puedan ayudar a la selección para un correcto diseño mecánico.

**Aceros:** Los aceros ordinarios al carbono son en esencia aleaciones de hierro y carbono con un contenido próximo hasta de 1.2% de carbono y de un 0.25 a un 1% de manganeso, así como menores cantidades de otros elementos; pero en general la mayoría de los aceros contienen menos de un 0.5% de carbono (SMITH W. F, 2004). Comprobadamente un 90% de la producción total originada mundialmente pertenece a aceros al carbono y el 10% sobrante son aceros aleados como se muestra en la figura 20-2. Sin embargo, la predisposición es hacia un aumento de la fabricación de los aceros aleados y una disminución de los aceros al carbono, debido a la necesidad de aligerar pesos tanto para el caso de las estructuras como el peso en los automóviles debido a que en los dos casos se utiliza más el acero al carbono (SMITH W. F, 2004), fusionado en este caso a la penuria de fortalecer la seguridad ante impactos sin aumentar el peso de los vehículos.



**Figura 20-2:** Producción del acero al carbono

**Fuente:** SMITH, William (2004). "Fundamentos de la ciencia e ingeniería de materiales" Editorial McGraw-Hill. Cuarta Edición,

*Aceros medios en carbono:* Poseen un porcentaje de carbono comprendido entre 0.25 y 0.6 %, pueden ser tratados térmicamente mediante austenización, temple y revenido para optimizar sus propiedades mecánicas y ser más resistentes que los aceros de bajo carbono, pero menos dúctiles y se suelen utilizar en situaciones de revenido con microestructura de martensita revenida, tienen baja templabilidad y solo se pueden tratar en piezas de sección delgada con un temple muy rápido. Para perfeccionar la capacidad y composición resistencia-ductilidad de estos aceros, se suele añadir cromo, níquel y molibdeno. Estos aceros se utilizan para elaborar ruedas, rieles de trenes, engranajes, cigüeñales y componentes que requieran resistencia al desgaste (CALLISTER W. D., 2000).

*Aceros altos en carbono:* Estos aceros regularmente tienen entre 0.6 y 1.4% de carbono y son más duros, resistentes, pero menos dúctiles que los aceros anteriores. Por lo general se los maneja en la condición templada y revenida debido a que son resistentes al desgaste. La resistencia al desgaste se debe a los elementos de aleación como el vanadio, cromo, molibdeno, tungsteno que mezclados con el carbono forman carburos muy duros resistentes al desgaste. Estos aceros se los utiliza como herramienta de corte, matrices, cuchillos, navajas, hojas de sierra, muelles de alta resistencia (CALLISTER W. D., 2000).

*Aluminio:* El aluminio es un metal cuya importante característica es su peso ligero, y su densidad es aproximadamente  $2\,770\text{ kg/m}^3$  y se compara como una tercera parte de la del acero de  $7\,750\text{ kg/m}^3$ . El aluminio es manejado en varias aplicaciones tal como se muestra en la figura 21-2, en la generación de engranajes y la fabricación de otros elementos.



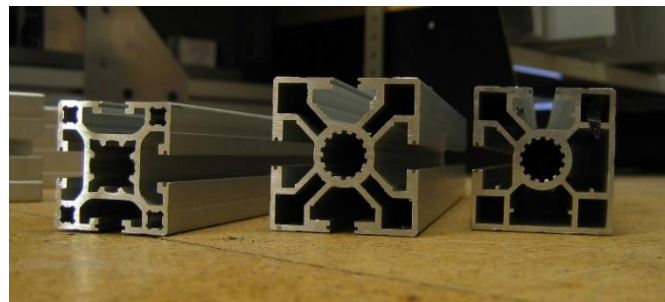
**Figura 21-2:** Engranajes y elementos producidos a partir de aluminio.

**Fuente:** <http://tablaperiodica.uca.es/Tabla/elementos/Aluminio/Grupo1/aplicaciones-del-aluminio>.

Las características sobresalientes del aluminio y sus aleaciones son su ductilidad, maleabilidad, alta resistencia a la corrosión, no es tóxico, ni magnético y no produce chispa, gran conductividad eléctrica y térmica (AVNER S.H., 1979). El aluminio puro se funde a  $660^{\circ}\text{C}$ , lo que hace muy anhelado para originar fundiciones permanentes, está comercialmente disponible en forma de

placa, barra, lámina, hoja, varilla y tubo y en perfiles estructurales y extruidos como se muestra en la figura 22-2, el aluminio puro posee una resistencia a la tensión de alrededor de  $90 \text{ MPa}$ , pero se puede perfeccionar mucho mediante el trabajo en frío y también al alearlo con otros materiales. Su módulo de elasticidad, así como los de sus aleaciones, es de  $71.7 \text{ GPa}$ , lo que representa que su rigidez es alrededor de un tercio de la del acero. El costo y la resistencia del aluminio y sus aleaciones lo ubican entre los materiales más versátiles desde el punto de vista de la fabricación. El aluminio se procesa mediante la fundición en arena, trabajo en caliente o en frío, o extrusión. Sus aleaciones se logran maquinar, trabajar en prensa, soldar en forma continua, al bronce o al estaño (SHIGLEY, 2008).

Deben tomarse ciertas previsiones al ensamblar aluminio mediante soldadura directa al bronce o al estaño. La resistencia a la corrosión de las aleaciones de aluminio depende de la formación de una capa delgada de óxido, esta película se forma de modo espontáneo porque el aluminio es inherentemente muy reactivo, la erosión constante destituye esta película y admite que se produzca la corrosión. Se logra originar una película de óxido muy pesada mediante el trascurso llamado anodizado, en este proceso el elemento de aluminio se ubica como el ánodo en un electrolito, que puede ser ácido crómico, ácido oxálico o ácido sulfúrico. (SHIGLEY, 2008).



**Figura 22-2:** Perfiles extruidos de aluminio

Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Aluminio>

Los elementos más ventajosos para mezclar con el aluminio son el cobre, el silicio, el manganeso, el magnesio y el zinc, las aleaciones de aluminio fundidas tienen porcentajes más altos de elementos de aleación para facilitar la fundición, lo que dificulta el trabajo en frío. Muchas de las aleaciones fundidas no pueden endurecerse por medio de un tratamiento térmico, y las aleaciones que se tratan térmicamente, utilizan un elemento de aleación, el cual se disuelve en el aluminio (SHIGLEY, 2008).

*Polímeros:* Los polímeros perciben materiales que van a partir de los sencillos plásticos al caucho, se trata de compuestos orgánicos, basados en el carbono, hidrógeno y otros elementos no metálicos, diferenciados por la gran longitud de las estructuras moleculares. Los polímeros tienen

densidades bajas y extraordinaria flexibilidad, la generalidad de los materiales poliméricos constituyen de largas cadenas moleculares que continuamente se basan en compuestos orgánicos (CALLISTER W., 2000). Los termoplásticos se usan para mostrar cualquier plástico que fluye cuando se le aplica calor, algunas veces también se aplica a los que se forman bajo presión y que se pueden volver a moldear de nuevo cuando se calientan. Los termofijos son plásticos cuyo proceso de polimerización concluye en una prensa de moldeo en caliente, donde el plástico se deslía bajo presión, los plásticos termofijos no logran volverse a moldear (SHIGLEY, 2008). Desde un punto de vista estructural, generalmente los materiales poliméricos no son cristalinos, pero algunos constituyen mezclas de regiones cristalinas y no cristalinas, la resistencia y ductilidad de los materiales poliméricos varía ampliamente como se muestra en la *tabla 2-2*.

**Tabla 2-2:** Características de algunos materiales termoplásticos.

Nombre	$S_u$ Kpsi	$E$ Mpsi	Dureza Rockwell	Elongación %	Estabilidad dimensional	Resistencia térmica	Resistencia química	Procesamiento
Grupo ABS	2-8	0,1-0,37	60-110R	3-50	Buena	*	Aceptable	EMST
Grupo acetal	8-10	0,41-0,52	80-94M	40-60	Excelente	Buena	Alta	M
Acrílico	5-10	0,2-0,47	92-110M	3-75	Alta	*	Aceptable	EMS
Grupo fluoroplástico	0,5-7	.....	50-80D	100-300	Alta	Excelente	Excelente	MPR <sup>+</sup>
Nailon	8-14	0,18-0,45	112-120R	10-200	Pobre	Pobre	Buena	CEM
Oxido de fenileno	7-18	0,35-0,92	115R, 106L	5-60	Excelente	Buena	Aceptable	EFM
Policarbonato	8-16	0,34-0,86	62-91M	10-125	Excelente	Excelente	Aceptable	EMS
Poliéster	8-18	0,28-1,6	65-90M	1-300	Excelente	Pobre	Excelente	CLMR
Polimida	6-50	.....	88-120M	Muy baja	Excelente	Excelente	Excelente <sup>+</sup>	CLMP
Sulfuro de polifenileno	14-19	0,11	122R	1	Buena	Excelente	Excelente	M
Grupo Poliestireno	1,5-12	0,14-0,6	10-90M	0,5-60	.....	Pobre	Pobre	EM
Polisulfona	10	0,36	120R	50-100	Excelente	Excelente	Excelente <sup>+</sup>	EFM
Cloruro de polivinilo	1,5-7,5	0,35-0,6	65-85D	40-450	.....	Pobre	Pobre	EFM

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017

Fuente: BUDYNAS Richard G., & NISBETT J. Keith (octava edición). “*Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*”. México editorial McGraw. Hill. pág. 54.

Dado el ambiente de su distribución interna, la generalidad de los materiales poliméricos son malos conductores de electricidad. Algunos de estos materiales son buenos aislantes y se usan como aislantes eléctricos, los plásticos ya suplieron a los metales, al vidrio y al papel en la mayoría


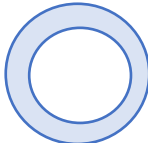
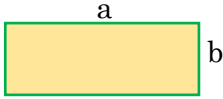
de los primordiales mercados que manipulan grandes volúmenes, como los del embalaje y la construcción, para los cuales los plásticos son apropiados.

### 2.3.3 Diseño estático

Diseñar es formular un proceso innovador el cual pueda satisfacer necesidades para que el producto sea funcional, confiable, útil, competitivo, que pueda fabricarse y comercializarse, en donde interviene la voz del cliente y la voz del ingeniero. Los materiales al momento de cumplir la función requerida están sometidos a fuerzas que causan esfuerzos en los elementos de máquinas llevándolos a la deformación, estos esfuerzos producidos por cargas estáticas y dinámicas en el diseño, son calculados con ayuda de fórmulas matemáticas.

*Esfuerzo*: Es la intensidad de fuerza por unidad de área, ligada a un sistema de referencia, el esfuerzo es una magnitud tensorial calculable matemáticamente. Las fuerzas que producen la configuración de esfuerzos son de tracción, compresión, torsión, cizalla y corte. Dependiendo de la sección en donde se produce la fuerza, se tiene un valor de esfuerzo tal como se muestra en la *tabla 3-2*, en donde se presenta la forma de calcular los diferentes esfuerzos dependiendo de la sección en donde se aplica las cargas.

**Tabla 3-2:** Fórmulas para determinación de esfuerzos dependiendo de la sección.

FUERZAS		ESFUERZOS		
		Sección circular 	Sección Circular hueca 	Sección Rectangular 
Axial	+Tracción	$\sigma = \frac{4F}{\pi d^2}$	$\sigma = \frac{4F}{\pi(D^2 - d^2)}$	$\sigma = \frac{F}{a \cdot b}$
	-Compresión			
Flexión		$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3}$	$\sigma = \frac{32 M D}{\pi(D^4 - d^4)}$	$\sigma = \frac{Mc}{I}$
Torsión		$\tau = \frac{16T}{\pi d^3}$	$\tau = \frac{16 T D}{\pi(D^4 - d^4)}$	$\tau = \frac{T}{\alpha a \cdot b^2}$
Cizalla		$\tau = \frac{4F}{\pi d^2}$	$\tau = \frac{4F}{\pi(D^2 - d^2)}$	$\tau = \frac{F}{a \cdot b}$
Corte		$\tau = \frac{16V}{3\pi d^2}$		$\tau = \frac{3V}{2ab}$
<p><math>\sigma</math> = esfuerzo axial    <math>\tau</math> = esfuerzo cortante    <math>F</math> = fuerza    <math>M</math> = momento flector  <math>T</math> = Torque    <math>V</math> = fuerza cortante    <math>\alpha</math> = coeficiente de torsion</p>				

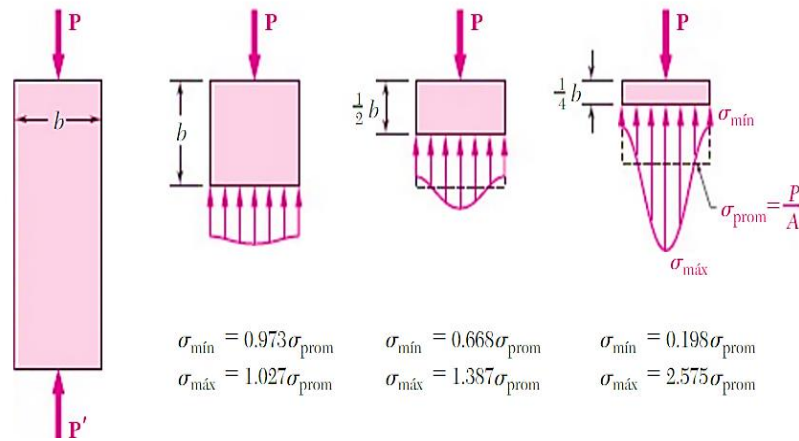
Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017

Fuente: BUDYNAS Richard G., & NISBETT J. Keith (octava edition). “Diseño en ingeniería mecánica de Shigley”. México editorial McGraw. Hill. pág. 54.



La distribución de esfuerzos en el diseño de elementos como se observa en la figura 23-2, muestra la mejor manera de analizar la cantidad de carga que un elemento soporta, debido a esta carga se producen esfuerzos en el material que tienden a la falla del elemento mecánico, es necesario prevenir cualquier tipo de falla debido a esfuerzos en elementos mecánicos para garantizar la funcionalidad del equipo a diseñar.

*Teoría de fallas para esfuerzos planos:* En un diseño de elementos que están sometidos a cargas es necesario prevenir cualquier fallo mecánico con teorías de fallas como la *teoría de esfuerzo normal máximo*, la *teoría del esfuerzo cortante máximo* y la *teoría de energía de distorsión* en donde se estudia la fluencia y sus consecuencias, las teorías son descritas a continuación y sus métodos de cálculo mediante formulación matemática.



**Figura 23-2:** Distribución de esfuerzos en una columna sometida a compresión

**Fuente:** BEER P. Ferdinand & JOHNSTON E. Russell, (2013) "Mecánica de Materiales" editorial McGraw. Hill. Sexta edición. pág. 91.

*Teoría de Mohr- Coulomb (teoría de la fricción interna):* Consiste en usar los resultados de los ensayos de tensión, compresión y cortante, a fin de elaborar los tres círculos de Mohr, con el objetivo de definir una envolvente de falla que describa el estado de esfuerzos de un cuerpo, para determinar la teoría de la fricción interna se emplea la siguiente ecuación:

$$\frac{\sigma_1}{S_t} - \frac{\sigma_3}{S_c} = \frac{1}{n}$$

En donde:

VANEGAS, 2009

$\sigma_1$  es el esfuerzo principal máximo

$\sigma_3$  es el esfuerzo principal mínimo

$S_t$  es la resistencia a la tensión

$S_c$  es la resistencia a la compresión.

$n$  es el coeficiente de seguridad del diseño.

*Teoría de Tresca o Guest (teoría del esfuerzo cortante máximo):* La fluencia comienza cuando el esfuerzo cortante máximo en un elemento iguala al esfuerzo cortante máximo en una pieza de ensayo a tensión del mismo material, para determinar se emplea la siguiente ecuación:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{S_{sy}}{n} \quad \acute{o} \quad \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{S_y}{n}$$

En donde:

VANEGAS, 2009

$\sigma_1$  es el esfuerzo principal máximo

$\sigma_3$  es el esfuerzo principal mínimo

$\tau_{m\acute{a}x}$  es el esfuerzo cortante máximo

$S_{sy} = 0,5 S_y$  Esfuerzo cortante máximo

*Teoría de Von Mises-Hencky (teoría de energía de distorsión):* Postula que la fluencia no es un fenómeno de tensión o compresión simples, sino que está relacionado con la energía proveniente de la distorsión del elemento de esfuerzo, para determinar la teoría de energía de distorsión se emplea la siguiente ecuación:

$$\sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3(\tau_{xy})^2} = \frac{S_y}{n}$$

En donde:

VANEGAS, 2009

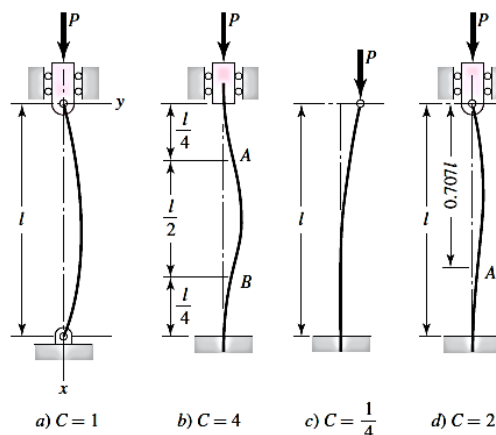
$\sigma_x$  es el esfuerzo normal en la dirección x

$\sigma_y$  es el esfuerzo normal en la dirección y

$\tau_{xy}$  es el esfuerzo cortante en la dirección x y

$S_y$  es la resistencia a la fluencia.

*Elementos sometidos a compresión:* Conviene clasificar los elementos sometidos a compresión de acuerdo con su longitud y si la carga es centrada o excéntrica. El término columna se aplica a todos los elementos excepto aquellos en los que la falla sería por compresión pura, es decir para valores bajos de fuerza como se muestra en la figura 24-2, sin embargo, cuando la carga  $P$  adquiere un valor específico, la columna muestra inestabilidad, en este caso la columna sufre una deformación debida al pandeo.



**Figura 24-2:** Columnas largas con fuerza aplicada en sus extremos.

**Fuente:** BUDYNAS Richard G., & NISBETT J. Keith, 2008 “Diseño en ingeniería mecánica de Shigley” editorial McGraw. Hill. Octava edición. pág. 174.

investigacion La carga que una columna puede resistir es posible calcular matemáticamente como muestra la bibliografía del diseño, es verdad que muchos autores presentan modelos matemáticos para cálculos en diseño, pero siempre se opta con la opción más confortable. A continuación se muestra la manera de calcular la carga  $P$  en columnas a compresión, mediante la formulación de *euler*.

El calculo de la carga  $P$  se basa en la *formula de euler para columnas* en la que se considera la condición de los extremos de cada columna, la formula se representa a continuación.

$$P_{cr} = \frac{C\pi^2 EI}{l^2}$$

*En donde:*

$P_{cr}$  es la carga critica que puede soportar la columna.

$l$  es la longitud de la columna que depende de  $C$ .

$C$  es la condición de los extremos.

$E$  es el modulo de young del material.

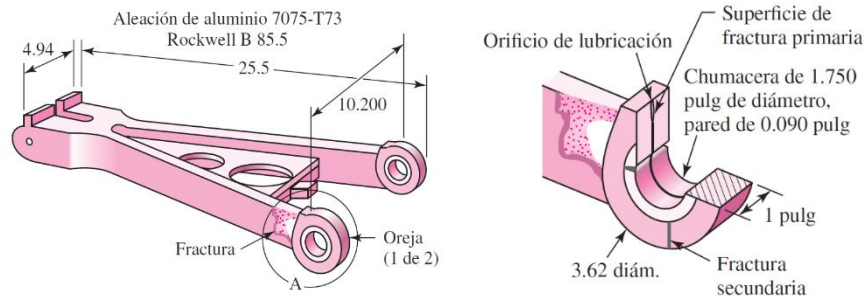
$I$  es el momento de inercia de la columna. (SHIGLEY, 2008).

De esta manera, si se desea realizar un cálculo más riguroso, se aplicará la metodología pertinente al caso, como es de esperar en una tesis de grado.

#### **2.3.4 Diseño a fatiga**

La fatiga mecánica produce fallas en los materiales debido a cargas dinámicas, formación y propagación de grietas, cambios de sección en el diseño, elemento que giran entre sí como engranajes, cojinetes, levas, etc.

La falla por fatiga tiene una apariencia similar a la fractura frágil, dado que las superficies de la fractura son planas y perpendiculares al eje del esfuerzo con la ausencia de disminuciones. Sin embargo, las peculiaridades de fractura de una falla por fatiga son muy diferentes a la fractura frágil estática y surgen a partir de micro grietas debido a la deformación plástica cíclica seguida de propagación cristalográfica, la figura 25-2 muestra un ejemplo de falla por fatiga en un brazo de torsión de un tren de aterrizaje, se ilustra un acercamiento de la superficie de fractura primaria en donde muy probablemente se da la mayor cantidad de concentración de esfuerzos cortantes debido al par de torsión que pudo ser aplicado en aquel elemento mencionado.



**Figura 25-2:** Fractura debido a fatiga

**Fuente:** Budynas Richard G., & Nisbett J. Keith “Diseño en ingeniería mecánica de Shigley” editorial McGraw. Hill. Octava edición. pág. 263.

La fatiga producida por esfuerzos fluctuantes, es decir los esfuerzos que varían en el tiempo, se dan de tres maneras diferentes: a) cuando varía la magnitud de la carga, b) cuando varía la posición de la carga, c) cuando el elemento tiene movimiento. La resistencia a la fatiga en un análisis de vida infinita está dada por la siguiente ecuación:

$$\log Sf' = -\frac{1}{3} \log \frac{0,9Sut}{Se'} \log N + \log \frac{(0,9 Sut)^2}{Se'}$$

Donde:  $Sf' = f(Sut, N)$        $N = \text{número de ciclos}$        $Sut = \text{función (material)}$   
 $Sut = \text{característica tabulada}$

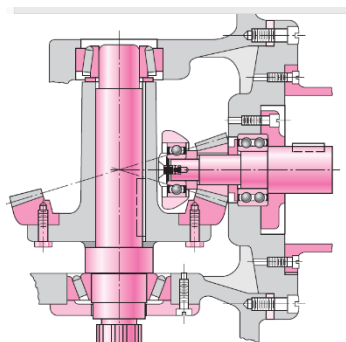
Límite de fatiga:

$Se' = 0,5 Sut$     flexión pura    (para aceros al carbono si  $Sut \leq 200 Ksi$ )

$Se' = 0,45 Sut$     carga axial      Se cumple cuando  $Sut \leq 200 Ksi$

$Se' = 0,506 Sut$     torsión    (para aceros de bajo carbono si  $Sut \leq 212 Ksi$ ) (SHIGLEY, 2008).

**Diseño de ejes:** Un eje es un dispositivo no rotatorio que no transmite par de torsión que se utiliza para tolerar ruedas rotatorias, poleas y elementos similares. Se tiene que una flecha es un dispositivo rotatorio, por lo general de sección transversal circular, que se utiliza para transferir potencia como se observa en la figura 26-2, una configuración de ejes y flechas diseñados para transmisión de engranes cónicos, el piñón y el engrane están montados en una ménsula.



**Figura 26-2:** Transmisión de engranes cónicos

**Fuente:** BUDYNAS Richard G., & NISBETT J. Keith, 2008 “Diseño en ingeniería mecánica de Shigley” editorial McGraw. Hill. Octava edición. pág. 263.

*Criterios de falla por fatiga:* A carga estática el esfuerzo equivalente se compara con  $S_y$ , pero A carga dinámica el esfuerzo equivalente se compara con  $S_e$ . Para analizar la teoría de fallas existen varios métodos de los cuales, para un análisis de esfuerzo axial y flexión son pertinentes los siguientes:

*Análisis de esfuerzo axial y flexión*

$$\text{Goodman} \quad \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \quad ; \quad \sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n}$$

$$\text{Soderberg} \quad \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n}$$

$$\text{Gerber} \quad \frac{n\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{n\sigma_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$$

$$\text{ASME - Elíptica} \quad \left(\frac{n\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{n\sigma_m}{S_y}\right)^2 = 1$$

Donde:

carga dinámica

carga estática

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad ; \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

$$\text{Ecuación de Marin} \quad S_e = K_a K_b K_c K_e K_d K_g S_e'$$

Donde:  $K_a = a S_{ut}^b$  Rugosidad del material

	a (MPa)	a (Kpsi)	b
Esmerilado	1,58	1,34	-0,085
Laminado en frío	4,51	2,70	-0,265
Laminado en caliente	57,7	14,7	-0,718
Forjado	272	39,9	-0,995

Donde:  $K_b$  factor de tamaño

$$K_b = 0,879 d^{-0,107} \quad \text{para} \quad 0,11 \leq d \leq 2 \text{ in}$$

$$K_b = 0,879 d^{-0,107} \quad \text{para} \quad 0,11 \leq d \leq 2 \text{ in}$$

$$K_b = 0,6 \quad \text{para} \quad d > 10 \text{ in}$$

$$K_b = 1 \quad \text{cuando la fatiga la produce una carga axial}$$

Para secciones rectangulares se trabaja con un diámetro equivalente:

$$d_e = 0,808 \sqrt{h b} \text{ in}$$

$$d = d_e \text{ flexión giratoria} \quad d = \frac{d_e}{0,37} \text{ flexión no giratoria} \quad d = d_e \text{ torsión}$$

Donde:  $K_c$  factor de confiabilidad

$$K_c = 0,814 \quad \text{para un 99 \% de confiabilidad}$$

Donde:  $K_d$  factor de temperatura

$$K_d = 1 \text{ temperatura ambiente}$$

Donde:  $K_g$  factor de complemento

$K_g = 1$  corrosión, esfuerzos residuales.

Donde:  $K_e$  factor de carga

$$K_e = \frac{1}{q(K_t - 1) + 1} = \frac{1}{K_f} \quad K_f = \text{factor de concentración de esfuerzos}$$

$K_f = q(K_t - 1) + 1$        $q = (0,6 \text{ hasta } 1)$  factor de reducción de sección.

### *Análisis de esfuerzo a torsión*

En el análisis de esfuerzo a torsión se muestra dos teorías, se analiza las dos y se ocupa el menor coeficiente de seguridad entre las dos.

$$1) \tau_a + \tau_m = \frac{S_{sy}}{n} \quad 2) \tau_a = \frac{S_{se}}{n}$$

$S_{sy} = 0,5 S_y$       esfuerzo cortante máximo

$S_{sy} = 0,577 S_y$       Von Mises, (SHIGLEY, 2008).

$S_e' = 0,506 S_{ut}$       torsión (para aceros de bajo carbono si  $S_{ut} \leq 212 \text{ Ksi}$ )

## **2.4 Control automático de un robot.**

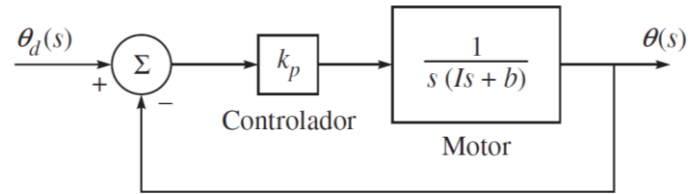
En el control automático de un robot se solicita de un manipulador para ejecutar una tarea definida mediante el movimiento de su actuador final en forma precisa y repetida, de esta manera se analizan varios controladores de retroalimentación como proporcionales (P), proporcionales y derivativos (PD) y proporcionales integrales y derivativos (PID). Así es la manera de establecer el control automático de un robot para solicitar una función requerida de manera eficiente.

### **2.4.1 Controlador proporcional (P)**

El control proporcional establece una de las formas de que un robot ejecute una tarea en base a los ángulos de articulación deseada y real del motor como se observa en la figura 27-2, las ecuaciones para determinar este tipo de control se presentan a continuación:

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{k_p}{s(Is + b) + k_p} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2}$$

En donde:       $\omega_n = \sqrt{\frac{k_p}{I}}$       y       $\zeta = \frac{b}{2\sqrt{k_p I}}$



**Figura 27-2:** Esquema de control proporcional (P).

**Fuente:** KUMAR Saha S., (2010) “Introducción a la robótica” México editorial McGraw. Hill. Segunda edición. Pág. 260.

Entonces:

$\theta(s)$  y  $\theta_d(s)$  es el ángulo de articulación deseado.

$k_p$  es la ganancia del controlador retroalimentado.

$\omega_n$  es la frecuencia natural del sistema de lazo cerrado de segundo orden.

$\zeta$  es la amortiguación del sistema de lazo cerrado de segundo orden.

“Puesto que  $k_p$  aparece tanto en la expresión de  $\omega_n$  como en la de  $\zeta$ , no pueden obtenerse los dos de manera simultánea y arbitraria. Por ende, se introduce entonces otro método de control, es decir, el controlador proporcional y derivativo, donde  $\omega_n$  y  $\zeta$  pueden seleccionarse en forma arbitraria”. Kumar Saha S., (2010).

#### 2.4.2 Control proporcional - derivativo (PD)

En este controlador la ganancia se elige como  $k_p + k_v s$  en lugar de  $k_p$  en la figura 28-2, donde  $k_v$  se llama ganancia de velocidad, para este controlador la función de transferencia de lazo cerrado se da como:

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{k_v s + k_p}{I s^2 + s(b + k_v) + k_p} = \frac{\frac{k_v s}{I} + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Donde:  $\omega_n = \sqrt{\frac{k_p}{I}}$        $k_v = 2\sqrt{k_p I} - b$        $\zeta = \frac{b + k_v}{\sqrt{k_p I}}$

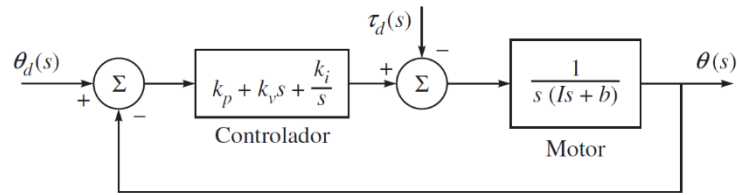
El control PD es muy versátil y se usa extensamente para el control de robots. Sin embargo, no es capaz de compensar el error de estado estable debido a las holguras o a la fricción no modelada en el sistema mecánico, en otras palabras, debido a la perturbación del sistema, es por ello que se plantea otro tipo de control que se muestra a continuación.

#### 2.4.3 Controlador proporcional-integral-derivativo (PID)

Mediante la integración con la ley de control de PD, se obtiene el siguiente modelo matemático:

$$f_s = k_p + k_v s + \frac{k_i}{s}$$

La ecuación es conocida como ley de control PID, donde  $k_i$  es la ganancia integrativa este control puede lograr que el error de estado estable sea cero. La figura 28-2 muestra el esquema del control PID de un robot y sus parámetros de cálculo.



**Figura 28-2:** Esquema de control PID

**Fuente:** KUMAR Saha S., (2010) "Introducción a la robótica" México editorial McGraw. Hill. Segunda edición. Pág. 260.

La función de transferencia del sistema de lazo cerrado se obtiene con:

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{k_v s^2 + k_p s + k_i}{P(s)}$$

Donde:  $P(s) = Is^3 + (b + k_v)s^2 + k_p s + k_i$

El sistema de lazo cerrado es estable si todas las ganancias  $k_p, k_v, k_i$  son positivas y además si se cumple que:

$$k_i < \frac{(b + k_v)k_p}{I}$$

Entonces para calcular el error de estado estable, se aplicará las siguientes teorías:

$$\theta(s) = \frac{k_v s^2 + k_p s + k_i}{P(s)} \theta_d(s) - \frac{s \tau_d(s)}{P(s)}$$

$$e(s) = \theta_d(s) - \theta(s) = \frac{Is^3 - bs^2}{P(s)} \theta_d(s) + \frac{s \tau_d(s)}{P(s)}$$

$$\theta_d(s) = \frac{\theta_d}{s} \quad y \quad \tau_d(s) = \frac{\tau_d}{s}$$

“Por lo tanto, el controlador PID causa que el robot alcance el objetivo deseado, incluso en presencia de una perturbación constante” (KUMAR Saha S., 2010).

**Conclusión:** En el capítulo estudiado se logró definir los movimientos necesarios para el diseño que son de 28-29° en dorsiflexión, 38°-45° en flexión plantar, 15-22° en inversión, 10-17° en eversión. Los Momentos que experimenta el tobillo, se establecen entre los rangos de 50 - 100 Nm. El peso de la pierna completa oscila entre el 16% del peso de una persona, y el peso del pie oscila entre el 1.5% del peso total de una persona. Los materiales ligeros y resistentes se encuentran entre los polímeros y los metales.



## CAPÍTULO III

### 3. DISEÑO CONCEPTUAL DEL SISTEMA DE ROBOTS PARALELOS TIPO DELTA PARA REHABILITACIÓN DE TOBILLO.

En este capítulo se analiza la mejor opción de diseño a utilizar, los parámetros del diseño con la voz del usuario y la voz del ingeniero en donde se evalúan los parámetros para un diseño funcional mediante la matriz QFD, la cual se aplicará con el objetivo de proporcionar la mejor solución al problema planteado en el primer capítulo.

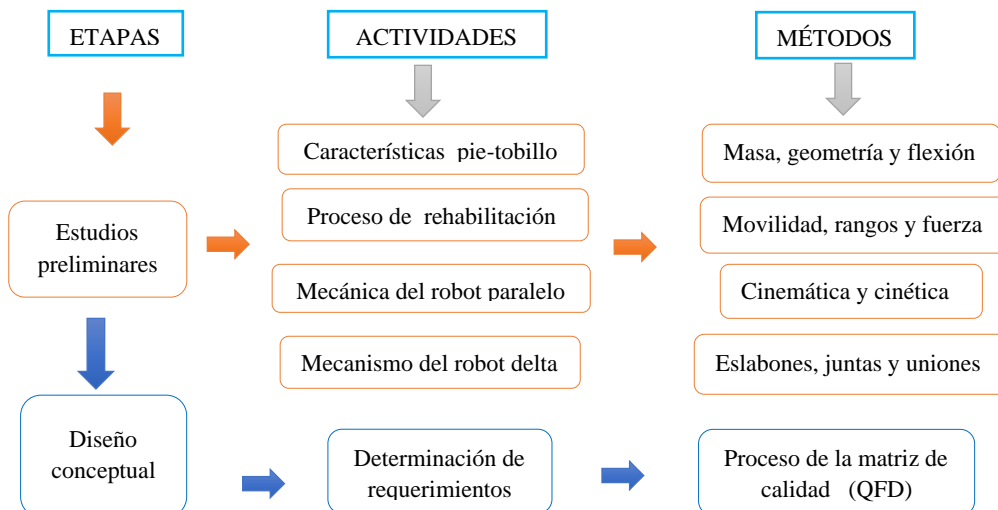
#### 3.1 Metodología de diseño del robot delta.

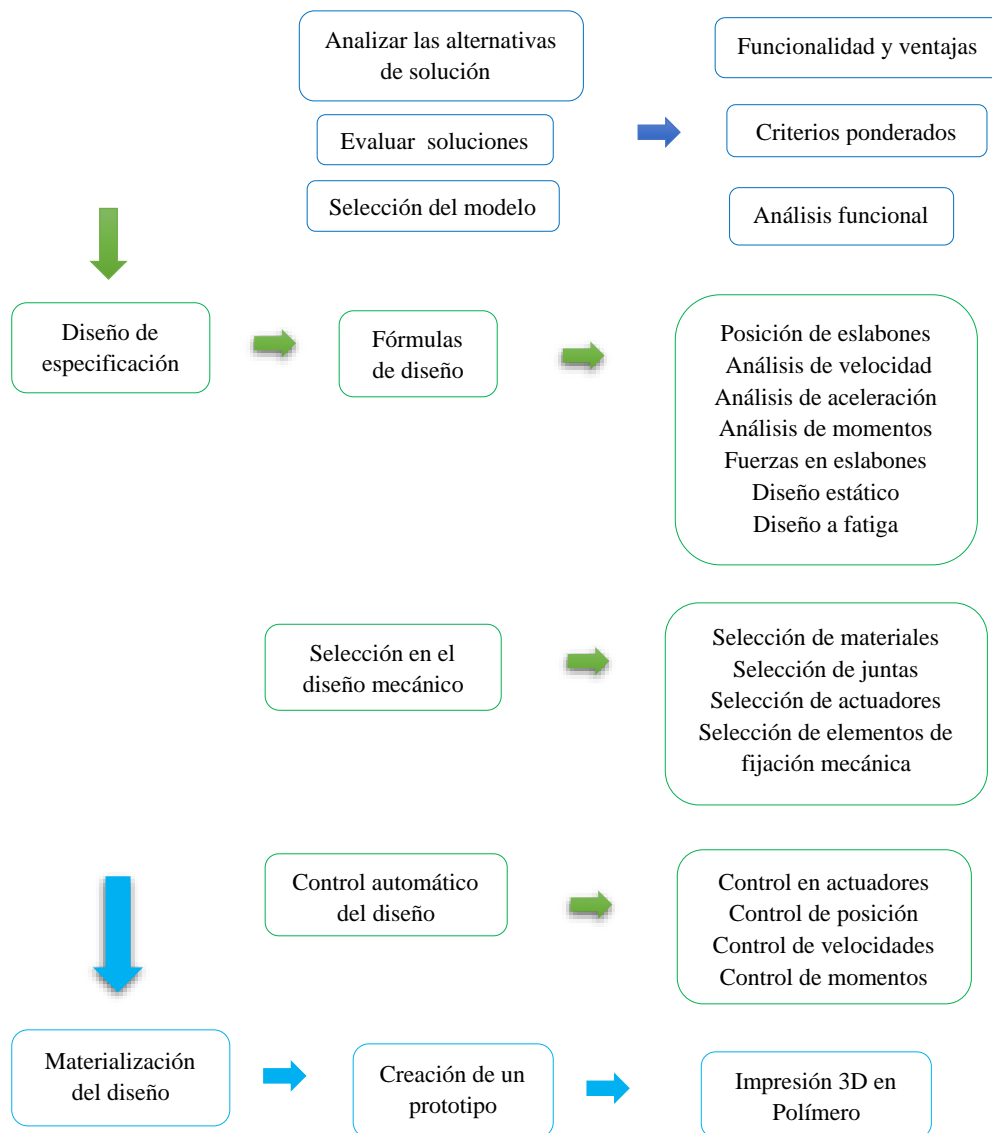
La metodología del diseño comprende los procedimientos en la elaboración del objetivo planteado, posterior a la revisión bibliográfica sobre metodología de diseño de (RIBA, 2002), (BUDYNAS, 2008), (HAMROCK, 2000) y (NORTON, 2009), se establece la metodología de diseño para el robot delta, la cual consta de las siguientes etapas: estudios preliminares, diseño conceptual, diseño de especificación y diseño de materialización. En cada etapa se despliegan algunas actividades alcanzando la lógica del proceso de diseño mecánico para un robot delta, a continuación, se muestra la metodología propuesta para el diseño del robot paralelo tipo delta.

##### 3.1.1 Metodología propuesta por los autores

Se muestra las etapas y sus respectivas actividades con los métodos correspondientes a cada actividad en la *tabla 1-3* de metodología propuesta por los autores.

**Tabla 1-3:** Metodología propuesta por los autores





Realizada por: Byron Zurita, Alex Pérez. 2017

Mediante la metodología de diseño planteada se busca el progreso de diseño del sistema de robots paralelos que cumplan con el objetivo propuesto, a continuación se analiza las especificaciones y requerimientos que necesita cumplir el robot paralelo tipo delta.

### 3.2 Especificaciones y requerimientos del robot.

Para un correcto diseño del robot paralelo tipo delta para rehabilitación de tobillo, se toma como base la ingeniería concurrente la cual guía por un proceso adecuado y ordenado de secuencias que permiten encontrar los parámetros y especificaciones necesarias para un diseño de calidad, funcionalidad y durabilidad. El robot debe poseer los requerimientos técnicos y necesarios para una correcta rehabilitación.

### **3.2.1 *Voz del usuario***

En esta parte se definen los parámetros necesarios de funcionalidad del robot para una correcta rehabilitación de tobillo.

- Automático
- Fácil de transportar
- Fácil mantenimiento
- Tiempo de rehabilitación necesario
- Ligero de peso
- Movimientos necesarios
- Fácil operación
- Profiláctico
- Seguro para el usuario
- Funcione con baterías

### **3.2.2 *Voz del ingeniero:***

Los parámetros descritos anteriormente son transformados en parámetros técnicos para lo cual el robot realice una correcta rehabilitación de tobillo.

- Nivel de automatización
- Dimensiones del equipo
- Intercambio de piezas
- Velocidad de rehabilitación
- Materiales
- Control cinemático y cinético
- Confort y ergonomía
- Norma de calidad
- Estructura mecánica
- Consumo de energía

### **3.2.3 *Matriz QFD (Quality Function Deployment)***

La *matriz QFD* mostrada en la *tabla 2-3*, relaciona la voz del usuario con la voz del ingeniero y evalúa los requerimientos en el proceso de diseño del robot paralelo tipo delta, la elaboración de la *matriz QFD* se basó en los criterios expuestos en *Riba, 2004 pág. 183* (Diseño Concurrente) en donde se explica la manera de elaborar la matriz con los parámetros necesarios.

Tabla 2-3: Matriz QFD del sistema de robots paralelos tipo delta.

B= BÁSICO	⊙ Muy Positiva	4
O= UNIDIMENSIONAL	○ Positiva	3
E= ESTIMULANTE	⊗ Negativa	2
	⊗ Muy negativa	1

ROBOT PARALELO PARA REHABILITACIÓN DE TOBILLO																																
BYRON ZURITA ALEX PÉREZ																																
INGENIERÍA MECÁNICA																																
VOZ DEL USUARIO																																
	VOZ DEL INGENIERO	NIVEL DE AUTOMATIZACIÓN	DIMENSIONES DEL EQUIPO	INTERCAMBIO DE PIEZAS	VELOCIDAD REHABILITACIÓN	MATERIALES	CONTROL CINEMÁT. Y DINÁ.	CONFORT Y ERGONOMÍA	NORMA DE CALIDAD	ESTRUCTURA SEGURA	CONSUMO DE ENERGÍA	A	B	C	D	E	F	G	H	I												
												Evaluación Usuario			Objetivos			Índice de mejora			Factor de venta			Importancia			Ponderación			Ponderación en %		
												Propia empresa			Competencia 1			Competencia 2														
AUTOMÁTICO	E	⊙			○		○	▽			○	1	3	4	4	4	●	4		24	12,81											
FÁCIL DE TRANSPORTAR	O	⊙	▽			▽		○				1	2	3	3	3	●	3	10,8	5,766												
FÁCIL MANTENIMIENTO	B	▽	▽	⊙		▽		▽	▽			1	3	3	3	3	●	3	10,8	5,766												
TIEMPO DE REHABILITACIÓN NECESARIO	E	○			⊙		⊙					1	4	4	4	4	●	5	30	16,02												
LIGERO DE PESO	O	▽	○	▽		⊙		○				1	3	4	4	4	●	4	19,2	10,25												
MOVIMIENTOS NECESARIOS	E	○	▽		○		⊙					1	4	4	5	5	●	5	37,5	20,02												
FÁCIL OPERACIÓN	B			▽		▽		⊙				1	3	2	3	3	●	3	10,8	5,766												
PROFILÁCTICO	B					○		▽	⊙			1	4	4	4	4	●	4	16	8,542												
SEGURO PARA EL USUARIO	B	▽		▽		▽		▽		⊙		1	3	3	4	4	●	4	19,2	10,25												
FUNCIONE CON BATERÍAS	O	○					▽	▽			⊙	1	2	3	3	3	●	3	9	4,805												
																			187,3	100												

Propia empresa	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		ANÁLISIS DE LA COMPETENCIA									
Competencia 1	3	4	3	4	4	4	2	3	3	3											
Competencia 2	4	3	2	4	3	4	3	3	4	4											
Incidencia	719,7	222,3	146,4	473,7	299,1	704,5	247	174	273,6	153	3413,3										
Incidencia en %	21,085	6,5128	4,2891	13,878	8,7628	20,64	7,2364	5,0977	8,0157	4,4825	100										

Factor de Incidencia	
Fuerte=9	⊙
Medio=3	○
Bajo=1	▽

Factor de Venta	
Fuerte=1,5	●
Posible=1,2	●
Ningún=1	

VALORES DE REFERENCIA	
MEDIO (SEMI AUTOMATICO)	
ALTURA APROX. DEL ROBOT 0,5m Y LONGITUD APROX. DE 0,4m	
FACILIDAD DE ENSAMBLAJE Y DESENAMBLAJE	
VELOCIDAD DE 40 CICLOS/MINUTO	
MATERIALES COMO POLIMEROS Y ALUMINIO	
CONTROL PROPORCIONAL INTEGRAL DERIVATIVO (PID)	
PLATAFORMA ACOPLADA AL PIE HUMANO	
NORMATIVA LEGAL ISO 1018	
ESTRUCTURA MECÁNICA	
15 V	

Realizada por: Byron Zurita, Alex Pérez. 2017

*Resultados de la matriz QFD:* Los resultados de la matriz QFD (*Casa de la calidad*) más importantes que se debe prestar mucha atención para el diseño del sistema de robots paralelos son los mostrados a continuación:

- *Movimientos necesarios:* El sistema de robots paralelos tipo delta debe cumplir con todos los rangos de movimientos que necesita el paciente en el proceso de rehabilitación de tobillo.
- *Tiempo de rehabilitación necesario:* El robot debe rehabilitar en periodos de tiempo establecidos por los especialistas en rehabilitación de tobillo, siendo este el correcto.
- *Automático:* La rehabilitación debe realizarse de manera autónoma y con la introducción de parámetros de rehabilitación por parte del especialista.
- *Ligero de peso:* Para la facilidad de traslado del robot de un lugar a otro, su composición debe ser de materiales ligeros y resistentes a la dinámica del robot.
- *Seguro:* El proceso de rehabilitación es realizado de manera segura para el paciente, el robot rehabilitador debe cumplir con medidas de seguridad en la rehabilitación como velocidad adecuada y movilidad dentro de los rangos.
- *Profiláctico:* El sistema de robots paralelos debe contar con materiales resistentes a la corrosión y oxidación, así como el desgaste de elementos.

*Especificaciones técnicas:* Posterior a la revisión de la *matriz QFD* se presenta la *tabla 3-3* con las especificaciones técnicas del robot para rehabilitación de tobillo.

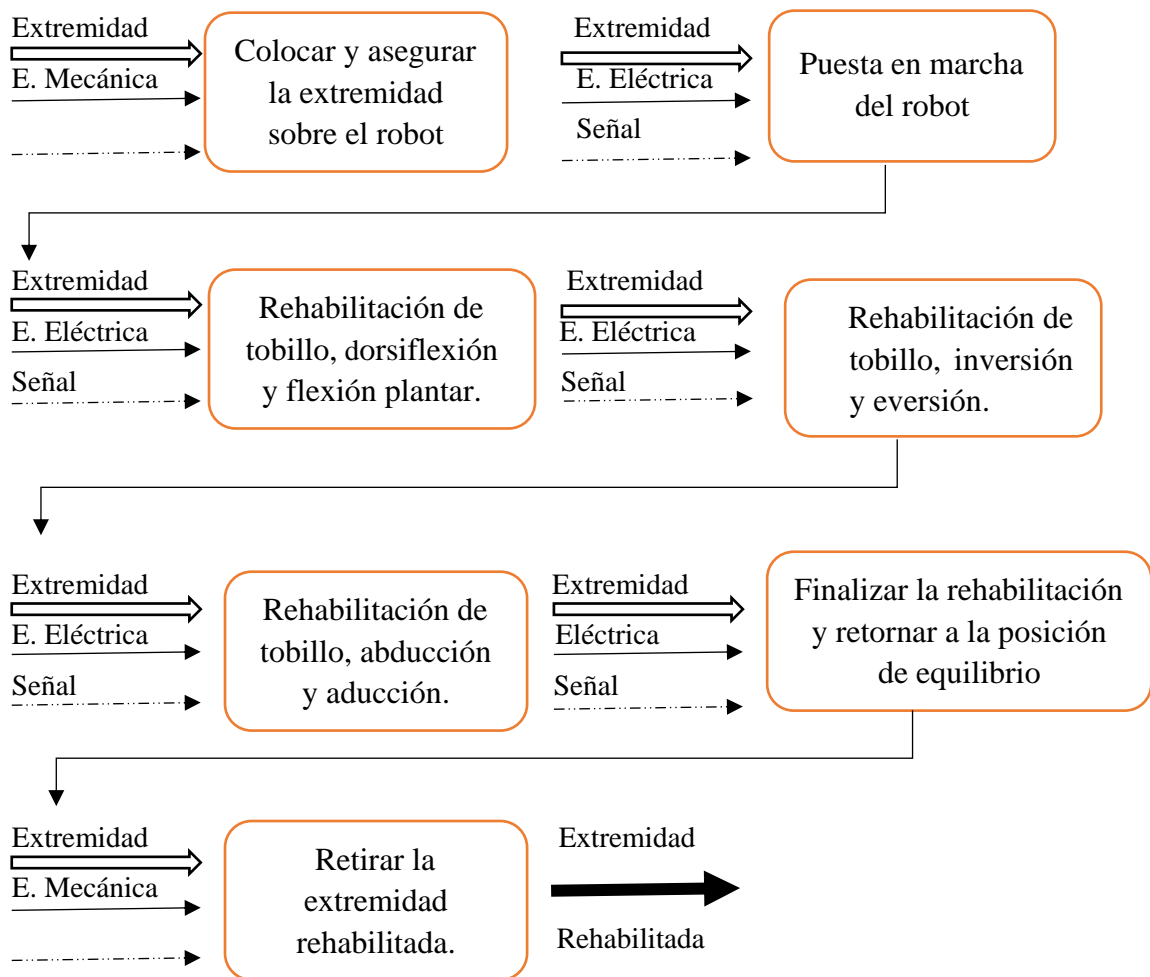
**Tabla 3-3:** Especificaciones técnicas

Denominación	Propone	R/D	Descripción
Automatización	Deseo	Requerimiento	Medio (semi automático)
Dimensiones	Cliente	Diseño	Altura aproximada del robot 0,5m y longitud aproximada de 0,4m
Intercambio de piezas	Deseo	Diseño	Facilidad de ensamblaje y desensajar
Velocidad	Cliente	Diseño	Velocidad de 40 ciclos/minuto
Materiales	Deseo	Diseño	Materiales como polímeros y aluminio
Control automático	Cliente	Requerimiento	Control proporcional integral derivativo (PID)
Confort y ergonomía	Cliente	Requerimiento	Plataforma acoplada al pie humano
Calidad	Cliente	Diseño	Normativa legal ISO 1018
Seguridad	Cliente	Requerimiento	Estructura mecánica
Voltaje	Deseo	Requerimiento	15 voltios

**Realizado por:** Byron Zurita, Alex Pérez. 2017

### 3.3 Análisis funcional

La principal función del *robot paralelo tipo delta* es rehabilitar el tobillo, para que la función planteada sea posible se requiere de movimientos repetitivos con rangos establecidos en el proceso de rehabilitación. A continuación, se presenta la figura 1-3 con las variantes que influyen en la función del robot paralelo tipo delta.



**Figura 1-3:** Análisis funcional del robot rehabilitador de tobillo

Realizado por: Byron Zurita - Alex Pérez. 2017

Para que el robot rehabilitador cumpla con la función de rehabilitar el tobillo de manera adecuada, se necesita analizar varias alternancias de solución a la función de rehabilitar.

#### 3.3.1 Estudio de las alternativas de solución

En la figura 1-3 se muestra el análisis de función del robot para rehabilitar con movimientos de dorsiflexión, flexión plantar, inversión, eversión, abducción y aducción. En el cual se estudia cada uno de los sistemas que requieran ser diseñados y seleccionados para lo cual se planteará

alternativas de solución, se elige la mejor alternativa de solución que se acople a nuestra necesidad en cada caso requerido.

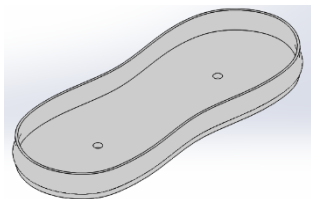
Las etapas del funcionamiento del robot que requieren un diseño son las siguientes:

- Soporte de extremidad
- Puesta en marcha del robot
- Robot delta para rehabilitación
- Control de robot delta

A continuación, se analiza todas las posibilidades para las alternativas de solución.

### 3.3.2 Soporte de extremidad

Para la sujeción de la extremidad afectada se requiere una plantilla de soporte - contención, la cual permita al paciente sentirse cómodo al momento del proceso de rehabilitación, en la figura 2-3 y la figura 3-3 se muestran las alternativas de solución al soporte de extremidad.



**Figura 2-3:** Soporte 01 de extremidad

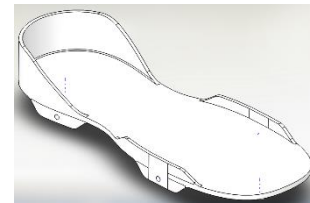
Fuente: Autor

*Ventajas:*

Plantilla cómoda para el usuario.  
Plantilla amplia para el usuario.  
Modelo de plantilla acogedor.

*Desventajas:*

Insuficiencia de apoyo en plantilla.  
La plantilla no se ajusta a cualquier tamaño de pie, posee un tamaño constante.



**Figura 3-3:** Soporte 02 de extremidad

Fuente: Autor

*Ventajas:*

Plantilla cómoda para el usuario.  
Plantilla amplia para el usuario.  
Modelo de plantilla acogedor.

*Desventajas:*

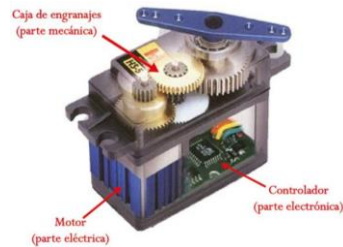
La plantilla no se ajusta a cualquier tamaño de pie, posee un tamaño constante.

De esta manera se analiza las mejores opciones para la comodidad del usuario y la segura rehabilitación del tobillo en el tratamiento.

### 3.3.3 Puesta en marcha del robot

Para la puesta en marcha del robot delta para rehabilitación de tobillo se requiere de motores que generen la potencia y velocidad para el movimiento de cada componente que opera bajo condiciones de carga y velocidad. En base al análisis dinámico se determina la selección de los

motores correspondientes al movimiento requerido, en la figura 4-3 se muestra los posibles motores que serán seleccionados en base al análisis dinámico para cumplir con el objetivo de rehabilitación.



**Figura 4-3A:** Servo motor

**Fuente:** <http://panamahitek.com/que-es-y-como-funciona-un-servomotor/>

*Ventajas:*

Posee un gran torque para el tamaño que tiene. Potencia proporcional para cargas mecánicas. No consume mucha energía. Mayor precisión.

*Desventajas:*

No es posible cambiar las características eléctricas del motor. Está limitado a únicamente variar de 0° a 180°. Utilizar micros para poder controlar varias posiciones.



**Figura 4-3B:** Motor a pasos

**Fuente:** <http://www.coldfire-electronica.com/esp/item/279/motor-a-pasos-nema-17-17hs4401-200-stepsrev-4kgcm>

*Ventajas:*

El ángulo de rotación es proporcional a los pulsos de entrada. Exactitud en la posición y repetición de movimientos. Excelente respuesta ante arranque, parada y reversa.

*Desventajas:*

Puede ocurrir un fenómeno de resonancia si el motor no es controlado adecuadamente.

**Figura 4-3:** Motores utilizados en la generación de movimiento

En base al análisis dinámico del sistema de robots delta, se podrá conocer la mejor selección de los motores para la puesta en marcha del proceso de rehabilitación de tobillo.

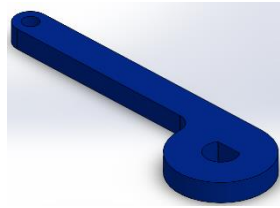
### 3.3.4 Robot delta para rehabilitación

Los elementos de constitución del sistema de robots paralelos tipo delta, se analizan con la finalidad de diseñar elementos mecánicos capaces de tolerar las cargas en funcionamiento del proceso de rehabilitación, dichos elemento se analizan a continuación:

*Brazo actuador:* Para el modelado del brazo se considera varias opciones de las cuales se analizan dos principales dependiendo de la función requerida en el momento de rehabilitación, el diseño de los brazos debe poseer movilidad sin interferencias con ningún otro elemento de junta de unión,



debe ser un diseño rozagante, en la figura 5-3 se analiza las dos posibilidades de diseño de los brazos actuadores del robot paralelo tipo delta.



**Figura 5-3A:** Brazo 01

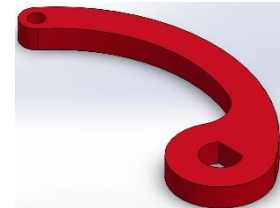
Fuente: Autor

*Ventajas:*

Proceso de fabricación sencillo en comparación con otros brazos.

*Desventajas:*

Posibilidades de sufrir interferencias con los demás elementos.



**Figura 5-3B:** Brazo 02

Fuente: Autor

*Ventajas:*

Bajas posibilidades de interferencias con los demás elementos.

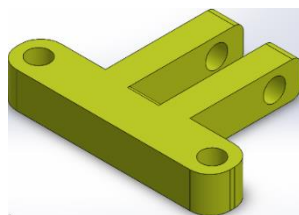
*Desventajas:*

Proceso de fabricación complejo.

**Figura 5-3:** Brazos actuadores

En el proceso de diseño se evalúa la mejor opción para poder realizar un correcto funcionamiento del robot rehabilitador.

*Juntas de unión:* Para la unión de los elementos se considera el acoplamiento que debe existir al momento que se lleve a cabo el movimiento, en la figura 6-3 se muestra las posibles horquillas de unión que puede haber en el robot paralelo delta.



**Figura 6-3A:** Junta 01

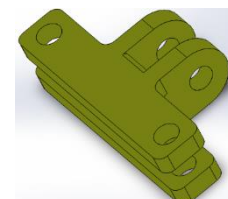
Fuente: Autor

*Ventajas:*

Proceso de fabricación sencillo.

*Desventajas:*

Acoplamiento débil para unir los elementos del robot delta.



**Figura 6-3B:** Junta 02

Fuente: Autor

*Ventajas:*

Posee buen afiance al unir los elementos del robot delta.

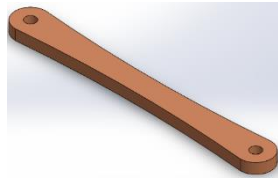
*Desventajas:*

Proceso de fabricación complejo.

**Figura 6-3:** Juntas de unión

Se elegirá la mejor junta de unión en el proceso de rehabilitación del robot paralelo tipo delta, logrando un buen acoplamiento de las partes del robot delta.

*Eslabones superiores:* Los eslabones encargados de llegar al actuador deben ser capaces de soportar la carga, debe facilitar el movimiento de rehabilitación y ser funcional. Los eslabones superiores se encuentran en distintos modelos y dependiendo de la geometría de éstos se analiza sus propiedades físicas a continuación, en la figura 7-3 se muestra la observación de dos tipos de eslabones que se podría utilizar en el diseño.



**Figura 7-3A:** Eslabón 01

Fuente: Autor

*Ventajas:*  
Arquitectura más rígida.  
Fácil fabricación.

*Desventajas:*  
Resistencia moderada a cargas.



**Figura 7-3B:** Eslabón 02

Fuente: <http://www.fanuc.eu/es/es/robots/p%C3%A1gina-filtro-robots/serie-m1>

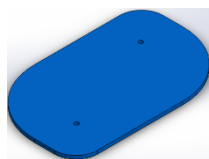
*Ventajas:*  
Geometría resistente a cargas.

*Desventajas:*  
Proceso de fabricación complejo.

**Figura 7-3:** Eslabones superiores

Para el diseño del robot se estudia la mejor opción de eslabones y configuraciones, las opciones se diseñan de acuerdo a especificaciones determinadas en la matriz QFD.

*Plataforma fija:* La plataforma fija en este caso es donde se asienta todo el robot, se necesita de un sólido rígido fijo para evitar vibraciones, debe ser espaciosa para contener a todos los elementos que se necesiten. En la figura 8-3 se muestra las posibles soluciones.



**Figura 8-3A:** Plataforma 01

Fuente: Autor

*Ventajas:*  
Plataforma amplia.

*Desventajas:*  
Moderada resistencia a vibraciones.



**Figura 8-3B:** Plataforma 02

Fuente: Autor

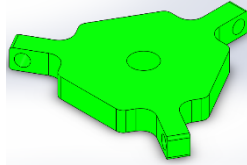
*Ventajas:*  
Plataforma extensa.

*Desventajas:*  
Fabricación compleja

**Figura 8-3:** Eslabones superiores

De esta manera se selecciona en el diseño la plataforma que cumpla con los requisitos establecidos en el modelado del robot delta, se realiza una verificación de propiedades que cumplan con el objetivo en el proceso de rehabilitación.

*Plataforma móvil:* La plataforma móvil es la parte que necesita mayor movilidad y consistencia al momento de realizar los movimientos necesarios, debe funcionar de manera que pueda llegar a la posición deseada para cumplir con el movimiento de rehabilitación. En la figura 9-3 se muestra las posibles soluciones.



**Figura 9-3A:** Plataforma móvil 01

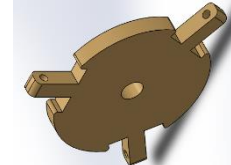
Fuente: Autor

*Ventajas:*

Plataforma con alta movilidad.

*Desventajas:*

Fabricación compleja



**Figura 9-3B:** Plataforma móvil 02

Fuente: Autor

*Ventajas:*

Plataforma con buena amplitud.

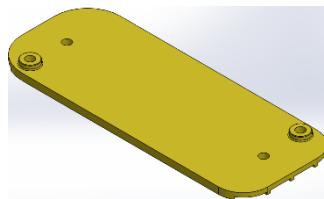
*Desventajas:*

Fabricación compleja.

**Figura 9-3:** Eslabones superiores

De esta manera se selecciona en el diseño la plataforma que cumpla con los requisitos establecidos en el modelado del robot delta, se realiza una verificación de propiedades que cumplan con el objetivo en el proceso de rehabilitación.

*Base móvil:* La base sobre las plataformas móviles se presenta en la figura 10-3, en donde se puede colocar el soporte de extremidad para poder animar el movimiento, la base móvil cumple con los requerimientos de acoplamiento del soporte y fijación del mismo.

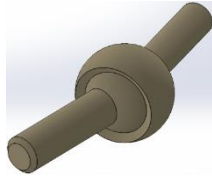


**Figura 10-3:** Base móvil

Fuente: Autor

La base móvil posee movimiento plano general, el cual es necesario para obtener los movimientos requeridos en el proceso de rehabilitación.

*Junta de acople:* Para el acople entre la *plataforma móvil* y la *base móvil* es necesario una junta que cumpla con la unión de estos dos elementos, en la figura 11-3 se muestra las opciones posibles que se pueden ocupar en la unión de estos dos elementos.



**Figura 11-3A:** Junta de acople 01

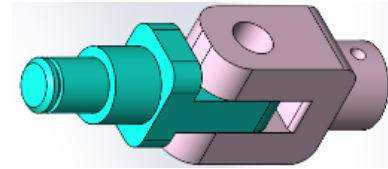
Fuente: Autor

*Ventajas:*

Posee tres grados de libertad en cuanto a rotación.

*Desventajas:*

Dificultad en controlar el movimiento.



**Figura 11-3B:** Junta de acople 02

Fuente: Autor

*Ventajas:*

Movimientos controlables.

*Desventajas:*

Posee dos grados de libertad.

**Figura 11-3:** Juntas de acople

Para la unión de la plataforma y la base se selecciona la opción acorde a los requerimientos necesarios en la unión de los elementos, la selección se aborda en la sección 3.3.6.

### 3.3.5 Control del robot delta

Para realizar el control automático del robot paralelo tipo delta se verifica varias opciones, entre las más representativas se tiene las que se muestran en la figura 12-3, en donde se analiza las diferentes plataformas de hardware y software para ver la opción acorde a los requerimientos planteados en la matriz QFD en el proceso de funcionamiento.



**Figura 12-3A:** Tarjeta ARDUINO

Fuente: Autor

*Ventajas:*

Simplifica el trabajar con microcontroladores. Bajo costo. Programación simple y directa.

*Desventajas:*

Poco eficiente para la adquisición de datos.



**Figura 12-3B:** Tarjeta myRIO-1900

Fuente: Autor

*Ventajas:*

10 entradas y 6 salidas analógicas. 40 líneas de E/S digitales. WiFi, LEDs.

*Desventajas:*

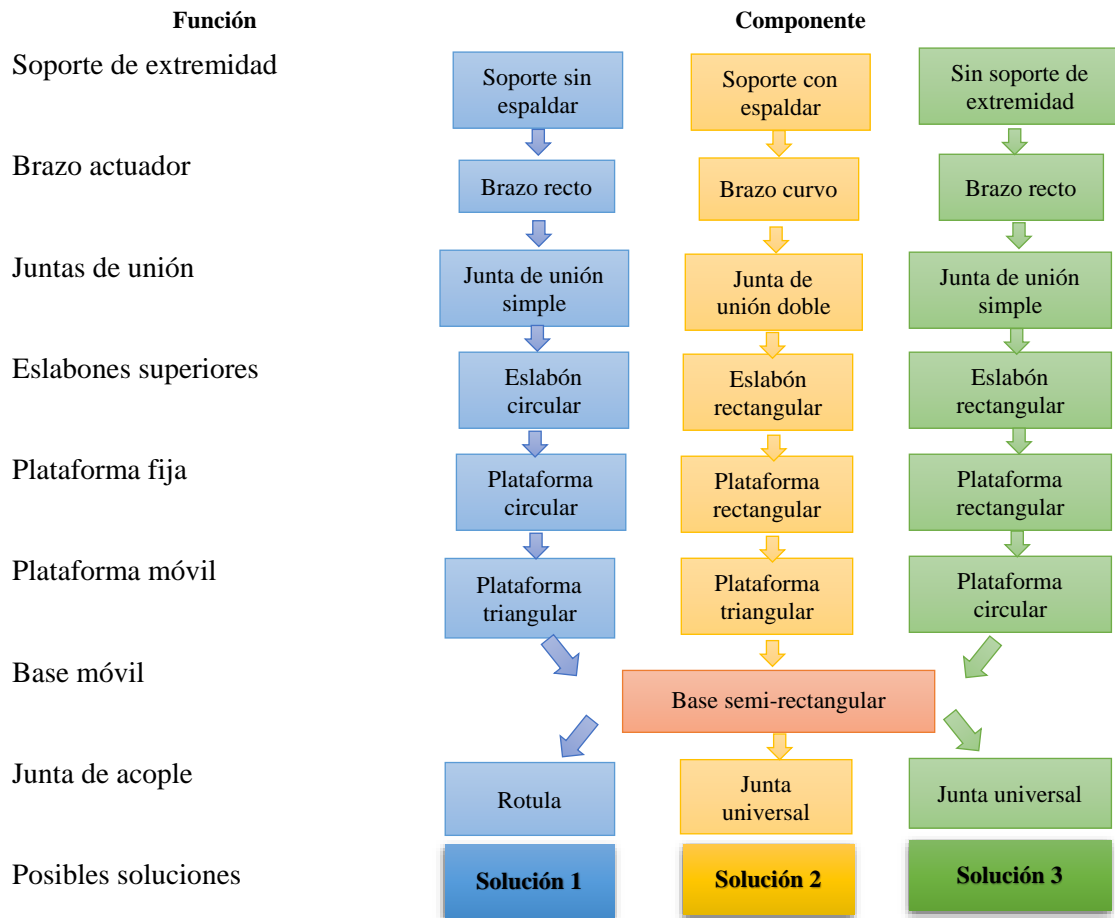
Ocupa un amplio espacio de trabajo. Alto costo.

**Figura 12-3:** Plataformas de hardware y software

La selección del controlador se basa en la carga electrónica y la cantidad de actuadores.

### 3.3.6 Alternativas de solución

Las posibles alternativas del estudio de elementos constitutivos se combinan de manera que formen el robot paralelo tipo delta para cumplir con la función de rehabilitación de tobillo, de las combinaciones formadas se elige la mejor opción para cumplir el objetivo. Las soluciones encontradas se muestran en la figura 13-3 y deben ser compatibles considerando los requerimientos descritos en la matriz QFD que debe poseer el robot para rehabilitación.



**Figura 13-3:** Posibles alternativas de solución

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017

De las posibles soluciones que se muestran en la figura 13-3, se analizaron y evaluaron para proceder a seleccionar la mejor solución utilizando el método de evaluación de criterios ponderados.

*Solución 1:* Soporte sin espaldar, Brazo recto, Junta de unión simple, Eslabón circular, Plataforma circular, Plataforma triangular, Base semi-rectangular y Rotula. La primera solución cumple con lo establecido en el desarrollo de un robot paralelo delta. En la solución presentada se puede

encontrar una desventaja en comparación con las otras soluciones la cual es la falta de fijación de la extremidad a someterse al proceso de rehabilitación.

*Solución 2:* Soporte con espaldar, Brazo curvo, Junta de unión doble, Eslabón rectangular, Plataforma rectangular, Plataforma triangular, Base semi-rectangular y Junta universal. La segunda solución establece los parámetros necesarios en el proceso de rehabilitación, también posee un sistema de fijación a la extremidad en el procedimiento de rehabilitación de tobillo para pacientes necesitados de este proceso.

*Solución 3:* Sin soporte de extremidad, Brazo recto, Junta de unión simple, Eslabón rectangular, Plataforma rectangular, Plataforma circular, Base semi-rectangular y Junta universal. La tercera solución cumple lo establecido para el proceso diseño del robot paralelo tipo delta, sin embargo, una desventaja que se puede notar es la falta de fijación en el proceso de rehabilitación de tobillo, lo que puede significar en una rehabilitación no muy adecuada para pacientes en proceso de recuperación de la parte afectada.

Las soluciones presentadas anteriormente se evalúan en base a los parámetros más relevantes obtenidos en la *matriz QFD* los cuales ayudan a la selección del modelo final en el cumplimiento de lo establecido para realizar una correcta rehabilitación de tobillo.

### **3.4 Criterios ponderados**

Para la evaluación de las soluciones del sistema de robots paralelos tipo delta se utiliza el método de evaluación por criterios ponderados en donde se analiza las mejores opciones y las más pertinentes para el diseño del sistema de robots paralelos tipo delta, se realiza la evaluación de las necesidades que obtuvieron mayores porcentajes en la *matriz QFD*, estas necesidades ayudan a la definición de la mejor solución en el proceso de diseño. A continuación, se recoge las necesidades con mayores porcentajes que se obtuvieron del análisis de la *matriz QFD*.

*Movimientos necesarios:* Es el parámetro más requerido para el diseño del sistema de robots paralelos tipo delta con un porcentaje del 20% de todos los demás parámetros.

*Tiempo de rehabilitación necesario:* Es el segundo parámetro más requerido para el diseño del sistema de robots paralelos tipo delta con un porcentaje del 16% de todos los demás parámetros.

*Automático:* Es el tercer parámetro más requerido para el diseño del sistema de robots paralelos tipo delta con un porcentaje del 13% de todos los demás parámetros.

*Ligero de peso*: Es el cuarto parámetro más requerido para el diseño del sistema de robots paralelos tipo delta con un porcentaje del 10% de todos los demás parámetros.

A continuación, se procede a realizar la evaluación de los pesos específicos de los criterios relevantes en el diseño del sistema de robots paralelos tipo delta, la *tabla 4-3* muestra la evaluación de pesos específicos de cada criterio con la ponderación respectiva para cada criterio evaluado.

**Tabla 4-3:** Evaluación de peso específico de cada criterio

<i>Movimientos necesarios, Tiempo de rehabilitación necesario, Automático y Ligero de peso</i>						
CRITERIO	Movimientos necesarios	Tiempo de rehabilitación necesario	Automático	Ligero de peso	$\Sigma + 1$	Ponderación
Movimientos necesarios		0.5	1	1	3.5	3.5/10
Tiempo de rehabilitación necesario	0.5		1	0.5	3	3/10
Automático	0	0		0.5	1.5	1.5/10
Ligero de peso	0	0.5	0.5		2	2/10
SUMATORIA					$\Sigma=10$	$\Sigma = 1$

**Realizado por:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017

**Fuente:** Autores

En la tabla de evaluación del peso específico se evalúa el criterio más relevante en comparación con los demás criterios de diseño del sistema de robots paralelos tipo delta, a continuación, se evalúa el peso específico para las soluciones presentadas con anterioridad, en la *tabla 5-3* se observa el criterio de movimientos necesarios en la evaluación de las soluciones.

**Tabla 5-3:** Evaluación de peso específico para las soluciones

Movimientos necesarios	Solución 1	Solución 2	Solución 3	$\Sigma + 1$	Ponderación
Solución 1	-----	0	0.5	1.5	1.5/6
Solución 2	1	-----	1	3	3/6
Solución 3	0.5	0	-----	1.5	1.5/6
SUMATORIA				$\Sigma T = 6$	$\Sigma = 1$

**Realizado por:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017

**Fuente:** Autores

En el análisis de los movimientos necesarios para el sistema de robots paralelos tipo delta, se puede observar que la *solución 2* posee un considerable valor en la ponderación. A continuación,

Se presenta el análisis de soluciones para el parámetro de tiempo de rehabilitación necesario en la *tabla 6-3* donde se observa el criterio en base a la evaluación de las soluciones.

**Tabla 6-3:** Evaluación de peso específico para las soluciones

Tiempo de rehabilitación necesario	Solución 1	Solución 2	Solución 3	$\Sigma + 1$	Ponderación
Solución 1	-----	0.5	0.5	2	2/6
Solución 2	0.5.	-----	0.5	2	2/6
Solución 3	0.5	0.5	-----	2	2/6
SUMATORIA				$\Sigma T = 6$	$\Sigma = 1$

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017

Fuente: Autores

La evaluación de soluciones sobre el tiempo de rehabilitación necesario muestra un peso específico significativo, reflejando a todas las soluciones con igual relevancia. A continuación, se presenta el análisis de soluciones para el criterio de automatización del sistema de robots tipo delta en la *tabla 7-3* donde se observa el criterio en base a la evaluación de las soluciones.

**Tabla 7-3:** Evaluación de peso específico para las soluciones

Automático	Solución 1	Solución 2	Solución 3	$\Sigma + 1$	Ponderación
Solución 1	-----	0	0.5	1.5	1.5/6
Solución 2	1	-----	0.5	2.5	2.5/6
Solución 3	0.5	0.5	-----	2	2/6
SUMATORIA				$\Sigma T = 6$	$\Sigma = 1$

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017

Fuente: Autores

La evaluación de soluciones sobre la automatización muestra un peso específico significativo con respecto a la *solución 2*, reflejando un mayor valor de ponderación. El análisis de soluciones para el parámetro ligero de peso en donde se desea que el diseño no contemple una carga mayor para que se pueda transportar de manera fácil, en la *tabla 8-3* se observa el criterio en base a la evaluación de las soluciones posibles para el parámetro mencionado.

**Tabla 8-3:** Evaluación de peso específico para las soluciones

Ligero de peso	Solución 1	Solución 2	Solución 3	$\Sigma + 1$	Ponderación
Solución 1	-----	1	1	3	3/6
Solución 2	0	-----	0.5	1.5	1.5/6
Solución 3	0	0.5	-----	1.5	1.5/6
SUMATORIA				$\Sigma T = 6$	$\Sigma = 1$

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017

Fuente: Autores



La evaluación de soluciones sobre la posibilidad de aligerar el peso muestra un resultado significativo con respecto a la *solución 1*, reflejando un mayor valor de ponderación.

Los criterios han sido evaluados en las tablas anteriores, ahora se procede a concluir con el modelo del sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo, la *tabla 9-3* muestra las conclusiones de todas las soluciones con respecto a los criterios evaluados, en base a la tabla de conclusiones de criterios ponderados se procede a la selección del modelo para el correspondiente diseño.

**Tabla 9-3:** Tabla de conclusiones de criterios ponderados

<i>Movimientos necesarios, Tiempo de rehabilitación necesario, Automático y Ligero de peso</i>						
<b>CONCLUSIÓN</b>	<b>Movimientos necesarios</b>	<b>Tiempo de rehabilitación necesario</b>	<b>Automático</b>	<b>Ligero de peso</b>	<b><math>\Sigma</math></b>	<b>Prioridad</b>
<b>Solución 1</b>	<i>0.25 x 0.35</i>	<i>0.33333 x 0.3</i>	<i>0.25 x 0.15</i>	<i>0.5 x 0.2</i>	0.325	32.5 %
<b>Solución 2</b>	<i>0.5 x 0.35</i>	<i>0.33333 x 0.3</i>	<i>0.416 x 0.15</i>	<i>0.25 x 0.2</i>	0.3874	38.74%
<b>Solución 3</b>	<i>0.25 x 0.35</i>	<i>0.33333 x 0.3</i>	<i>0.333 x 0.15</i>	<i>0.25 x 0.2</i>	0.2875	28.75%

**Realizado por:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017

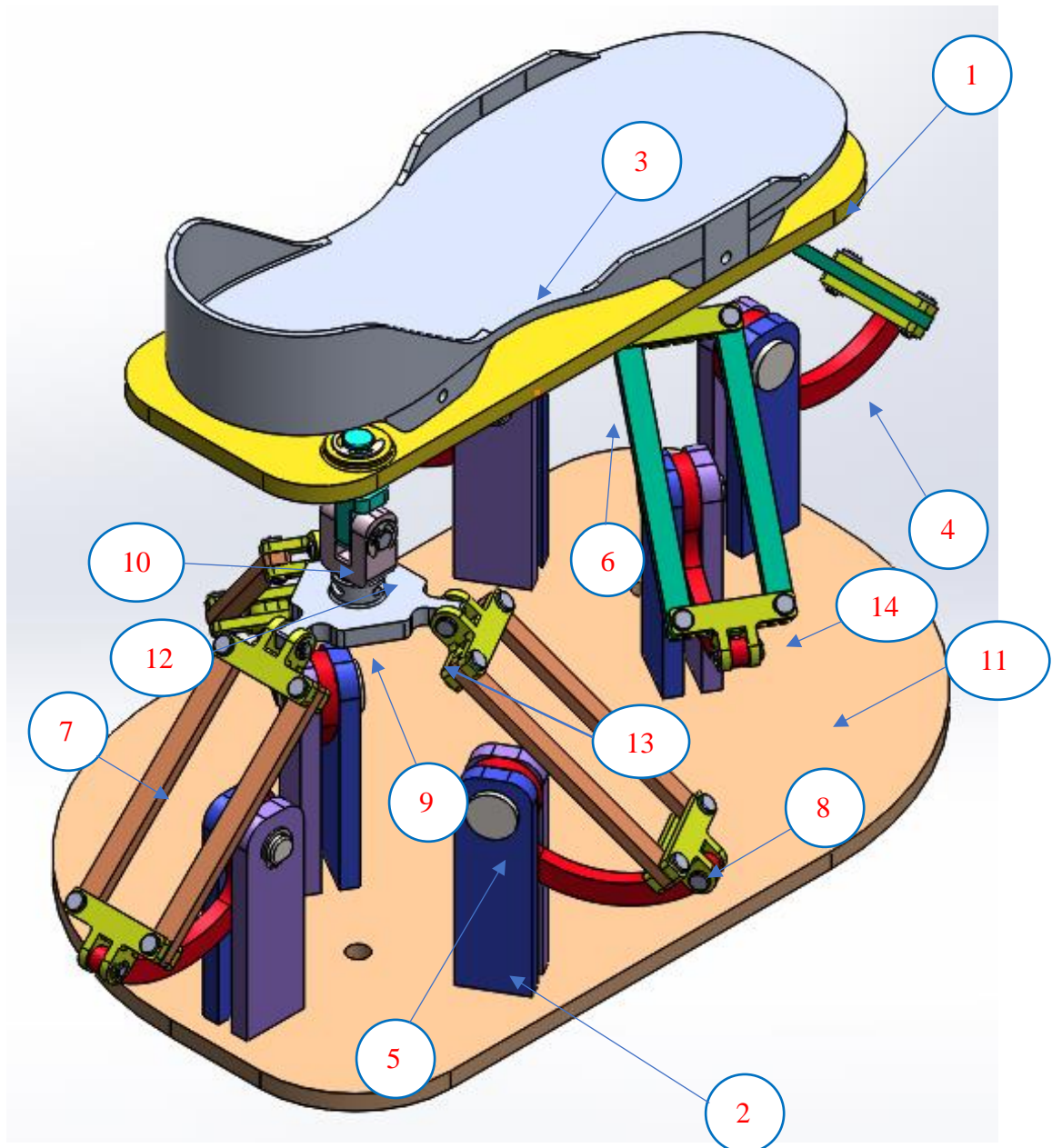
**Fuente:** Autores

Como se observa en la tabla de conclusiones, la *solución 2* posee más prioridad que las demás soluciones, el porcentaje de prioridad que posee la *solución 2* es de 38,74%, se reconoce que es la mejor opción en la elaboración del diseño del sistema robótico. Por esta razón se toma a la *solución 2* como la solución del diseño. El modelo seleccionado cumple con los movimientos necesarios y posee un ligero peso, así como de fácil transportación para satisfacer las indicaciones y necesidades del proceso de rehabilitación.

En la figura 14-3 se muestra el modelo del diseño de robots paralelos tipo delta.

### **3.4.1 Modelo seleccionado**

Se muestra el ensamble del sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo en la figura 14-3, se enumera y especifica cada uno de los elementos que constituyen el sistema robótico, en el siguiente paso de este trabajo se diseñan y seleccionan algunos elementos del sistema de robots paralelos tipo delta, para garantizar la resistencia, movilidad y funcionalidad en los diferentes movimientos.



**Figura 14-3:** Sistema de robots paralelos tipo delta

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017

El modelo seleccionado cumple con los requerimientos establecidos en la evaluación de por el método de criterios ponderados, la especificación de cada elemento se muestra en la tabla de especificaciones, el diseño de elementos se lo realiza en el siguiente capítulo en donde se determina las dimensiones necesarias para el proceso de rehabilitación de tobillo.

### 3.4.2 Especificaciones de los elementos

A continuación, se muestra la *tabla 10-3* en donde se especifica los diferentes elementos constitutivos del sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo.

**Tabla 10-3:** Especificaciones de elementos

N.º de Pieza	Denominación	Material	Especificación	Masa	Observación
01	Planta	Policarbonato	Impresión 3D	213.54 gr	Acoplada
02	Columna	Aluminio1200	Mecanizado	55.69 gr	Soldada
03	Sujetador	Policarbonato	Impresión 3D	216.36 gr	Acoplado
04	Brazo	Aluminio1200	Mecanizado	29.73 gr	
05	Eje 1	Aluminio2024	Mecanizado	10.46 gr	Ajuste móvil
06	Eje 2	Aluminio2024	Mecanizado	5.24 gr	Ajuste móvil
07	Eslabón	Aluminio1200	Mecanizado	16.97 gr	
08	Horquilla	Aluminio1200	Mecanizado	14.23 gr	
09	Plataforma móvil	Aluminio1200	Fundida	47.35 gr	Acoplada
10	Acople universal	Aluminio1200	Mecanizado	42.08 gr	
11	Base	Aluminio1200	Fundida	1898.92 gr	
12	Pasador 1	Aluminio2024	Catálogo	4.52 gr	Ajuste móvil
13	Pasador 2	Aluminio2024	Catálogo	1.19 gr	Ajuste móvil
14	Pasador 3	Aluminio2024	Catálogo	1.08 gr	Ajuste móvil

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017

Fuente: Autores

Los elementos constitutivos del sistema de robots paralelos tipo delta cumplen con los requerimientos establecidos en los criterios analizados, en la *tabla 10-3* se observa todos los parámetros y dimensiones que contiene cada elemento, así como sus propiedades.

### *Conclusión*

En el *capítulo 3* se define el modelo del sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo, el cual cumple con las especificaciones de la voz del usuario y la voz del ingeniero, se realizó la matriz de evaluación *QFD* para obtener los porcentajes más relevantes en las condiciones y criterios que debe cumplir el sistema de robots paralelos.

El análisis de las opciones más pertinentes de modelado mediante el análisis funcional, corresponde a la *solución 2* como la mejor solución para los requerimientos planteados en la matriz *QFD*.

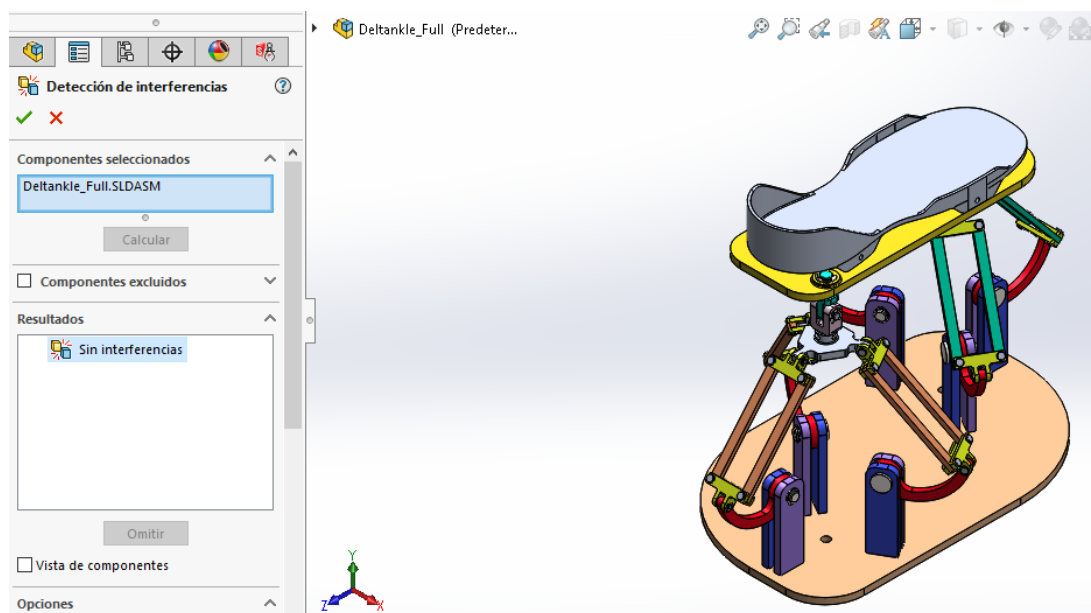
## CAPÍTULO IV

### 4. DISEÑO MECÁNICO DEL SISTEMA DE ROBOTS PARALELOS TIPO DELTA

En el presente capítulo se analiza los rangos requeridos de movimientos que satisfaga el proceso de rehabilitación, se realiza el diseño, selección de elementos mecánicos, análisis cinemático y análisis dinámico del sistema de robots paralelos tipo delta para establecer la etapa del control automático del robot.

#### 4.1 Rangos de movimiento

La verificación de rangos de movimiento en el proceso de rehabilitación, se muestra en cada posición particular. El análisis de obstrucciones en la constitución de los elementos muestra que no se detectaron interferencias como muestra la figura 1-4 en la constitución de elementos del sistema de robots paralelos tipo delta.



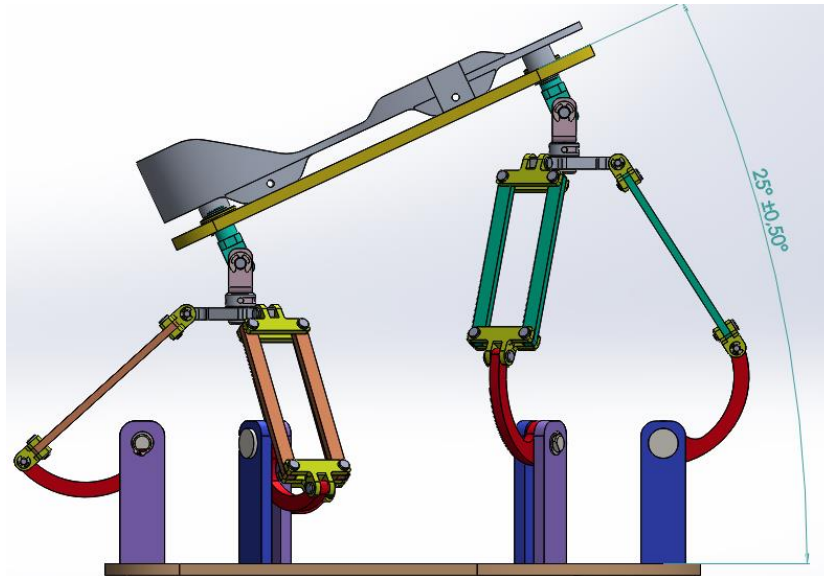
**Figura 1-4:** Análisis de interferencias

**Realizado por:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017. SolidWorks

Como muestra la figura 1-4 no se halla interferencias entre los elementos constitutivos, a continuación, la verificación para cada movimiento de rehabilitación de tobillo.

#### 4.1.1 Dorsiflexión o flexión dorsal

Es el movimiento que disminuye el ángulo entre el pie y la pierna en el cual los dedos del pie se aproximan a la pierna cuyos rangos corresponden a  $20, 3^{\circ}$  -  $29, 8^{\circ}$  (ver sección 2.1.3). La figura 2- 4 muestra la verificación del rango de movimiento para dorsiflexión o flexión dorsal, el mismo que se ha tomado con un promedio de  $25^{\circ}$  de inclinación.



**Figura 2-4:** Dorsiflexión o flexión dorsal

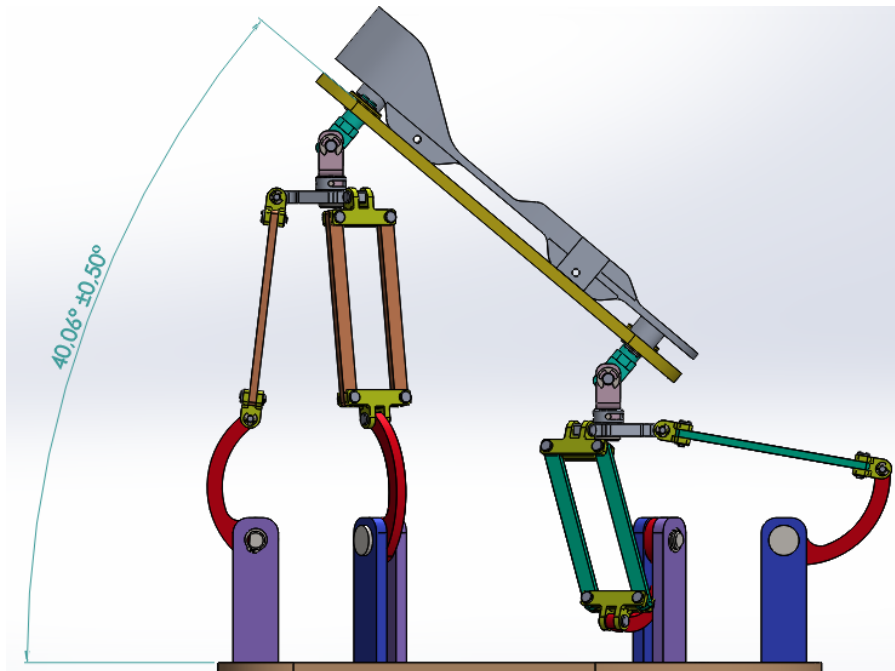
Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. SolidWorks

El sistema de robots paralelos tipo delta cumple con la verificación del movimiento dorsiflexión o flexión dorsal para el proceso de rehabilitación de tobillo de manera que el paciente consiga los movimientos de rehabilitación dentro del rango establecido.

#### 4.1.2 Flexión plantar o plantarflexión

Es el movimiento que aumenta el ángulo entre la parte delantera del pie y la tibia como cuando se sube una gradilla, cuyos rangos son  $37, 6^{\circ}$  -  $45, 8^{\circ}$  (ver sección 2.1.3). La figura 3- 4 muestra la verificación del rango de movimiento para flexión plantar o plantarflexión, el mismo que se ha tomado con un promedio de  $40^{\circ}$  de inclinación de la plataforma en donde se encuentra el sistema de sujeción del tobillo, el cual se muestra de color blanco y permite al paciente sujetar la extremidad de manera que se proceda con un movimiento seguro. El sistema de robots paralelos tipo delta cumple con la verificación del movimiento flexión plantar o plantarflexión para el proceso de rehabilitación de tobillo de manera que el paciente consiga los movimientos de rehabilitación dentro del rango establecido. Se debe recalcar que el diseño del sistema de robots

paralelos tipo delta cumple con el rango máximo establecido para el movimiento de flexión plantar el cual tiene un valor de  $45,8^\circ$  de desplazamiento angular.

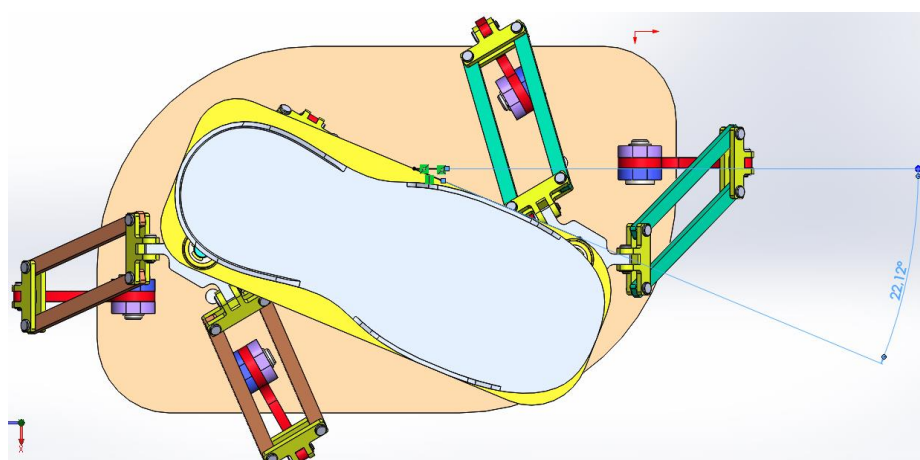


**Figura 3-4:** Flexión plantar o plantarflexión

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. SolidWorks

#### 4.1.3 *Abducción o rotación externa:*

Es el movimiento rotatorio que se realiza alrededor de la articulación del tobillo, cuyos rangos corresponden al movimiento son de  $15,4^\circ$ - $25,9^\circ$  (ver sección 2.1.3). La figura 4- 4 muestra la verificación del rango de movimiento para Abducción o rotación externa, el mismo que se ha tomado con un promedio de  $22^\circ$  de rotación.



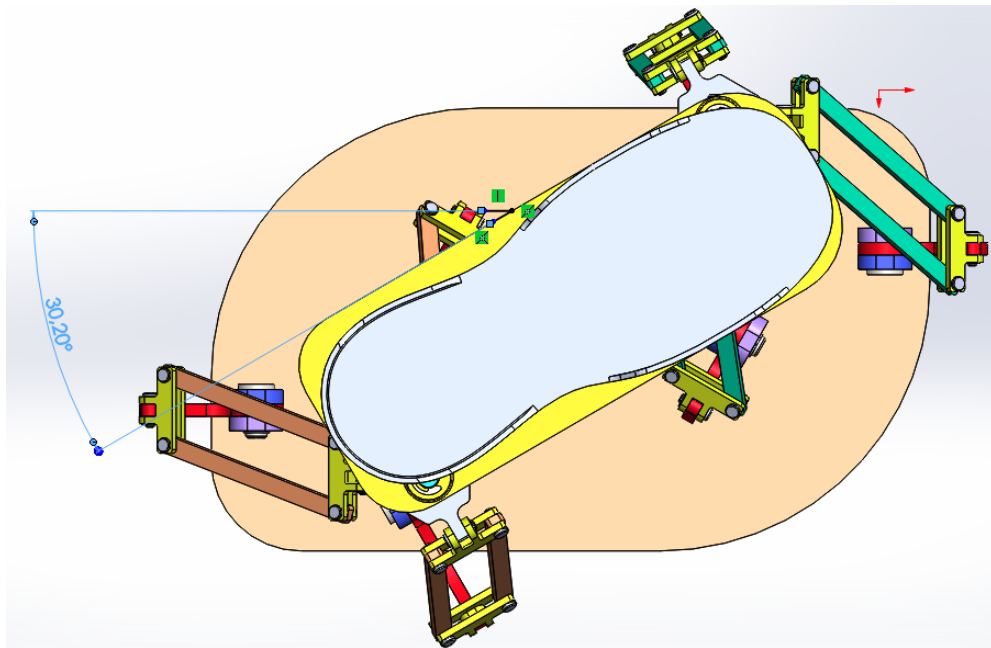
**Figura 4-4:** Abducción o rotación externa

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. SolidWorks

El sistema de robots paralelos tipo delta cumple con la verificación del movimiento Abducción o rotación externa para el proceso de rehabilitación de tobillo.

#### 4.1.4 *Abducción o rotación interna:*

Es el movimiento rotatorio que se realiza alrededor de la articulación del tobillo, cuyos rangos corresponden al movimiento son de  $22,0^{\circ}$ -  $36,0^{\circ}$  (ver sección 2.1.3). La figura 5- 4 muestra la verificación del rango de movimiento para aducción o rotación interna, el mismo que se ha tomado con un promedio de  $30^{\circ}$  de rotación.



**Figura 5-4:** Abducción o rotación externa

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. SolidWorks

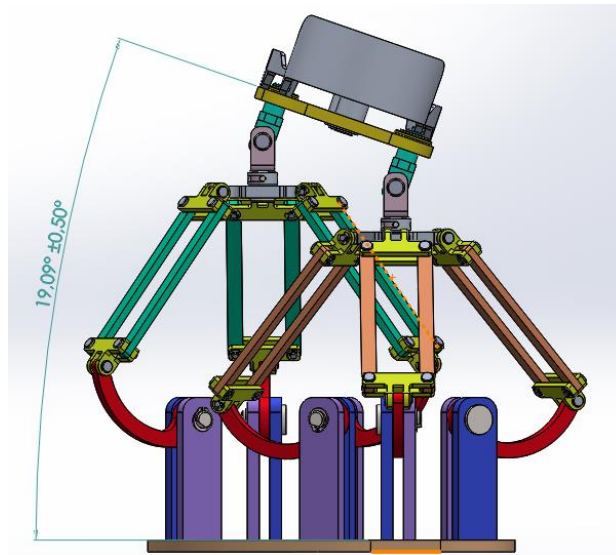
El sistema de robots paralelos tipo delta cumple con la verificación del movimiento Abducción o rotación externa para el proceso de rehabilitación de tobillo.

#### 4.1.5 *Inversión:*

Es el movimiento que realiza el pie de manera giratoria en dirección de su eje axial en dirección a la parte interna de la extremidad, cuyos rangos son  $14,5^{\circ}$ - $22,0^{\circ}$  (ver sección 2.1.3). La figura 6- 4 muestra la verificación del rango de movimiento para inversión, el mismo que se ha tomado con un promedio de  $19^{\circ}$  de inclinación de la plataforma en donde se encuentra el sistema de sujeción del tobillo, el cual se muestra de color blanco y permite al paciente sujetar la extremidad de manera que se proceda con un movimiento seguro.



El sistema de robots paralelos tipo delta cumple con la verificación del movimiento inversión para el proceso de rehabilitación de tobillo de manera que el paciente consiga los movimientos de rehabilitación dentro del rango establecido.

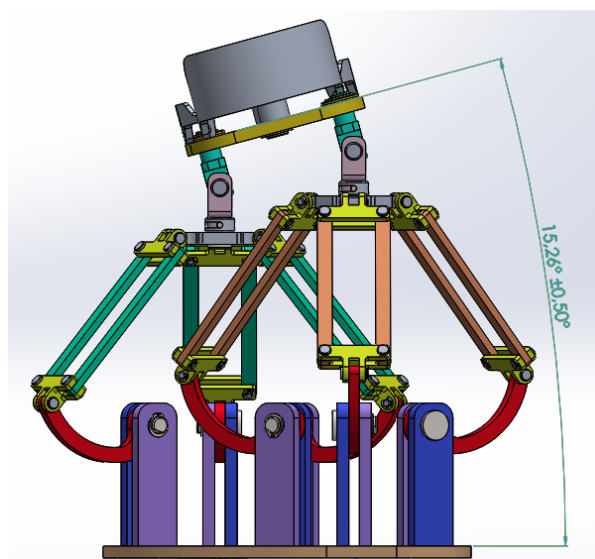


**Figura 6-4: Inversión**

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. SolidWorks

#### 4.1.6 Eversión:

Es el movimiento que realiza el pie de manera giratoria en dirección de su eje axial en dirección a la parte interna de la extremidad, cuyos rangos son  $10,0^{\circ}$ - $17,0^{\circ}$  (ver sección 2.1.3). La figura 7-4 muestra la verificación del rango de movimiento para eversión, el mismo que se ha tomado con un promedio de  $15^{\circ}$  de inclinación.



**Figura 7-4: Eversión**

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. SolidWorks



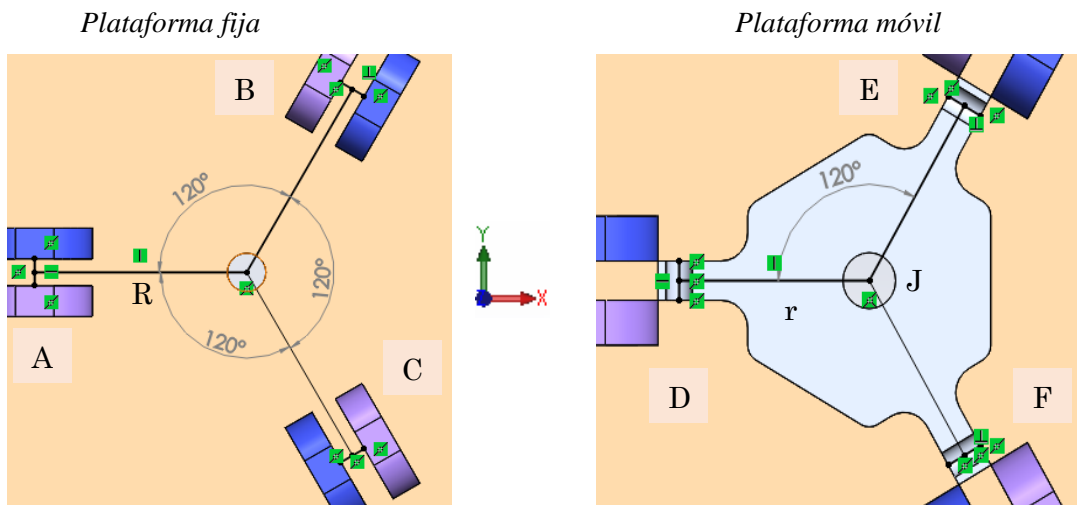
El sistema de robots paralelos tipo delta cumple con la verificación del movimiento de eversión para el proceso de rehabilitación de tobillo. De esta manera se concluye con la verificación de rangos de movimiento, se puede decir que el robot para rehabilitación cumple con los rangos de movimientos necesarios para el proceso de rehabilitación de tobillo.

## 4.2 Análisis cinemático

El análisis de movimiento comprende el cálculo de las posiciones cartesianas de la plataforma en función de los movimientos angulares de los actuadores, o viceversa, usando el principio de cinemática directa o cinemática inversa respectivamente.

### 4.2.1 Análisis cinemático inverso

En principio se realiza el análisis cinemático inverso del sistema de robots paralelo tipo delta calculando el desplazamiento angular en función de la posición del efector final de cada cadena cinemática.



$$R = 55 \text{ mm}$$

$$\vec{r}_A = \begin{bmatrix} -55 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{r}_B = \begin{bmatrix} 55 \cos 60 \\ 55 \sin 60 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_C = \begin{bmatrix} 55 \cos 60 \\ -55 \sin 60 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$r = 36 \text{ mm}$$

$$\vec{r}_D = \begin{bmatrix} -36 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{r}_E = \begin{bmatrix} 36 \cos 60 \\ 36 \sin 60 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_F = \begin{bmatrix} 36 \cos 60 \\ -36 \sin 60 \\ 0 \end{bmatrix}$$

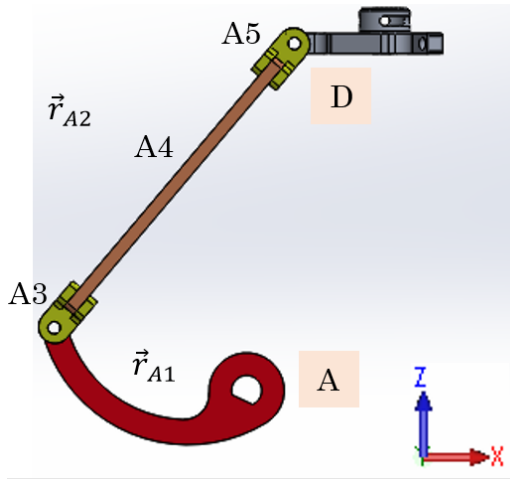
Aplicando el principio expuesto en el numeral 2.2.3 se tiene que:

#### Primera cadena cinemática

$$\vec{r}_{A1} = \begin{bmatrix} 80,62 \cos(162,01 + q_1) \\ 0 \\ 80,62 \sin(162,01 + q_1) \end{bmatrix}$$

#### Vector posición del Efector final

$$J = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z + 137,81 \end{bmatrix}$$



$$\vec{r}_{A1} = \begin{bmatrix} 80,62 \cos(162,01 + q_1) \\ 0 \\ 80,62 \sin(162,01 + q_1) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{A2} = A3 + A4 - A5$$

$$A3 = \begin{bmatrix} 14 \cos(49,72 + \alpha_3) \\ 0 \\ 14 \sin(49,72 + \alpha_3) \end{bmatrix}$$

$$A4 = \begin{bmatrix} 120 \sin(90 + \alpha_4) \cos(49,72 + \alpha_3) \\ 120 \cos(90 + \alpha_4) \\ 120 \sin(90 + \alpha_4) \sin(49,72 + \alpha_3) \end{bmatrix}$$

$$A5 = \begin{bmatrix} 14 \cos(229,72 + \alpha_3) \\ 0 \\ 14 \sin(229,72 + \alpha_3) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{A2} = \begin{bmatrix} 14 \cos(49,72 + \alpha_3) \\ 0 \\ 14 \sin(49,72 + \alpha_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 120 \sin(90 + \alpha_4) \cos(49,72 + \alpha_3) \\ 120 \cos(90 + \alpha_4) \\ 120 \sin(90 + \alpha_4) \sin(49,72 + \alpha_3) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 14 \cos(229,72 + \alpha_3) \\ 0 \\ 14 \sin(229,72 + \alpha_3) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{A2} = \begin{bmatrix} 14 \cos(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \cos(49,72 + \alpha_3) - 14 \cos(229,72 + \alpha_3) \\ -120 \sin \alpha_4 \\ 14 \sin(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \sin(49,72 + \alpha_3) - 14 \sin(229,72 + \alpha_3) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{A2} = \begin{bmatrix} 28 \cos(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \cos(49,72 + \alpha_3) \\ -120 \sin \alpha_4 \\ 28 \sin(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \sin(49,72 + \alpha_3) \end{bmatrix}$$

A continuación, se muestra la ecuación de solución de la primera cadena cinemática.

$$\vec{r}_A + \vec{r}_{A1} + \vec{r}_{A2} = J + \vec{r}_D \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} -55 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 80,62 \cos(162,01 + q_1) \\ 0 \\ 80,62 \sin(162,01 + q_1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 28 \cos(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \cos(49,72 + \alpha_3) \\ -120 \sin \alpha_4 \\ 28 \sin(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \sin(49,72 + \alpha_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z + 137,81 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -36 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$-55 + 80,62 \cos(162,01 + q_1) + 28 \cos(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \cos(49,72 + \alpha_3) = x - 36$$

$$-120 \sin \alpha_4 = y$$

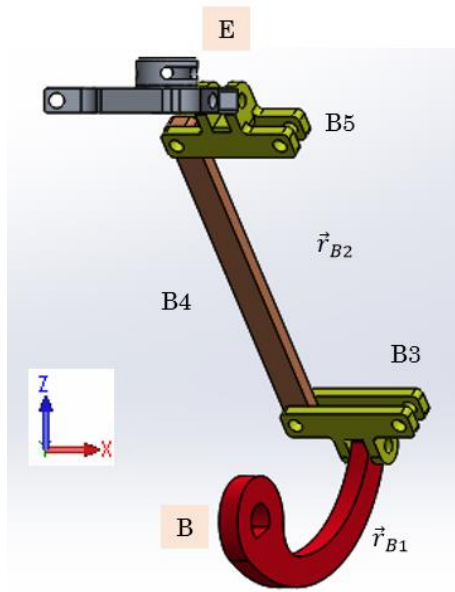
$$80,62 \sin(162,01 + q_1) + 28 \sin(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \sin(49,72 + \alpha_3)$$

$$= z + 137,81$$

## Segunda cadena cinemática

Vector posición del Efecto final

$$J = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z + 137,81 \end{bmatrix}$$



$$\vec{r}_{B1} = \begin{bmatrix} 80,62 \cos(17,99 + q_2) (\cos 60) \\ 80,62 \cos(17,99 + q_2) (\sin 60) \\ 80,62 \sin(17,99 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{B2} = B3 + B4 - B5$$

$$B3 = \begin{bmatrix} 14 \cos(130,28 + \beta_3) (\cos 60) \\ 14 \cos(130,28 + \beta_3) (\sin 60) \\ 14 \sin(130,28 + \beta_3) \end{bmatrix}$$

$$B5 = \begin{bmatrix} 14 \cos(310,28 + \beta_3) (\cos 60) \\ 14 \cos(310,28 + \beta_3) (\sin 60) \\ 14 \sin(310,28 + \beta_3) \end{bmatrix}$$

$$B4 = \begin{bmatrix} 120 \sin(90 + \beta_4) \cos(130,28 + \beta_3) \cos 60 + 120 \cos(90 + \beta_4) \sin 60 \\ 120 \sin(90 + \beta_4) \cos(130,28 + \beta_3) \sin 60 + 120 \cos(90 + \beta_4) \cos 60 \\ 120 \sin(90 + \beta_4) \sin(130,28 + \beta_3) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{B2} = \left\{ \begin{bmatrix} 14 \cos(130,28 + \beta_3) (\cos 60) \\ 14 \cos(130,28 + \beta_3) (\sin 60) \\ 14 \sin(130,28 + \beta_3) \end{bmatrix} \right.$$

$$+ \begin{bmatrix} 120 \sin(90 + \beta_4) \cos(130,28 + \beta_3) \cos 60 + 120 \cos(90 + \beta_4) \sin 60 \\ 120 \sin(90 + \beta_4) \cos(130,28 + \beta_3) \sin 60 + 120 \cos(90 + \beta_4) \cos 60 \\ 120 \sin(90 + \beta_4) \sin(130,28 + \beta_3) \end{bmatrix}$$

$$\left. - \begin{bmatrix} 14 \cos(310,28 + \beta_3) (\cos 60) \\ 14 \cos(310,28 + \beta_3) (\sin 60) \\ 14 \sin(310,28 + \beta_3) \end{bmatrix} \right\}$$

$$\vec{r}_{B2} =$$

$$\begin{bmatrix} 7 \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) - 7 \cos\left(\beta_3 + \frac{7757}{25}\right) + 60 \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) \sin(\beta_4 + 90) + 60\sqrt{3} \cos(\beta_4 + 90) \\ 60 \cos(\beta_4 + 90) + 7\sqrt{3} \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) - 7\sqrt{3} \cos\left(\beta_3 + \frac{7757}{25}\right) + 60\sqrt{3} \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) \sin(\beta_4 + 90) \\ 14 \sin\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) - 14 \sin\left(\beta_3 + \frac{7757}{25}\right) + 120 \sin\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) \sin(\beta_4 + 90) \end{bmatrix}$$

A continuación, se muestra la ecuación de solución de la segunda cadena cinemática.

$$\vec{r}_B + \vec{r}_{B1} + \vec{r}_{B2} = J + \vec{r}_E \quad (2)$$

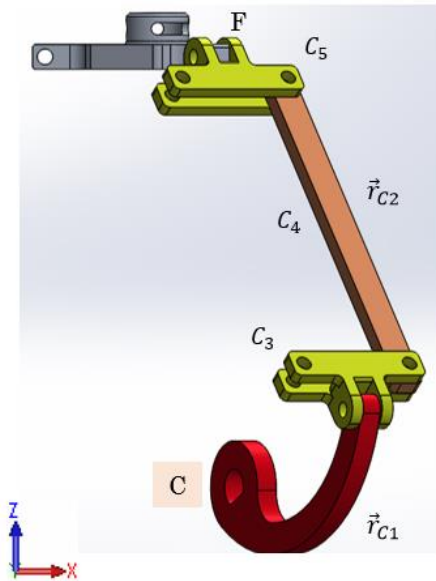
$$\begin{bmatrix} 55 \cos 60 \\ 55 \sin 60 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 80,62 \cos(17,99 + q_2) (\cos 60) \\ 80,62 \cos(17,99 + q_2) (\sin 60) \\ 80,62 \sin(17,99 + q_2) \end{bmatrix} + \vec{r}_{B2} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z + 137,81 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 36 \cos 60 \\ 36 \sin 60 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{4031 \cos\left(q_2 + \frac{1799}{100}\right)}{100} + 7 \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) - 7 \cos\left(\beta_3 + \frac{7757}{25}\right) \\
 &\quad + 60 \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) \sin(\beta_4 + 90) + 60\sqrt{3} \cos(\beta_4 + 90) + \frac{19}{2} \\
 y &= 60 \cos(\beta_4 + 90) + \frac{19\sqrt{3}}{2} + \frac{4031\sqrt{3} \cos\left(q_2 + \frac{1799}{100}\right)}{100} + 7\sqrt{3} \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) \\
 &\quad - 7\sqrt{3} \cos\left(\beta_3 + \frac{7757}{25}\right) + 60\sqrt{3} \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) \sin(\beta_4 + 90) \\
 z + 137,81 &= \frac{4031 \sin\left(q_2 + \frac{1799}{100}\right)}{50} + 14 \sin\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) - 14 \sin\left(\beta_3 + \frac{7757}{25}\right) \\
 &\quad + 120 \sin\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) \sin(\beta_4 + 90)
 \end{aligned}$$

### Tercera cadena cinemática

Vector posición del Efecto final

$$J = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z + 137,81 \end{bmatrix}$$



$$\vec{r}_{C1} = \begin{bmatrix} 80,62 \cos(17,99 + q_3) (\cos 60) \\ -80,62 \cos(17,99 + q_3) (\sin 60) \\ 80,62 \sin(17,99 + q_3) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{C2} = C3 + C4 - C5$$

$$C3 = \begin{bmatrix} -14 \cos(49,72 + \theta_3) (\cos 60) \\ 14 \cos(49,72 + \theta_3) (\sin 60) \\ 14 \sin(49,72 + \theta_3) \end{bmatrix}$$

$$C5 = \begin{bmatrix} 14 \cos(49,72 + \theta_3) (\cos 60) \\ -14 \cos(49,72 + \theta_3) (\sin 60) \\ -14 \sin(49,72 + \theta_3) \end{bmatrix}$$

$$C4 = \begin{bmatrix} -120 \sin(90 + \theta_4) \cos(49,72 + \theta_3) (\cos 60) - 120 \cos(90 + \theta_4) (\sin 60) \\ 120 \sin(90 + \theta_4) \cos(49,72 + \theta_3) (\sin 60) - 120 \cos(90 + \theta_4) (\cos 60) \\ 120 \sin(90 + \theta_4) \sin(49,72 + \theta_3) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{C2} = C3 + C4 - C5$$

$$\vec{r}_{C2} = \left\{ \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{l} -14 \cos(49,72 + \theta_3) (\cos 60) \\ 14 \cos(49,72 + \theta_3) (\sin 60) \\ 14 \sin(49,72 + \theta_3) \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} 14 \cos(49,72 + \theta_3) (\cos 60) \\ -14 \cos(49,72 + \theta_3) (\sin 60) \\ -14 \sin(49,72 + \theta_3) \end{array} \right] \\ + \left[ \begin{array}{l} -120 \sin(90 + \theta_4) \cos(49,72 + \theta_3) (\cos 60) - 120 \cos(90 + \theta_4) (\sin 60) \\ 120 \sin(90 + \theta_4) \cos(49,72 + \theta_3) (\sin 60) - 120 \cos(90 + \theta_4) (\cos 60) \\ 120 \sin(90 + \theta_4) \sin(49,72 + \theta_3) \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

$$\vec{r}_{C2} = \left[ \begin{array}{l} -14 \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) - 60 \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) \sin(\theta_4 + 90) - 60\sqrt{3} \cos(\theta_4 + 90) \\ 14\sqrt{3} \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) - 60 \cos(\theta_4 + 90) + 60\sqrt{3} \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) \sin(\theta_4 + 90) \\ 28 \sin\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) + 120 \sin\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) \sin(\theta_4 + 90) \end{array} \right]$$

A continuación, se muestra la ecuación de solución de la tercera cadena cinemática.

$$\vec{r}_C + \vec{r}_{C1} + \vec{r}_{C2} = J + \vec{r}_F \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 55 \cos 60 \\ -55 \sin 60 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 80,62 \cos(17,99 + q_3) (\cos 60) \\ -80,62 \cos(17,99 + q_3) (\sin 60) \\ 80,62 \sin(17,99 + q_3) \end{bmatrix} + \vec{r}_{C2} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z + 137,81 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 36 \cos 60 \\ -36 \sin 60 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{4031 \cos\left(q_3 + \frac{1799}{100}\right)}{100} - 14 \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) - 60 \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) \sin(\theta_4 + 90) - 60\sqrt{3} \cos(\theta_4 + 90) + \frac{19}{2}$$

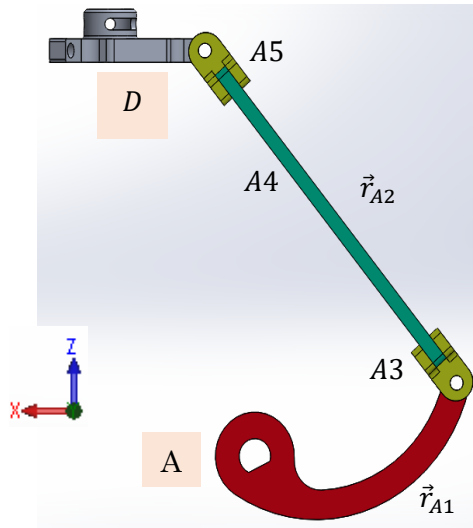
$$y = 14\sqrt{3} \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) - \frac{19\sqrt{3}}{2} - \frac{4031\sqrt{3} \cos\left(q_3 + \frac{1799}{100}\right)}{100} - 60 \cos(\theta_4 + 90) + 60\sqrt{3} \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) \sin(\theta_4 + 90)$$

$$z + 137,81 = \frac{4031 \sin\left(q_3 + \frac{1799}{100}\right)}{50} + 28 \sin\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) + 120 \sin\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) \sin(\theta_4 + 90)$$

#### Cuarta cadena cinemática

Vector posición del Efecto final

$$J = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z + 137,81 \end{bmatrix}$$



$$\vec{r}_{A1} = \begin{bmatrix} 80,62 \cos(162,01 + q_1) \\ 0 \\ 80,62 \sin(162,01 + q_1) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{A2} = A3 + A4 - A5$$

$$A3 = \begin{bmatrix} 14 \cos(49,72 + \alpha_3) \\ 0 \\ 14 \sin(49,72 + \alpha_3) \end{bmatrix}$$

$$A4 = \begin{bmatrix} 120 \sin(90 + \alpha_4) \cos(49,72 + \alpha_3) \\ 120 \cos(90 + \alpha_4) \\ 120 \sin(90 + \alpha_4) \sin(49,72 + \alpha_3) \end{bmatrix}$$

$$A5 = \begin{bmatrix} 14 \cos(229,72 + \alpha_3) \\ 0 \\ 14 \sin(229,72 + \alpha_3) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{A2} = \begin{bmatrix} 14 \cos(49,72 + \alpha_3) \\ 0 \\ 14 \sin(49,72 + \alpha_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 120 \sin(90 + \alpha_4) \cos(49,72 + \alpha_3) \\ 120 \cos(90 + \alpha_4) \\ 120 \sin(90 + \alpha_4) \sin(49,72 + \alpha_3) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 14 \cos(229,72 + \alpha_3) \\ 0 \\ 14 \sin(229,72 + \alpha_3) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{A2} = \begin{bmatrix} 14 \cos(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \cos(49,72 + \alpha_3) - 14 \cos(229,72 + \alpha_3) \\ -120 \sin \alpha_4 \\ 14 \sin(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \sin(49,72 + \alpha_3) - 14 \sin(229,72 + \alpha_3) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{A2} = \begin{bmatrix} 28 \cos(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \cos(49,72 + \alpha_3) \\ -120 \sin \alpha_4 \\ 28 \sin(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \sin(49,72 + \alpha_3) \end{bmatrix}$$

A continuación, se muestra la ecuación de solución de la cuarta cadena cinemática.

$$\vec{r}_A + \vec{r}_{A1} + \vec{r}_{A2} = \vec{J} + \vec{r}_D \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} -55 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 80,62 \cos(162,01 + q_1) \\ 0 \\ 80,62 \sin(162,01 + q_1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 28 \cos(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \cos(49,72 + \alpha_3) \\ -120 \sin \alpha_4 \\ 28 \sin(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \sin(49,72 + \alpha_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z + 137,81 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -36 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$-55 + 80,62 \cos(162,01 + q_1) + 28 \cos(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \cos(49,72 + \alpha_3) = x - 36$$

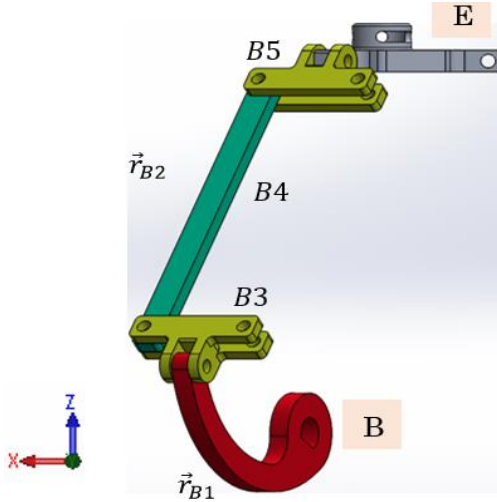
$$-120 \sin \alpha_4 = y$$

$$80,62 \sin(162,01 + q_1) + 28 \sin(49,72 + \alpha_3) + 120 \cos \alpha_4 \sin(49,72 + \alpha_3) = z + 137,81$$

## Quinta cadena cinemática

Vector posición del Efecto final

$$J = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z + 137,81 \end{bmatrix}$$



$$\vec{r}_{B1} = \begin{bmatrix} 80,62 \cos(17,99 + q_2) (\cos 60) \\ 80,62 \cos(17,99 + q_2) (\sin 60) \\ 80,62 \sin(17,99 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{B2} = B3 + B4 - B5$$

$$B3 = \begin{bmatrix} 14 \cos(130,28 + \beta_3) (\cos 60) \\ 14 \cos(130,28 + \beta_3) (\sin 60) \\ 14 \sin(130,28 + \beta_3) \end{bmatrix}$$

$$B5 = \begin{bmatrix} 14 \cos(310,28 + \beta_3) (\cos 60) \\ 14 \cos(310,28 + \beta_3) (\sin 60) \\ 14 \sin(310,28 + \beta_3) \end{bmatrix}$$

$$B4 = \begin{bmatrix} 120 \sin(90 + \beta_4) \cos(130,28 + \beta_3) \cos 60 + 120 \cos(90 + \beta_4) \sin 60 \\ 120 \sin(90 + \beta_4) \cos(130,28 + \beta_3) \sin 60 + 120 \cos(90 + \beta_4) \cos 60 \\ 120 \sin(90 + \beta_4) \sin(130,28 + \beta_3) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{B2} = \left\{ \begin{bmatrix} 14 \cos(130,28 + \beta_3) (\cos 60) \\ 14 \cos(130,28 + \beta_3) (\sin 60) \\ 14 \sin(130,28 + \beta_3) \end{bmatrix} \right.$$

$$+ \begin{bmatrix} 120 \sin(90 + \beta_4) \cos(130,28 + \beta_3) \cos 60 + 120 \cos(90 + \beta_4) \sin 60 \\ 120 \sin(90 + \beta_4) \cos(130,28 + \beta_3) \sin 60 + 120 \cos(90 + \beta_4) \cos 60 \\ 120 \sin(90 + \beta_4) \sin(130,28 + \beta_3) \end{bmatrix}$$

$$\left. - \begin{bmatrix} 14 \cos(310,28 + \beta_3) (\cos 60) \\ 14 \cos(310,28 + \beta_3) (\sin 60) \\ 14 \sin(310,28 + \beta_3) \end{bmatrix} \right\}$$

$$\vec{r}_{B2} =$$

$$\begin{bmatrix} 7 \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) - 7 \cos\left(\beta_3 + \frac{7757}{25}\right) + 60 \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) \sin(\beta_4 + 90) + 60\sqrt{3} \cos(\beta_4 + 90) \\ 60 \cos(\beta_4 + 90) + 7\sqrt{3} \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) - 7\sqrt{3} \cos\left(\beta_3 + \frac{7757}{25}\right) + 60\sqrt{3} \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) \sin(\beta_4 + 90) \\ 14 \sin\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) - 14 \sin\left(\beta_3 + \frac{7757}{25}\right) + 120 \sin\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) \sin(\beta_4 + 90) \end{bmatrix}$$

A continuación, se muestra la ecuación de solución de la quinta cadena cinemática.

$$\vec{r}_B + \vec{r}_{B1} + \vec{r}_{B2} = J + \vec{r}_E \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} 55 \cos 60 \\ 55 \sin 60 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 80,62 \cos(17,99 + q_2) (\cos 60) \\ 80,62 \cos(17,99 + q_2) (\sin 60) \\ 80,62 \sin(17,99 + q_2) \end{bmatrix} + \vec{r}_{B2} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z + 137,81 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 36 \cos 60 \\ 36 \sin 60 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{4031 \cos\left(q_2 + \frac{1799}{100}\right)}{100} + 7 \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) - 7 \cos\left(\beta_3 + \frac{7757}{25}\right) + 60 \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) \sin(\beta_4 + 90) + 60\sqrt{3} \cos(\beta_4 + 90) + \frac{19}{2}$$

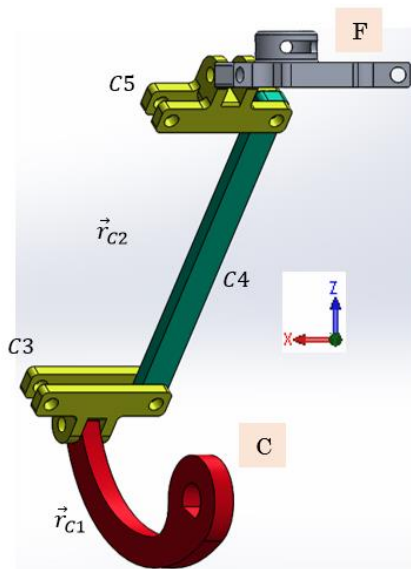
$$y = 60 \cos(\beta_4 + 90) + \frac{19\sqrt{3}}{2} + \frac{4031\sqrt{3} \cos\left(q_2 + \frac{1799}{100}\right)}{100} + 7\sqrt{3} \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) - 7\sqrt{3} \cos\left(\beta_3 + \frac{7757}{25}\right) + 60\sqrt{3} \cos\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) \sin(\beta_4 + 90)$$

$$z + 137,81 = \frac{4031 \sin\left(q_2 + \frac{1799}{100}\right)}{50} + 14 \sin\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) - 14 \sin\left(\beta_3 + \frac{7757}{25}\right) + 120 \sin\left(\beta_3 + \frac{3257}{25}\right) \sin(\beta_4 + 90)$$

### Sexta cadena cinemática

Vector posición del Efecto final

$$J = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z + 137,81 \end{bmatrix}$$



$$\vec{r}_{C1} = \begin{bmatrix} 80,62 \cos(17,99 + q_3) (\cos 60) \\ -80,62 \cos(17,99 + q_3) (\sin 60) \\ 80,62 \sin(17,99 + q_3) \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{C2} = C3 + C4 - C5$$

$$C3 = \begin{bmatrix} -14 \cos(49,72 + \theta_3) (\cos 60) \\ 14 \cos(49,72 + \theta_3) (\sin 60) \\ 14 \sin(49,72 + \theta_3) \end{bmatrix}$$

$$C5 = \begin{bmatrix} 14 \cos(49,72 + \theta_3) (\cos 60) \\ -14 \cos(49,72 + \theta_3) (\sin 60) \\ -14 \sin(49,72 + \theta_3) \end{bmatrix}$$

$$C4 = \begin{bmatrix} -120 \sin(90 + \theta_4) \cos(49,72 + \theta_3) (\cos 60) - 120 \cos(90 + \theta_4) (\sin 60) \\ 120 \sin(90 + \theta_4) \cos(49,72 + \theta_3) (\sin 60) - 120 \cos(90 + \theta_4) (\cos 60) \\ 120 \sin(90 + \theta_4) \sin(49,72 + \theta_3) \end{bmatrix}$$



$$\vec{r}_{C2} = C3 + C4 - C5$$

$$\vec{r}_{C2} = \left\{ \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{l} -14 \cos(49,72 + \theta_3) (\cos 60) \\ 14 \cos(49,72 + \theta_3) (\sin 60) \\ 14 \sin(49,72 + \theta_3) \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} 14 \cos(49,72 + \theta_3) (\cos 60) \\ -14 \cos(49,72 + \theta_3) (\sin 60) \\ -14 \sin(49,72 + \theta_3) \end{array} \right] \\ + \left[ \begin{array}{l} -120 \sin(90 + \theta_4) \cos(49,72 + \theta_3) (\cos 60) - 120 \cos(90 + \theta_4) (\sin 60) \\ 120 \sin(90 + \theta_4) \cos(49,72 + \theta_3) (\sin 60) - 120 \cos(90 + \theta_4) (\cos 60) \\ 120 \sin(90 + \theta_4) \sin(49,72 + \theta_3) \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

$$\vec{r}_{C2} = \left[ \begin{array}{l} -14 \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) - 60 \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) \sin(\theta_4 + 90) - 60\sqrt{3} \cos(\theta_4 + 90) \\ 14\sqrt{3} \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) - 60 \cos(\theta_4 + 90) + 60\sqrt{3} \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) \sin(\theta_4 + 90) \\ 28 \sin\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) + 120 \sin\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) \sin(\theta_4 + 90) \end{array} \right]$$

A continuación, se muestra la ecuación de solución de la sexta cadena cinemática.

$$\vec{r}_C + \vec{r}_{C1} + \vec{r}_{C2} = J + \vec{r}_F \quad (6)$$

$$\left[ \begin{array}{l} 55 \cos 60 \\ -55 \sin 60 \\ 0 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} 80,62 \cos(17,99 + q_3) (\cos 60) \\ -80,62 \cos(17,99 + q_3) (\sin 60) \\ 80,62 \sin(17,99 + q_3) \end{array} \right] + \vec{r}_{C2} = \left[ \begin{array}{l} x \\ y \\ z + 137,81 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} 36 \cos 60 \\ -36 \sin 60 \\ 0 \end{array} \right]$$

$$x = \frac{4031 \cos\left(q_3 + \frac{1799}{100}\right)}{100} - 14 \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) - 60 \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) \sin(\theta_4 + 90) - 60\sqrt{3} \cos(\theta_4 + 90) + \frac{19}{2}$$

$$y = 14\sqrt{3} \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) - \frac{19\sqrt{3}}{2} - \frac{4031\sqrt{3} \cos\left(q_3 + \frac{1799}{100}\right)}{100} - 60 \cos(\theta_4 + 90) + 60\sqrt{3} \cos\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) \sin(\theta_4 + 90)$$

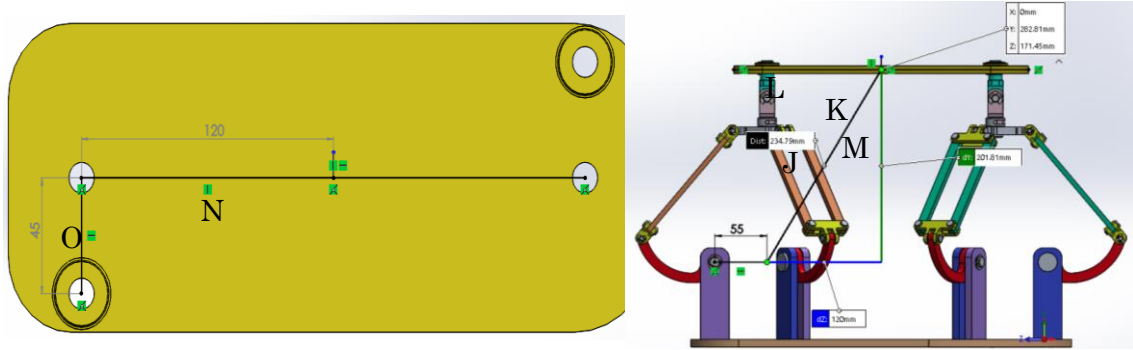
$$z + 137,81 = \frac{4031 \sin\left(q_3 + \frac{1799}{100}\right)}{50} + 28 \sin\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) + 120 \sin\left(\theta_3 + \frac{1243}{25}\right) \sin(\theta_4 + 90)$$

#### 4.2.2 Análisis cinemático inverso dorsiflexión

En principio se realiza el análisis cinemático inverso para el movimiento de *dorsiflexión* calculando el desplazamiento angular en función de la posición del efector final. Para realizar este tipo de movimiento la plataforma se desplaza una cierta posición angular para lograr el proceso de rehabilitación.

### 4.2.3 Análisis cinemático de la plataforma

En este tipo de movimiento la plataforma sufre un desplazamiento angular de  $25^\circ$  de inclinación, el análisis se expresa en función del desplazamiento angular deseado como se muestra en la figura 8-4 en donde se determina la posición del efector final en función del desplazamiento angular de la plataforma para el proceso de rehabilitación deseado.



**Figura 8-4:** Análisis cinemático de la plataforma

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. SolidWorks

$$M = \begin{bmatrix} 120 \\ 45 \\ 201.81 \end{bmatrix}; N = \begin{bmatrix} -120 \cos \varphi \\ 0 \\ -120 \sin \varphi \end{bmatrix}; O = \begin{bmatrix} 0 \\ -45 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z + 137.81 \end{bmatrix}; K = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 34 \end{bmatrix}; L = \begin{bmatrix} 30 \cos(\gamma + 90) \\ 0 \\ 30 \sin(\gamma + 90) \end{bmatrix}$$

$$M + N + O = J + K + L$$

$$\begin{bmatrix} 120 \\ 45 \\ 201.81 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -120 \cos \varphi \\ 0 \\ -120 \sin \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -45 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z + 137.81 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 34 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 30 \cos(\gamma + 90) \\ 0 \\ 30 \sin(\gamma + 90) \end{bmatrix}$$

$$\varphi = 25^\circ$$

Considerando que el campo de soluciones para un análisis cinemático inverso es considerablemente numeroso, se puede proceder a las validaciones de ecuaciones con la ayuda de Matlab en donde se procede realizar cálculos matemáticos complejos para verificar que las ecuaciones del análisis sean correctas.

$$J_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 137.81 \end{bmatrix}; J_f = \begin{bmatrix} 11.25 \\ 0 \\ 87.1 \end{bmatrix}$$

Desplazamiento del efector final:

$$x = 11.25 \text{ mm}$$

$$y = 0$$

$$z = -50.71 \text{ mm}$$

La figura 9-4 muestra la validación de las ecuaciones en *Matlab*, teniendo como datos la posición del efector final para el movimiento de *dorsiflexión* se procede a calcular el desplazamiento angular en el actuador lo cual validara las ecuaciones planteadas en el análisis cinemático.

```

syms q1
syms a3
syms a4
rA=[-55;
0;
0]
rA1=[80.62*cos(pi*(162.01+q1)/180);
0;
80.62*sin(pi*(162.01+q1)/180)]
A3=[14*cos(pi*(49.72+a3)/180);
0;
14*sin(pi*(49.72+a3)/180)]
A4=[120*sin(pi*(90+a4)/180)*cos(pi*(49.72+a3)/180);
120*cos(pi*(90+a4)/180);
120*sin(pi*(90+a4)/180)*sin(pi*(49.72+a3)/180)]
A5=[14*cos(pi*(229.72+a3)/180);
0;
14*sin(pi*(229.72+a3)/180)]
rA2=A3+A4-A5
rD=[-36;
0;
0]
J=rA+rA1+rA2-rD
[a3,a4,q1]=solve('11.25= 14*cos(pi*(a3 + 1243/25)/180)

```

```

Warning: Do not specify equations and character vectors. Instead, create sym with syms.
> In solve>getEqns (line 446)
In solve (line 226)
In Primera_Cadena_Cinematica (line 2:

a3 =
-7.7177734915213182002406746650338

a4 =
-1.1156081945586160580842622336707e-41

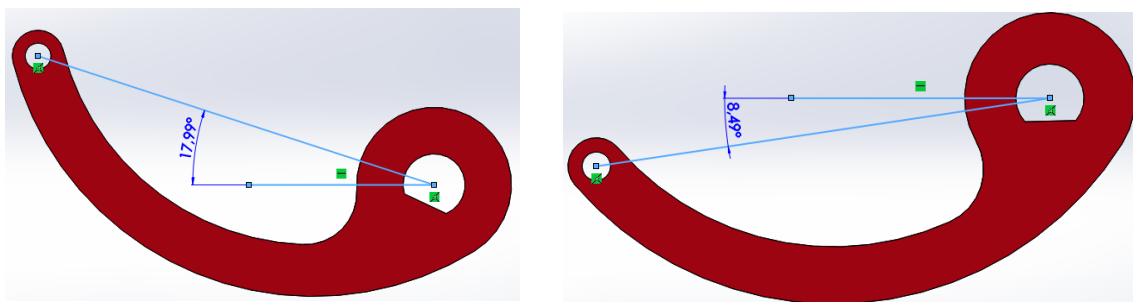
q1 =
26.503803472573640279990282233932

```

**Figura 9-4:** Validación de ecuaciones en Matlab

Fuente: Autores, *Matlab*

Los resultados obtenidos en el *Matlab* coinciden significativamente con la simulación de movimiento en *SolidWorks*, el desplazamiento angular es muy similar como se muestra en la figura 10-4 en donde se puede apreciar casi el mismo desplazamiento angular. Al sumar los ángulos  $17.99^\circ + 8.49^\circ = 26.48^\circ$  se obtiene un valor similar.



**Figura 10-4:** Desplazamiento angular del actuador para dorsiflexión

Fuente: Autores, *SolidWorks*

En este movimiento se realiza la validación para una cadena cinemática, posteriormente se valida todas las cadenas para todos los movimientos, sin embargo, no se realizaron todos los cálculos en la tesis por la gran cantidad de validaciones.

#### 4.2.4 Análisis cinemático inverso flexión plantar

Considerando que el campo de soluciones para un análisis cinemático inverso es considerablemente numeroso, para el desplazamiento angular de la plataforma de 40° en el movimiento de *flexión plantar*, la posición del efector final está dada por:

$$J_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 137,81 \end{bmatrix}; J_f = \begin{bmatrix} -5.08 \\ 0 \\ 227,51 \end{bmatrix}$$

Desplazamiento del efector final:

$$\begin{aligned} x &= -5.08 \text{ mm} \\ y &= 0 \\ z &= 89.7 \text{ mm} \end{aligned}$$

Se puede proceder a las validaciones de ecuaciones con la ayuda de Matlab en donde se realizan cálculos matemáticos complejos para verificar que las ecuaciones del análisis sean correctas. La figura 11-4 muestra la validación de las ecuaciones en *Matlab*. Teniendo como datos la posición del efector final para el movimiento de *flexión plantar* se procede a calcular el desplazamiento angular en el actuador lo cual validara las ecuaciones planteadas en el análisis cinemático.

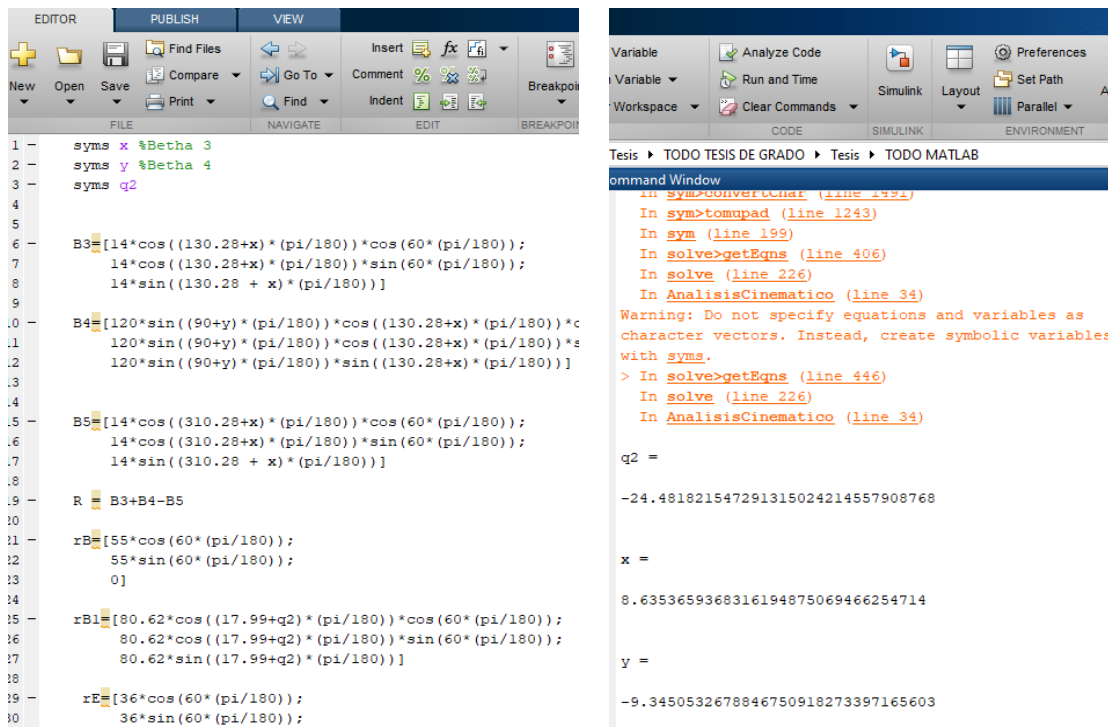
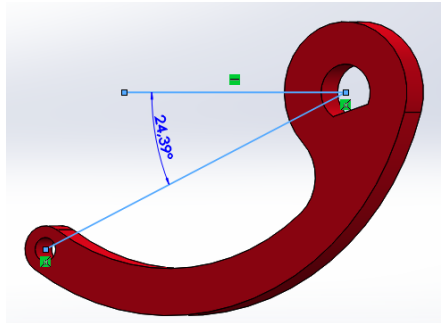


Figura 11-4: Validación de ecuaciones en Matlab

Fuente: Autores, *Matlab*

Los resultados obtenidos en el *Matlab* coinciden significativamente con la simulación de movimiento en *SolidWorks*, el desplazamiento angular es muy similar como se muestra en la

figura 12-4 en donde se puede apreciar casi el mismo desplazamiento angular de  $24,39^\circ$  a un valor similar al de  $24,40102154^\circ$  obtenido matemáticamente.



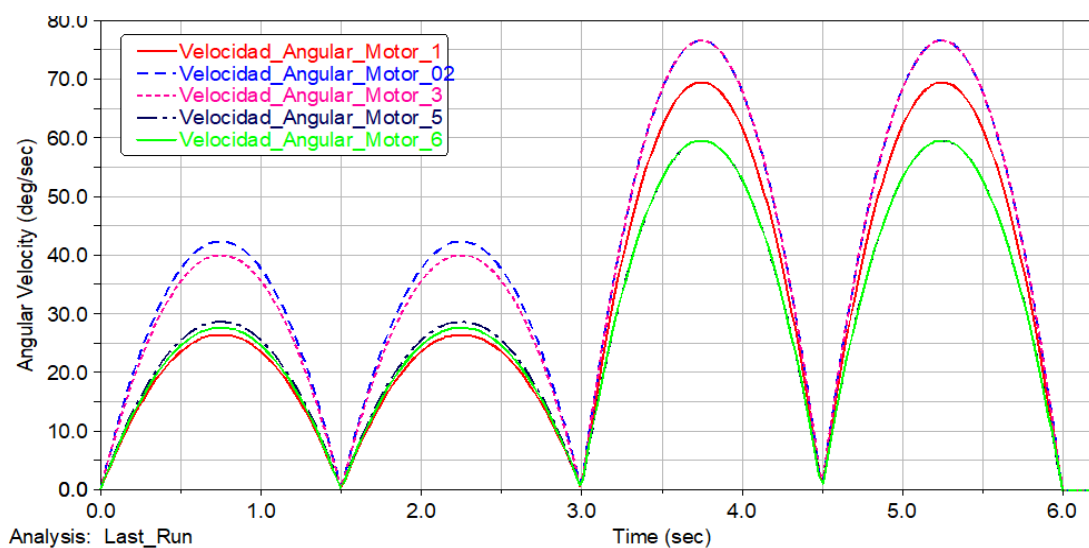
**Figura 12-4:** Desplazamiento angular del actuador para flexión plantar

Fuente: Autores, *SolidWorks*

De esta manera se valida dos movimientos en el proceso de rehabilitación, los cálculos de estos movimientos se realizan en *Adams* y se obtienen las curvas de velocidad de los diferentes actuadores.

#### 4.2.5 *Movimiento de rehabilitación dorsiflexión y flexión plantar*

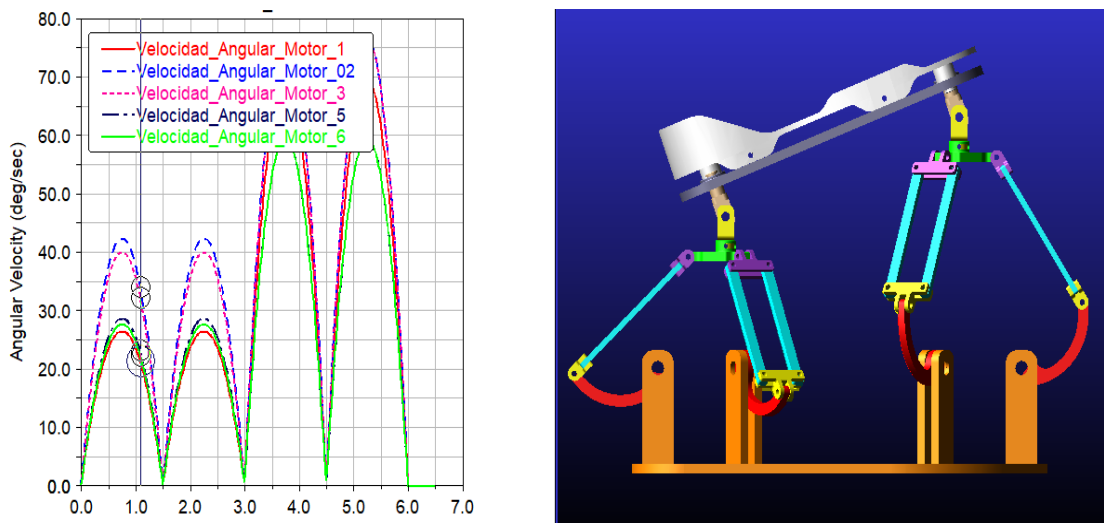
La combinación de estos dos movimientos comprende el proceso de rehabilitación y en aquí se muestra el análisis realizado en *Adams* donde se procede percibir la cinemática del movimiento. La velocidad angular de los actuadores para la combinación de estos dos movimientos se muestra en la *gráfica 1-4* en donde se puede apreciar los actuadores con mayores velocidades angulares en función del tiempo.



**Gráfica 1-4:** Velocidad angular de los actuadores

Fuente: Autores, *MSC. ADAMS*

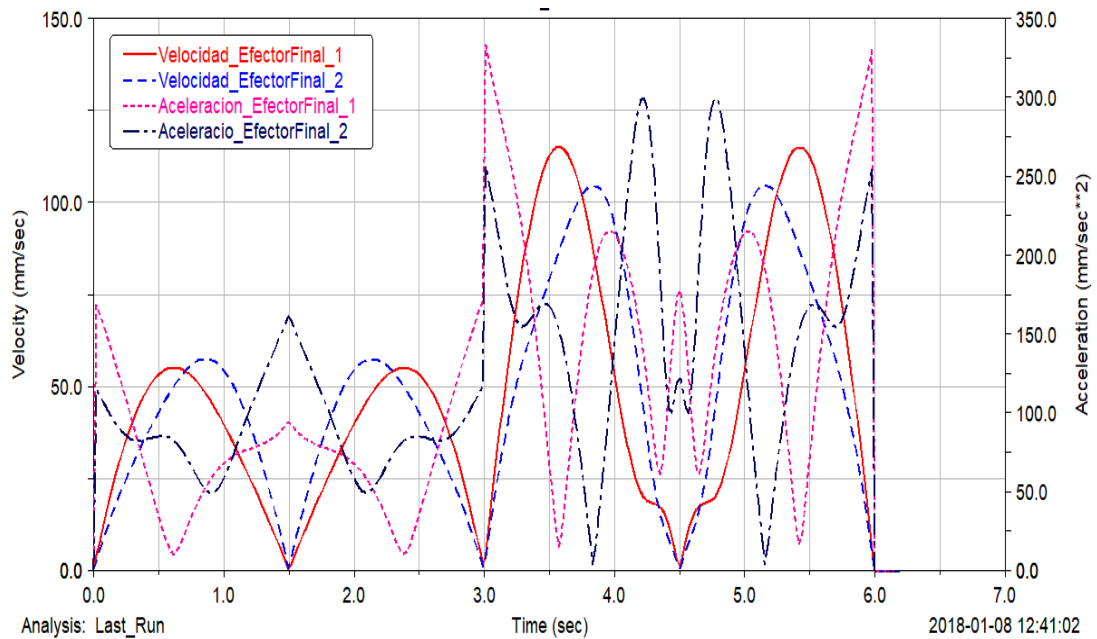
El estudio de movimiento en *Adams* se muestra en la figura 13-4 en donde se aprecia la velocidad en los motores con el movimiento de rehabilitación.



**Figura 13-4:** Interacción de las curvas con el movimiento

Fuente: Autores, MSC. *Adams*

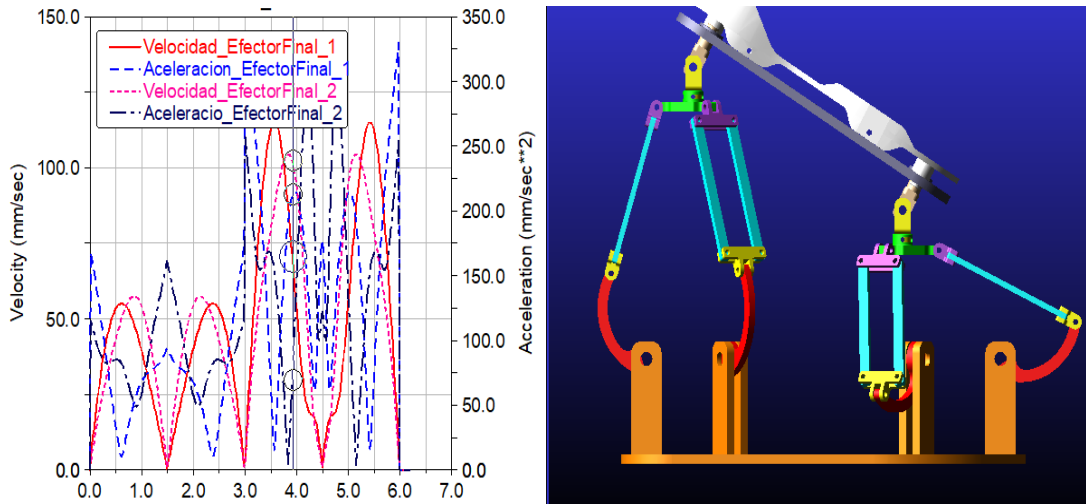
El análisis del movimiento del efector final se muestra en la *gráfica 2-4* en donde se aprecia que existen dos efectores finales para el movimiento de la plataforma.



**Gráfica 2-4:** Velocidades y aceleraciones de los efectores finales

Fuente: Autores, MSC. *ADAMS*

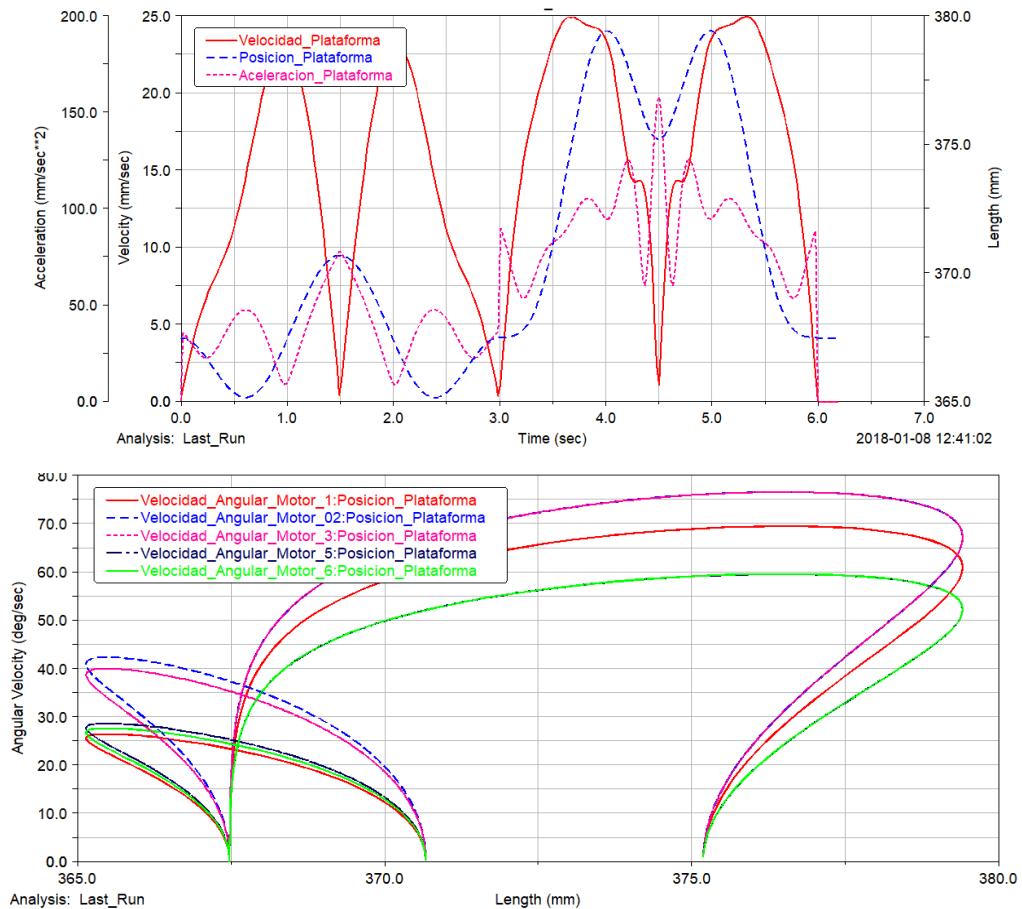
El estudio de movimiento entre los efectores finales y el movimiento del sistema robótico se muestra en la figura 14-4 en donde se aprecia el movimiento.



**Figura 14-4:** Análisis de efectores finales

Fuente: Autores, MSC. Adams

El análisis de movimiento de la plataforma se muestra en la *gráfica 3-4* en donde se muestra velocidades y aceleraciones de la plataforma, también se muestra las velocidades angulares de los actuadores en función de la posición de plataforma.



**Gráfica 3-4:** Análisis de movimiento plataforma y actuadores

Fuente: Autores, MSC. Adams

Resultados de la combinación de movimientos *dorsiflexión* y *flexión Plantar* se presentan de la manera siguiente:

*Desplazamiento angular en los motores para dorsiflexión y flexión plantar*

<i>Motor 1 = 26,48° ↵ Dorsiflexión</i>	<i>Motor 4 = 34,26° ↷ Dorsiflexión</i>
<i>Motor 1 = 69,49° ↷ Flexión plantar</i>	<i>Motor 4 = 17,87° ↷ Flexión plantar</i>
<i>Motor 2 = 42,38° ↵ Dorsiflexión</i>	<i>Motor 5 = 28,68° ↷ Dorsiflexión</i>
<i>Motor 2 = 76,61° ↷ Flexión plantar</i>	<i>Motor 5 = 59,57° ↵ Flexión plantar</i>
<i>Motor 3 = 40,03° ↵ Dorsiflexión</i>	<i>Motor 6 = 27,67° ↷ Dorsiflexión</i>
<i>Motor 3 = 76,61° ↷ Flexión plantar</i>	<i>Motor 6 = 59,57° ↵ Flexión plantar</i>

*Velocidad angular máxima en los motores*

<i>Motor 1 = 69,4897 <math>\frac{deg}{s}</math></i>	<i>Motor 4 = 51,6994 <math>\frac{deg}{s}</math></i>
<i>Motor 2 = 76,6096 <math>\frac{deg}{s}</math></i>	<i>Motor 5 = 59,5697 <math>\frac{deg}{s}</math></i>
<i>Motor 3 = 76,6096 <math>\frac{deg}{s}</math></i>	<i>Motor 6 = 59,5697 <math>\frac{deg}{s}</math></i>

*Aceleración angular máxima en los motores*

<i>Motor 1 = 183,6595 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>	<i>Motor 4 = 201,3102 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>
<i>Motor 2 = 201,1154 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>	<i>Motor 5 = 157,4413 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>
<i>Motor 3 = 201,1154 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>	<i>Motor 6 = 157,4413 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>

*Velocidad y aceleración máxima de la plataforma*

<i>Velocidad = 24,9261 <math>\frac{mm}{s}</math></i>	<i>Aceleracion = 158,3167 <math>\frac{mm}{s^2}</math></i>
--	---

*Velocidad y aceleración máxima de los efectores finales*

<i>Velocidad</i>	<i>Aceleración</i>
<i>Efactor 1 = 114,8688 <math>\frac{mm}{s}</math></i>	<i>Efactor 1 = 333,6112 <math>\frac{mm}{s^2}</math></i>
<i>Efactor 2 = 104,5939 <math>\frac{mm}{s}</math></i>	<i>Efactor 2 = 299,8066 <math>\frac{mm}{s}</math></i>

De esta manera se cumple el análisis para dos tipos de movimiento que se requiere en el proceso de rehabilitación de tobillo, los resultados presentados ayudan en el control automático que se desee dar al sistema robótico.



#### 4.2.6 Validación de ecuaciones para el movimiento de abducción y aducción

En esta parte se validan las ecuaciones de la cinemática para estos movimientos, *abducción* con un ángulo de 22° y *aducción* con un ángulo de 30° en la inclinación de la plataforma.

$$J_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 137,81 \end{bmatrix}; J_f = \begin{bmatrix} -7,15 \\ 32 \\ 134,7 \end{bmatrix}$$

Desplazamiento del efector final 1:

$$\begin{aligned} x &= -7,15 \text{ mm} \\ y &= 32 \\ z &= -3,11 \text{ mm} \end{aligned}$$

La validación de la tercera cadena cinemática muestra la figura 15-4, el cálculo realizado en *Matlab* con el valor del desplazamiento angular, el cual se compara con el valor de *SolidWorks*.

```

1 - syms u %theta 3
2 - syms v %theta 4
3 - syms q3
4 - C3=[-14*cos(pi*(49.72+u)/180)*cos(60*(pi/180));
5 - 14*cos(pi*(49.72+u)/180)*sin(60*(pi/180));
6 - 14*sin(pi*(49.72+u)/180)]
7 - C5=[14*cos(pi*(49.72+u)/180)*cos(60*(pi/180));
8 - -14*cos(pi*(49.72+u)/180)*sin(60*(pi/180));
9 - -14*sin(pi*(49.72+u)/180)]
0 - C4=[-120*sin(pi*(90+v)/180)*cos(pi*(49.72+u)/180)*cos(6
1 - 120*sin(pi*(90+v)/180)*cos(pi*(49.72+u)/180)*sin(6
2 - 120*sin(pi*(90+v)/180)*sin(pi*(49.72+u)/180)]
3 - rc2=C3+C4-C5
4 - rC=[55*cos(pi*(60)/180);
5 - -55*sin(pi*(60)/180);
6 - 0]
7 - rC1=[80.62*cos(pi*(17.99+q3)/180)*cos(pi*(60)/180);
8 - -80.62*cos(pi*(17.99+q3)/180)*sin(pi*(60)/180);
9 - 80.62*sin(pi*(17.99+q3)/180)]
0 - rF=[36*cos(pi*(60)/180);
1 - -36*sin(pi*(60)/180);
2 - 0]
3 - J=rC+rC1+rc2-rF
4 - [q3,u,v]=solve('-7.15=((4031*cos((pi*(q3 + 1799/100))/1

```

```

Command Window
> In sym>convertExpression (line 1586)
> In sym>convertChar (line 1491)
> In sym>tomupad (line 1243)
> In sym (line 199)
> In solve>getEqns (line 406)
> In solve (line 226)
> In Tercera cadena cinemática (line 24)
Warning: Do not specify equations and vari
> In solve>getEqns (line 446)
> In solve (line 226)
> In Tercera cadena cinemática (line 24)

q3 =
15.919179677818902163787447376592

u =
-12.28280629703434444648750619117

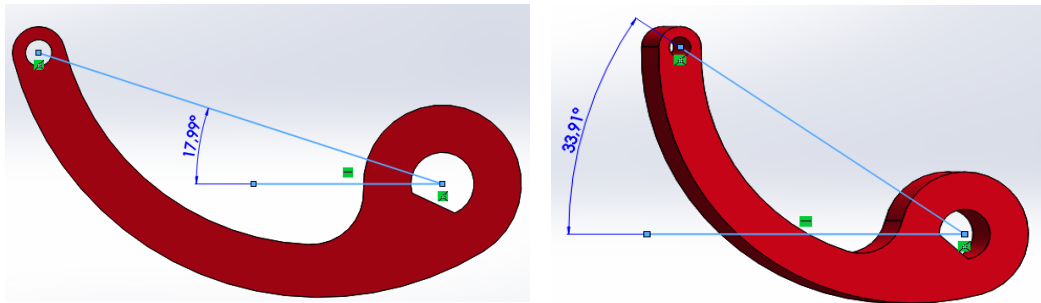
v =
4.6881656483270684669270047815924

```

**Figura 15-4:** Validación de ecuaciones en Matlab

Fuente: Autores, *Matlab*

Los resultados obtenidos en el *Matlab* en donde el desplazamiento angular calculado gracias al análisis cinemático fue de 15,91917967°, coinciden significativamente con la simulación de movimiento en *SolidWorks*, como se muestra en la figura 16-4 en donde se aprecia que el desplazamiento angular posee un valor de 33,91° – 17,99° = 15,92° obteniéndose un valor muy similar al calculado en el análisis cinemático, de esta manera se valida la cadena cinemática tres al demostrar que muy probablemente los valores son casi iguales.



**Figura 16-4:** Desplazamiento angular del actuador para abducción

Fuente: Autores, *SolidWorks*

Ahora se valida la cuarta cadena cinemática en donde la posición del *efector final 2* es el vector que se muestra a continuación.

$$J_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 137,81 \end{bmatrix}; J_f = \begin{bmatrix} -9,07 \\ 65 \\ 134,7 \end{bmatrix}$$

Desplazamiento del efector final 2:

$$\begin{aligned} x &= -9,07 \text{ mm} \\ y &= 65 \\ z &= -3,11 \text{ mm} \end{aligned}$$

La validación de la cuarta cadena cinemática se observa en la figura 17-4, el cálculo realizado en *Matlab* muestra el valor del desplazamiento angular.

```

1 - syms q1
2 - syms a3
3 - syms a4
4 - rA=[-55;
5 - 0;
6 - 0]
7 - rA1=[80.62*cos(pi*(162.01+q1)/180);
8 - 0;
9 - 80.62*sin(pi*(162.01+q1)/180)]
10 - A3=[14*cos(pi*(49.72+a3)/180);
11 - 0;
12 - 14*sin(pi*(49.72+a3)/180)]
13 - A4=[120*sin(pi*(90+a4)/180)*cos(pi*(49.72+a3)/180);
14 - 120*cos(pi*(90+a4)/180);
15 - 120*sin(pi*(90+a4)/180)*sin(pi*(49.72+a3)/180)]
16 - A5=[14*cos(pi*(229.72+a3)/180);
17 - 0;
18 - 14*sin(pi*(229.72+a3)/180)]
19 - rA2=rA3+A4-A5
20 - rD=[-36;
21 - 0;
22 - 0]
23 - J=rA+rA1+rA2-rD
24 - [a3,a4,q1]=solve('1-9.07= 14*cos((pi*(a3 + 1243/25)))/
25 -

```

```

Command Window
> In sym>convertExpression (line 1586)
In sym>convertChar (line 1491)
In sym>tomupad (line 1243)
In sym (line 199)
In solve>getEqns (line 406)
In solve (line 226)
In Primera_Cadena_Cinematica (line 2)
Warning: Do not specify equations and
> In solve>getEqns (line 446)
In solve (line 226)
In Primera_Cadena_Cinematica (line 2)

a3 =
0.59164996132559450646026059336876

a4 =
-32.797168295823644781687268477911

q1 =
-8.159013489596491624855693989324

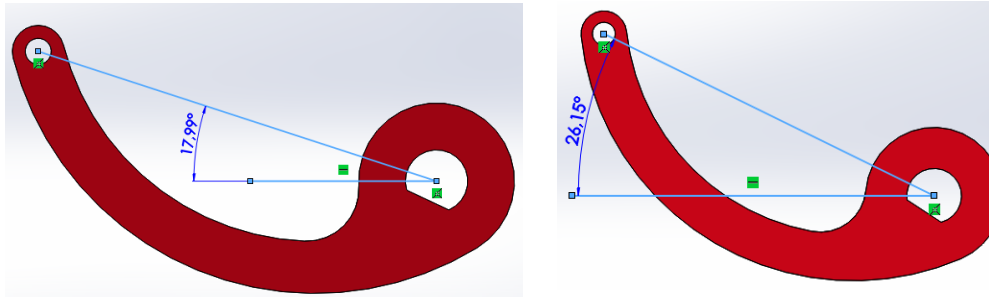
```

**Figura 17-4:** Validación de ecuaciones en Matlab

Fuente: Autores, *Matlab*

Los resultados del análisis de la cadena cinemática muestran un valor de  $8,1590134^\circ$  en el desplazamiento angular, el valor es muy similar al valor que se obtiene de *SolidWorks* el cual

corresponde a  $26,15^\circ - 17,99^\circ = 8,16^\circ$  tal y como se muestra en la figura 18-4, en donde se evidencia el desplazamiento angular. Los valores son casi iguales.

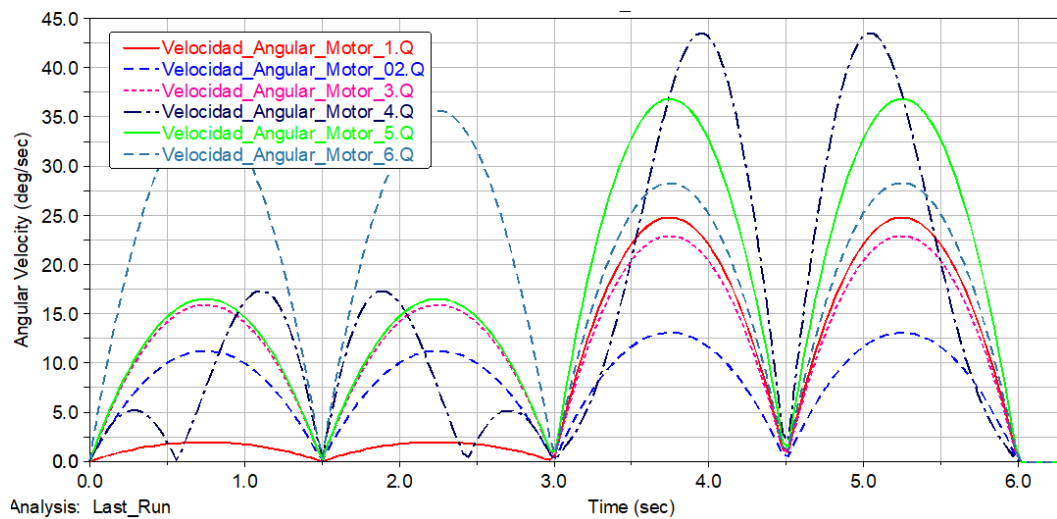


**Figura 18-4:** Desplazamiento angular del actuador para abducción

Fuente: Autores, SolidWorks

#### 4.2.7 Movimiento de rehabilitación abducción y aducción

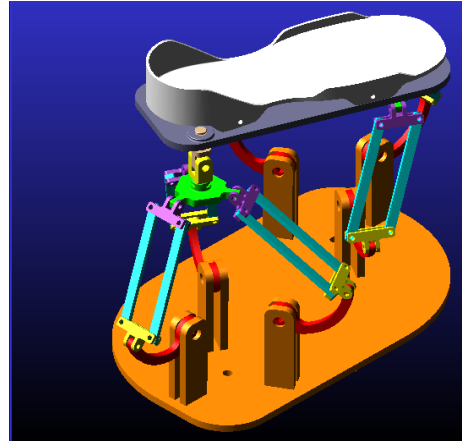
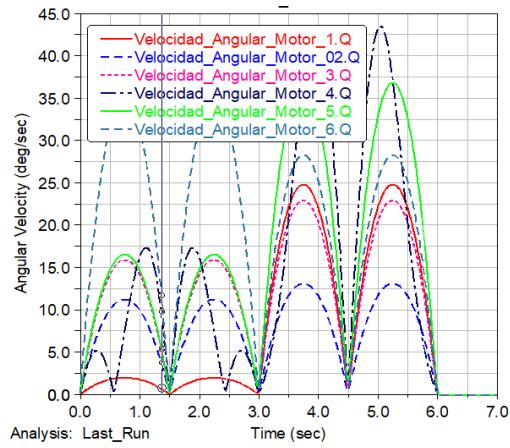
La combinación de estos dos movimientos comprende el proceso de rehabilitación y en esta parte se muestra el análisis realizado en *Adams* en donde se comprende la cinemática del movimiento. La velocidad angular de los actuadores para la combinación de estos dos movimientos se muestra en la gráfica 4-4 en donde se puede apreciar los actuadores con mayores velocidades angulares en función del tiempo.



**Gráfica 4-4:** Velocidad angular de los actuadores

Fuente: Autores, MSC. ADAMS

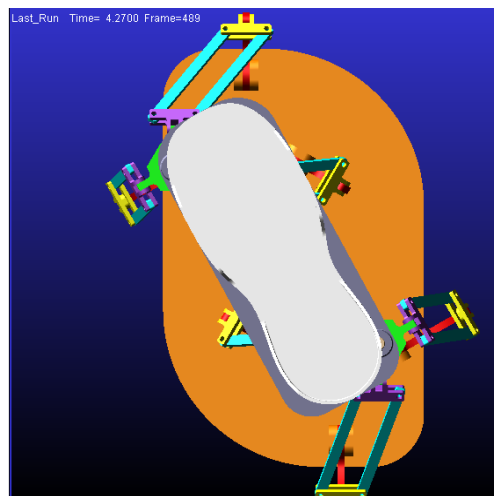
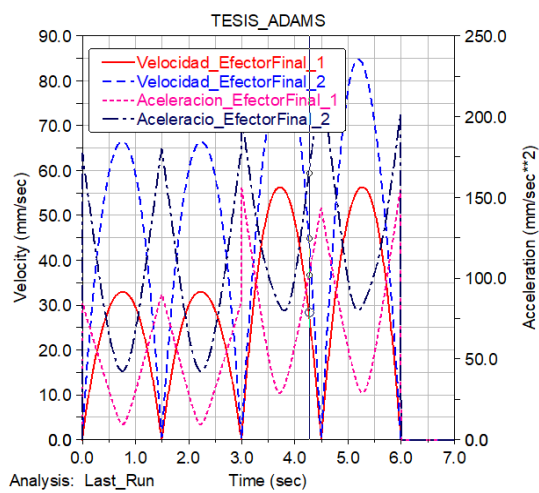
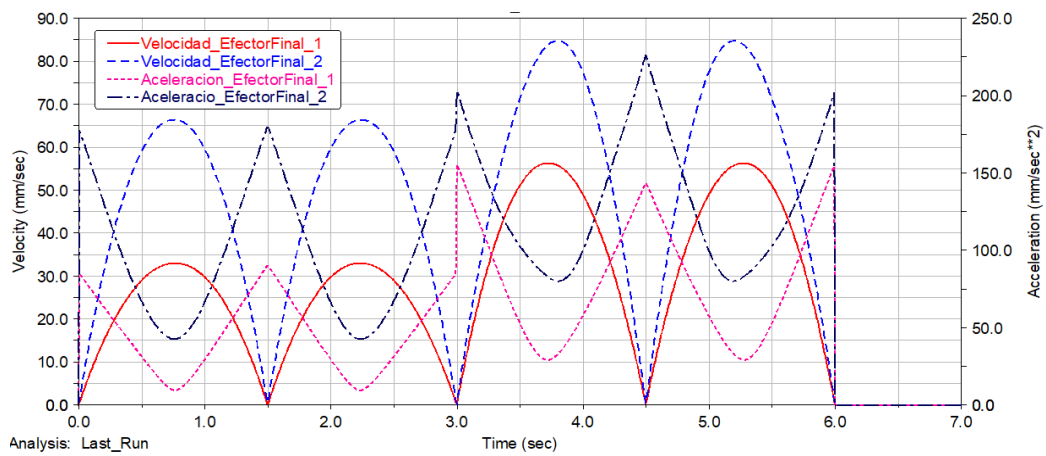
El estudio de movimiento en *Adams* se muestra en la figura 19-4 en donde se puede apreciar la velocidad angular en los motores con el movimiento de rehabilitación.



**Figura 19-4:** Interacción de las curvas con el movimiento

Fuente: Autores, MSC. Adams

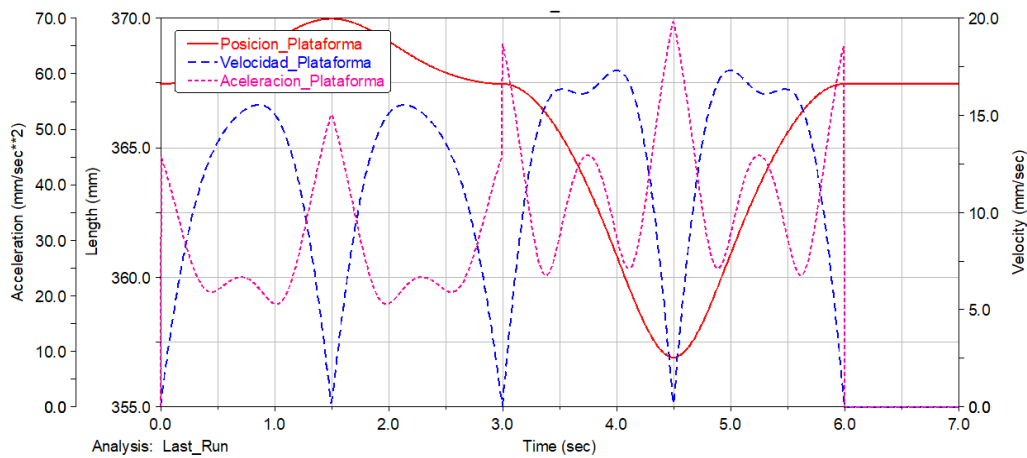
El análisis del movimiento de los dos efectores finales se muestra en la *gráfica 5-4*, se puede apreciar el movimiento del sistema robótico.



**Gráfica 5-4:** Velocidades y aceleraciones de los efectores finales

Fuente: Autores, MSC. Adams

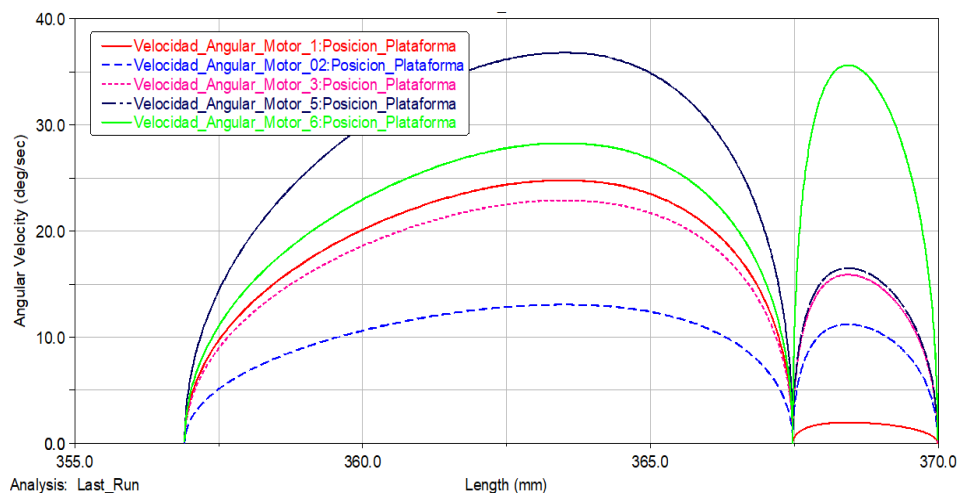
El análisis de movimiento de la plataforma se muestra en la *gráfica 6-4*, se puede apreciar la posición, velocidad y aceleración de la plataforma en función del tiempo.



**Gráfica 6-4:** Velocidades y aceleraciones de la plataforma

Fuente: Autores, MSC. Adams

Las velocidades angulares de los actuadores en función de la posición de la plataforma se pueden apreciar en la *gráfica 7-4* en donde se puede observar como varía la velocidad en el actuador en función de la posición del centro de masas de la plataforma.



**Gráfica 7-4:** Velocidades angulares en función de la posición de la plataforma

Fuente: Autores, MSC. Adams

En el análisis cinemático de la combinación de dos movimientos *abducción* y *aducción* se encontraron los resultados que ayudan a la comprensión de variables las cuales pueden ser usadas en la etapa de control del sistema robótico, los resultados del análisis de este tipo de movimiento comprenden el desplazamiento angular necesario para realizar el movimiento, las velocidades y aceleraciones de partes importantes y se presentan de la siguiente manera:

*Desplazamiento angular en los motores para abducción y aducción*

<i>Motor 1 = 2° ↶ Abducción</i>	<i>Motor 4 = 8,16° ↷ Abducción</i>
<i>Motor 1 = 24,81° ↷ Aducción</i>	<i>Motor 4 = 35,01° ↷ Aducción</i>
<i>Motor 2 = 11,24° ↶ Abducción</i>	<i>Motor 5 = 16,53° ↶ Abducción</i>
<i>Motor 2 = 13,1° ↷ Aducción</i>	<i>Motor 5 = 36,84° ↷ Aducción</i>
<i>Motor 3 = 15,92° ↷ Abducción</i>	<i>Motor 6 = 35,66° ↷ Abducción</i>
<i>Motor 3 = 22,93° ↶ Aducción</i>	<i>Motor 6 = 28,31° ↶ Aducción</i>

*Velocidad angular máxima en los motores*

<i>Motor 1 = 24,7977 <math>\frac{deg}{s}</math></i>	<i>Motor 4 = 43,5409 <math>\frac{deg}{s}</math></i>
<i>Motor 2 = 13,0935 <math>\frac{deg}{s}</math></i>	<i>Motor 5 = 36,8218 <math>\frac{deg}{s}</math></i>
<i>Motor 3 = 22,9187 <math>\frac{deg}{s}</math></i>	<i>Motor 6 = 35,6593 <math>\frac{deg}{s}</math></i>

*Aceleración angular máxima en los motores*

<i>Motor 1 = 64,3957 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>	<i>Motor 4 = 137,2012 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>
<i>Motor 2 = 34,0018 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>	<i>Motor 5 = 95,6203 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>
<i>Motor 3 = 59,5161 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>	<i>Motor 6 = 94,2481 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>

*Velocidad y aceleración máxima de la plataforma*

<i>Velocidad = 17,3296 <math>\frac{mm}{s}</math></i>	<i>Aceleracion = 67,6728 <math>\frac{mm}{s^2}</math></i>
--	--

*Velocidad y aceleración máxima de los efectores finales*

Velocidad	Aceleración
<i>Efactor 1 = 56,371 <math>\frac{mm}{s}</math></i>	<i>Efactor 1 = 150,3896 <math>\frac{mm}{s^2}</math></i>
<i>Efactor 2 = 84,7522 <math>\frac{mm}{s}</math></i>	<i>Efactor 2 = 220,9766 <math>\frac{mm}{s}</math></i>

De esta manera se cumple el análisis para dos tipos de movimiento que se requiere en el proceso de rehabilitación de tobillo.

#### **4.2.8 Validación de ecuaciones para el movimiento de inversión y eversión**

En esta parte se validan las ecuaciones de la cinemática para estos movimientos, *inversión* con un ángulo de 19° y *eversión* con un ángulo de 15° en la inclinación de la plataforma.

$$J_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 137,81 \end{bmatrix}; J_f = \begin{bmatrix} 0,51 \\ -1,18 \\ 153,31 \end{bmatrix}$$

Desplazamiento del efector final 2:

$$\begin{aligned} x &= 0,51 \text{ mm} \\ y &= -1,18 \\ z &= 15,5 \text{ mm} \end{aligned}$$

La validación se realizó con la quinta cadena cinemática se aprecia en la figura 20-4, el cálculo realizado en *Matlab* con el valor del desplazamiento angular, el cual se compara con el valor de *SolidWorks*.

```

EDITOR
PUBLISH VIEW
New Open Save Find Files Compare Go To Comment Find Indent Breakpoints
FILE NAVIGATE EDIT BREAKPOINTS
5
6 B3=[14*cos((130.28+x)*(pi/180))*cos(60*(pi/180));
7 14*cos((130.28+x)*(pi/180))*sin(60*(pi/180));
8 14*sin((130.28+x)*(pi/180))]
9
10 B4=[120*sin((90+y)*(pi/180))*cos((130.28+x)*(pi/180))*co
11 120*sin((90+y)*(pi/180))*cos((130.28+x)*(pi/180))*si
12 120*sin((90+y)*(pi/180))*sin((130.28+x)*(pi/180))]
13
14
15 B5=[14*cos((310.28+x)*(pi/180))*cos(60*(pi/180));
16 14*cos((310.28+x)*(pi/180))*sin(60*(pi/180));
17 14*sin((310.28+x)*(pi/180))]
18
19 R B3+B4-B5
20
21 rB=[55*cos(60*(pi/180));
22 55*sin(60*(pi/180));
23 0]
24
25 rB1=[80.62*cos((17.99+q2)*(pi/180))*cos(60*(pi/180));
26 80.62*cos((17.99+q2)*(pi/180))*sin(60*(pi/180));
27 80.62*sin((17.99+q2)*(pi/180))]
28
29 rE=[36*cos(60*(pi/180));
30 36*sin(60*(pi/180));
31 0]
32 J=rB+rB1-rE
33
34 [q2,x,y]=solve('0.51=(4031*cos((pi*(q2+1799)/100))/180)
Command Window
In sym>convertChar (line 199)
In sym>tomupad (line 1243)
In sym (line 199)
In solve>getEqns (line 406)
In solve (line 226)
In AnalisisCinematico (line 34)
Warning: Do not specify equations and va
character vectors. Instead, create symbo
with syms.
> In solve>getEqns (line 446)
In solve (line 226)
In AnalisisCinematico (line 34)

q2 =
10.089893984319255492505331704033

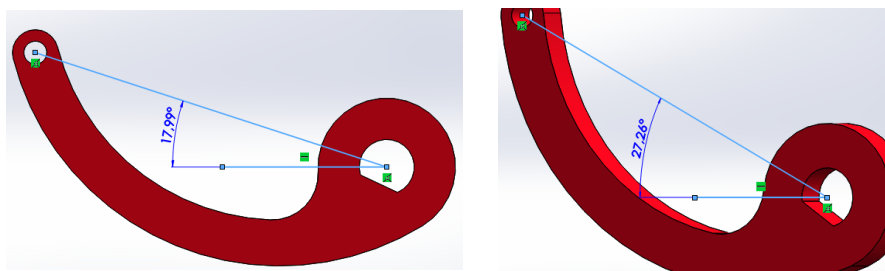
x =
-1.5008821813409693439049554166972

y =
-0.98522365492043987403807825453375
    
```

**Figura 20-4:** Validación de ecuaciones en Matlab

Fuente: Autores, *Matlab*

Los resultados obtenidos en *Matlab* en donde el desplazamiento angular calculado gracias al análisis cinemático fue de  $10,0898939^\circ$ , coinciden significativamente con la simulación de movimiento en *SolidWorks*, como se muestra en la figura 21-4, se aprecia que el desplazamiento angular posee un valor de  $27,26^\circ - 17,99^\circ = 9,27^\circ$  obteniendo un valor muy similar al calculado en el análisis cinemático, de esta manera se valida la quinta cadena cinemática al demostrar que muy probablemente los valores son muy similares.



**Figura 21-4:** Desplazamiento angular del actuador para abducción

Fuente: Autores, *SolidWorks*

Ahora se procede a validar la sexta cadena cinemática en donde la posición del *efector final 2* es el vector que se muestra a continuación.

$$J_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 137,81 \end{bmatrix}; J_f = \begin{bmatrix} -0,17 \\ -0,06 \\ 125,56 \end{bmatrix}$$

Desplazamiento del efector final 2:

$$\begin{aligned} x &= -0,17 \text{ mm} \\ y &= -0,06 \text{ mm} \\ z &= -12,25 \text{ mm} \end{aligned}$$

La validación se realiza con la sexta cadena cinemática en la figura 22-4, el cálculo realizado en *Matlab* del valor del desplazamiento angular.

```

1 - syms u %theta 3
2 - syms v %theta 4
3 - syms q3
4 - C3=[-14*cos(pi*(49.72+u)/180)*cos(60*(pi/180));
5     14*cos(pi*(49.72+u)/180)*sin(60*(pi/180));
6     14*sin(pi*(49.72+u)/180)];
7 - C5=[14*cos(pi*(49.72+u)/180)*cos(60*(pi/180));
8     -14*cos(pi*(49.72+u)/180)*sin(60*(pi/180));
9     -14*sin(pi*(49.72+u)/180)];
10 - C4=[-120*sin(pi*(90+v)/180)*cos(pi*(49.72+u)/180)*co
11     120*sin(pi*(90+v)/180)*cos(pi*(49.72+u)/180)*si
12     120*sin(pi*(90+v)/180)*sin(pi*(49.72+u)/180)];
13 - rc2=C3+C4-C5
14 - rC=[55*cos(pi*(60)/180);
15     -55*sin(pi*(60)/180);
16     0];
17 - rC1=[80.62*cos(pi*(17.99+q3)/180)*cos(pi*(60)/180);
18     -80.62*cos(pi*(17.99+q3)/180)*sin(pi*(60)/180);
19     80.62*sin(pi*(17.99+q3)/180)];
20 - rF=[36*cos(pi*(60)/180);
21     -36*sin(pi*(60)/180);
22     0];
23 - J=rC+rC1+rc2-rF
24 - [q3,u,v]=solve(' -0.17=(4031*cos(pi*(q3 + 1799/100)
    in sym>convertChar (line 199)
    In sym>tomupad (line 1243)
    In sym (line 199)
    In solve>getEqns (line 406)
    In solve (line 226)
    In Tercera_cadena_cinematica (line 24)
    Warning: Do not specify equations and v
    character vectors. Instead, create symb
    with syms.
    > In solve>getEqns (line 446)
    In solve (line 226)
    In Tercera_cadena_cinematica (line 24)

q3 =
-7.3464300502179072126347864440797

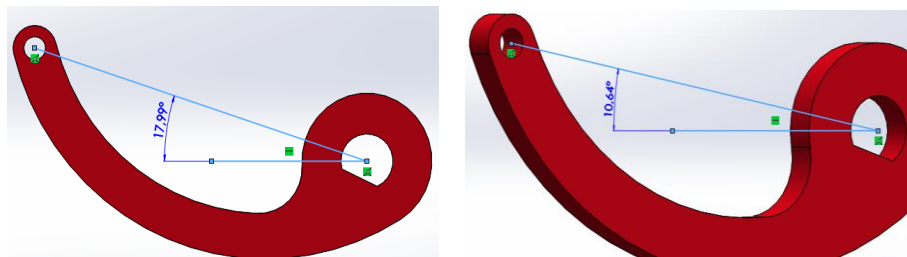
u =
-1.3225851257056283831205674460746

v =
-0.08461840980537669974236632284096
    
```

**Figura 22-4:** Validación de ecuaciones en Matlab

Fuente: Autores, *Matlab*

Los resultados del análisis de la cadena cinemática muestran un valor de  $7,34643005^\circ$  en el desplazamiento angular, el valor es muy similar al valor que se obtiene de *SolidWorks* el cual corresponde a  $17,99^\circ - 10,64 = 7,35^\circ$  tal y como se muestra en la figura 23-4 en donde se evidencia el desplazamiento angular. Los valores son casi iguales.



**Figura 23-4:** Desplazamiento angular del actuador para abducción

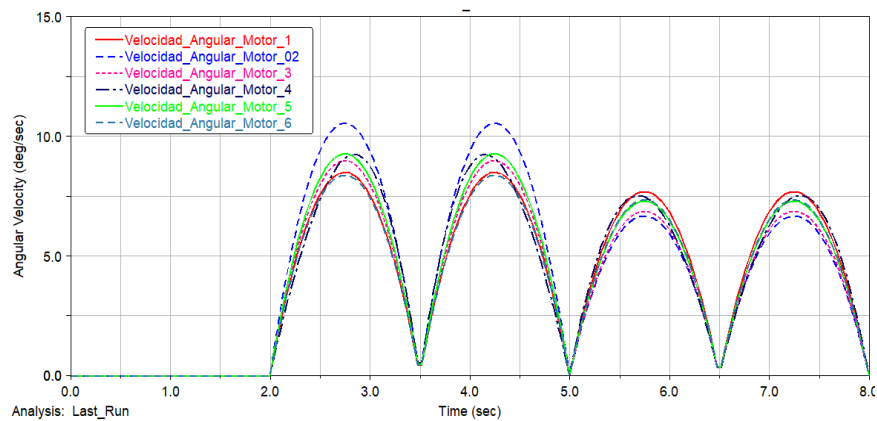
Fuente: Autores, *SolidWorks*



#### 4.2.9 Movimiento de rehabilitación inversión y eversión

La combinación de estos dos movimientos comprende el proceso de rehabilitación y en esta parte se muestra el análisis realizado en *Adams* en donde se puede comprender la cinemática del movimiento.

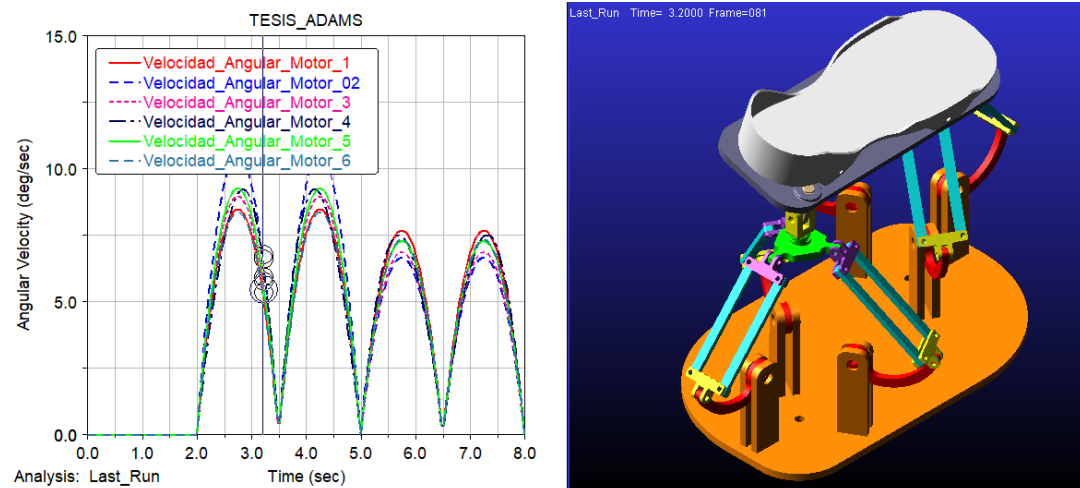
La velocidad angular de los actuadores para la combinación de estos dos movimientos se muestra en la *gráfica 8-4* en donde se puede apreciar los actuadores con mayores velocidades angulares en función del tiempo.



**Gráfica 8-4:** Velocidad angular de los actuadores

Fuente: Autores, MSC. ADAMS

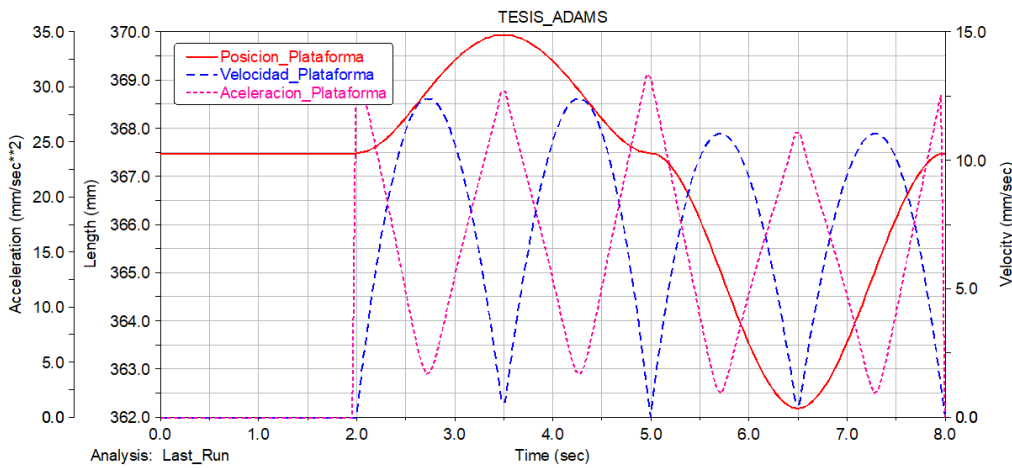
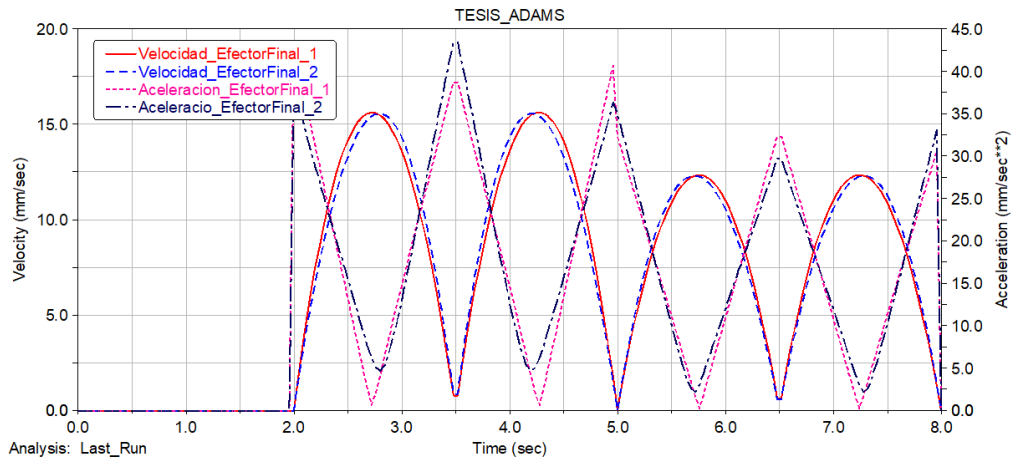
El estudio de movimiento en *Adams* se muestra en la figura 24-4, se aprecia la velocidad angular en los motores con el movimiento de rehabilitación.



**Figura 24-4:** Interacción de las curvas con el movimiento

Fuente: Autores, MSC. Adams

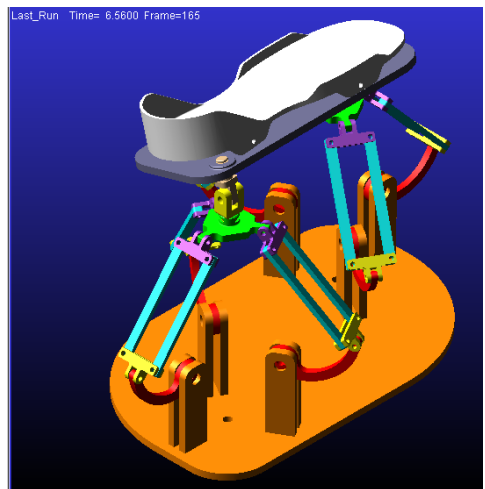
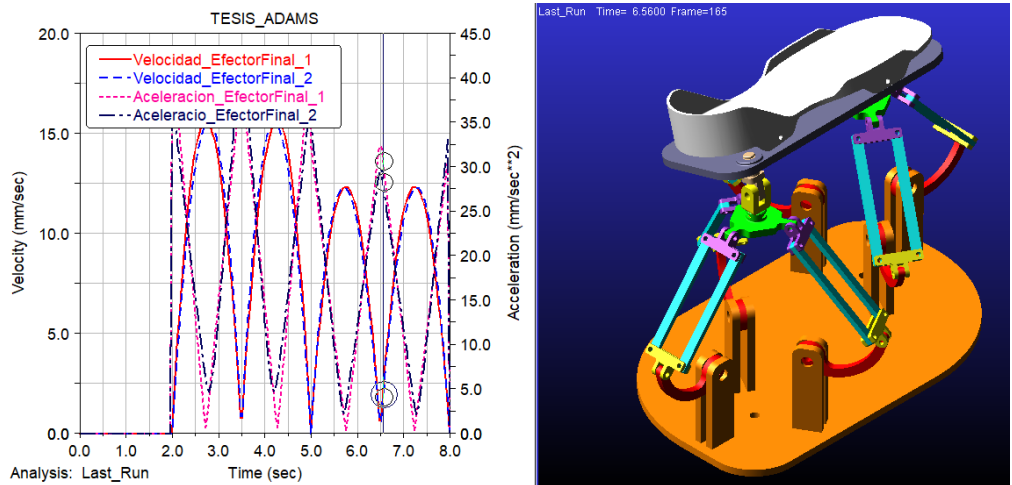
El análisis del movimiento de los dos efectores finales se muestra en la *gráfica 9-4*, se aprecia el movimiento del sistema robótico.



**Gráfica 9-4:** Velocidades y aceleraciones de los efectores finales

Fuente: Autores, MSC. Adams

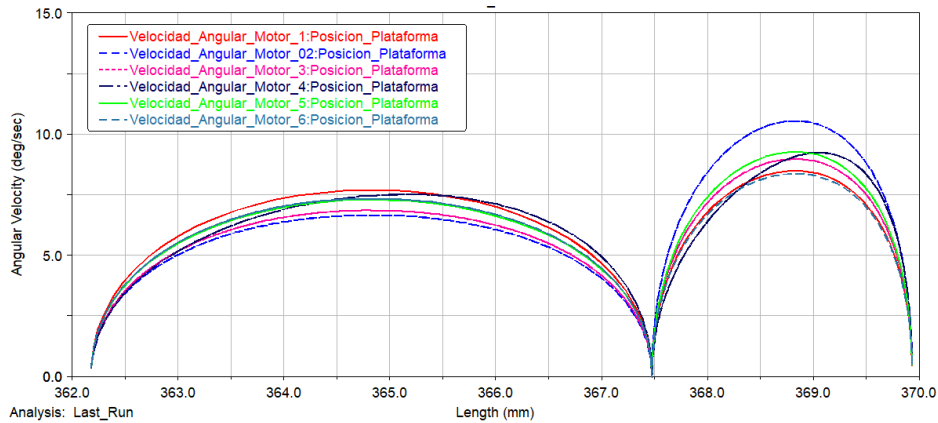
El análisis de movimiento de la plataforma se muestra en la *gráfica 10-4*, se apreciar la posición, velocidad y aceleración de la plataforma en función del tiempo.



**Gráfica 10-4:** Velocidades y aceleraciones de la plataforma.

Fuente: Autores, MSC. Adams

Las velocidades angulares de los actuadores en función de la posición de la plataforma se pueden apreciar en la *gráfica 11-4* en donde se puede observar como varía la velocidad en el actuador en función de la posición del centro de masas de la plataforma.



**Gráfica 11-4:** Velocidades angulares en función de la posición de la plataforma

**Fuente:** Autores, MSC. Adams

En el análisis cinemático de la combinación de dos movimientos *inversión* y *eversión*, se obtuvieron resultados que ayudan a la comprensión de variables las cuales pueden ser usadas en la etapa de control del sistema robótico, los resultados del análisis de este tipo de movimiento comprenden el desplazamiento angular necesario para realizar el movimiento, las velocidades y aceleraciones de partes importantes y se presentan de la siguiente manera:

*Desplazamiento angular en los motores para inversión y eversión*

<i>Motor 1 = 8,49° ↶ Inversión</i>	<i>Motor 4 = 9,16° ↷ Inversión</i>
<i>Motor 1 = 7,69° ↷ Eversión</i>	<i>Motor 4 = 7,45° ↶ Eversión</i>
<i>Motor 2 = 10,55° ↶ Inversión</i>	<i>Motor 5 = 9,27° ↷ Inversión</i>
<i>Motor 2 = 6,67° ↷ Eversión</i>	<i>Motor 5 = 7,29° ↶ Eversión</i>
<i>Motor 3 = 8,98° ↶ Inversión</i>	<i>Motor 6 = 8,37° ↷ Inversión</i>
<i>Motor 3 = 6,87° ↷ Eversión</i>	<i>Motor 6 = 7,35° ↶ Eversión</i>

*Velocidad angular máxima en los motores*

<i>Motor 1 = 8,4885 <math>\frac{deg}{s}</math></i>	<i>Motor 4 = 9,2348 <math>\frac{deg}{s}</math></i>
<i>Motor 2 = 10,5481 <math>\frac{deg}{s}</math></i>	<i>Motor 5 = 9,2684 <math>\frac{deg}{s}</math></i>
<i>Motor 3 = 8,9784 <math>\frac{deg}{s}</math></i>	<i>Motor 6 = 8,3685 <math>\frac{deg}{s}</math></i>

*Aceleración angular máxima en los motores*

<i>Motor 1 = 22,64 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>	<i>Motor 4 = 27,5429 <math>\frac{deg}{s^2}</math></i>
---	---

$$\text{Motor 2} = 28,1333 \frac{\text{deg}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Motor 5} = 24,72 \frac{\text{deg}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Motor 3} = 23,9467 \frac{\text{deg}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Motor 6} = 22,32 \frac{\text{deg}}{\text{s}^2}$$

*Velocidad y aceleración máxima de la plataforma*

$$\text{Velocidad} = 12,409 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\text{Aceleracion} = 32,8787 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$

*Velocidad y aceleración máxima de los efectores finales*

Velocidad

Aceleración

$$\text{Efector 1} = 15,6265 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\text{Efector 1} = 43,0265 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Efector 2} = 15,5711 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\text{Efector 2} = 43,4396 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$

De esta manera se cumple el análisis para dos tipos de movimiento que se requiere en el proceso de rehabilitación de tobillo, los resultados presentados ayudan en el control automático que se desee dar al sistema robótico. El sistema de robots paralelos tipo delta cumple con los movimientos para el proceso de rehabilitación de tobillo. De esta manera se concluye con el análisis cinemático considerando la validación de las ecuaciones, las cuales podrían ser utilizadas para muchas aplicaciones.

### **4.3 Diseño de elementos mecánicos**

Para el diseño de los elementos mecánicos que constituyen el sistema de robots paralelos tipo delta es necesario la selección de materiales de los elementos constitutivos, a continuación, se muestra la selección de materiales de los diferentes elementos.

#### **4.3.1 Selección de materiales por el método ASHBY**

La selección trata sobre poder determinar el índice del material para aplicarlo en la selección de materiales bajo cargas mecánicas, para realizar esta selección de materiales se utiliza el método *Ashby*. El uso de los mapas de *Ashby* para la selección de materiales sigue una filosofía de diseño en cuatro procedimientos:

1. Expresar los requisitos del diseño como una expresión del material.
2. Eliminar los materiales que no satisfacen las especificaciones.
3. Ordenar los materiales candidatos por su capacidad para resolver los objetivos.
4. Buscar información adicional para los candidatos prometedores.

Para la expresión de requisitos se debe trasladar la idea a propiedad, en la etapa de traslación se encontraron los siguientes requisitos:

*Función:* ¿Para qué está diseñado el componente?

*Restricciones:* Las que no puedo cambiar y Las que puedo cambiar

*Objetivo:* Que es lo que deseo maximizar o minimizar

*Variables libres:* Lo que se puede cambiar

A continuación, la selección de materiales sometidos a diferentes esfuerzos debido a las cargas que los producen.

*A. Selección del material para elementos sometidos a compresión.*

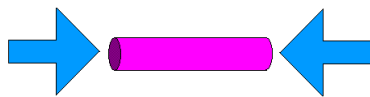
*Función:* Los componentes están diseñados para resistir las cargas a compresión y se necesita tanto resistencia como peso ligero.

*Restricciones:* Longitud especificada. El *yield strength* es negociable para valores permisibles.

*Objetivo:* Minimizar la *densidad*.

*Variables libres:* Selección del material.

Índice del material para un elemento sometido a compresión (Ligero y Resistente):



$$\sigma = \frac{F}{A} \quad m = \rho A L$$

$$P = f(P) \cdot f(G) \cdot f(M)$$

$$m = \rho \frac{F}{\sigma} L$$

$$m = F L \frac{\rho}{\sigma}$$

$$M = \frac{\rho}{\sigma}$$

$$M = \frac{\sigma_f}{\rho} \text{ maximizar}$$

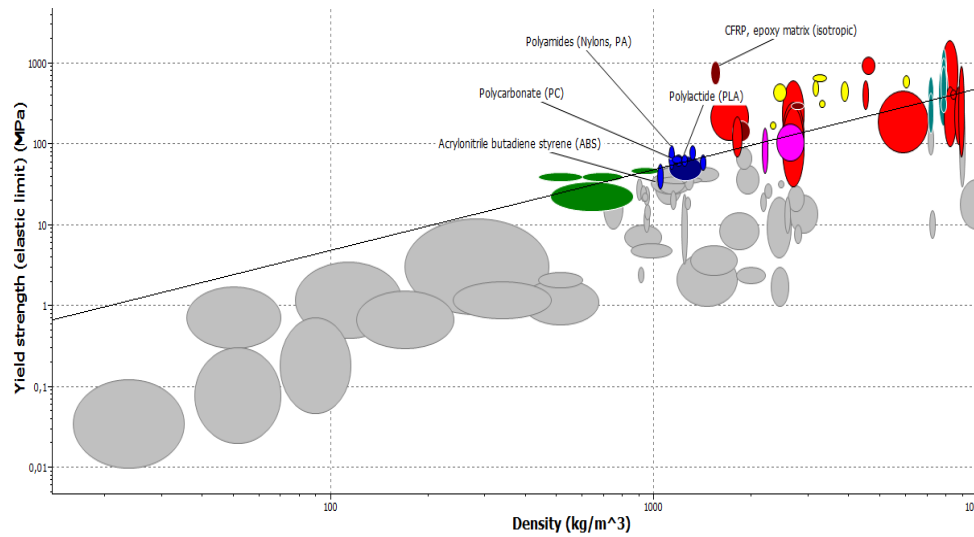
$$\text{Log } \sigma_f = \text{Log } M + \text{Log } \rho \quad m = 1$$

La selección de los materiales da como resultado un conjunto de soluciones como se muestra en la figura 25-4 en donde se observa las posibles soluciones para la función requerida.

Para la selección del material se buscó información adicional sobre los posibles candidatos, de la información adicional se tiene que el candidato *poli-carbonato (PC)* es un termoplástico resistente a impactos, el cual es una muy buena opción para el proceso de selección y constituye la carcasa



de los cascos de protección de ciclistas, la característica de este polímero termoplástico se muestra en la *tabla 1-4* a continuación:

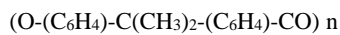


**Figura 25-4:** Posibles soluciones para la selección

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. CES EduPack

**Tabla 1-4:** Policarbonato (PC)

**Composición**



**Propiedades generales**

Densidad	1,14e3	-	1,21e3	kg/m <sup>3</sup>
----------	--------	---	--------	-------------------

**Propiedades mecánicas**

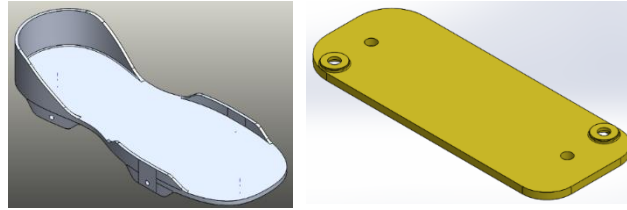
Young's modulus	2	-	2,44	GPa
Shear modulus	0,789	-	0,872	GPa
Bulk modulus	3,7	-	3,9	GPa
Poisson's ratio	0,391	-	0,408	
Yield strength	59	-	70	MPa
Tensile strength	60	-	72,4	MPa
Compressive strength	69	-	86,9	MPa
Elongation	70	-	150	% Strain
Hardness - Vickers	17,7	-	21,7	HV
Fatigue strength at 10 <sup>7</sup> cycles	22,1	-	30,8	MPa
Fracture toughness	2,1	-	4,6	MPa.m <sup>0.5</sup>

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017.

Fuente: CES EduPack

El material seleccionado corresponde al *Policarbonato (PC)* para los elementos que se muestran en la siguiente figura 26-4 en donde estos elementos del sistema de robots paralelos tipo delta están constituidos por el material seleccionado.

A continuación, se selecciona el material para elementos que constituyen la estructura del sistema de robots paralelos tipo delta.



**Figura 26-4:** Elementos constituidos de policarbonato (PC)

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. CES EduPack

*B. Selección del material para elementos sometidos a flexión.*

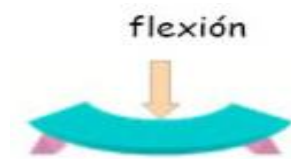
**Función:** Los componentes están diseñados para resistir las cargas a flexión y se necesita tanto rigidez como peso ligero.

**Restricciones:** Longitud especificada.

**Objetivo:** Minimizar la densidad.

**Variables libres:** Selección del material.

Índice del material para un elemento sometido a flexión (Ligero y Rígido):



$$S = \frac{F}{\delta} \quad \delta = \frac{F L^3}{C_1 E I}$$

$$S = \frac{C_1 E I}{L^3}$$

Para una sección cuadrada  $I = \frac{b h^3}{12}$  por lo tanto  $I = \frac{A^2}{12}$  entonces

$$A = \sqrt{\frac{12 S L^3}{C_1 E}} \quad \text{pero} \quad m = A \rho L \quad \text{por lo tanto} \quad m = \sqrt{\frac{12 S L^3}{C_1 E}} \rho L$$

$$\text{ordenando} \quad P = f(P) \cdot f(G) \cdot f(M) \quad \text{se tiene} \quad m = \left(\frac{12 S}{C_1}\right)^{\frac{1}{2}} L^{\frac{5}{2}} \frac{\rho}{E^{\frac{1}{2}}}$$

$$M = \frac{E^{\frac{1}{2}}}{\rho} \quad \text{maximizar} \quad \text{Log } E = 2 \text{ Log } M + 2 \text{ Log } \rho \quad m = 2$$

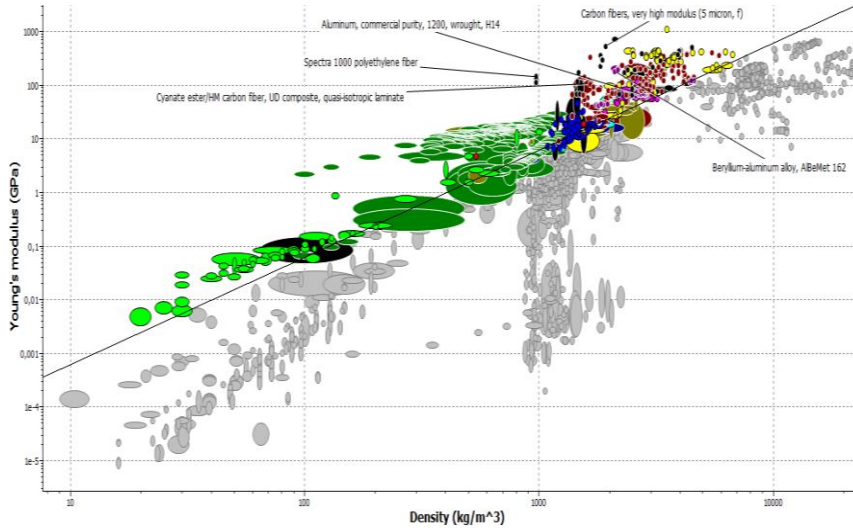
La selección de los materiales da como resultado un conjunto de soluciones como se muestra en la figura 27-4 en donde se observa las posibles soluciones para la estructura requerida.

Para la selección del material se buscó información adicional sobre los posibles candidatos, de la información adicional se tiene que el candidato *aluminio comercial puro 1200 forjado H14*, es



aluminio puro con 99.6 % mínimo de pureza, es un material maleable pero en capas gruesas se vuelve rígido y se lo puede

utilizar en estructuras rígidas desde latas de alimento hasta aviones, también es ligero con una densidad baja en comparación con otros metales, las características de este metal altamente utilizado en la industria se muestra en la *tabla 2-4* a continuación:



**Figura 27-4:** Posibles soluciones para la selección

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. CES EduPack

**Tabla 2-4:** Aluminio comercial puro 1200 forjado H14

**Información general**

Designación			
1200			
Condición	H14 (Endurecido por tensión)		
UNS numero	A91200		
EN nombre	EN AW-1200 (EN AW-A199,0)		
EN numero	3.0205		

**Composición**

Al	99,6	-	100	%
Cu	0	-	0,05	%
Mn	0	-	0,05	%
Ti	0	-	0,05	%
Zn	0	-	0,1	%
Otros	0	-	0,15	%

**Propiedades físicas**

Densidad	2,68e3	-	2,74e3	kg/m <sup>3</sup>
----------	--------	---	--------	-------------------

**Propiedades mecánicas**

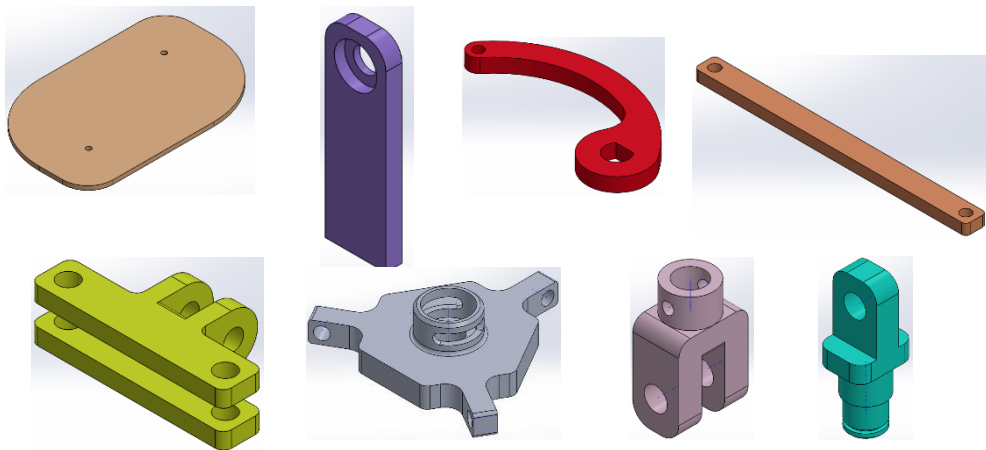
Young's modulus	69	-	72	GPa
Yield strength	109	-	121	MPa
Tensile strength	119	-	131	MPa
Elongation	7,4	-	8,6	%
Compressive strength	109	-	121	MPa
Flexural modulus	69	-	72	GPa
Flexural strength	109	-	121	MPa
Shear modulus	25	-	27	GPa



Bulk modulus	64	-	71	GPa
Poisson's ratio	0,325	-	0,335	
Shape factor	39			
Hardness - Vickers	36,1	-	39,9	HV

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. CES EduPack

El material seleccionado corresponde al *aluminio comercial puro 1200 forjado H14* para los elementos que se muestran en la siguiente figura 28-4 en donde estos elementos del sistema de robots paralelos tipo delta están constituidos por el material seleccionado.



**Figura 28-4:** Elementos constituidos de aluminio

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. CES EduPack

A continuación, la selección de materiales sometidos a momentos de torsión, como son los ejes o flechas.

*C. Selección del material para elementos sometidos a torsión.*

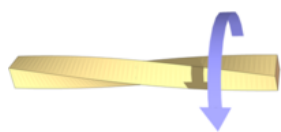
*Función:* Los componentes están diseñados para resistir momentos de torsión y se necesita tanto resistencia como peso ligero.

*Restricciones:* Longitud especificada. El *yield strength* es negociable para valores permisibles.

*Objetivo:* Minimizar la densidad.

*Variables libres:* Selección del material.

Índice del material para un elemento sometido a torsión (Ligero y Resistente):



$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3} \quad m = \rho A L$$

$$d = \left( \frac{16T}{\pi \tau} \right)^{\frac{1}{3}} \quad m = \rho \frac{\pi d^2}{4} L$$

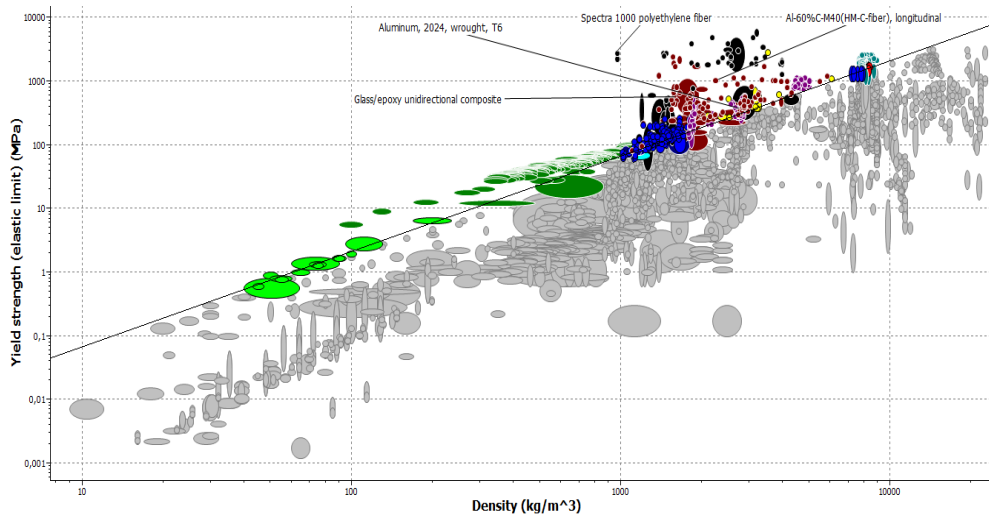
$$m = \rho \frac{\pi}{4} \left( \frac{16T}{\pi \tau} \right)^{\frac{1}{3}} L \quad \text{ordenado} \quad m = \frac{\pi}{4} \left( \frac{16T}{\pi} \right)^{\frac{2}{3}} L \frac{\rho}{\tau^3}$$

$$P = f(P) \cdot f(G) \cdot f(M)$$

$$M = \frac{\rho}{\tau^3} \quad \text{Índice del material} \quad M = \frac{\tau^2}{\rho} \quad \text{maximizar}$$

$$2 \text{ Log } \tau = 3 \text{ Log } M + 3 \text{ Log } \rho \quad m = \frac{3}{2}$$

La selección de los materiales da como resultado un conjunto de soluciones como se muestra en la figura 29-4 en donde se observa las posibles soluciones para la función requerida.



**Figura 29-4:** Posibles soluciones para la selección

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. CES EduPack

Para la selección del material se buscó información adicional sobre los posibles candidatos, de la información adicional se tiene que el candidato *aluminio 2024 tratamiento T6* es un tipo de



aleación de aluminio al cobre de la serie 2000 con tratamiento térmico T6, el cual se conoce como *duraluminio* y posee una alta resistencia a la tracción con muy elevada resistencia mecánica, es una muy buena opción para el

proceso de selección y se utiliza en la tornillería y automoción, las características de esta aleación se muestra en la *tabla 3-4* a continuación:

**Tabla 3-4:** Aluminio 2024 tratamiento T6

**Información general**

Designación

2024

Condición

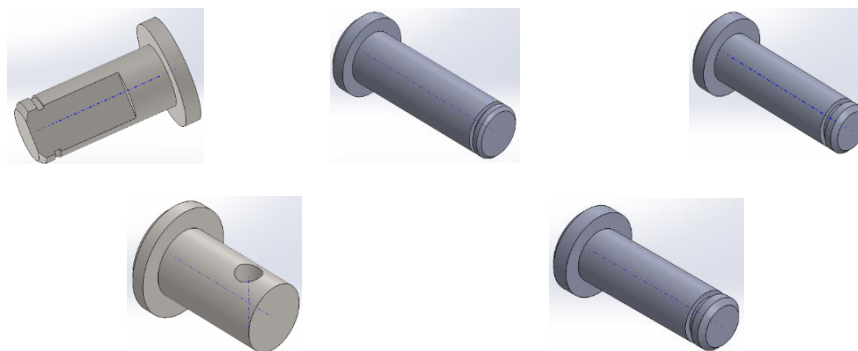
T6

UNS numero	A92024		
EN nombre	EN AW-2024 (EN AW-Al Cu4Mg1)		
EN nombre	3.1355		
<b>Composición</b>			
Al	90,8	- 94,7	%
Cr	0	- 0,1	%
Cu	3,8	- 4,9	%
Fe	0	- 0,5	%
Mg	1,2	- 1,8	%
Mn	0,3	- 0,9	%
Si	0	- 0,5	%
Ti	0	- 0,15	%
Zn	0	- 0,25	%
Otros	0	- 0,15	%
<b>Propiedades mecánicas</b>			
Young's modulus	72	- 75,7	GPa
Yield strength	345	- 381	MPa
Tensile strength	427	- 472	MPa
Elongation	5	- 5,81	%
Compressive strength	359	- 397	MPa
Flexural modulus	72	- 75,7	GPa
Flexural strength	345	- 381	MPa
Shear modulus	28	- 29,4	GPa
Bulk modulus	71	- 74,6	GPa
Poisson's ratio	0,33	- 0,343	
Shape factor	20		
Hardness - Vickers	119	- 150	HV

**Realizado por:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017. CES EduPack

El material seleccionado corresponde al aluminio 2024 tratamiento T6 para los elementos que se muestran en la siguiente figura 30-4 en donde estos elementos del sistema de robots paralelos tipo delta están constituidos por el material seleccionado.

**Figura 30-4:** Elementos constituidos de aluminio 2024 tratamiento T6



**Realizado por:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017. CES EduPack

De esta manera se concluye con la selección de materiales para los diferentes elementos que constituyen el sistema de robots paralelos tipo delta.

#### 4.3.2 Pre-diseño de elementos mecánicos

Para el diseño de los diferentes elementos se aplica el concepto de teoría de fallas, a continuación, se diseña diferentes elementos que constituyen el sistema de robots.

*Cálculo del espesor de la planta:* Para calcular el espesor se requiere la carga que la planta ha de soportar, el peso de una extremidad corresponde al 16% del peso total de una persona, considerando un peso promedio de 165 Lb se puede calcular que la carga promedio será de 117.3866 se aproxima a 120 N para poder trabajar con valores fijos.

##### Datos:

$$F = 120 \text{ N}$$

##### Material:

Policarbonato (PC)

$$E = 2,44 \text{ GPa}$$

$$S_y = 70 \text{ MPa}$$

$$l = 256,32 \text{ mm}$$

$$b = 64,34 \text{ mm}$$

$$h = ?$$

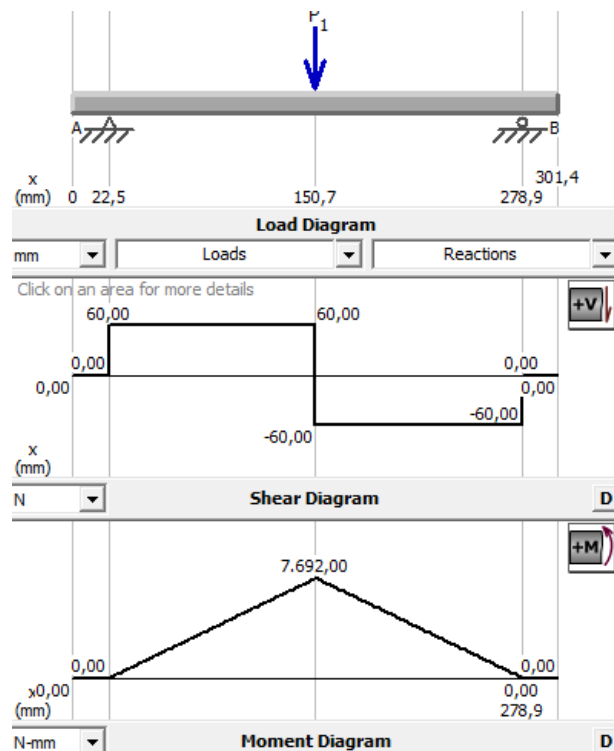
##### Cálculos:

$$M_{max} = \frac{F l}{4} = \frac{120 \text{ N} (256,32 \text{ mm})}{4}$$

$$M_{max} = 7,69 \text{ N m}$$

$$\sigma = \frac{M c}{I} = \frac{M \frac{h}{2}}{\frac{1}{12} b h^3} = \frac{6(7,69 \text{ Nm})}{0.06434 m h^2}$$

$$\sigma = \frac{717,128 \text{ N}}{h^2}$$



$$\sqrt{\sigma_x^2 + 3 \tau_{xy}^2} = \frac{S_y}{n}$$

$$\sqrt{\left(\frac{717,128 \text{ N}}{h^2}\right)^2 + 3 (0)} = \frac{70 \times 10^6 \text{ Pa}}{2}$$

$$h = 4,5265 \text{ mm}$$

El espesor necesario de la planta realizando un redondeo al valor calculado, se tiene que sería de  $h = 5 \text{ mm}$  para las condiciones calculadas.

*Pre-diseño de ejes:* Para el diseño de ejes, se consideró una carga de 120 N aplicada verticalmente en la plataforma, al tener 6 apoyos se tiene 20 N trasladados al punto de análisis del eje.

$$\vec{r}_F = (133.5473673481 i + 283.9412647421 j + 172.6303431805 k) mm$$

$$\vec{r}_{eje} = (176.433431044 i + 81.2640084546 j + 346.3229111282 k) mm$$

$$\vec{r} = \vec{r}_F - \vec{r}_{eje} = (-42,886 i + 200,6772 j - 173,6925 k) mm$$

$$\vec{F} = (0 i - 20 j + 0 k) N$$

$$M = \vec{r} \times \vec{F} = (-42.886 i + 200,6772 j - 173,6925 k) mm \times (0 i - 20 j + 0 k) N$$

$$M = (-3,47385 i + 0 j + 0,85772 k) Nm \quad M = (-3,5i + 0 j + 0,86 k) Nm$$

Datos:

$$M_x = -3,5 Nm \text{ causa torsion} \quad M_z = 0,86 Nm \text{ causa flexion}$$

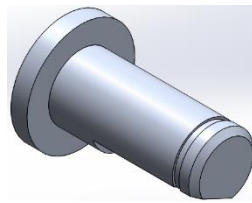
$$F_y = -20 N \text{ causa cizalla}$$

Material:

Aluminio 2024 tratamiento T6

$$E = 72 GPa$$

$$S_y = 345 MPa$$



Flexión  $\sigma = \frac{32M}{\pi d^3}$

Torsión  $\tau = \frac{16T}{\pi d^3}$

Cizalla  $\tau = \frac{4F}{\pi d^2}$

$$\text{Teoria de fallas Von Mises : } \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \tau_{xy}^2} = \frac{S_y}{n}$$

$$\sigma_x = \frac{32(0,86 Nm)}{\pi d^3} \quad \tau_{xy} = \sqrt{\left(\frac{16(3,5 Nm)}{\pi d^3}\right)^2 + \left(\frac{4(20 N)}{\pi d^2}\right)^2}$$

$$\sqrt{\left(\frac{32(0,86 Nm)}{\pi d^3}\right)^2 + 3 \left[\left(\frac{16(3,5 Nm)}{\pi d^3}\right)^2 + \left(\frac{4(20 N)}{\pi d^2}\right)^2\right]} = \frac{345 MPa}{2}$$

Considerando un factor de seguridad de 2 se procede a despejar el valor del diámetro de la ecuación planteada, recalcar que el cálculo corresponde a un diseño estático.

Resolviendo en *Matlab* se tiene los siguientes valores:

$$-0.0057 + 0.0000i$$

$$-0.0029 + 0.0049i$$

$$-0.0029 - 0.0049i$$

$$\mathbf{0.0057 + 0.0000i}$$

$$0.0029 + 0.0049i$$

$$0.0029 - 0.0049i$$

Un valor muy aproximado para el diámetro sería de:

$$d = 5,7 mm$$

El valor del diámetro considera un factor de seguridad de 2, en el sistema robótico existen síes ejes de iguales características.

*Pre-diseño del brazo actuador:* Para el diseño del brazo actuador se consideró una carga de 120 N aplicada verticalmente en la plataforma y se trasladó un valor de 20 N al punto de análisis del brazo debido a que existen 6 brazos actuadores.

$$\vec{r}_F = (133.5473673481 i + 283.9412647421 j + 172.6303431805 k) mm$$

$$\vec{r}_{brazo} = (178.547396045 i + 78.3205513597 j + 374.7119269177 k) mm$$

$$\vec{r} = \vec{r}_F - \vec{r}_{brazo} = (-45 i + 205,6207 j - 202,08158 k) mm$$

$$\vec{F} = (0 i - 20 j + 0 k) N$$

$$M = \vec{r} \times \vec{F} = (-45 i + 205,6207 j - 202,08158 k) mm \times (0 i - 20 j + 0 k) N$$

$$M = (-4,04163 i + 0 j + 0,9 k) Nm \quad M = (-4,042 i + 0 j + 0,9k) Nm$$

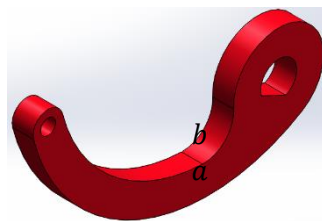
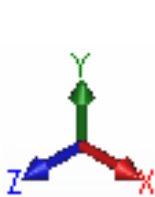
Datos:

$$M_x = -4,042 Nm \text{ causa flexion} \quad M_z = 0,9 Nm \text{ causa torsion}$$

$$F_y = -20 N \text{ causa cizalla}$$

Material:

$$\text{Aluminio comercial puro 1200 forjado H14} \quad E = 69 GPa \quad S_y = 109 MPa$$



$$a = 10,22 mm \quad c = 5,11 mm \quad I = \frac{1}{12} ba^3$$

$$\text{Flexión} \quad \sigma = \frac{Mc}{I}$$

$$\text{Torsión} \quad \tau = \frac{T}{\alpha a \cdot b^2}$$

$$\text{Cizalla} \quad \tau = \frac{F}{a \cdot b}$$

$$\text{Teoria de fallas Von Mises : } \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \tau_{xy}^2} = \frac{S_y}{n} \quad \alpha = 0,231 \text{ (Tabla si } b = 7)$$

$$\sigma_x = \frac{4,042 Nm (0,00511m)}{\frac{1}{12} b(0,01022m)^3} \quad \tau_{xy} = \sqrt{\left(\frac{0,9 Nm}{0,231(0,01022m)b^2}\right)^2 + \left(\frac{20 N}{0,01022m b}\right)^2}$$

$$\sqrt{\left(\frac{232191,21}{b}\right)^2 + 3 \left[\left(\frac{381,22347}{b^2}\right)^2 + \left(\frac{1956,95}{b}\right)^2\right]} = \frac{109 \times 10^6 Pa}{2}$$

Considerando un factor de seguridad de 2 se procede a despejar el valor del diámetro de la ecuación planteada, recalcar que el cálculo corresponde a un diseño estático.

Resolviendo en *Matlab* se obtiene los siguientes valores:

$$-0.0049 + 0.0000i \quad \text{Un valor muy aproximado para el espesor } b \text{ seria de:}$$

$$\mathbf{0.0049 + 0.0000i} \quad b = 5 mm$$

$$0.0000 + 0.0025i \quad \text{El valor del espesor considera un factor de seguridad de 2, en el}$$

$$0.0000 - 0.0025i \quad \text{sistema robótico existen síes brazos de iguales características.}$$

*Pre-diseño de eslabones:* Para el diseño de eslabones se consideró una carga de 120 N aplicada verticalmente en la plataforma y se trasladó un valor de 20 N al punto de análisis del eslabón debido a que existen 6 eslabones en cada robot delta.

$$\vec{r}_F = (133.5473673481 i + 283.9412647421 j + 172.6303431805 k) mm$$

$$\vec{r}_{eslabon} = (198.0473953168 i + 162.3560567634 j + 375.2870768329 k) mm$$

$$\vec{r} = \vec{r}_F - \vec{r}_{eslabon} = (-64,5 i + 121,585 j - 202,66 k) mm$$

$$\vec{F} = (0 i - 20 j + 0 k) N$$

$$M = \vec{r} \times \vec{F} = (-64,5 i + 121,585 j - 202,66 k) mm \times (0 i - 20 j + 0 k) N$$

$$M = (-4,053i + 0 j + 1,29 k) Nm \quad M = (-4,05 i + 0 j + 1,3k) Nm$$

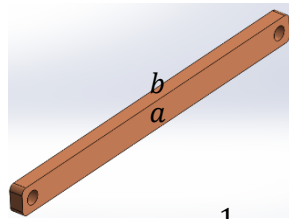
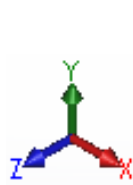
Datos:

$$M_x = -4,05 Nm \text{ causa flexion} \quad M_z = 1,3 Nm \text{ causa torsion}$$

$$F_y = -20 N \text{ causa cizalla}$$

Material:

Aluminio comercial puro 1200 forjado H14  $E = 69 GPa$   $S_y = 109 MPa$



$$a = 10 mm \quad c = 5 mm \quad I = \frac{1}{12} ba^3$$

Flexión  $\sigma = \frac{Mc}{I}$

Torsión  $\tau = \frac{T}{\alpha a \cdot b^2}$

Cizalla  $\tau = \frac{F}{a \cdot b}$

Teoria de fallas Von Mises :  $\sqrt{\sigma_x^2 + 3 \tau_{xy}^2} = \frac{S_y}{n}$   $\alpha = 0,246$  (Tabla si  $b = 5$ )

$$\sigma_x = \frac{4,05 Nm (0,005m)}{\frac{1}{12} b(0,01m)^3} \quad \tau_{xy} = \sqrt{\left(\frac{1,3 Nm}{0,246(0,01m)b^2}\right)^2 + \left(\frac{20 N}{0,01m b}\right)^2}$$

$$\sqrt{\left(\frac{243000}{b}\right)^2 + 3 \left[\left(\frac{528,4553}{b^2}\right)^2 + \left(\frac{2000}{b}\right)^2\right]} = \frac{109 \times 10^6 Pa}{2}$$

Considerando un factor de seguridad de 2 se procede a despejar el valor del diámetro de la ecuación planteada, recalcar que el cálculo corresponde a un diseño estático.

Resolviendo en *Matlab* se obtiene los siguientes valores:

$$-0.0054 + 0.0000i$$

$$\mathbf{0.0054 + 0.0000i}$$

$$-0.0000 + 0.0031i$$

$$-0.0000 - 0.0031i$$

Un valor muy aproximado para el espesor  $b$  seria de:

$$b = 5,4 mm$$

El valor del diámetro considera un factor de seguridad de 2, en el sistema robótico existen síes ejes de iguales características.

*Pre-diseño del pasador:* Para el diseño del pasador se consideró una carga de 120 N aplicada verticalmente en la plataforma, al tener 6 pasadores horizontales, se tiene 20 N trasladados al punto de análisis del pasador.

$$\vec{r}_F = (133.5473673481 i + 283.9412647421 j + 172.6303431805 k) mm$$

$$\vec{r}_{pasador} = (177.2459253157 i + 105.900054293 j + 423.1275969786 k) mm$$

$$\vec{r} = \vec{r}_F - \vec{r}_{pasador} = (-43,7 i + 178,04 j - 250,5 k) mm$$

$$\vec{F} = (0 i - 20 j + 0 k) N$$

$$M = \vec{r} \times \vec{F} = (-43,7 i + 178,04 j - 250,5 k) mm \times (0 i - 20 j + 0 k) N$$

$$M = (-5,010 i + 0 j + 0,874 k) Nm \quad M = (-5,01 i + 0 j + 0,87 k) Nm$$

Datos:

$$M_x = -5,01 Nm \text{ causa torsion} \quad M_z = 0,87 Nm \text{ causa flexion}$$

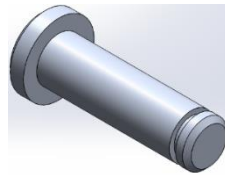
$$F_y = -20 N \text{ causa cizalla}$$

Material:

Aluminio 2024 tratamiento T6

$$E = 72 GPa$$

$$S_y = 345 MPa$$



Flexión

$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3}$$

Torsión

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3}$$

Cizalla

$$\tau = \frac{4F}{\pi d^2}$$

$$\text{Teoria de fallas Von Mises : } \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \tau_{xy}^2} = \frac{S_y}{n}$$

$$\sigma_x = \frac{32(0,87 Nm)}{\pi d^3} \quad \tau_{xy} = \sqrt{\left(\frac{16(5,01 Nm)}{\pi d^3}\right)^2 + \left(\frac{4(20 N)}{\pi d^2}\right)^2}$$

$$\sqrt{\left(\frac{32(0,87 Nm)}{\pi d^3}\right)^2 + 3 \left[\left(\frac{16(5,01 Nm)}{\pi d^3}\right)^2 + \left(\frac{4(20 N)}{\pi d^2}\right)^2\right]} = \frac{345 MPa}{2}$$

Considerando un factor de seguridad de 2 se procede a despejar el valor del diámetro de la ecuación planteada, recalcar que el cálculo corresponde a un diseño estático.

Resolviendo en *Matlab* se obtiene los siguientes valores:

$$-0.0064 + 0.0000i$$

Un valor muy aproximado para el diámetro sería de:

$$-0.0032 + 0.0055i$$

$$d = 6,4 mm$$

$$-0.0032 - 0.0055i$$

El valor del diámetro considera un factor de seguridad de 2, en el sistema robótico existen síes

$$\mathbf{0.0064 + 0.0000i}$$

$$0.0032 + 0.0055i$$

ejes de iguales características.

$$0.0032 - 0.0055i$$



### 4.3.3 Selección de rodamientos

Para la selección de rodamientos se ha optado por el catálogo de *NTN Corporation*, debido a la gran variedad de productos y especificaciones técnicas presentadas. De la *tabla 4-4* se ha preseleccionado un rodamiento rígido de bolas, por su capacidad de manejo de carga tanto axial como radial, alta precisión rotacional, bajo ruido/vibración y bajo torque friccional, siendo este tipo el más adecuado para el robot aplicándose en los seis ejes horizontales y en los dos ejes verticales.

**Tabla 4-4:** Tipos de rodamientos y comparación de su desempeño

Tipos de rodamientos	Rodamientos rígidos de bolas	Rodamientos de bolas a contacto angular	Rodamientos de doble hilera de bolas a contacto angular	Rodamientos de bolas a contacto angular apareados	Rodamientos autoalineables de bolas	Rodamientos de rodillos cilíndricos	Rodamientos de rodillos cilíndricos de una sola pestaña	Rodamientos de rodillos cilíndricos de doble pestaña	Rodamientos de doble hilera de rodillos cilíndricos	Rodamientos de agujas
Características										
Capacidad de manejo de carga										
Alta velocidad <sup>o</sup>	☆☆☆☆	☆☆☆☆	☆☆	☆☆☆	☆☆	☆☆☆☆	☆☆☆	☆☆☆	☆☆☆	☆☆☆
Alta precisión rotacional <sup>o</sup>	☆☆☆☆	☆☆☆☆	☆☆	☆☆☆		☆☆☆	☆☆	☆	☆☆☆	
Bajo ruido/vibración <sup>o</sup>	☆☆☆☆	☆☆☆☆		☆☆		☆☆	☆☆	☆☆	☆☆	☆☆
Bajo torque friccional <sup>o</sup>	☆☆☆☆	☆☆☆☆		☆☆	☆☆	☆☆				
Alta rigidez <sup>o</sup>			☆☆	☆☆		☆☆	☆☆	☆☆	☆☆☆	☆☆
Resistencia a los choques/vibración <sup>o</sup>			☆☆		☆☆	☆☆	☆☆	☆☆	☆☆	☆☆
Desalineamiento permitido para anillos int./ext. <sup>o</sup>	☆☆				☆☆☆	☆☆				
Fijo en la dirección axial <sup>o</sup>	⊙	○	⊙	⊙ Para arreglos DB y DF	⊙	○	⊙			
Movible en la dirección axial <sup>o</sup>	○		○	○ Para arreglos DB	○	⊙			⊙	⊙
Anillos interior/exterior separables <sup>o</sup>						○	○	○	○	○
Diámetro interior cónico en el anillo interior <sup>o</sup>					○	○			○	
Comentarios		Para arreglos apareados				Tipo NU, N	Tipo NJ, NF	Tipo NUP, NP, NH	Tipo NNU, NN	Tipo NA
Página de referencia	B-5	B-43	B-74	B-43	B-79	B-91	B-91	B-91	B-116	E-2

Fuente: NTN Corporation (2004)

Capacidad de carga equivalente y vida del rodamiento

$$P_r = XF_r + YF_a$$

Donde:

$P_r$  = Carga radial dinámica equivalente [N]

$F_r$  = Fuerza radial aplicada [N]

$F_a$  = Fuerza axial aplicada [N]

$X$  = Factor de carga radial

$Y$  = Factor de carga axial

**Tabla 5-4:** Carga radial dinámica equivalente

$\frac{f_o \cdot F_a}{C_{or}}$	$e$	$\frac{F_a}{F_r} \leq e$		$\frac{F_a}{F_r} > e$	
		X	Y	X	Y
0.172	0.19				2.30
0.345	0.22				1.99
0.689	0.26				1.71
1.03	0.28				1.55
1.38	0.30	1	0	0.56	1.45
2.07	0.34				1.31
3.45	0.38				1.15
5.17	0.42				1.04
6.89	0.44				1.00

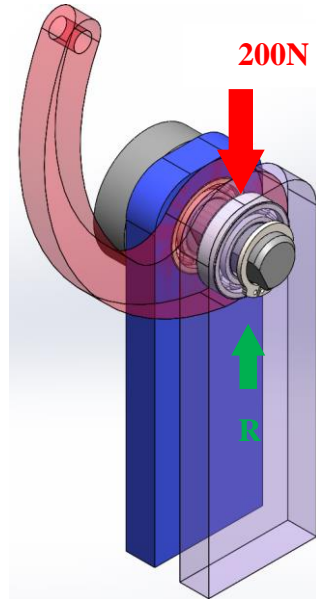
**Carga radial estática equivalente**

$$P_{or} = 0.6F_r + 0.5F_a$$

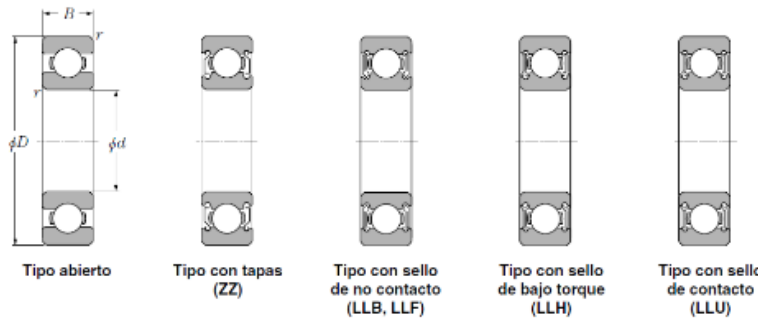
Cuando  $P_{or} < F_r$  use  $P_{or} = F_r$

Fuente: NTN Corporation (2004)

$$R = \frac{200N}{2} = 100N$$



**Tabla 6-4:** Rodamientos rígidos de bolas



d 10 ~ 20mm

	Dimensiones principales				Capacidades básicas de carga				Factor $f_o$	Velocidades límites				Números de rodamientos				
	mm				kN		kgf			r.p.m.				con sello de no contacto				
	d	D	B	$r_{max}$	$C_r$	$C_{or}$	$C_r$	$C_{or}$		grasa tipo abierto	aceite tipo abierto	LLH	LLU	tipo abierto	con tapas	de no contacto	de bajo torque	de contacto
10	15	3	0.1	—	0.855	0.435	87	44	15.7	10 000	12 000	—	—	6700	—	—	—	—
	19	5	0.3	—	1.83	0.925	187	94	14.8	32 000	38 000	—	24 000	6800	ZZ	LLB	—	LLU
	22	6	0.3	0.3	2.7	1.27	275	129	14.0	30 000	36 000	—	21 000	6900	ZZ	LLB	—	LLU
	26	8	0.3	—	4.55	1.96	465	200	12.4	29 000	34 000	25 000	21 000	6000	ZZ	LLB	LLH	LLU
	30	9	0.6	0.5	5.10	2.39	520	244	13.2	25 000	30 000	21 000	18 000	6200	ZZ	LLB	LLH	LLU
	35	11	0.6	0.5	8.20	3.50	835	355	11.4	23 000	27 000	20 000	16 000	6300	ZZ	LLB	LLH	LLU
12	18	4	0.2	—	0.930	0.530	95	54	16.2	8 300	9 500	—	—	6701	—	LLF	—	—
	21	5	0.3	—	1.92	1.04	195	106	15.3	29 000	35 000	—	20 000	6801	ZZ	LLB	—	LLU
	24	6	0.3	0.3	2.89	1.46	295	149	14.5	27 000	32 000	—	19 000	6901	ZZ	LLB	—	LLU
	28	7	0.3	—	5.10	2.39	520	244	13.2	26 000	30 000	—	—	16001	—	—	—	—
	28	8	0.3	—	5.10	2.39	520	244	13.2	26 000	30 000	21 000	18 000	6001	ZZ	LLB	LLH	LLU
	32	10	0.6	0.5	6.10	2.75	620	280	12.7	22 000	26 000	20 000	16 000	6201	ZZ	LLB	LLH	LLU
37	12	1	0.5	9.70	4.20	990	425	11.1	20 000	24 000	19 000	15 000	6301	ZZ	LLB	LLH	LLU	

Fuente: NTN Corporation (2004)

Pre selección del rodamiento NTN 6801 ZZ

Análisis a carga dinámica:

$$\frac{f_o \cdot F_a}{C_{or}} = \frac{15,3(0)}{1,04KN}$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{F_a}{R}$$

$$\frac{F_a}{R} = \frac{0N}{100N} = 0; \leq e$$

$$X = 1 \quad Y = 0$$

$$P_r = XF_r + YF_a = 1(100N) + 0$$

$$P_r = 100N$$

En la *tabla 7-4* se muestra la correlación de la vida nominal básica del rodamiento y el factor de vida con el factor de velocidad.

**Tabla 7-4:** Correlación nominal del rodamiento

Clasificación	Rodamientos de bolas	Rodamientos de rodillos
Vida nominal básica $L_{10h}$	$\frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{P}\right)^3 = 500 f_h^3$	$\frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{P}\right)^{10/3} = 500 f_h^{10/3}$
Factor de vida $f_h$	$f_h \frac{C}{P}$	$f_h \frac{C}{P}$
Factor de velocidad $f_n$	$\left(\frac{33.3}{n}\right)^{1/3}$	$\left(\frac{33.3}{n}\right)^{3/10}$

Fuente: NTN Corporation (2004)

En la *tabla 8-4* se muestra la escala para el cálculo de la vida nominal básica de los rodamientos.

$$n = 100rpm \quad f_n = 0,682$$

$$f_h = f_n \frac{C_r}{P_r} = 0,682 \frac{1,92 KN}{100N}$$

$$f_h = 13,0944$$

$$L_{10} = 500 f_h^3$$

$$L_{10} = 500(13,0944)^3$$

$$L_{10} = 1\,122\,604,59 \text{ horas}$$

Análisis a carga estática:

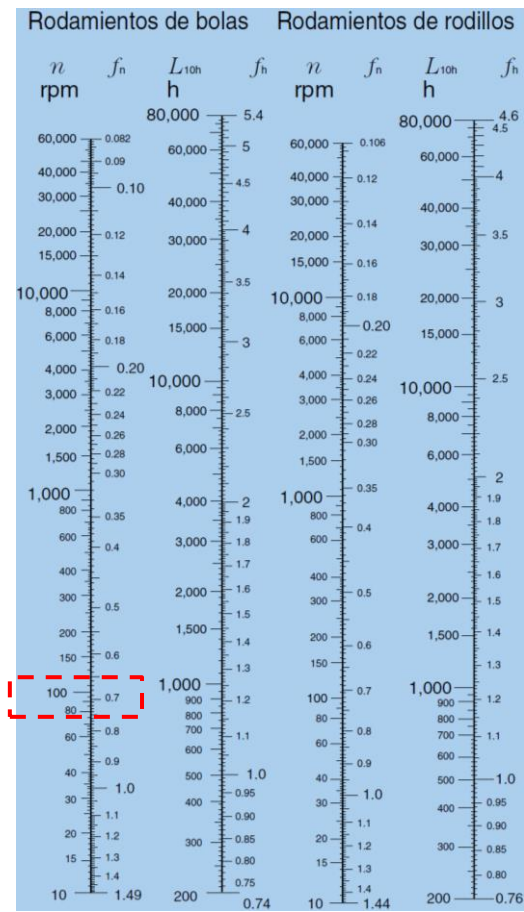
$$P_{or} = 0,6 F_r + 0,5 F_a$$

$$P_{or} = 0,6(100N)$$

$$P_{or} = 60N$$

$$P_{or} < F_r \rightarrow P_{or} = F_r = 100N$$

**Tabla 8-4:** Escala de vida



Fuente: NTN Corporation (2004)

Resistencia del rodamiento

$$C_o' = f_s P_{or}$$

$$C_o' = 1,2(100N)$$

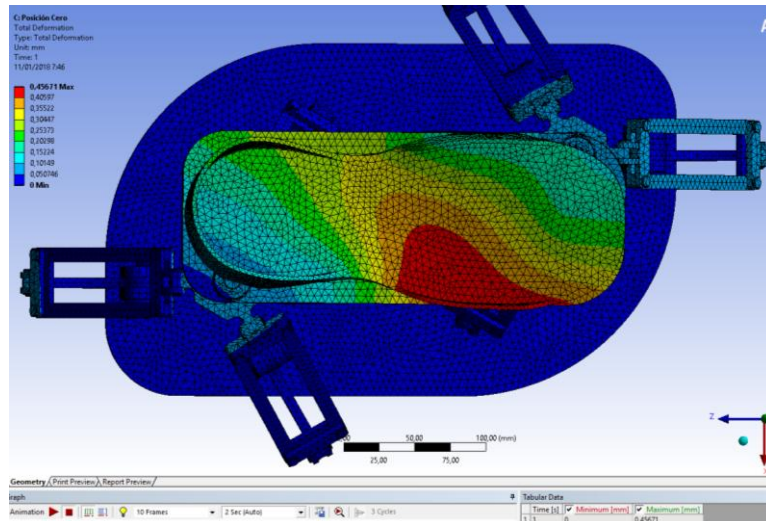
$$C_o' = 120 N$$

$$C_o' \leq C_{or} \text{ OK}$$

#### 4.3.4 Análisis de resistencia mecánica

El análisis de resistencia mecánica es un análisis estático realizado en ANSYS con la finalidad de determinar las concentraciones de esfuerzos en los diferentes elementos mecánicos para poder medir la cantidad de deformación existente debido a la carga aplicada en el sistema de robots paralelos tipo delta.

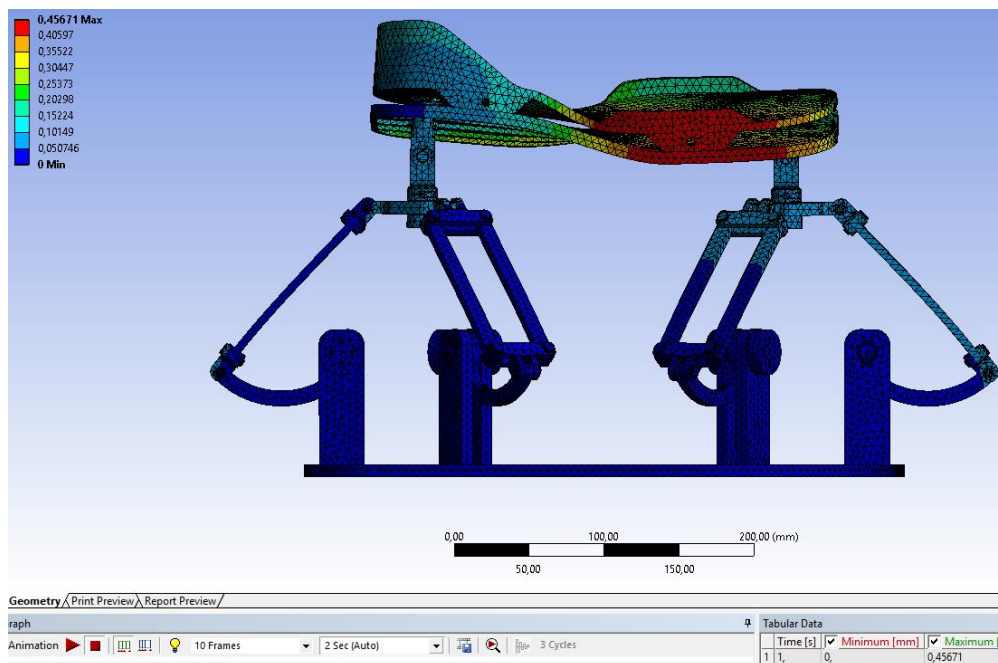
*Análisis en la posición de equilibrio:* Es el análisis en la posición donde el paciente coloca la extremidad para empezar el proceso de rehabilitación, en la figura 31-4 se puede observar el análisis en la posición de equilibrio con una carga aplicada de 120 N en la plataforma.



**Figura 31-4:** Análisis de resistencia en la posición de equilibrio

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

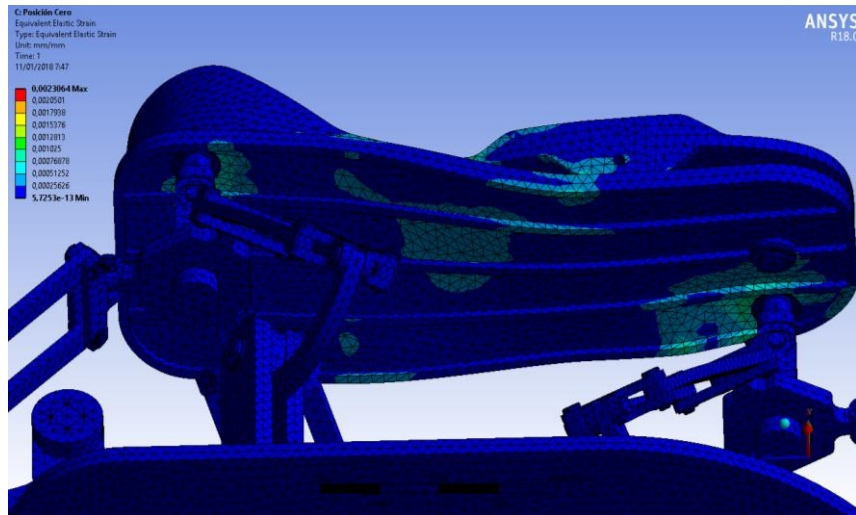
Con el análisis realizado se puede determinar la máxima deformación producida en la posición de equilibrio la cual es de  $0,45671 \text{ mm}$  , en la figura 32-4 se puede observar el análisis en la deformación para la posición de equilibrio del sistema robótico. Al comparar este valor con  $\frac{L}{360} = \frac{0,24}{360} = 0,666 \text{ mm}$ , el valor de la deformación está en el rango (ANSI/AISC 360-10, pp. 440).



**Figura 32-4:** Deformación máxima en la posición de equilibrio

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

Con el análisis también se obtiene un valor de tensión elástica equivalente que se encuentra en los siguientes rangos  $5,7253 \times 10^{-13} \frac{mm}{mm}$  como valor mínimo y  $2,3064 \times 10^{-3} \frac{mm}{mm}$  como valor máximo como se muestra en la figura 33-4 donde se puede apreciar valores mínimos y máximos de la tensión elástica equivalente de acuerdo al estudio analítico.



**Figura 33-4:** Tensión elástica equivalente en la posición de equilibrio

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

El esfuerzo equivalente de Von Mises indicado en la figura 34-4 presenta un rango de valores de  $3,465 \times 10^{-8} MPa$  como valor mínimo y  $97,421 MPa$  como valor máximo, recalcar que el valor mínimo equivalente del esfuerzo de Von Mises se presenta en la mayor parte del sistema de robots paralelos tipo delta y al comparar con el  $S_{y\text{ aluminio}} = 121 MPa$ , cumple con el rango.

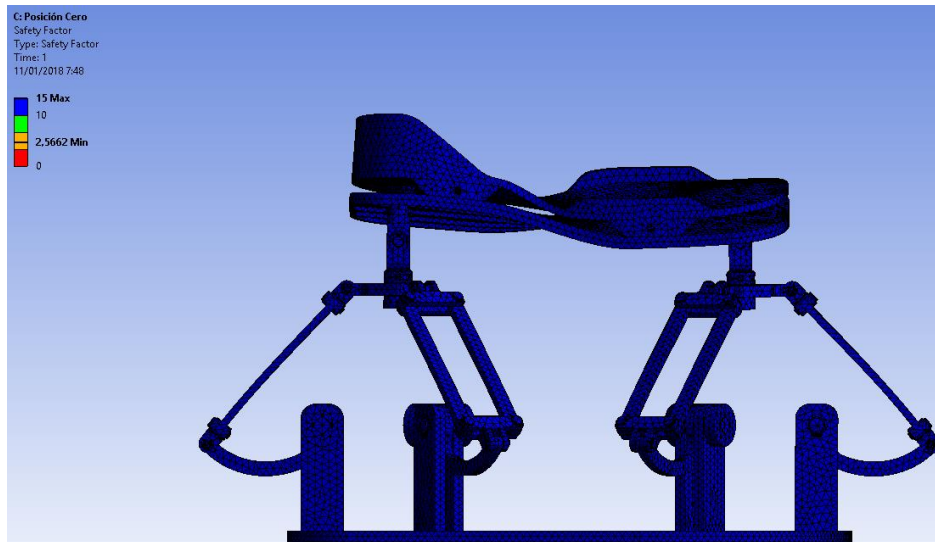


**Figura 34-4:** Esfuerzo equivalente de Von Mises

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS



Para comprender que el sistema cumple con la necesaria seguridad en la resistencia que presenta el sistema robótico, se procede a realizar un análisis del factor de seguridad con el cual se determina que corresponde a un rango de valores que garanticen el diseño. En la figura 35-4 se observa el intervalo de valores obtenidos para el factor de seguridad del sistema robótico, el cual ayuda a la validación del diseño.

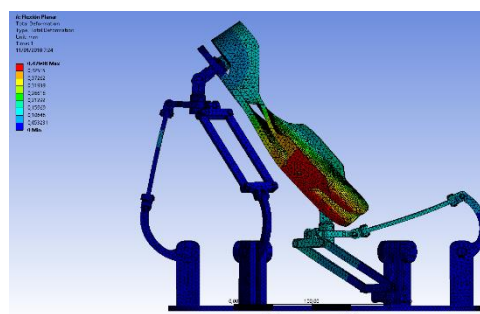


**Figura 35-4:** Factor de seguridad

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

El rango de valores para el factor de seguridad corresponde a los valores dados de 2,5662 como valor mínimo y 15 como valor máximo, los cuales garantizan el diseño correcto para la posición de equilibrio. El análisis de resistencia realizado en esta parte cumple con la validación del diseño, posteriormente se muestra un análisis de resistencia para cada posición de rehabilitación.

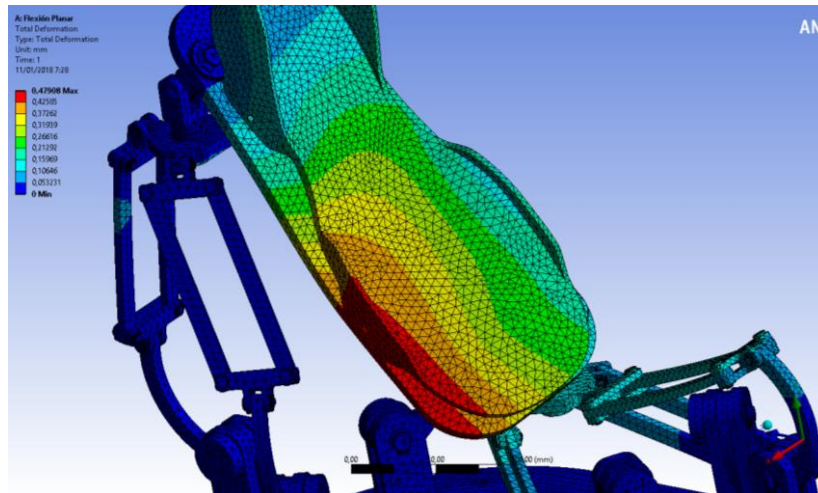
*Análisis de resistencia para flexión-plantar:* Es el análisis en la posición de rehabilitación para el movimiento de *flexión-plantar*, en la figura 36-4 se observa el análisis en esta posición con una carga aplicada de 120 N en la plataforma.



**Figura 36-4:** Análisis de resistencia en flexión-plantar

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

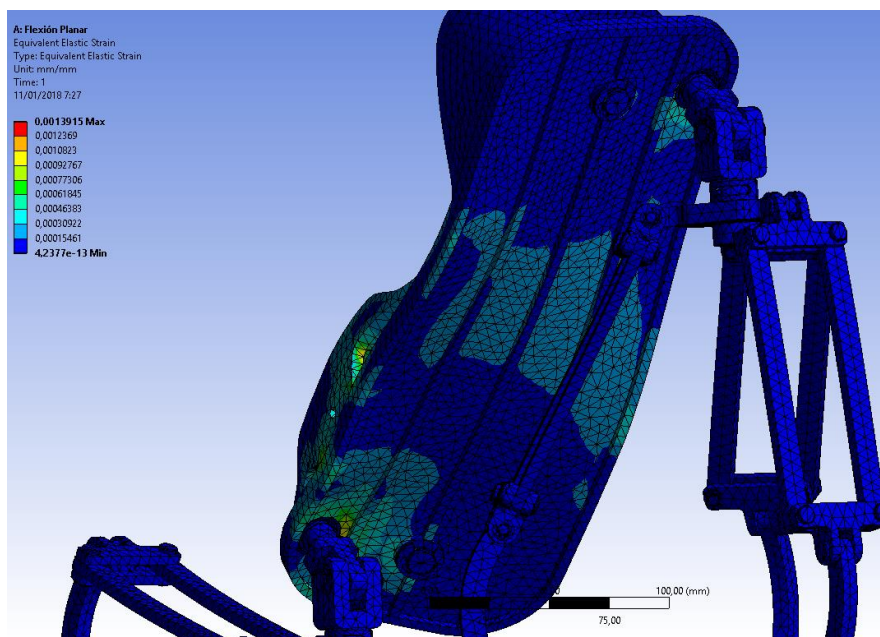
Con el análisis se determina la máxima deformación producida en la posición de *flexión-plantar* la cual es de  $0,47908 \text{ mm}$  , en la figura 37-4 se observa el análisis en la deformación para la posición de *flexión-plantar* del sistema. Al comparar este valor con  $\frac{L}{360} = \frac{0,24}{360} = 0,666 \text{ mm}$ , el valor de la deformación está en el rango (ANSI/AISC 360-10, pp. 440).



**Figura 37-4:** Deformación máxima en la posición de flexión-plantar

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

Con el análisis también se obtiene un valor de tensión elástica equivalente que se encuentra en los siguientes rangos  $4,2377 \times 10^{-13} \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$  como valor mínimo y  $1,3915 \times 10^{-3} \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$  como valor máximo como se muestra en la figura 38-4 donde se puede apreciar valores mínimos y máximos de la tensión elástica equivalente de acuerdo al estudio analítico.

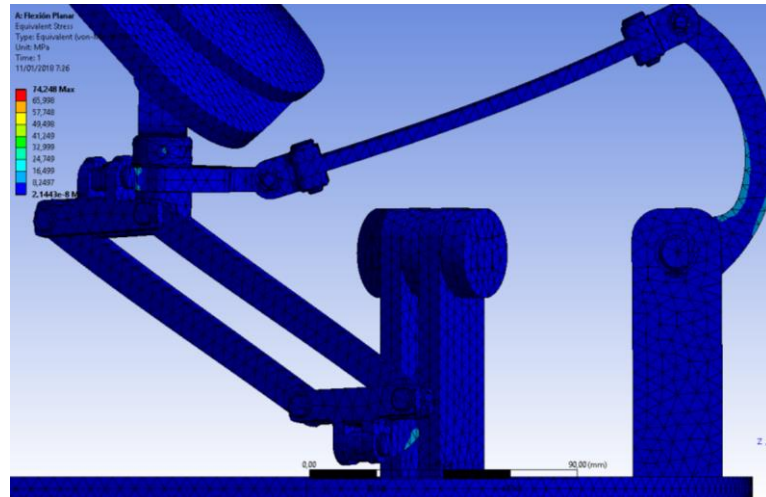


**Figura 38-4:** Tensión elástica equivalente en la posición de flexión-plantar

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS



El esfuerzo equivalente de Von Mises indicado en la figura 39-4 presenta un rango de valores de  $2,1443 \times 10^{-8} \text{ MPa}$  como valor mínimo y  $74,25 \text{ MPa}$  como valor máximo, recalcar que el valor mínimo equivalente del esfuerzo de Von Mises se presenta en la mayor parte del sistema de robots paralelos tipo delta y comparando son el  $S_{y_{aluminio}} = 121 \text{ MPa}$ , cumple con el rango.

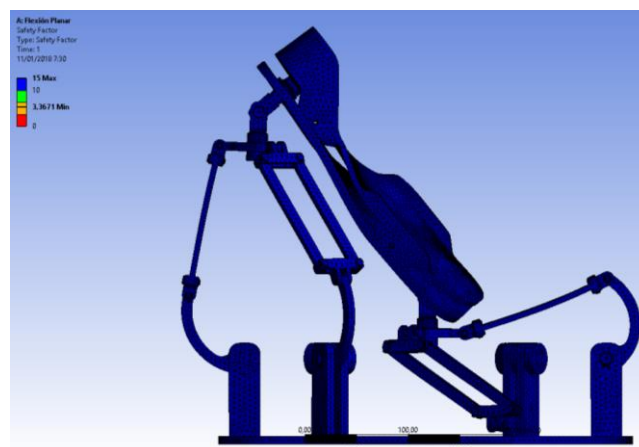


**Figura 39-4:** Esfuerzo equivalente de Von Mises

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

Para comprender que el sistema cumple con la necesaria seguridad en la resistencia que presenta el sistema robótico, se realiza un análisis del factor de seguridad con el cual se determina que corresponde a un rango de valores que garanticen el diseño del sistema robótico.

En la figura 40-4 se observa el intervalo de valores obtenidos para el factor de seguridad del sistema robótico, el cual ayuda a la validación del diseño.



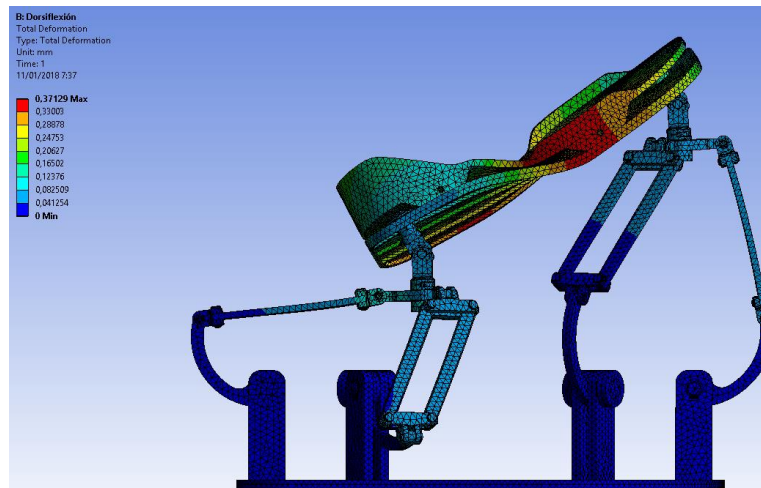
**Figura 40-4:** Factor de seguridad

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

El rango de valores para el factor de seguridad corresponde a los valores dados de 3,3671 como valor mínimo y 15 como valor máximo, los cuales garantizan el diseño correcto

para la posición de flexión-plantar. El análisis de resistencia realizado en esta parte cumple con la validación del diseño, posteriormente se muestra un análisis de resistencia para otra posición de rehabilitación.

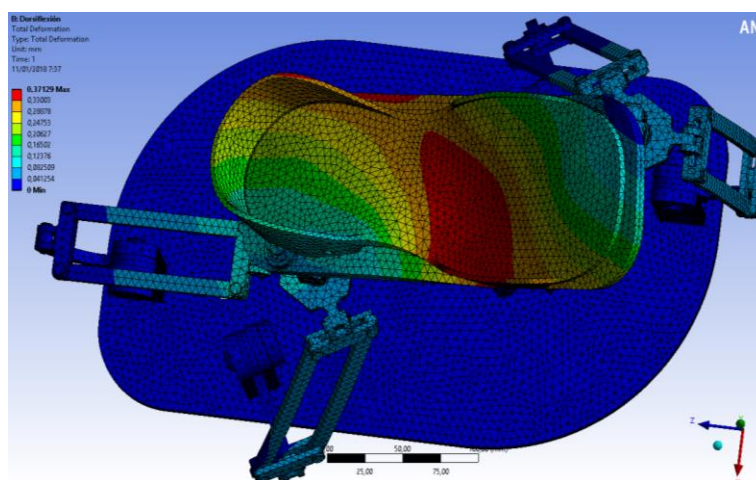
*Análisis de resistencia para dorsiflexión:* Es el análisis en la posición de rehabilitación para el movimiento de *Dorsiflexión*, en la figura 41-4 se observa el análisis en esta posición con una carga aplicada de 120 N en la plataforma.



**Figura 41-4:** Análisis de resistencia en dorsiflexión

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

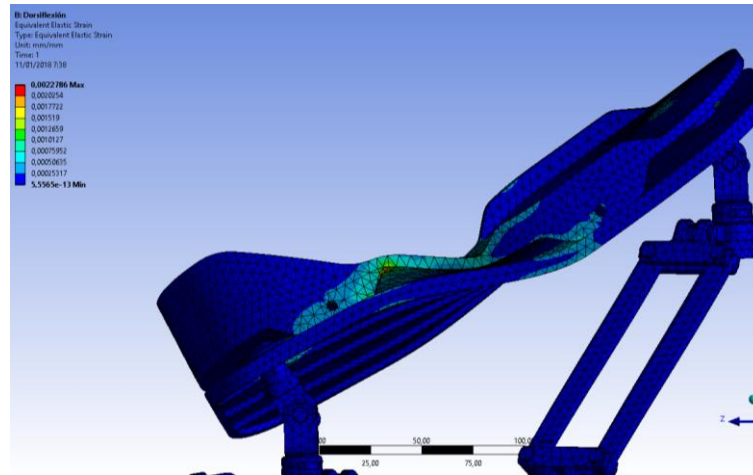
Con el análisis realizado se determina la máxima deformación producida en la posición de *dorsiflexión* la cual es de  $0,37129 \text{ mm}$ , en la figura 42-4 se observa el análisis en la deformación para la posición de *dorsiflexión* del sistema. Al comparar este valor con  $L/360 = 0,24/360 = 0,666 \text{ mm}$ , el valor de la deformación está en el rango (ANSI/AISC 360-10, pp. 440).



**Figura 42-4:** Deformación máxima en la posición de dorsiflexión

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

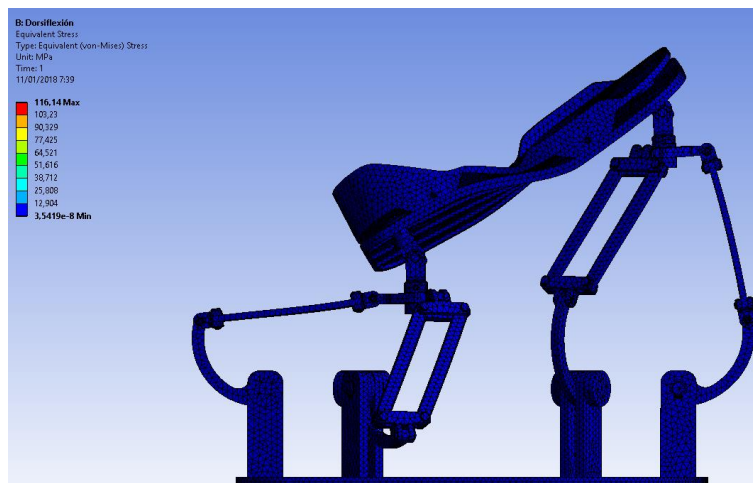
Con el análisis también se obtiene un valor de tensión elástica equivalente que se encuentra en los siguientes rangos  $5,5565 \times 10^{-13} \frac{mm}{mm}$  como valor mínimo y  $2,2786 \times 10^{-3} \frac{mm}{mm}$  como valor máximo como se muestra en la figura 43-4 donde se puede apreciar valores mínimos y máximos de la tensión elástica equivalente de acuerdo al estudio analítico.



**Figura 43-4:** Tensión elástica equivalente en la posición de dorsiflexión

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

El esfuerzo equivalente de Von Mises indicado en la figura 44-4 presenta un rango de valores de  $3,542 \times 10^{-8} MPa$  como valor mínimo y  $116,14 MPa$  como valor máximo, recalcar que el valor mínimo equivalente del esfuerzo de Von Mises se presenta en la mayor parte del sistema de robots paralelos tipo delta.



**Figura 44-4:** Esfuerzo equivalente de Von Mises

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

Para comprender que el sistema cumple con la necesaria seguridad en la resistencia que presenta el sistema robótico, se realiza un análisis del factor de seguridad y se determina que corresponde a un rango de valores que garanticen el diseño del sistema robótico.

En la figura 45-4 se observa el intervalo de valores obtenidos para el factor de seguridad del sistema robótico, el cual ayuda a la validación del diseño.

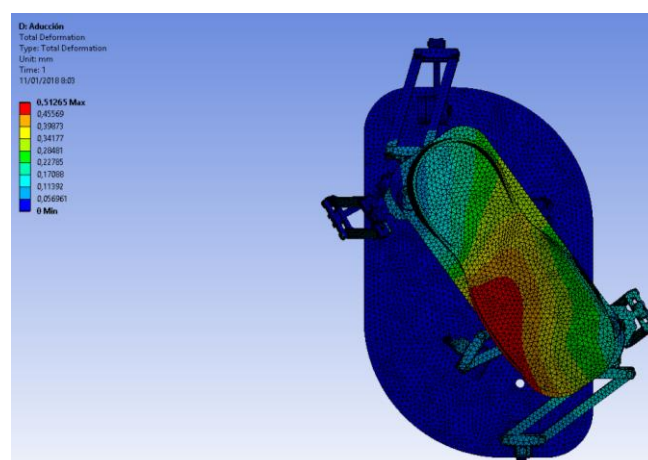


**Figura 45-4:** Factor de seguridad

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

El rango de valores para el factor de seguridad corresponde a los valores dados de 2,1526 como valor mínimo y 15 como valor máximo, los cuales garantizan el diseño correcto para la posición de dorsiflexión. El análisis de resistencia realizado en esta parte cumple con la validación del diseño, posteriormente se muestra un análisis de resistencia para otra posición de rehabilitación.

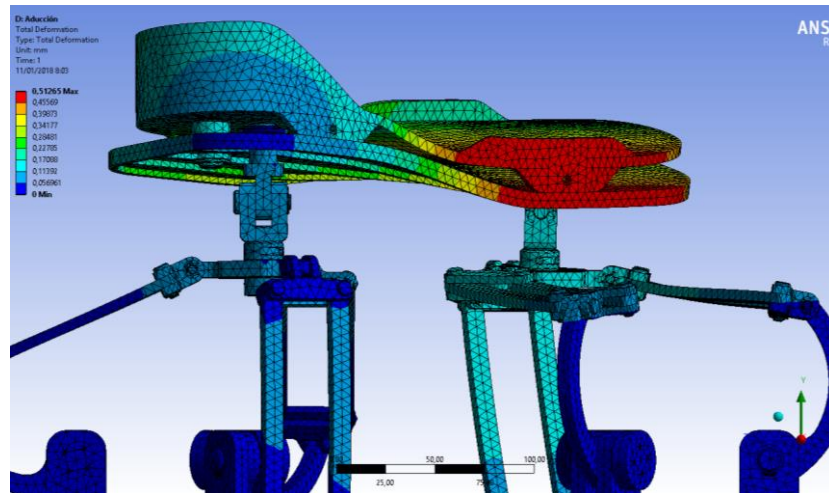
*Análisis de resistencia para aducción:* Es el análisis en la posición de rehabilitación para el movimiento de *aducción*, en la figura 46-4 se observa el análisis en esta posición con una carga aplicada de 120 N en la plataforma.



**Figura 46-4:** Análisis de resistencia en aducción

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

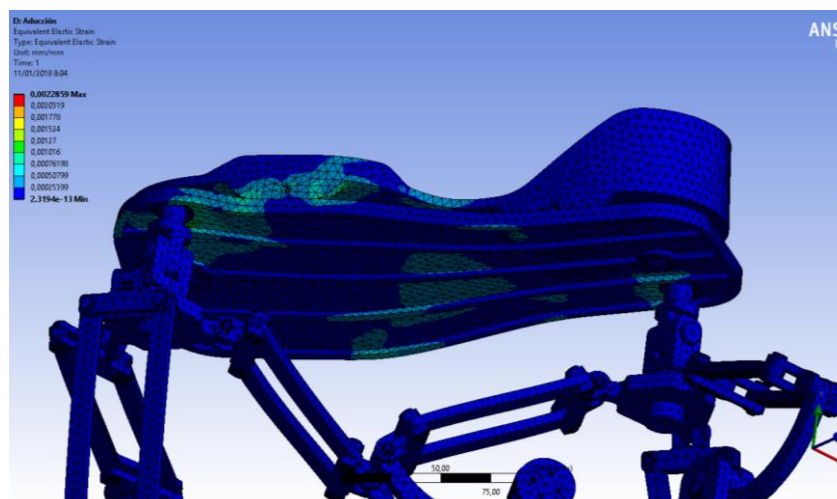
Con el análisis realizado se determina la máxima deformación producida en la posición de *aducción* la cual es de  $0,51265 \text{ mm}$ , en la figura 47-4 se observa el análisis en la deformación para la posición de *aducción* del sistema robótico. Al comparar este valor con  $\frac{L}{360} = \frac{0,24}{360} = 0,666 \text{ mm}$ , el valor de la deformación está en el rango (ANSI/AISC 360-10, pp. 440).



**Figura 47-4:** Deformación máxima en la posición de aducción

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

Con el análisis también se obtiene un valor de tensión elástica equivalente que se encuentra en los siguientes rangos  $2,3194 \times 10^{-13} \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$  como valor mínimo y  $2,2859 \times 10^{-3} \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$  como valor máximo como se muestra en la figura 48-4 donde se puede apreciar valores mínimos y máximos de la tensión elástica equivalente de acuerdo al estudio analítico.



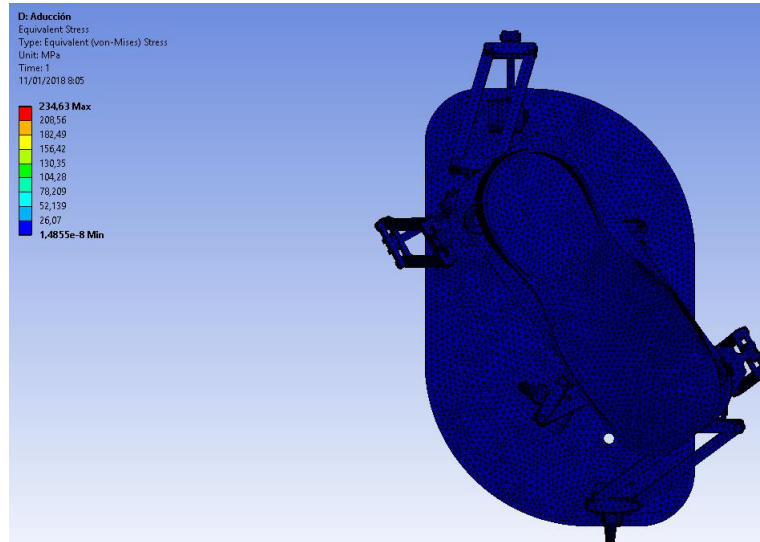
**Figura 48-4:** Tensión elástica equivalente en la posición de aducción

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

El esfuerzo equivalente de Von Mises indicado en la figura 49-4 presenta un rango de valores de  $1,485 \times 10^{-8} \text{ MPa}$  como valor mínimo y  $234,63 \text{ MPa}$  como valor máximo, recalcar que el



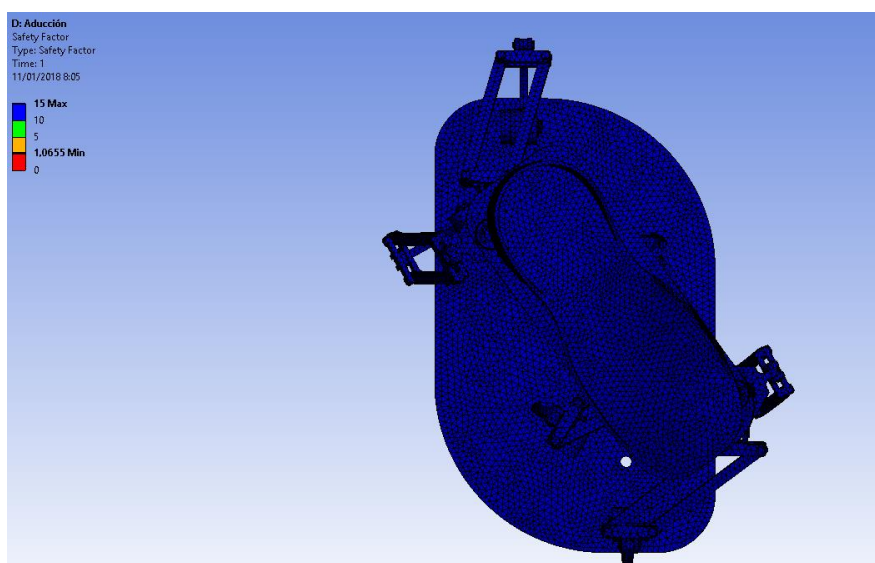
valor mínimo equivalente del esfuerzo de Von Mises se presenta en la mayor parte del sistema de robots paralelos tipo delta. Para comprender que el sistema cumple con la necesaria seguridad en la resistencia que presenta el sistema robótico, se realiza un análisis del factor de seguridad y se determina que corresponde a un rango de valores que garanticen el diseño del sistema robótico.



**Figura 49-4:** Esfuerzo equivalente de Von Mises

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

En la figura 50-4 se observa el intervalo de valores obtenidos para el factor de seguridad del sistema robótico, el cual ayuda a la validación del diseño. El rango de valores para el factor de seguridad corresponde a los valores dados de 1,0655 como valor mínimo y 15 como valor máximo, los cuales garantizan el diseño correcto para la posición de aducción.

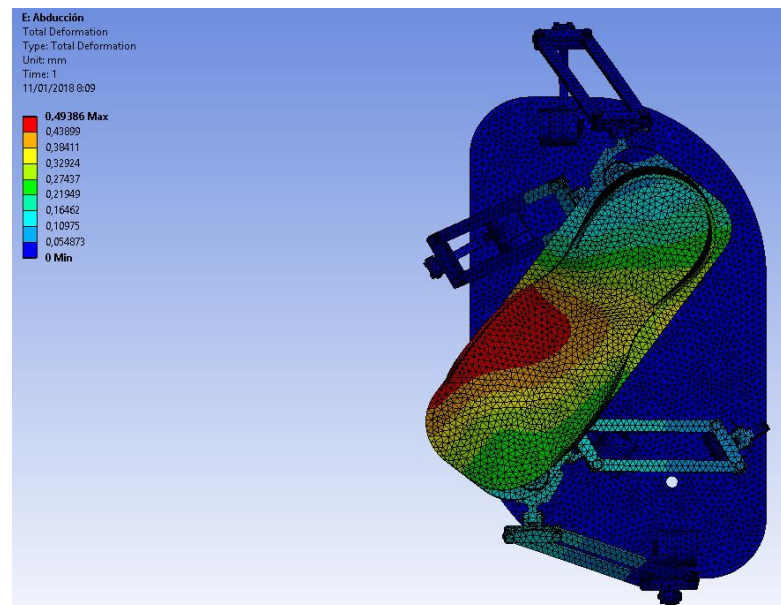


**Figura 50-4:** Factor de seguridad

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

El análisis de resistencia realizado en esta parte cumple con la validación del diseño, posteriormente se muestra un análisis de resistencia para otra posición de rehabilitación. Como el factor de seguridad 1,0655 es el más bajo, se han rediseñado los elementos más críticos como es el caso de la planta y el sujetador, los cuales serán construidos de PC (policarbonato). Al aumentar un milímetro de espesor en cada uno, y reforzar el sujetador con seis nervios como se muestran en los planos (ver anexos), se ha logrado duplicar el factor de seguridad y reducir a la mitad la deformación máxima.

*Análisis de resistencia para abducción:* Es el análisis en la posición de rehabilitación para el movimiento de *abducción*, en la figura 51-4 se observa el análisis en esta posición con una carga aplicada de 120 N en la plataforma.

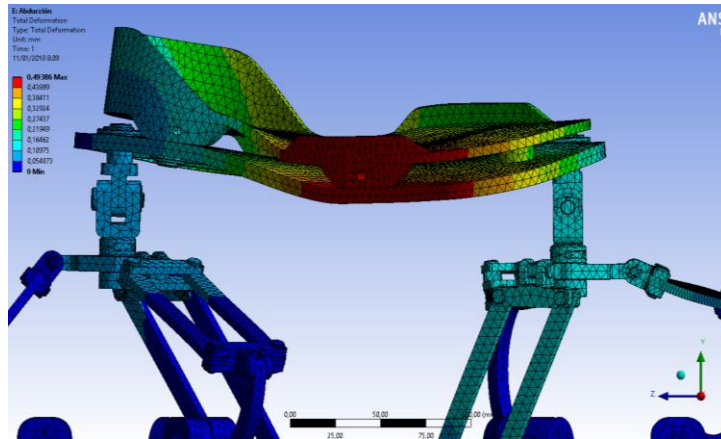


**Figura 51-4:** Análisis de resistencia en abducción

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

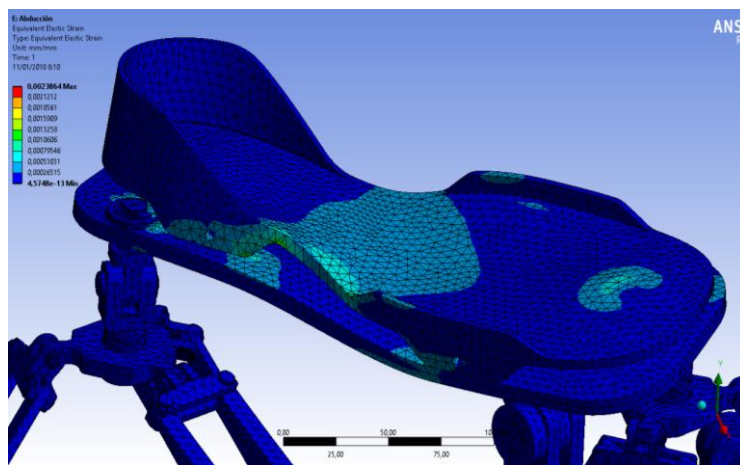
Con el análisis se determina la máxima deformación producida en la posición de *abducción* la cual es de  $0,49386 \text{ mm}$ , en la figura 52-4 se observa el análisis en la deformación para la posición de *abducción* del sistema robótico. Al comparar este valor con  $\frac{L}{360} = \frac{0,24}{360} = 0,666 \text{ mm}$ , el valor de la deformación está en el rango (ANSI/AISC 360-10, pp. 440).

Con el análisis también se obtiene un valor de tensión elástica equivalente que se encuentra en los siguientes rangos  $4,4758 \times 10^{-13} \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$  como valor mínimo y  $2,3864 \times 10^{-3} \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$  como valor máximo como se muestra en la figura 53-4 donde se puede apreciar valores mínimos y máximos de la tensión elástica equivalente de acuerdo al estudio analítico.



**Figura 52-4:** Deformación máxima en la posición de abducción

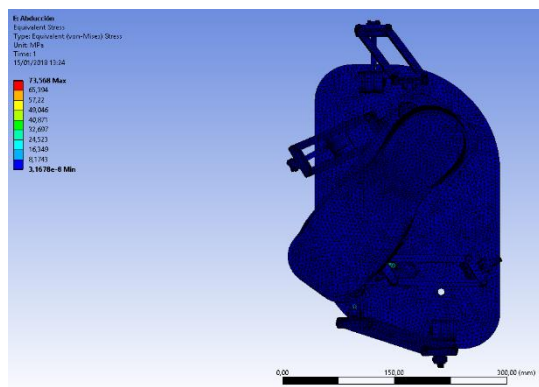
Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS



**Figura 53-4:** Tensión elástica equivalente en la posición de abducción

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

El esfuerzo equivalente de Von Mises indicado en la figura 54-4 presenta un rango de valores de  $3,168 \times 10^{-8} \text{ MPa}$  como valor mínimo y  $73,568 \text{ MPa}$  como valor máximo, recalcar que el valor mínimo equivalente del esfuerzo de Von Mises se presenta en la mayor parte del sistema de robots paralelos tipo delta.

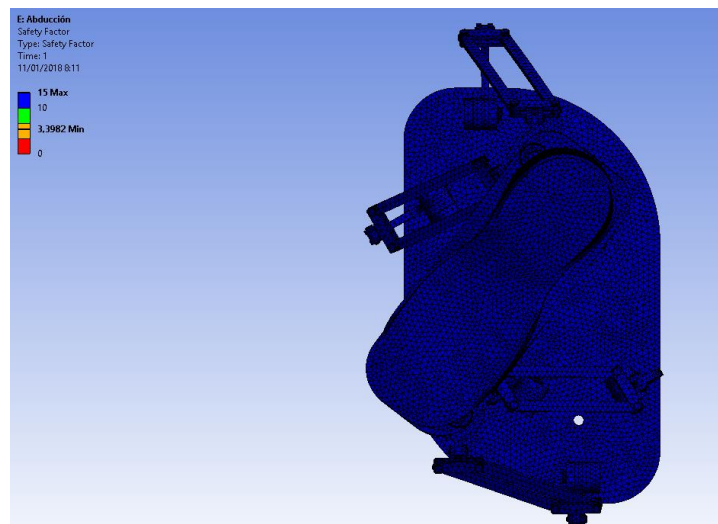


**Figura 54-4:** Esfuerzo equivalente de Von Mises

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS



Se realiza un análisis del factor de seguridad y se determina que corresponde a un rango de valores que garanticen el diseño del sistema robótico. En la figura 55-4 se observa el intervalo de valores obtenidos para el factor de seguridad del sistema robótico, el cual ayuda a la validación del diseño. El rango de valores para el factor de seguridad corresponde a los valores dados de 3,3982 como valor mínimo y 15 como valor máximo, los cuales garantizan el diseño correcto para la posición de abducción.

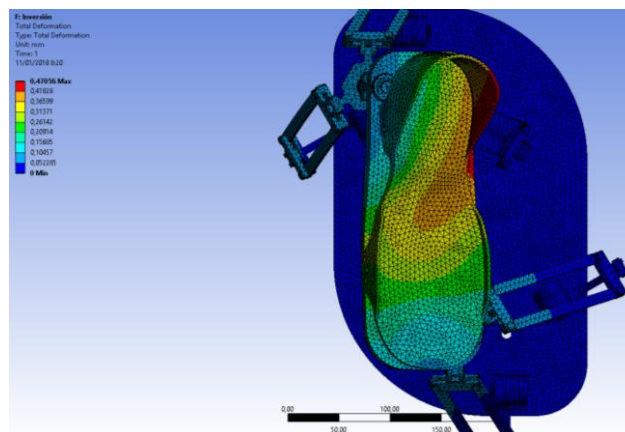


**Figura 55-4:** Factor de seguridad

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

El análisis de resistencia realizado en esta parte cumple con la validación del diseño, posteriormente se muestra un análisis de resistencia para otra posición de rehabilitación.

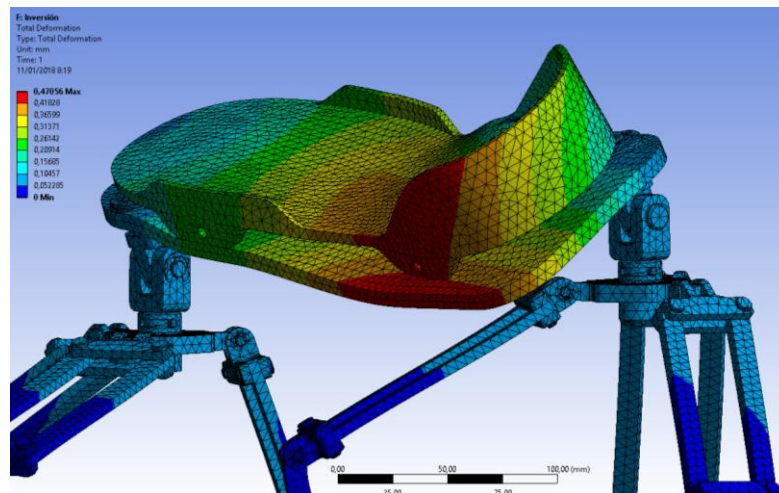
*Análisis de resistencia para eversión:* Es el análisis en la posición de rehabilitación para el movimiento de *eversión*, en la figura 56-4 se observa el análisis en esta posición con una carga aplicada de 120 N en la plataforma.



**Figura 56-4:** Análisis de resistencia en eversión

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

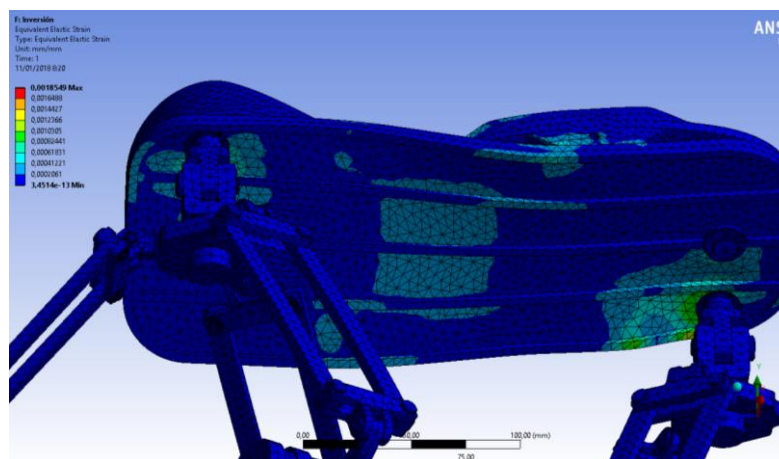
Con el análisis realizado se determina la máxima deformación producida en la posición de *eversión* la cual es de  $0,47056 \text{ mm}$  , en la figura 57-4 se observa el análisis en la deformación para la posición de *eversión* del sistema robótico. Al comparar este valor con  $L/360 = 0,24/360 = 0,666 \text{ mm}$ , el valor de la deformación está en el rango (ANSI/AISC 360-10, pp. 440).



**Figura 57-4:** Deformación máxima en la posición de eversión

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

Con el análisis también se obtiene un valor de tensión elástica equivalente que se encuentra en los siguientes rangos  $3,4514 \times 10^{-13} \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$  como valor mínimo y  $1,8549 \times 10^{-3} \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$  como valor máximo como se muestra en la figura 58-4 donde se puede apreciar valores mínimos y máximos de la tensión elástica equivalente de acuerdo al estudio analítico.

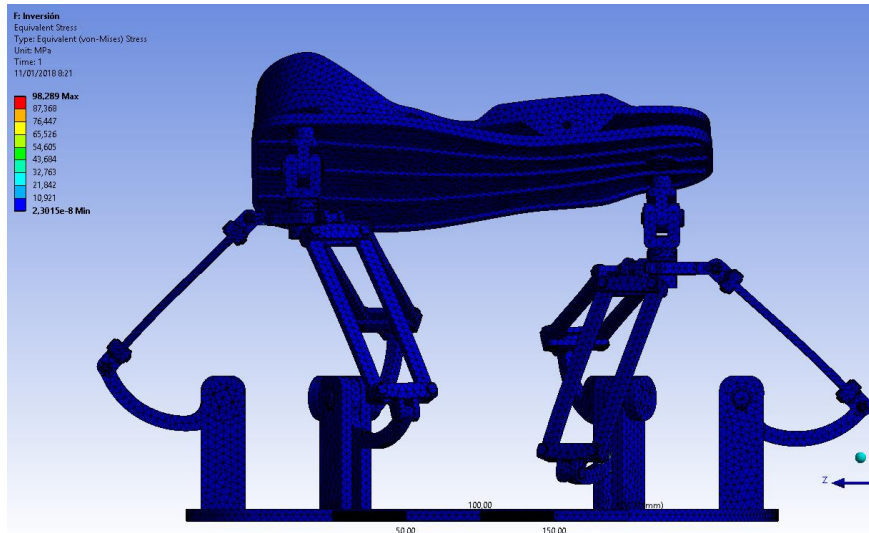


**Figura 58-4:** Tensión elástica equivalente en la posición de eversión

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

El esfuerzo equivalente de Von Mises indicado en la figura 59-4 presenta un rango de valores de  $2,302 \times 10^{-8} \text{ MPa}$  como valor mínimo y  $98,289 \text{ MPa}$  como valor máximo, recalcar que el valor mínimo equivalente del esfuerzo de Von Mises se presenta en la mayor parte del sistema de

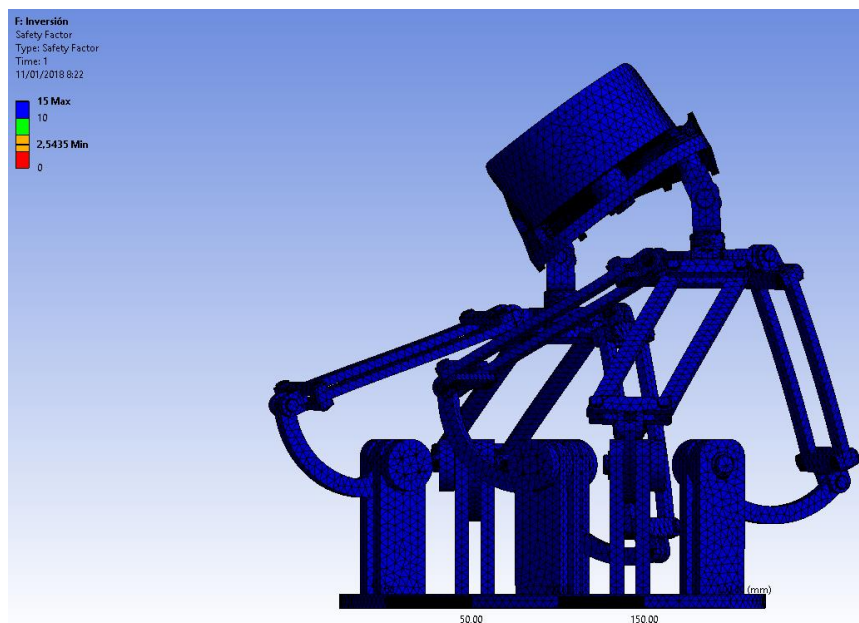
robots paralelos tipo delta. Para comprender que el sistema cumple con la necesaria seguridad en la resistencia que presenta el sistema robótico, se procede a realizar un análisis del factor de seguridad y se determina que corresponde a un rango de valores que garanticen el diseño del sistema robótico. En la figura 60-4 se observa el intervalo de valores obtenidos para el factor de seguridad del sistema robótico, el cual ayuda a la validación del diseño.



**Figura 59-4:** Esfuerzo equivalente de Von Mises

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

El rango de valores para el factor de seguridad corresponde a los valores dados de 3,3982 como valor mínimo y 15 como valor máximo, los cuales garantizan el diseño correcto para la posición de eversión.



**Figura 60-4:** Factor de seguridad

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. ANSYS

### *Conclusión del análisis de resistencia mecánica.*

El análisis de resistencia realizado en esta parte cumple con la validación del diseño, la *máxima deformación* encontrada en el estudio de las diferentes posiciones en el proceso de rehabilitación es de  $0,51265 \text{ mm}$  en la posición de *aducción* en la planta, comparando este valor con  $\frac{L}{360} = \frac{0,24}{360} = 0,666 \text{ mm}$ , el valor de la deformación está dentro del rango (ANSI/AISC 360-10, pp. 440).

Una regla empírica para medir la deformación es que no deba exceder de 0,01 in por cada pie de longitud entre soportes (FAIRES, 1995, pp. 351). La deformación encontrada en los eslabones es de  $0,11392 \text{ mm}$ , con una longitud de  $140 \text{ mm}$  comparando este valor con  $0,254 \text{ mm}$  de deformación en  $304.8 \text{ mm}$  de longitud, el valor de la deformación está dentro del rango máximo permisible que es de  $0,1166 \text{ mm}$ .

Los ejes y brazos no sufren ninguna deformación en todas las posiciones de rehabilitación. El máximo valor para el *esfuerzo equivalente de Von Mises* es de  $234,63 \text{ MPa}$  en la posición de *aducción*, recalcar que este valor se presenta en áreas muy pequeñas del sistema robótico, la mayor parte de áreas en todas las posiciones analizadas presentan valores pequeños para el *esfuerzo equivalente de Von Mises* teniendo como valor significativo  $3,542 \times 10^{-8} \text{ MPa}$  en la posición de *dorsiflexión*, comparando con el  $S_{y \text{ aluminio}} = 121 \text{ MPa}$ , el valor del *esfuerzo equivalente de Von Mises* está dentro del rango en la mayor parte de áreas.

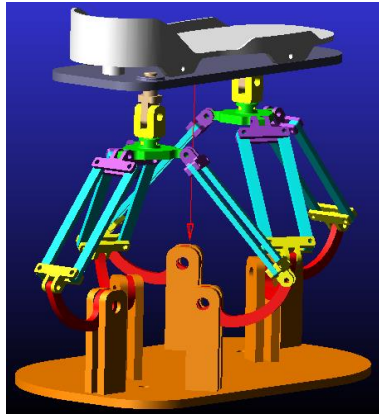
En cuanto al factor de seguridad encontrado el valor varía desde  $1,0655$  hasta  $15$ , recalcando que en casi todas las áreas y en todas las posiciones analizadas se presenta el valor de  $15$ . Como el factor de seguridad  $1,0655$  es el más bajo, se han rediseñado los elementos más críticos como es el caso de la planta y el sujetador, los cuales serán construidos de PC (policarbonato). Al aumentar un milímetro de espesor en cada uno, y reforzar el sujetador con seis nervios como se muestran en los planos (ver anexos), se ha logrado duplicar el factor de seguridad y reducir a la mitad la deformación máxima.

#### **4.4 Análisis dinámico**

En esta parte del estudio se realiza la dinámica del sistema en donde el objetivo es determinar el tipo de torque que experimenta cada motor al momento de realizar el movimiento de rehabilitación, se analizan todos los movimientos para poder seleccionar los actuadores en función de la carga que soporta el sistema robótico.

#### 4.4.1 Análisis dinámico dorsiflexión y flexión plantar

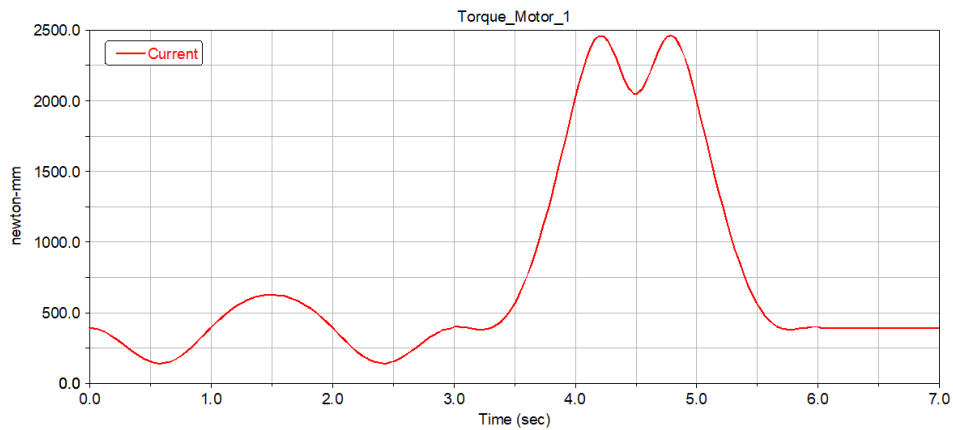
Muestra la combinación de movimientos con una carga de 120 N verticalmente aplicada en la plataforma como se puede apreciar en la figura 61-4 en donde se muestra la carga aplicada como una representación del peso de la extremidad.



**Figura 61-4:** Análisis dinámico con carga de 120 N

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS

El torque en función del tiempo del *motor\_1* se muestra en la gráfica 12-4 para el movimiento combinado de dorsiflexión y flexión plantar.

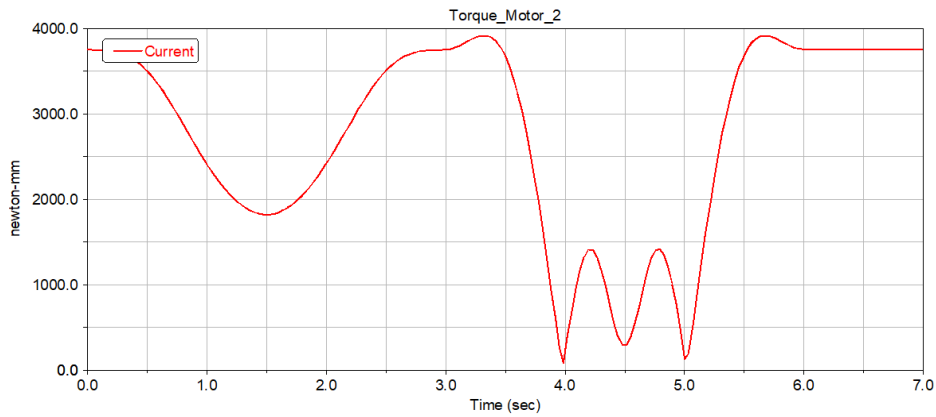


**Gráfica 12-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_1*

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS

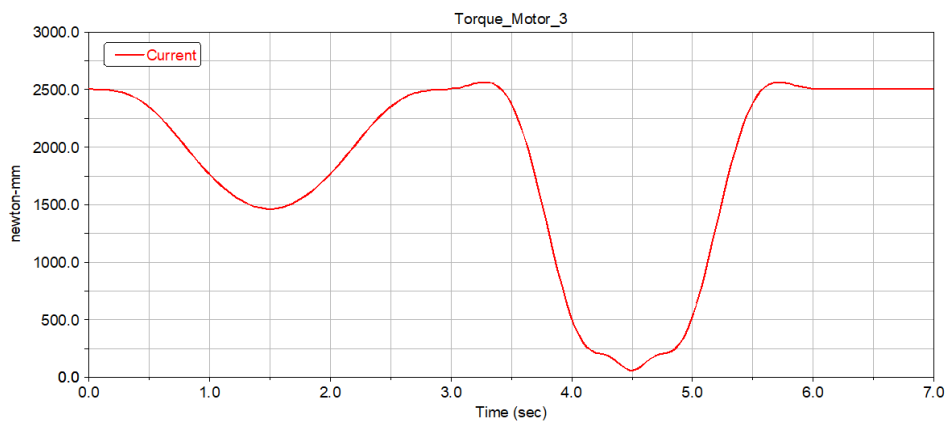
El torque en función del tiempo del *motor\_2* se muestra en la gráfica 13-4 para el movimiento combinado de dorsiflexión y flexión plantar.

El torque en función del tiempo del *motor\_3* se muestra en la gráfica 14-4 para el movimiento combinado de dorsiflexión y flexión plantar.



**Gráfica 13-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_2*

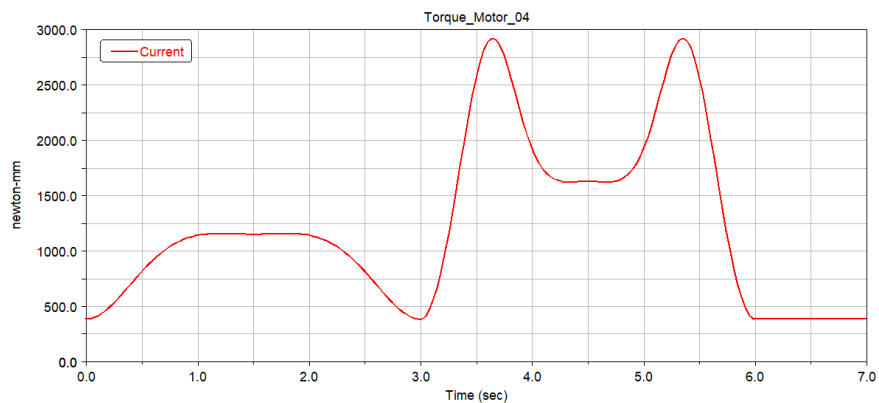
Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS



**Gráfica 14-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_3*

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS

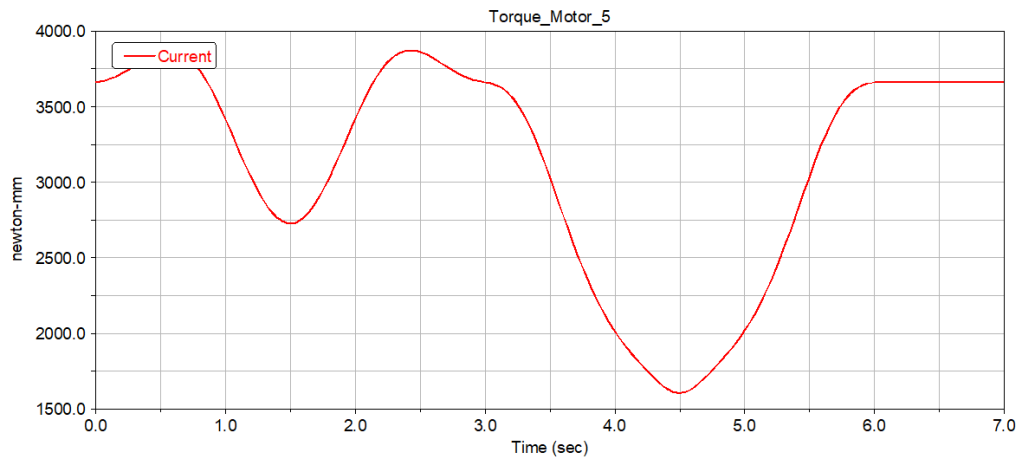
El torque en función del tiempo del *motor\_4* se muestra en la gráfica 15-4 para el movimiento combinado de dorsiflexión y flexión plantar.



**Gráfica 15-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_4*

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS

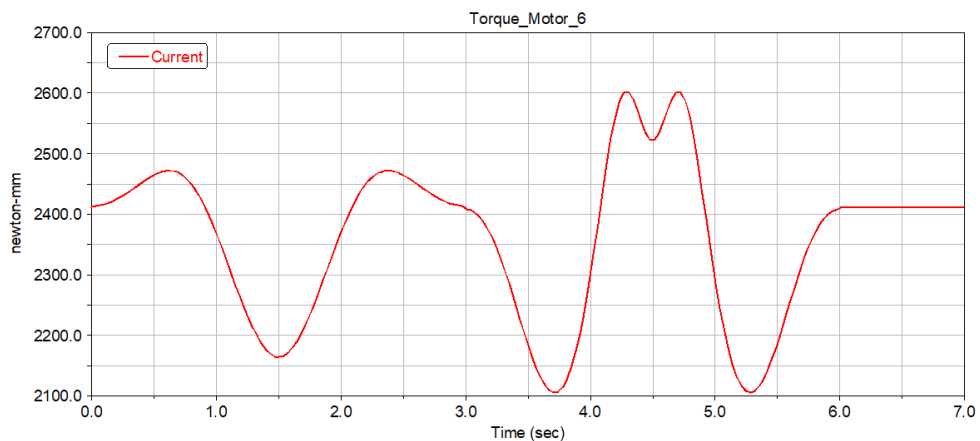
El torque en función del tiempo del *motor\_5* se muestra en la gráfica 16-4 para el movimiento combinado de dorsiflexión y flexión plantar.



**Gráfica 16-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_5*

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS

El torque en función del tiempo del *motor\_6* se muestra en la *gráfica 17-4* para el movimiento combinado de dorsiflexión y flexión plantar.



**Gráfica 17-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_6*

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS

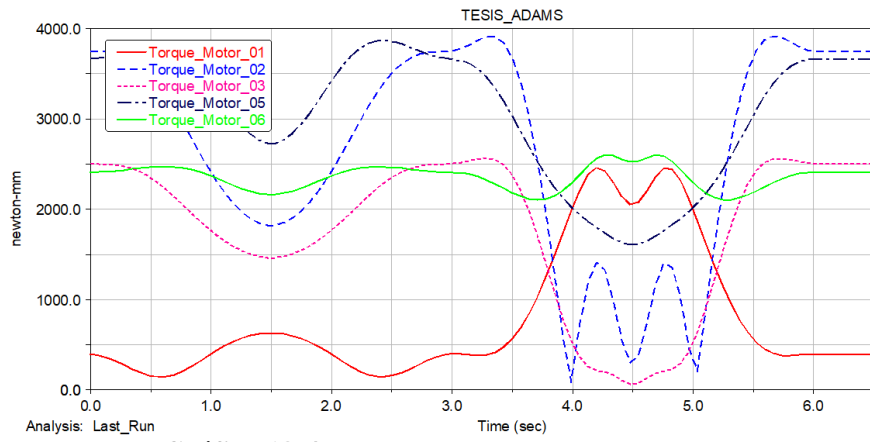
Las curvas de los motores se pueden apreciar en una sola *gráfica 18-4* en donde se observan los picos máximos de torque para realizar este tipo de movimiento, el análisis muestra la interacción de todos los momentos en los motores con respecto al tiempo transcurrido.

La interacción de las curvas con el movimiento de rehabilitación se puede apreciar en la figura 62-4, mostrando el movimiento de rehabilitación.

La interacción de las curvas con el movimiento de rehabilitación se puede apreciar en la figura 63-4, se observa el movimiento de rehabilitación en la posición de flexión plantar, mediante el análisis realizado se puede determinar el valor del máximo torque alcanzado en el proceso de

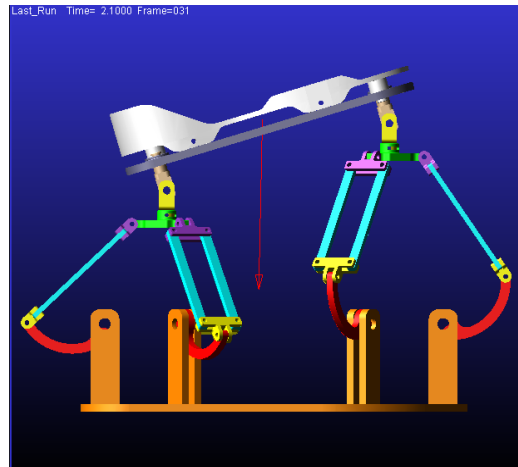
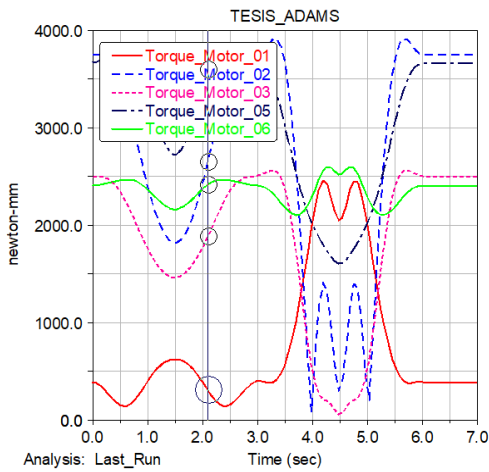


rehabilitación para esta combinación de estos dos movimientos, los resultados se muestran a continuación.



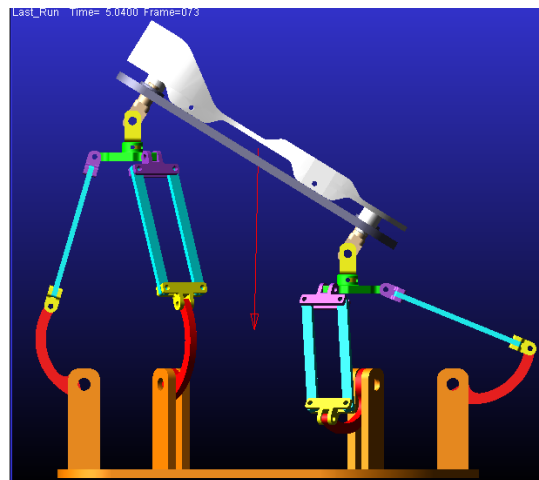
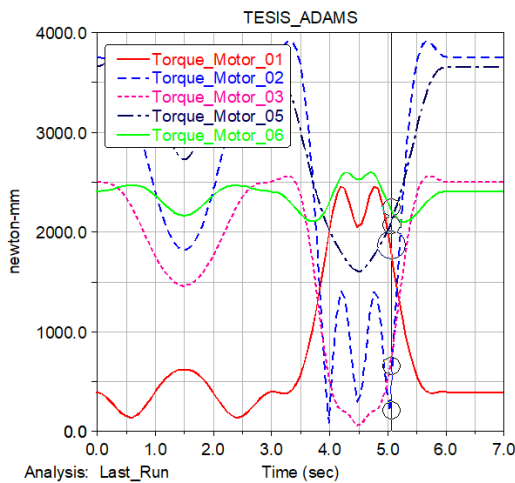
**Gráfica 18-4:** Curvas de torque de los motores

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS



**Figura 62-4:** Interacción de las curvas con el movimiento

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS



**Figura 63-4:** Interacción de las curvas con el movimiento

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS



Resultados del análisis dinámico para la combinación de *dorsiflexión* y *flexión plantar*, los *valores máximos de torque* para cada motor son:

*Motor 1* = 2460,8483 *N.mm*

*Motor 4* = 2921,6854 *N.mm*

*Motor 2* = 3918,4802 *N.mm*

*Motor 5* = 3871,9924 *N.mm*

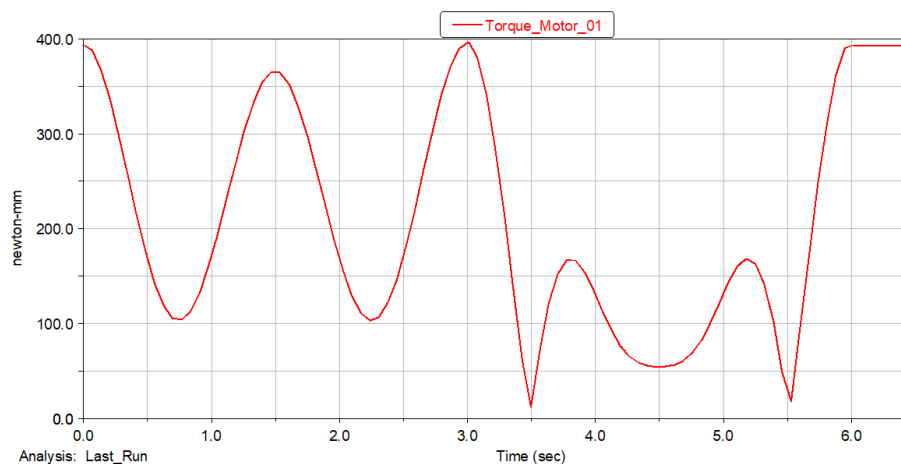
*Motor 3* = 2566,2187 *N.mm*

*Motor 6* = 2601,4524 *N.mm*

El máximo valor obtenido es de 3918,4802 *N.mm* para la combinación de los dos movimientos, el valor se comparará con los siguientes análisis.

#### 4.4.2 Análisis dinámico abducción y aducción

Muestra la combinación de movimientos con una carga de 120 N verticalmente aplicada. El *torque* en función del *tiempo* del *motor\_1* se muestra en la *gráfica 19-4* para el movimiento combinado de abducción y aducción.



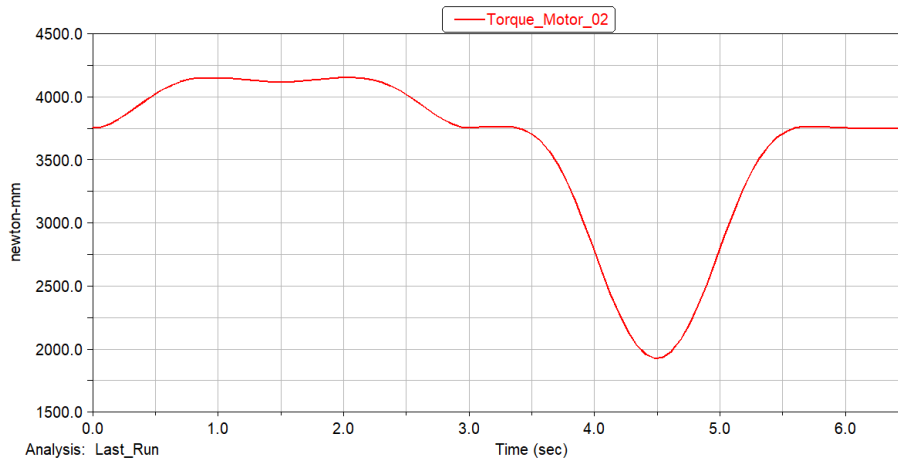
**Gráfica 19-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_1*

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS

El *torque* en función del *tiempo* del *motor\_2* se muestra en la *gráfica 20-4* para el movimiento combinado de abducción y aducción.

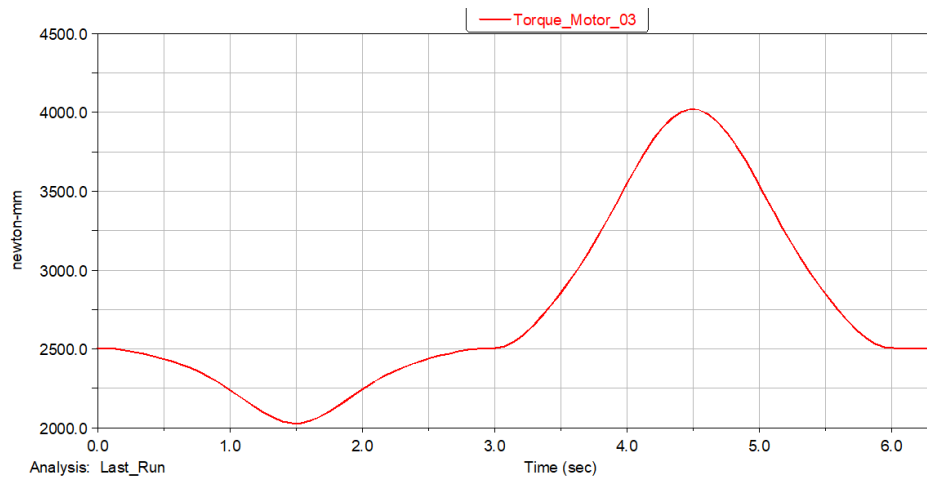
El *torque* en función del *tiempo* del *motor\_3* se muestra en la *gráfica 21-4* para el movimiento combinado de abducción y aducción.

El *torque* en función del *tiempo* del *motor\_4* se muestra en la *gráfica 22-4* para el movimiento combinado de abducción y aducción.



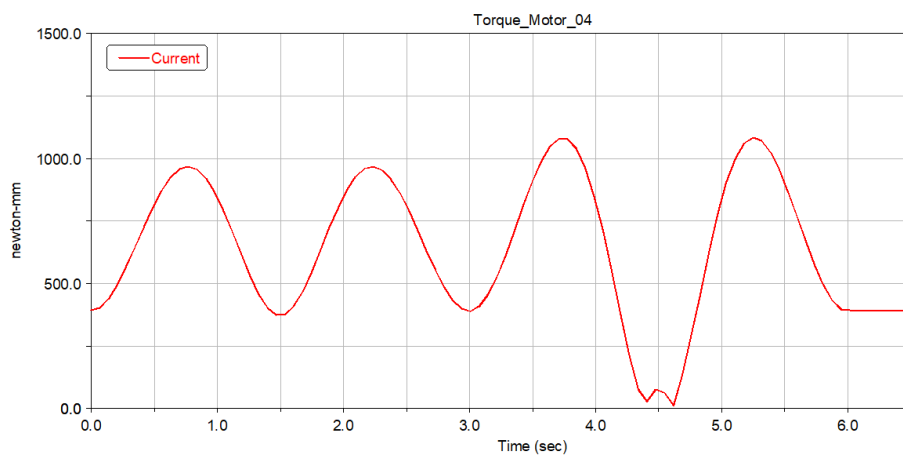
**Gráfica 20-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_2*

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS



**Gráfica 21-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_3*

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS

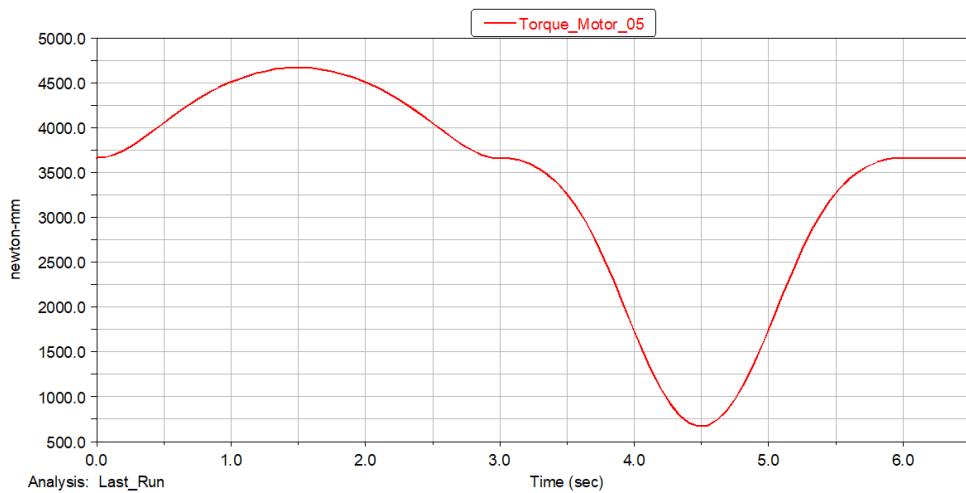


**Gráfica 22-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_4*

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC ADAMS

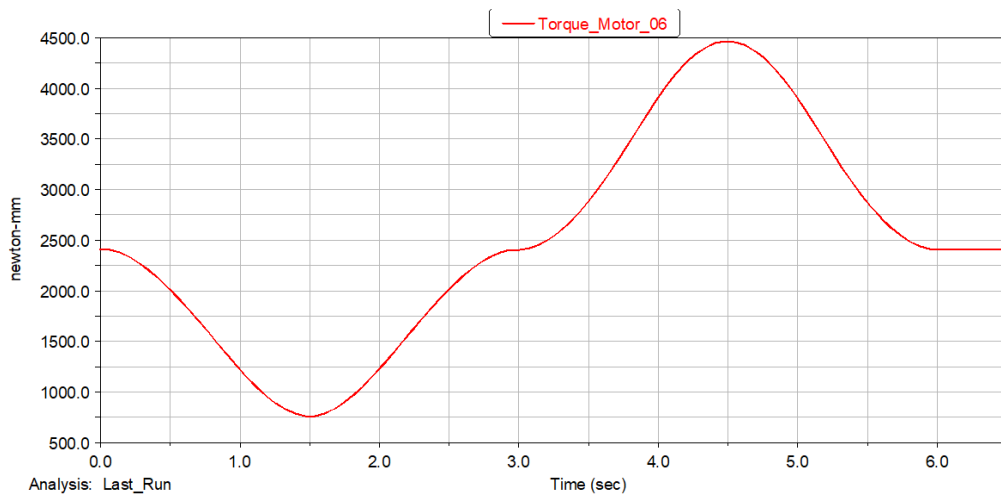
El torque en función del tiempo del *motor\_5* se muestra en la gráfica 23-4 para el movimiento combinado de abducción y aducción.

El torque en función del tiempo del motor\_6 se muestra en la gráfica 24-4 para el movimiento combinado de abducción y aducción.



**Gráfica 23-4:** Torque en función del tiempo del motor\_5

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS



**Gráfica 24-4:** Torque en función del tiempo del motor\_6

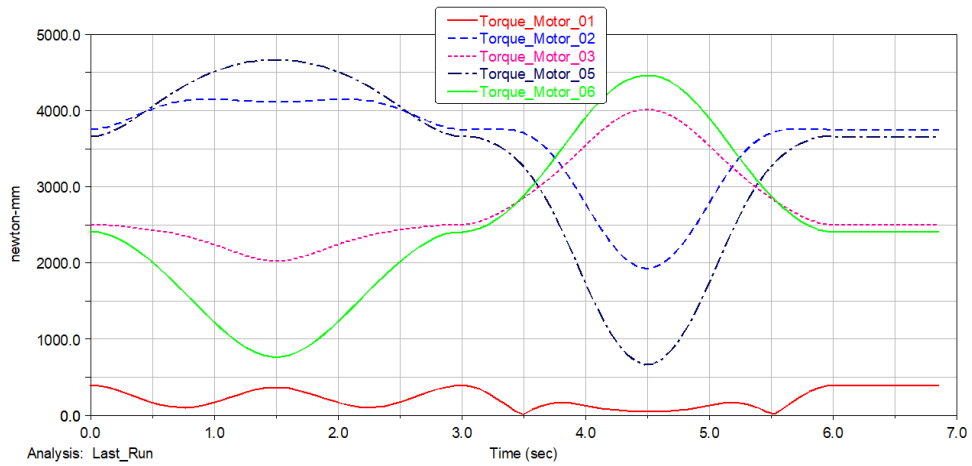
Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC DAMS

Las curvas de los motores se pueden apreciar en una sola gráfica 25-4 en donde se observan los picos máximos de torque para realizar este tipo de movimiento.

La interacción de las curvas con el movimiento de rehabilitación se puede apreciar en la figura 64-4, mostrando el movimiento de rehabilitación.

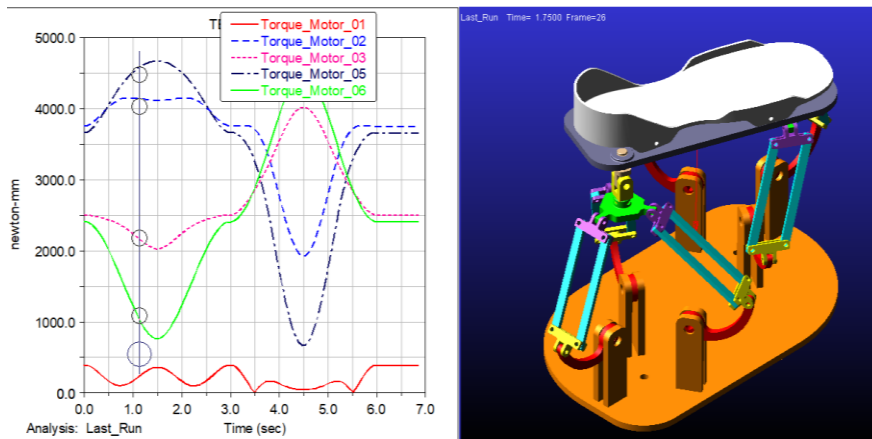
La interacción de las curvas con el movimiento de rehabilitación se puede apreciar en la figura 65-4, mostrando el movimiento de rehabilitación en la posición de flexión plantar, mediante el análisis realizado se determina el valor del máximo torque alcanzado en el proceso de

rehabilitación para esta combinación de estos dos movimientos, los resultados se muestran a continuación.



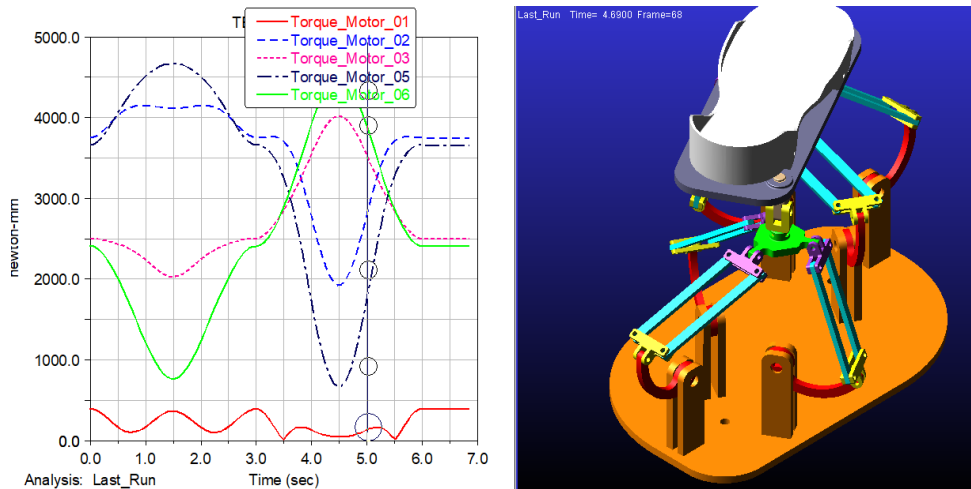
**Gráfica 25-4:** Curvas de torque de los motores

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS



**Figura 64-4:** Interacción de las curvas con el movimiento

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS



**Figura 65-4:** Interacción de las curvas con el movimiento

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS

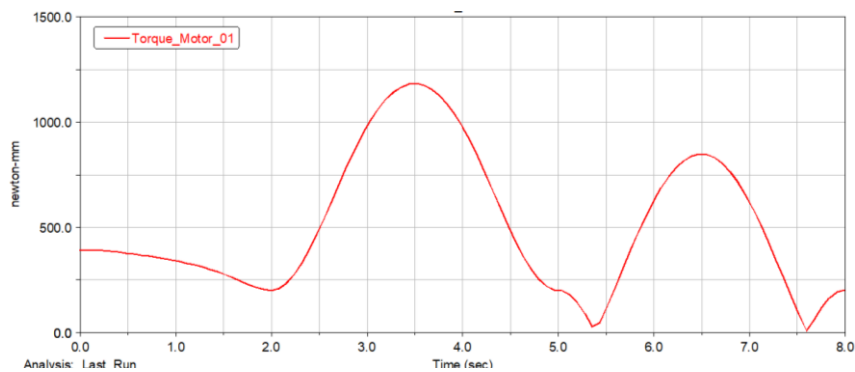
Resultados del análisis dinámico para la combinación de *abducción y aducción*, los *valores máximos de torque* para cada motor son:

<i>Motor 1 = 396,778 N.mm</i>	<i>Motor 4 = 1083,1491 N.mm</i>
<i>Motor 2 = 4153,1045 N.mm</i>	<i>Motor 5 = 4672,7795 N.mm</i>
<i>Motor 3 = 4020,0224 N.mm</i>	<i>Motor 6 = 4464,026 N.mm</i>

El máximo valor obtenido es de 4672,7795 *N.mm* para la combinación de los dos movimientos, el valor se comparará con los siguientes análisis.

#### 4.4.3 *Análisis dinámico inversión y eversión*

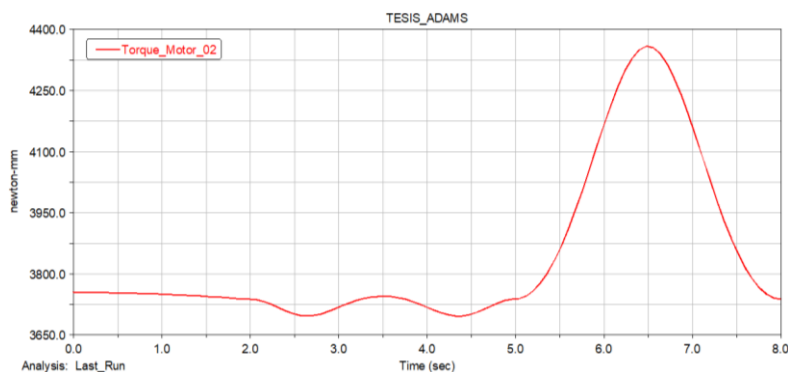
Muestra la combinación de movimientos con una carga de 120 N verticalmente aplicada. El *torque* en función del *tiempo* del *motor\_1* se muestra en la *gráfica 26-4* para el movimiento combinado de inversión y eversión.



**Gráfica 26-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_1*

**Fuente:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS

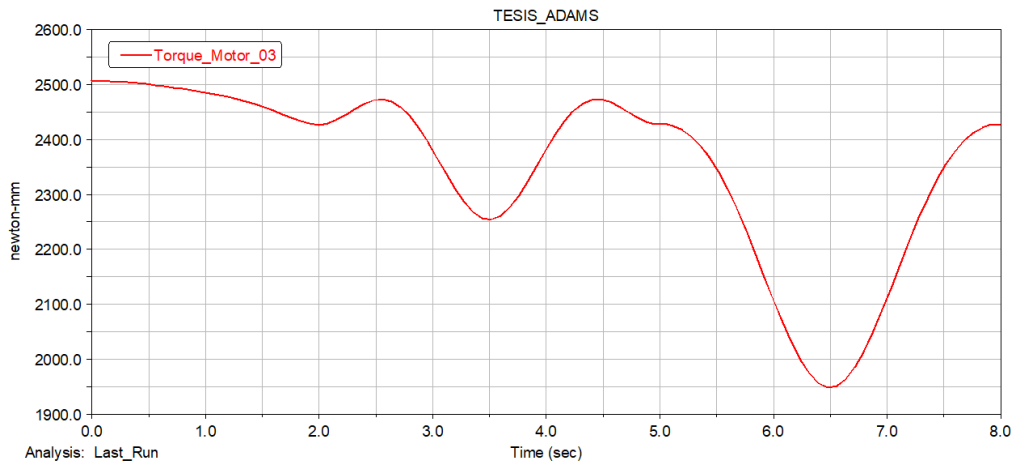
El *torque* en función del *tiempo* del *motor\_2* se muestra en la *gráfica 27-4* para el movimiento combinado de inversión y eversión.



**Gráfica 27-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_2*

**Fuente:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS

El *torque* en función del *tiempo* del *motor\_3* se muestra en la *gráfica 28-4* para el movimiento combinado de inversión y eversión.



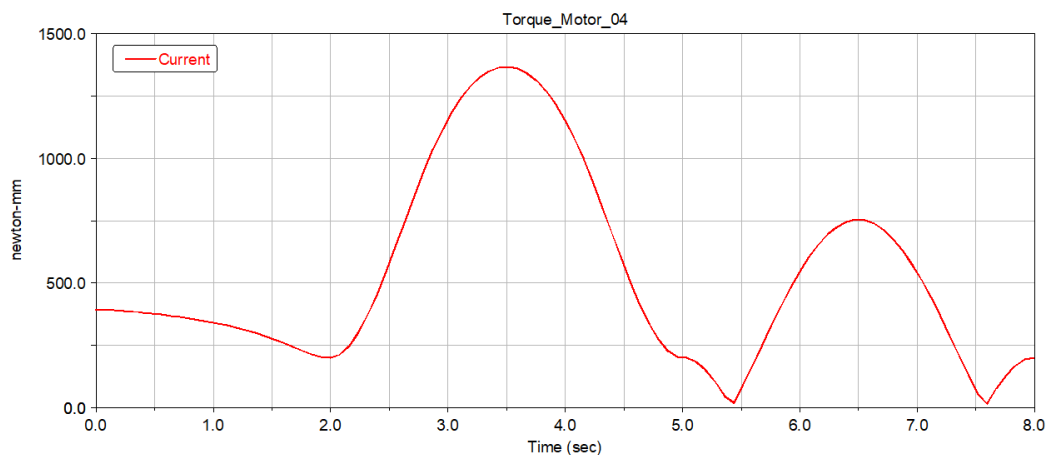
**Gráfica 28-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_3*

**Fuente:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS

El *torque* en función del *tiempo* del *motor\_4* se muestra en la *gráfica 29-4* para el movimiento combinado de inversión y eversión.

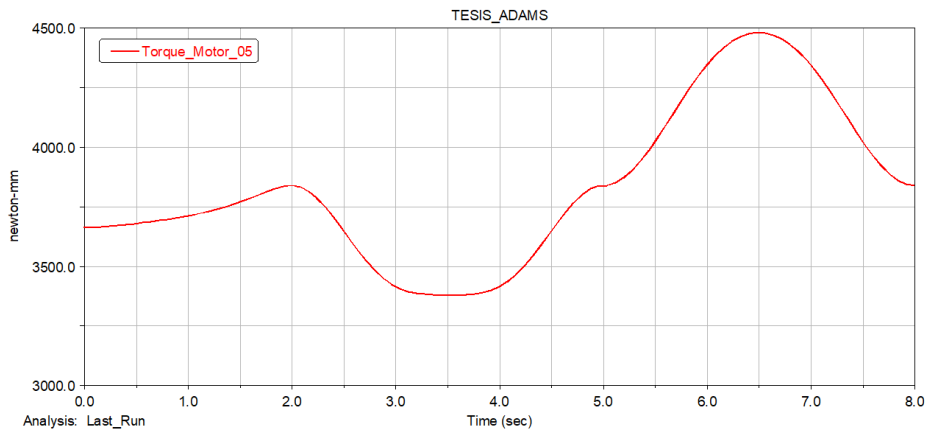
El *torque* en función del *tiempo* del *motor\_5* se muestra en la *gráfica 30-4* para el movimiento combinado de inversión y eversión.

El *torque* en función del *tiempo* del *motor\_6* se muestra en la *gráfica 31-4* para el movimiento combinado de inversión y eversión.



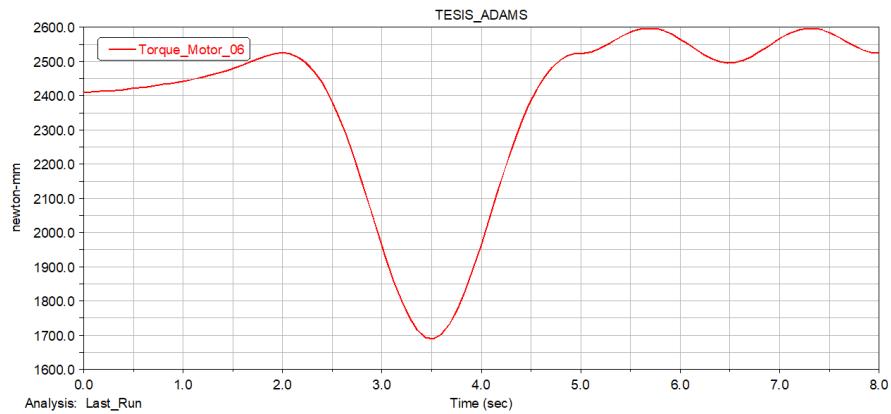
**Gráfica 29-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_4*

**Fuente:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS



**Gráfica 30-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_5*

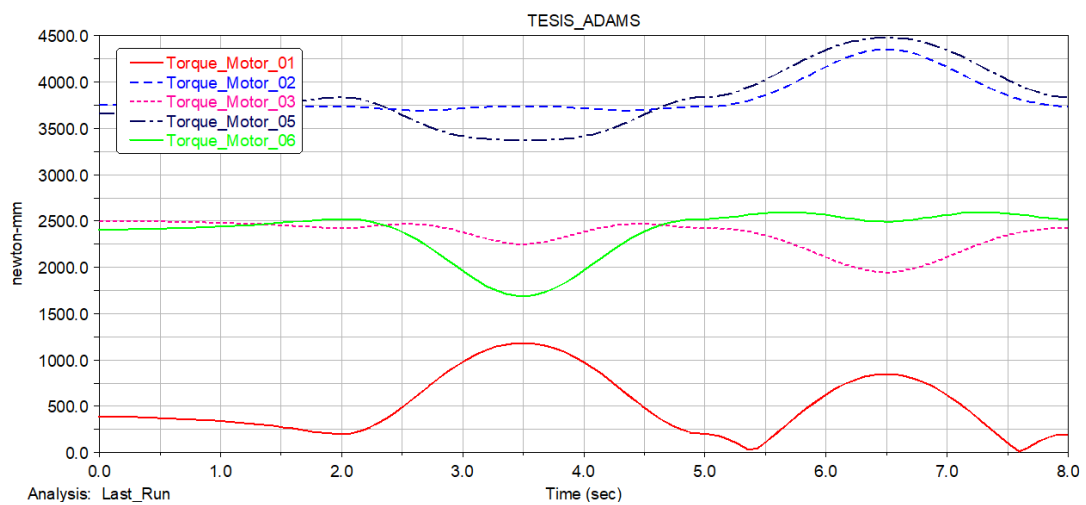
**Fuente:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS



**Gráfica 31-4:** Torque en función del tiempo del *motor\_6*

**Fuente:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS

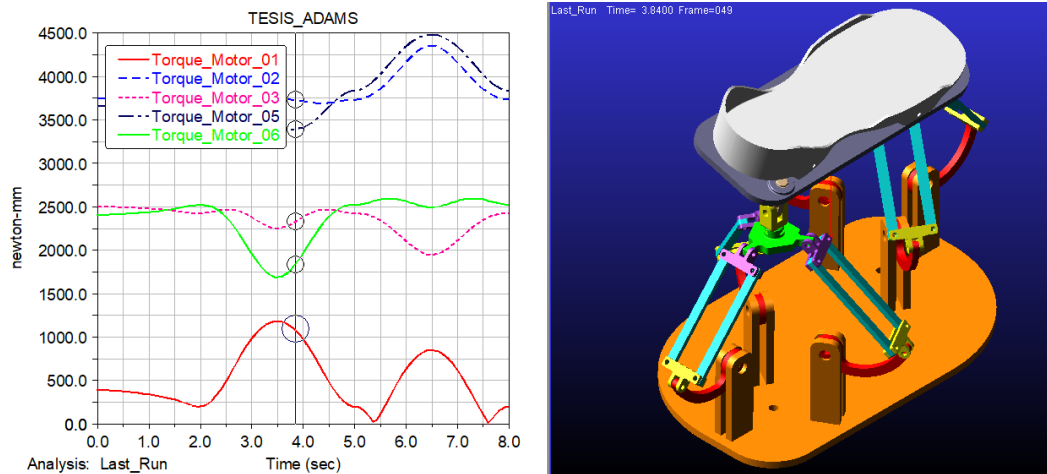
Las curvas de los motores se pueden apreciar en una sola *gráfica 32-4* en donde se observan los picos máximos de torque para realizar este tipo de movimiento.



**Gráfica 32-4:** Curvas de torque de los motores

**Fuente:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS

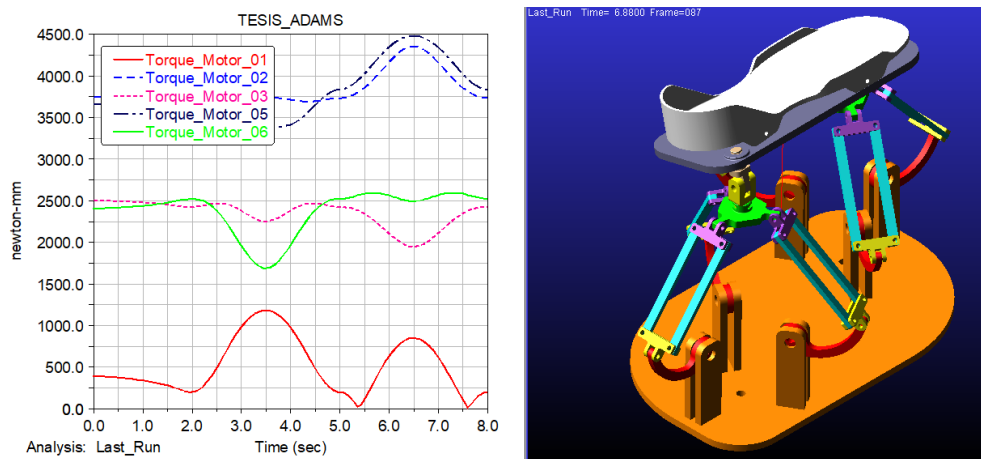
La interacción de las curvas con el movimiento de rehabilitación se puede apreciar en la figura 66-4, mostrando el movimiento de rehabilitación.



**Figura 66-4:** Interacción de las curvas con el movimiento

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS

La interacción de las curvas con el movimiento de rehabilitación se puede apreciar en la figura 67-4, mostrando el movimiento de rehabilitación en la posición de flexión plantar, mediante el análisis se determinan el valor del máximo torque alcanzado en el proceso de rehabilitación para esta combinación de estos dos movimientos, los resultados se muestran a continuación.



**Figura 67-4:** Interacción de las curvas con el movimiento

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS

Resultados del análisis dinámico para la combinación de *inversión* y *eversión*, los valores máximos de torque para cada motor son:

$$\text{Motor 1} = 1183,0805 \text{ N.mm}$$

$$\text{Motor 2} = 4358,6792 \text{ N.mm}$$

$$\text{Motor 3} = 2507,419 \text{ N.mm}$$

$$\text{Motor 4} = 1368,5163 \text{ N.mm}$$

$$\text{Motor 5} = 4482,8483 \text{ N.mm}$$

$$\text{Motor 6} = 2597,6608 \text{ N.mm}$$



El máximo valor obtenido es de 4482,8483  $N \cdot mm$  para la combinación de los dos movimientos, el valor se comparará con los siguientes análisis.

#### *Análisis de resultados del estudio dinámico*

Finalmente, concluido con el análisis dinámico de todos los movimientos se realiza una comparación entre los valores obtenidos de torque, con lo cual de los tres valores obtenidos; 3918,4802  $N \cdot mm$ , 4672,7795  $N \cdot mm$  y 4482,8483  $N \cdot mm$  el torque máximo encontrado corresponde al valor de 4672,7795  $N \cdot mm$  en el movimiento de rehabilitación combinado de abducción y aducción, por lo que el máximo valor expresado en otras unidades corresponde a: 4,7  $N \cdot m$  o lo que equivale a 48  $Kgf - cm$  la selección de los motores se puede realizar con un valor de:

#### **50 $Kgf - cm$**

El motor seleccionado en base a los datos es el que se muestra en la figura 68-4 y se ocupa para el funcionamiento del sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitar el tobillo, el motor es un servomotor tipo D-845WP de acero es parte de la línea de servo dinamo de la serie D de Hitec. Todos los servos de la serie Hitec D han sido diseñados con nueva ingeniería de vanguardia y personalizada. Al combinar la última tecnología de alta resolución líder de la industria con una MCU de 32 bits y un ADC de 12 bits para una programación y flexibilidad sin precedentes, estos servos ofrecen un movimiento significativamente más suave. La línea rápida y potente opera en un amplio rango de voltaje de 4.8 V ~ 8.4 V, que permite su uso con cualquier química de batería común sin la necesidad de adaptadores o reguladores. Con un husillo de salida HD de 15 dientes con tornillo hexagonal M3, cada servo serie D ofrece un buen rendimiento.



**Figura 68-4:** Servomotor tipo D-845WP de acero y 50  $Kg-cm$  de torque

Fuente: <https://www.servocity.com/d845wp-servo>

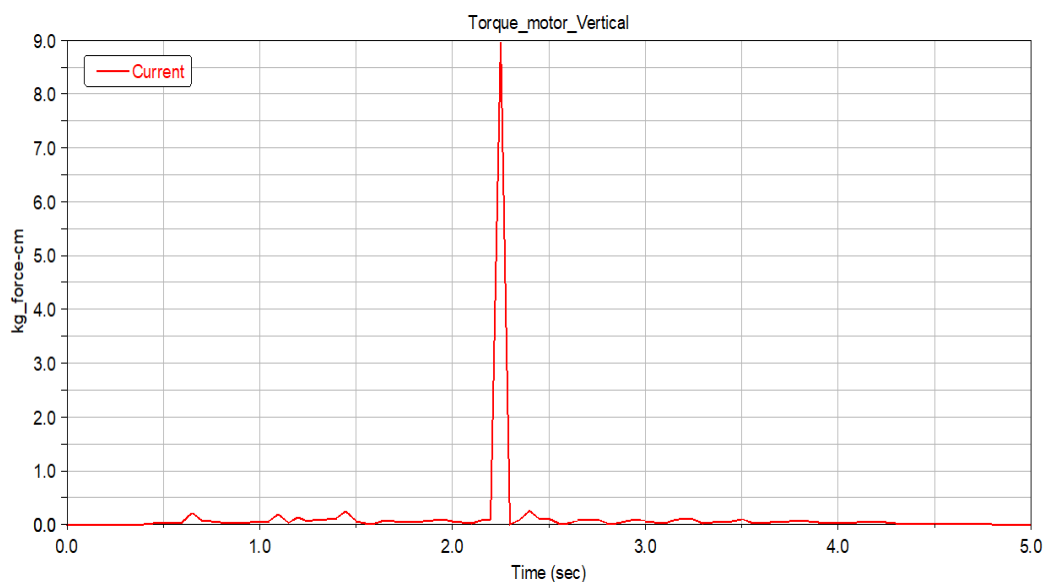
Las especificaciones técnicas del servomotor tipo D-845WP se muestran en la figura 69-4

Dimensions	2.59" x 1.26" x 2.44" (66mm x 32mm x 62mm)
Product Weight	8 oz (227g)
Output Shaft Style	15 tooth (D1) spline
Voltage Range	4.8V - 8.4V
No-Load Speed (4.8V)	0.26 sec/60°
No-Load Speed (6.0V)	0.21 sec/60°
No-Load Speed (7.4V)	0.17 sec/60°
Stall Torque (4.8V)	451 oz/in. (32.5 kg.cm)
Stall Torque (6.0V)	562 oz/in. (40.5 kg.cm)
Stall Torque (7.4V)	694 oz/in. (50 kg.cm)
Max PWM Signal Range (Standard)	870-2320 $\mu$ sec
Travel per $\mu$ s (out of box)	0.101°
Travel per $\mu$ s (reprogrammed high res)	0.162°
Max Travel (out of box)	146.45°
Max Travel (reprogrammed high res)	202.5°
Pulse Amplitude	3-5V
Motor Type	Coreless
Feedback Style	5K $\Omega$ Potentiometer
Output Shaft Support	Dual Ball Bearing
Gear Material	Steel
IP Rating	IP67

**Figura 69-4:** Especificaciones del servomotor tipo D-845WP

Fuente: <https://www.servocity.com/d845wp-servo>

Para la selección de los motores en la parte vertical se determina la mayor cantidad de torque necesario para poder realizar el giro, la *gráfica 33-4* muestra la curva de torque en función del tiempo para los motores verticales.



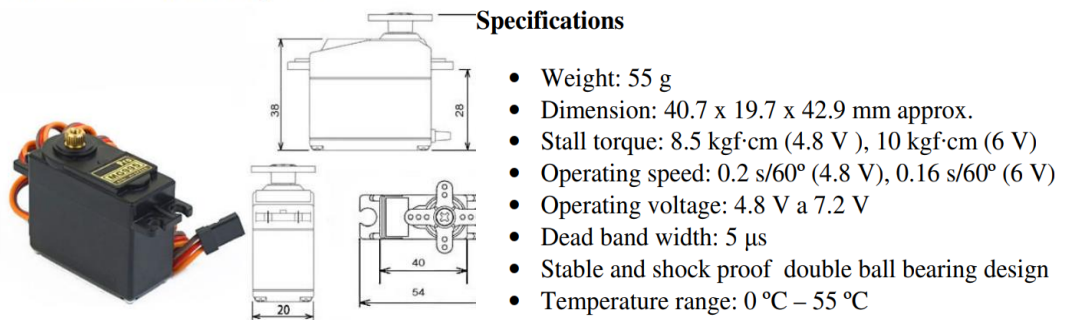
**Gráfica 33-4:** Curvas de torque de los motores verticales

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017. MSC Software ADAMS

Los datos de la curva muestran un torque máximo de  $8,9533 \text{ Kg}f - \text{cm}$  para el giro de  $90^\circ$  en los movimientos de inversión y eversión, el valor obtenido ayuda a la selección de los motores correspondientes, para la selección de los motores se toma un valor de torque de  $10 \text{ Kg}f - \text{cm}$  porque en catálogos existen los motores con valores enteros de torque, en donde el motor seleccionado se muestra en la figura 70-4 y cuenta con un torque de  $10 \text{ Kg}f - \text{cm}$ , de esta manera se cumple la selección del motor para el eje vertical y se puede cumplir con todos los movimientos necesarios.

### MG995 High Speed

#### Metal Gear Dual Ball Bearing Servo



**Figura 70-4:** Servomotor MG995 seleccionado en el eje vertical

Fuente: [http://www.electronicoscaldas.com/datasheet/MG995\\_Tower-Pro.pdf](http://www.electronicoscaldas.com/datasheet/MG995_Tower-Pro.pdf)

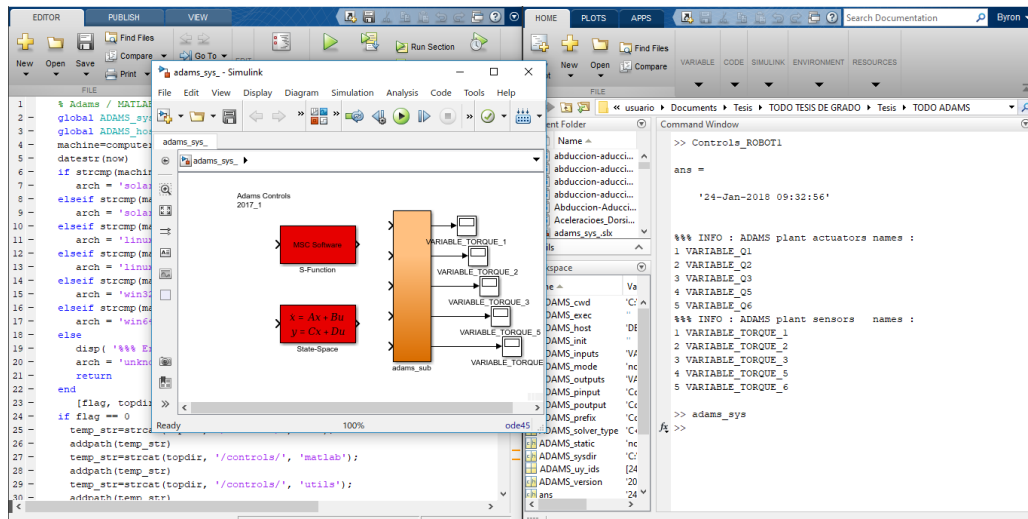
Finalmente se concluye con el estudio mecánico validando el diseño del sistema robótico.

## 4.5 Control automático

El control automático del sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo se realiza en *software Matlab* y con la ayuda del análisis realizado en *ADAMS* se obtiene la planta de control del sistema robótico, la planta de control se muestra en la gráfica 34-4 se realiza el control de los movimientos necesarios para el proceso de rehabilitación de tobillo.

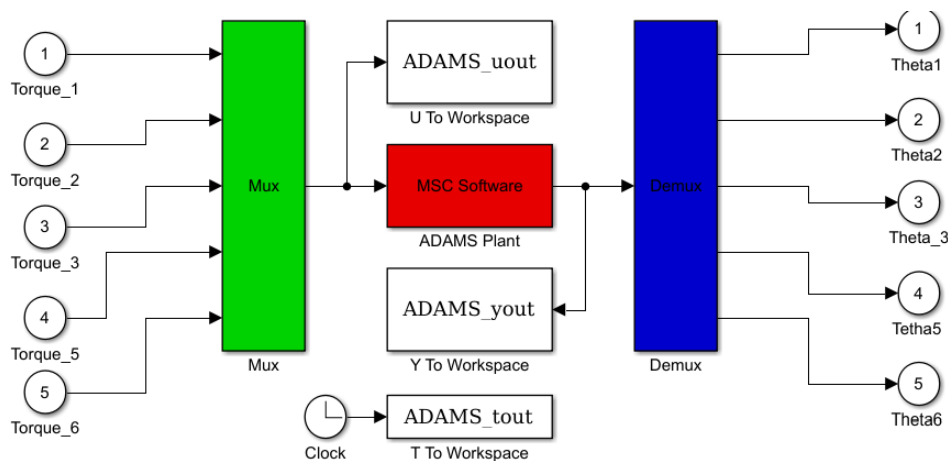
Las especificaciones de la planta de control se muestran en la figura 71-4, se aprecia las variables de entrada y salida, la planta se extrae posterior al estudio dinámico realizado en *Adams* y se realiza el esquema de control para cada actuador.

El esquema de control realizado en software *Matlab -Simulink* se muestra en la figura 72-4, se aprecia el lazo de control realizado a cada actuador, el control realizado es una simulación entre dos programas que son *Adams – Simulink*, al realizar el lazo de control y correr el programa se despliega en software *Adams* el movimiento controlado desde *Simulink*.



**Gráfica 34-4:** Planta de control del sistema robótico

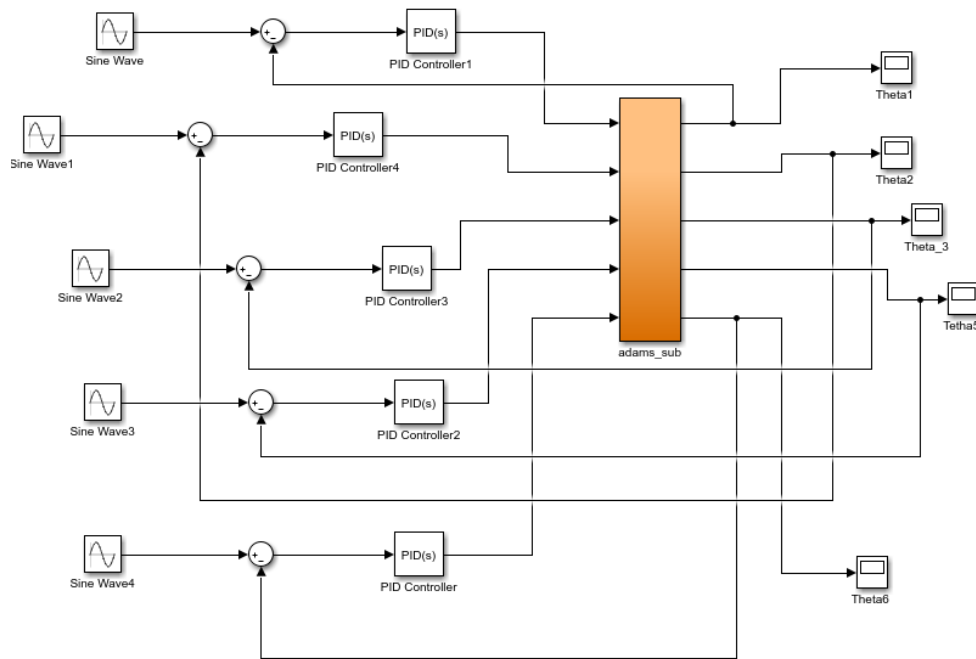
Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017.



**Figura 71-4:** Elementos constitutivos de la planta de control

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017.

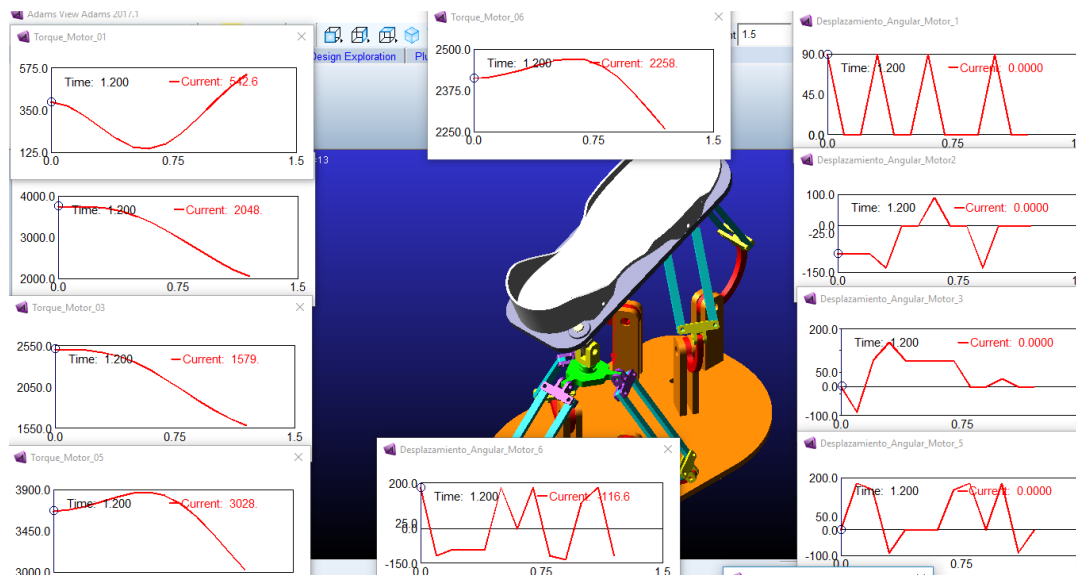
El objetivo del trabajo realizado es dejar planteado el lazo de control del sistema de robots paralelo tipo delta, en la figura 73-4 se muestra la simulación que debería suceder al establecer el lazo de control en software *simulink*, al establecer un control PID en la planta otorgada por software Adams se despliega desde software Adams el archivo original en donde empieza la simulación entro los dos programas, el control del sistema de robots paralelos tipo delta se debe realizar mediante un modelo dinámico realizado por principios de la *ecuación de LaGrange* en donde utilizando fundamentos de robótica se puede realizar un control complejo para el diseño del sistema de robots paralelos para rehabilitación.



**Figura 72-4:** Lazo de control en cada actuador en software Simulink

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017.

Recaltar que el modelo cinemático calculado y validado es muy útil para realizar un control dinámico completo, sin embargo, en la programación del prototipo que se construye en esta obra el modelo matemático de la cinemática es de gran ayuda para la determinación de rangos y aplicación de los mismo en la programación.



**Figura 73-4:** Simulación utilizando la planta de control

Fuente: Byron Zurita – Alex Pérez 2017.

El lazo de control realizado es muy útil al momento de simular la manera de establecer un control en el diseño propuesto, la dinámica realizada en software Adams ayuda con la simulación

requerida, para plasmar en la realidad todo lo expuesto en este trabajo como objetivo planteado se construyó un prototipo con la finalidad de mostrar los movimientos necesarios para el proceso de rehabilitación de tobillo.

#### 4.6 Construcción y programación del prototipo

La construcción del prototipo tiene una escala real, la mayoría de dimensiones son las mismas dimensiones que el robot real, el propósito de la construcción de un prototipo es mostrar los movimientos del proceso de rehabilitación de tobillo.

##### 4.6.1 Construcción

La mayoría de los elementos del prototipo fueron construidos en impresión 3D, el material que constituye el prototipo robótico es *ácido poliláctico* (PLA) el cual es un polímero constituido por moléculas de ácido láctico, con propiedades semejantes a las del *tereftalato de polietileno* (PET) que se utiliza para hacer envases de almacenamiento de agua consumible, las especificaciones del *ácido poliláctico* (PLA) se muestran en la figura 74-4, la marca del producto es WANHAO (*3D Printing filament*) de 1 Kg y 1,75 mm de diámetro de color azul y plomo ya que se necesita dos para construir el prototipo del sistema de robots paralelos tipo delta. Los elementos impresos en *PLA* son el sujetador de color azul, el soporte de color plomo, la junta universal de color plomo como se puede apreciar en la figura 75-4 los elementos impresos mediante la impresora 3D del grupo de investigación y bioingeniería (GIEBI), lugar donde se realizó la construcción del prototipo ya que el tema de investigación está muy estrechamente relacionado con la bioingeniería.

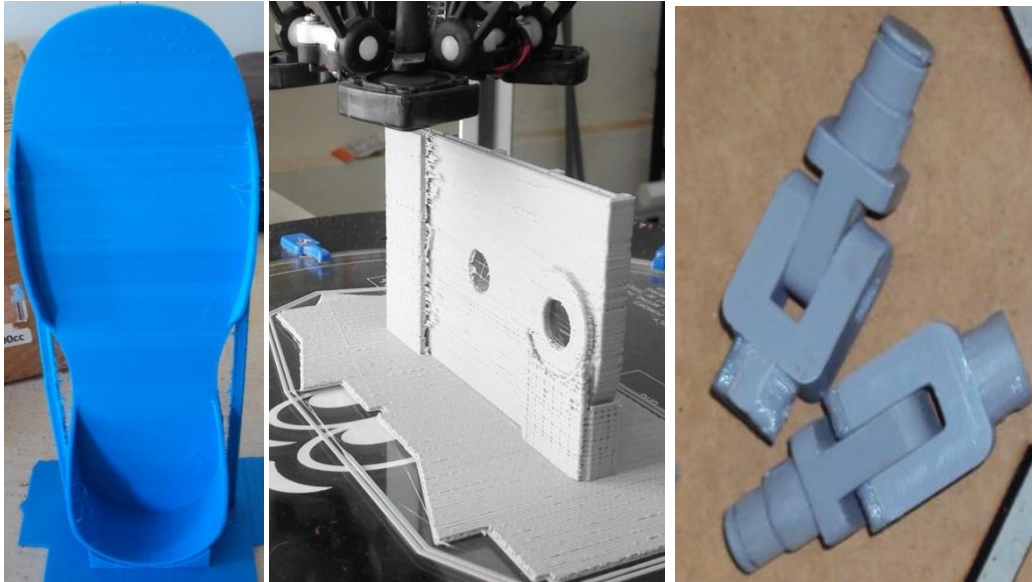


Figura 74-4: Ácido poli láctico (PLA)

Fuente: [www.wanhao3dprinter.com](http://www.wanhao3dprinter.com)

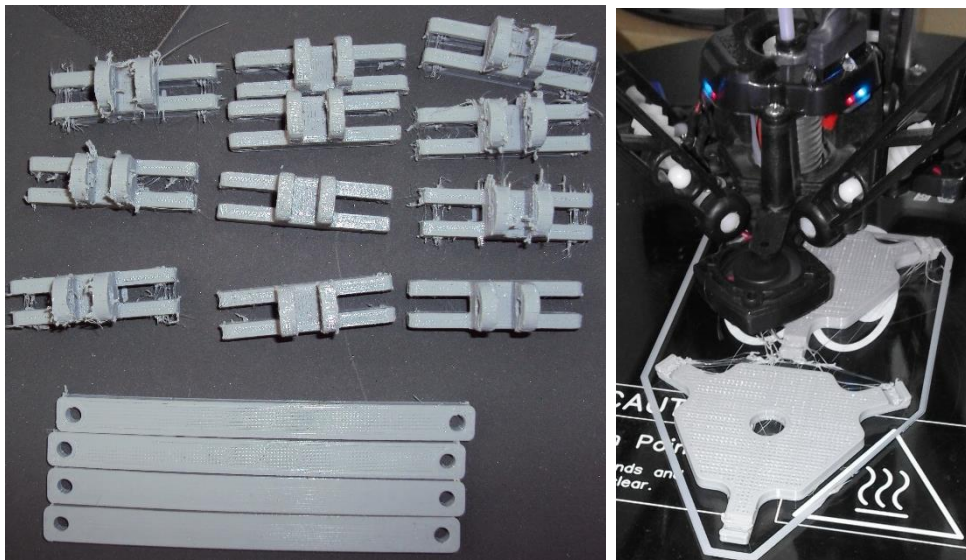


Las horquillas fueron impresas de color plomo junto con los eslabones que también fueron impresos de color plomo y las plataformas móviles o efectores finales de cada robot delta fueron impresas de color plomo tal y como se puede observar en la figura 76-4 donde se aprecian todos los elementos descritos anteriormente.



**Figura 75-4:** Sujetador (azul), soporte (plomo) y junta (plomo) impresos en (PLA)

**Realizado por:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017.



**Figura 76-4:** Horquillas (plomo), eslabones (plomo) y plataforma móvil (plomo) (PLA)

**Realizado por:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017.

La base del prototipo fue construida en madera MDF que es un aglomerado elaborado con fibras de madera aglutinadas con resinas sintéticas mediante fuerte presión y calor. Se puede apreciar en la figura 77-4 que muestra la base de madera junto con las columnas (PLA plomo) y los brazos (PLA plomo) del sistema robótico para rehabilitación.



**Figura 77-4:** Base (madera MDF), columnas (PLA plomo) y brazos (PLA plomo)

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017.

Para los elementos de unión, los ejes se imprimieron de color plomo y se atornillaron a los acoples de los motores, los pasadores se imprimieron de color azul, los soportes de los motores también se imprimieron de color azul, las horquillas fueron unidas con tornillos seleccionados de acuerdo al diámetro requerido como se muestra en la figura 78-4 se aprecia los elementos de unión del sistema robótico para rehabilitación de tobillo.



**Figura 78-4:** Ejes (PLA plomo), pasadores (PLA azul) y elementos de unión.

Realizado por: Byron Zurita – Alex Pérez 2017.

Los costos de la construcción del prototipo se pueden observar en la *tabla 9-4* se especifica el precio de los materiales y todos los elementos utilizados.



**Tabla 9-4:** Listado de costos de componentes para el prototipo DELTANKLE

CANTIDAD	DETALLE	P. UNITARIO	TOTAL
2	Rollo de Filamento Wanhao 3D Printing	35	70
6	Servomotor TowerPro MG995	14,5	87
2	Servomotor TowerPro SG90	5	10
12	Rodamientos rígidos de Bolas 12-21-5	2,5	30
1	MDF 400x240mm + Corte CNC	15	15
8	Seguro Seeger exterior 12mm	0,1	0,8
36	Seguro Seeger retención Lateral 5mm	0,1	3,6
2	Seguro Seeger retención Lateral 8mm	0,1	0,2
2	Pasador 8mm	1	2
2	Pasador 4mm	0,5	1
12	Tornillo autorroscante M4x10	0,25	3
1	Arduino Uno Rev3 ATmega328P	38	38
4	Lija Fandeli 800, 320, 180, 80	0,5	2
	<b>TOTAL</b>		<b>262,6</b>

**Realizado por:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017.

Finalmente, al unir todos los elementos en la figura 79-4 se observa el ensamblaje total del prototipo del sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de movimientos, construido con la finalidad de mostrar los movimientos necesarios para rehabilitación de tobillo.



**Figura 79-4:** Sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo.

**Realizado por:** Byron Zurita – Alex Pérez 2017.

Recalcar que la construcción del prototipo se la realizó a escala real en donde se muestra como sería la magnitud del robot para lograr el proceso de rehabilitación de tobillo en pacientes que sufran lesiones o esguinces de tobillo y necesiten de este tipo de tratamiento.

#### 4.6.2 Programación:

La programación se realizó en software *ARDUINO* en donde se muestra los movimientos que son requeridos en la rehabilitación de tobillo y se puede medir los ángulos necesarios en el proceso de rehabilitación, los rangos están dentro del parámetro planteado en el *capítulo 2*, a continuación, se puede observar la programación de cada movimiento y el desplazamiento angular de la plataforma para cumplir con el proceso de rehabilitación.

*Programación para dorsiflexión o flexión dorsal:*

```
// Programación del sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo.
//Movimiento de rehabilitación de dorsiflexión.
#include <Servo.h>
//Configuración de Servo-motores y Programación.

Servo servoMotor1;
Servo servoMotor2;          for (int a = 78; a > 48; a--)          for (int a = 103 ; a > 72 ;
Servo servoMotor3;          {                          a--)
Servo servoMotor4;          servoMotor1.write(a);          {
Servo servoMotor5;          delay(t);                          servoMotor5.write(a);
Servo servoMotor6;          }                          delay(t);
                                }

const float t=1;          for (int a = 72; a <= 108;
                                a++)
void setup() {          {
                                servoMotor4.write(a);          for (int a = 32 ; a <= 78 ;
Serial.begin(9600);          delay(t);                          a++)
                                }                          {
servoMotor1.attach(3);          servoMotor3.write(a);
servoMotor2.attach(5);          for (int a = 78 ; a > 32 ; a--          delay(t);
servoMotor3.attach(6);          )                          }
servoMotor4.attach(9);          {
```

```

servoMotor5.attach(10);
servoMotor6.attach(11);

servoMotor1.write(78);
delay(1000);
servoMotor2.write(78);
delay(1000);
servoMotor3.write(78);
delay(1000);
servoMotor4.write(72);
delay(1000);
servoMotor5.write(72);
delay(1000);
servoMotor6.write(72);
delay(1000);
}

void loop()
{
servoMotor1.write(78);
delay(1000);
servoMotor2.write(78);
delay(1000);
servoMotor3.write(78);
delay(1000);
servoMotor4.write(72);
delay(1000);
servoMotor5.write(72);
delay(1000);
servoMotor6.write(72);
delay(1000);

servoMotor3.write(a);
delay(t);
}

for (int a = 102 ; a > 72 ;
a--)
{
for (int a = 72 ; a <= 102 ;
a++)
{
servoMotor6.write(a);
delay(t);
}
}

for (int a = 78 ; a > 32 ; a-
-)
{
servoMotor2.write(a);
delay(t);
}

for (int a = 48 ; a <= 78 ;
a++)
{
servoMotor1.write(a);
delay(t);
}

for (int a = 72 ; a <= 103 ;
a++)
{
for (int a = 108 ; a > 65 ; a-
-)
{
servoMotor5.write(a);
delay(t);
}
servoMotor4.write(a);
delay(t);
}

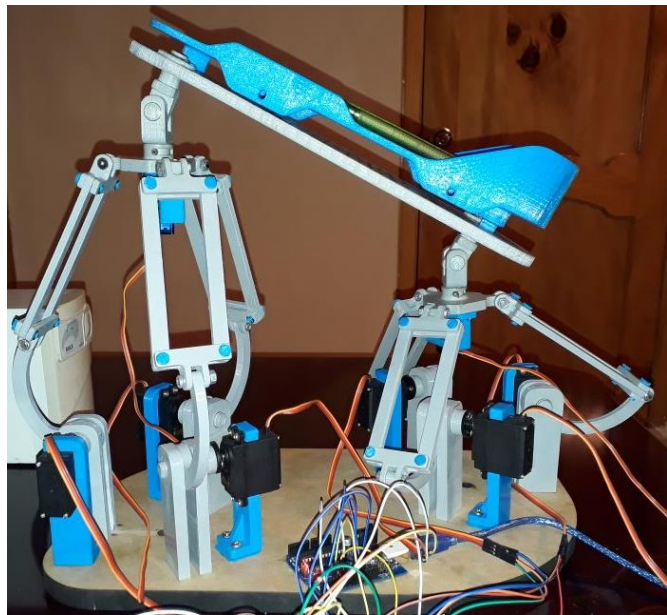
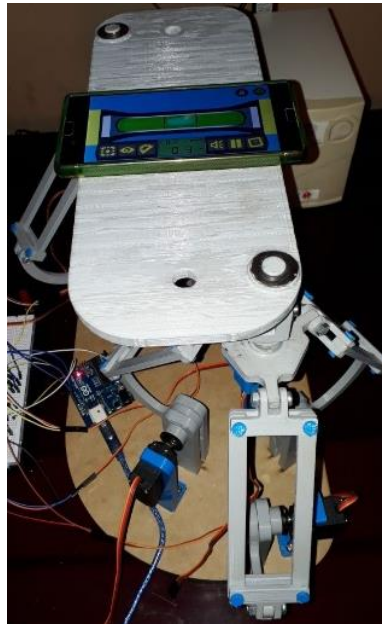
delay(2000);
delay(2000);

for (int a = 32 ; a <= 78 ;
a++)
{
servoMotor2.write(a);
delay(t);
}
}

```

En la posición de equilibrio se tiene un desfase de 0.5° y 0.3° lo cual es un parámetro aceptable, ya que la inclinación de la plataforma en la posición de equilibrio no supera el 0.5°, esta inclinación fue medida en el prototipo construido con una aplicación de nivel en 3D.

*Dorsiflexión o flexión dorsal:*



Programación para *plantar flexión o flexión plantar*:

// Programación del sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo.

//Movimiento de rehabilitación de Plantar flexión.

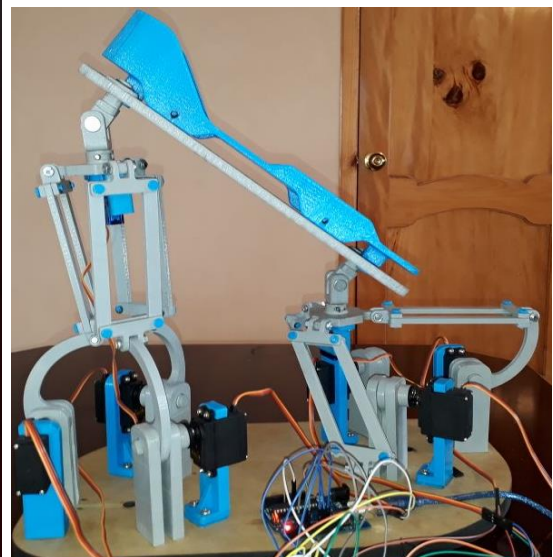
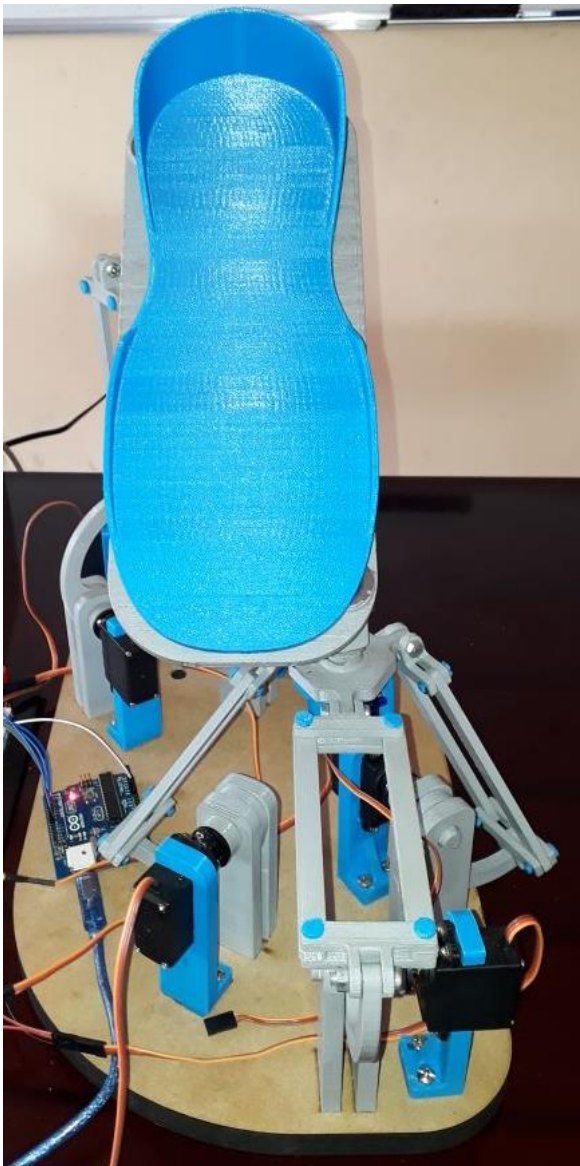
#include <Servo.h>

//Configuración de Servo-motores y Programación.

```
Servo servoMotor1;
Servo servoMotor2;          for (int a = 76; a <= 150 ;
Servo servoMotor3;          a++)          for (int a = 72 ; a <= 92 ;
Servo servoMotor4;          {          a++)
Servo servoMotor5;          servoMotor3.write(a);    {
Servo servoMotor6;          servoMotor2.write(a);    servoMotor4.write(a);
                              servoMotor1.write(a);    delay(t);
const float t=15;          delay(t);          }
                              }          delay(2000);
void setup() {          for (int a = 72 ; a > 15 ; a-- for (int a = 92 ; a > 68 ; a-)
                              )          {
Serial.begin(9600);          {          servoMotor4.write(a);
servoMotor1.attach(3);          servoMotor6.write(a);    delay(t);
servoMotor2.attach(5);          servoMotor5.write(a);    }
servoMotor3.attach(6);          delay(t);          for (int a = 15 ; a <= 72 ;
servoMotor4.attach(9);          }          a++)
servoMotor5.attach(10);          }          {
servoMotor6.attach(11);          void loop()          servoMotor5.write(a);
                              {          servoMotor6.write(a);
servoMotor1.write(76);          servoMotor1.write(76);    delay(t);
delay(1000);          delay(1000);          }
servoMotor2.write(76);          servoMotor2.write(76);    for (int a = 150 ; a > 76
delay(1000);          delay(1000);          ; a--)
servoMotor3.write(76);          servoMotor3.write(76);    {
delay(1000);          delay(1000);          servoMotor2.write(a);
servoMotor4.write(72);          servoMotor4.write(72);    servoMotor3.write(a);
delay(1000);          delay(1000);          servoMotor1.write(a);
servoMotor5.write(72);          servoMotor5.write(72);    delay(t);
delay(1000);          delay(1000);          }
servoMotor6.write(72);          servoMotor6.write(72);    delay(50);
delay(1000);          delay(1000);          }
```



*Plantar flexión o flexión plantar*



### Programación para *abducción*:

// Programación del sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo.

//Movimiento de rehabilitación de abducción.

#include <Servo.h>

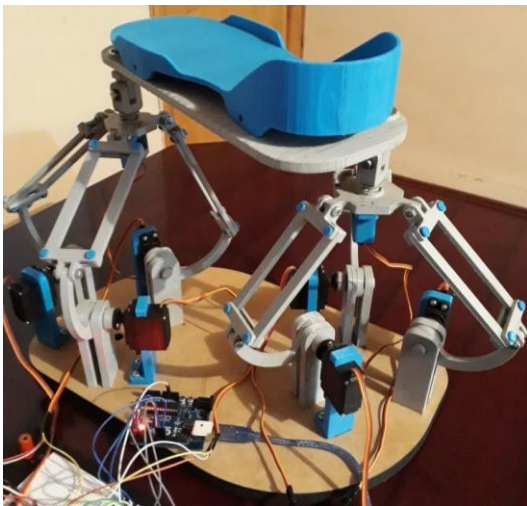
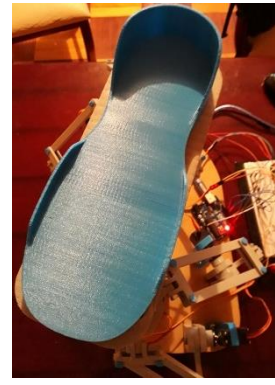
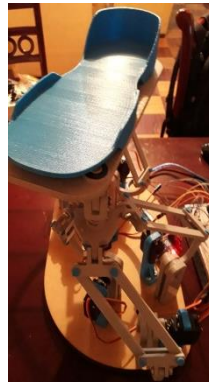
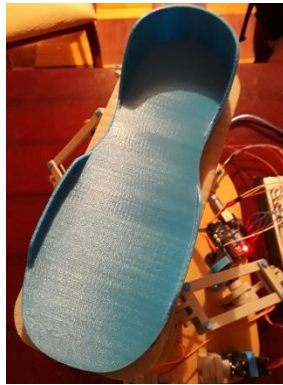
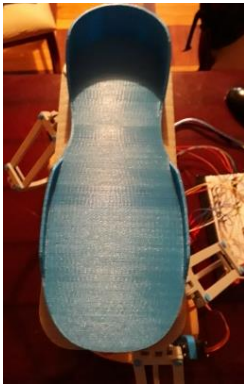
//Configuración de Servo-motores y Programación.

```
Servo servoMotor1;
Servo servoMotor2;
Servo servoMotor3;
Servo servoMotor4;
Servo servoMotor5;
Servo servoMotor6;
const float t=1;
void setup() {
  Serial.begin(9600);
  servoMotor1.attach(3);
  servoMotor2.attach(5);
  servoMotor3.attach(6);
  servoMotor4.attach(9);
  servoMotor5.attach(10);
  servoMotor6.attach(11);
  servoMotor1.write(78);
  delay(1000);
  servoMotor2.write(78);
  delay(1000);
  servoMotor3.write(78);
  delay(1000);
  servoMotor4.write(74);
  delay(1000);
  servoMotor5.write(74);
  delay(1000);
  servoMotor6.write(74);
  delay(3000);
}
void loop()
{
  servoMotor1.write(74);
  delay(1000);
  servoMotor2.write(74);
  delay(1000);
  servoMotor3.write(74);
  delay(1000);
  servoMotor4.write(74);
  delay(1000);
  servoMotor5.write(74);
  delay(1000);
  servoMotor6.write(74);
  delay(1000);

  for (int a = 74 ; a > 72 ; a--)
  {
    servoMotor1.write(a);
    delay(t);
  }
  for (int a = 74 ; a <= 83 ; a++)
  {
    servoMotor4.write(a);
    delay(t);
  }
  for (int a = 74 ; a <= 90 ; a++)
  {
    servoMotor3.write(a);
    delay(t);
  }
  for (int a = 74 ; a <= 110 ; a++)
  {
    servoMotor6.write(a);
    delay(t);
  }
  for (int a = 74 ; a > 63 ; a--)
  {
    servoMotor2.write(a);
    delay(t);
  }
  for (int a = 74 ; a > 58 ; a--)
  {
    servoMotor5.write(a);
    delay(t);
  }
  delay(2000);
  for (int a = 63 ; a <= 74 ; a++)
  {
    servoMotor2.write(a);
    delay(t);
  }

  for (int a = 58 ; a <= 74 ; a++)
  {
    servoMotor5.write(a);
    delay(t);
  }
  for (int a = 90 ; a > 74 ; a--)
  {
    servoMotor3.write(a);
    delay(t);
  }
  for (int a = 110 ; a > 64 ; a--)
  {
    servoMotor6.write(a);
    delay(t);
  }
  for (int a = 72 ; a <= 74 ; a++)
  {
    servoMotor1.write(a);
    delay(t);
  }
  for (int a = 83 ; a > 74 ; a--)
  {
    servoMotor4.write(a);
    delay(t);
  }
  delay(1000);
}
```

Abducción:





## Programación para *aducción*:

// Programación del sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo.

//Movimiento de rehabilitación de aducción.

#include <Servo.h>

//Configuración de Servo-motores y Programación.

```
Servo servoMotor1;
Servo servoMotor2;
Servo servoMotor3;
Servo servoMotor4;
Servo servoMotor5;
Servo servoMotor6;
const float t=1;
void setup() {
  Serial.begin(9600);
  servoMotor1.attach(3);
  servoMotor2.attach(5);
  servoMotor3.attach(6);
  servoMotor4.attach(9);
  servoMotor5.attach(10);
  servoMotor6.attach(11);
  servoMotor1.write(78);
  delay(1000);
  servoMotor2.write(78);
  delay(1000);
  servoMotor3.write(78);
  delay(1000);
  servoMotor4.write(74);
  delay(1000);
  servoMotor5.write(74);
  delay(1000);
  servoMotor6.write(74);
  delay(3000);
}
void loop()
{
  servoMotor1.write(78);
  delay(1000);
  servoMotor2.write(78);
  delay(1000);
  servoMotor3.write(78);
  delay(1000);
  servoMotor4.write(74);
  delay(1000);
  servoMotor5.write(74);
  delay(1000);
  servoMotor6.write(74);
  delay(2000);

  for (int a = 78 ; a <= 100 ; a++)
  {
    servoMotor1.write(a);
    servoMotor2.write(a);
    delay(t);
  }

  for (int a = 100 ; a > 78 ; a--)
  {
    servoMotor1.write(a);
    servoMotor2.write(a);
    delay(t);
  }

  for (int a = 74 ; a <= 111 ; a++)
  {
    servoMotor4.write(a);
    servoMotor5.write(a);
    delay(t);
  }

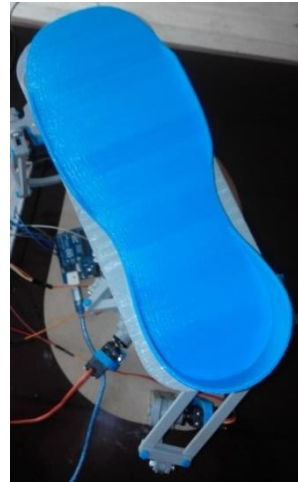
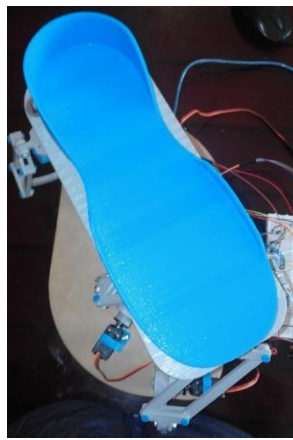
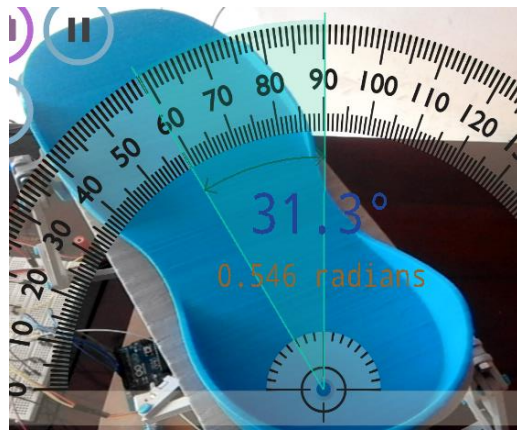
  for (int a = 111 ; a > 74 ; a--)
  {
    servoMotor4.write(a);
    servoMotor5.write(a);
    delay(t);
  }

  for (int a = 78 ; a > 50 ; a--)
  {
    servoMotor3.write(a);
    servoMotor6.write(a);
    delay(t);
  }

  delay(2000);

  for (int a = 50 ; a <= 90 ; a++)
  {
    servoMotor3.write(a);
    servoMotor6.write(a);
    delay(t);
  }
}
```

Aducción:



## Programación para *inversión*:

// Programación del sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo.

//Movimiento de rehabilitación de inversión.

#include <Servo.h>

//Configuración de Servo-motores y Programación.

```
Servo servoMotor1;
Servo servoMotor2;
Servo servoMotor3;
Servo servoMotor4;
Servo servoMotor5;
Servo servoMotor6;
Servo servoMotorA1;
Servo servoMotorA2;

const float t=10;

void setup() {

Serial.begin(9600);
servoMotor1.attach(3);
servoMotor2.attach(5);
servoMotor3.attach(6);
servoMotor4.attach(9);
servoMotor5.attach(10);
servoMotor6.attach(11);
servoMotorA1.attach(7);
servoMotorA2.attach(8);

servoMotor1.write(80);
delay(1000);
servoMotor2.write(80);
delay(1000);
servoMotor3.write(80);
delay(1000);
servoMotor4.write(74);
delay(1000);
servoMotor5.write(74);
delay(1000);
servoMotor6.write(74);
delay(1000);
servoMotorA1.write(0);
delay(1000);
servoMotorA2.write(0);
delay(4000);

void loop()
{
servoMotor1.write(80);
delay(1000);
servoMotor2.write(80);
delay(1000);
servoMotor3.write(80);
delay(1000);
servoMotor4.write(74);
delay(1000);
servoMotor5.write(74);
delay(1000);
servoMotor6.write(74);
delay(1000);

for (int a = 80 ; a > 65 ; a--)
{
servoMotor1.write(a);
servoMotor2.write(a);
servoMotor3.write(a);
delay(t);
}

for (int a = 74 ; a <= 83 ; a++)
{
servoMotor4.write(a);
servoMotor5.write(a);
servoMotor6.write(a);
delay(t);
}

delay(1000);
}

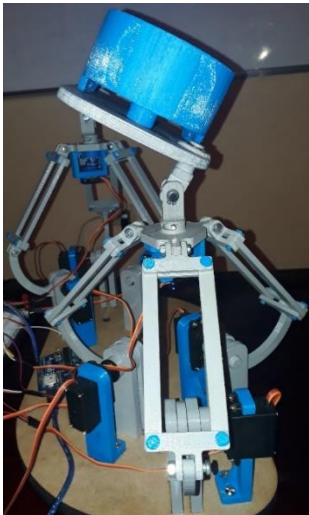
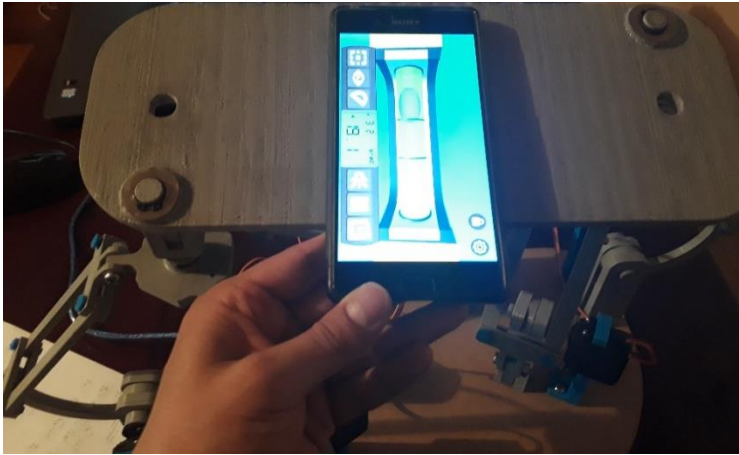
delay(2000);

for (int a = 83 ; a > 74 ; a--)
{
servoMotor4.write(a);
servoMotor5.write(a);
servoMotor6.write(a);
delay(t);
}

for (int a = 65 ; a <= 85 ; a++)
{
servoMotor1.write(a);
servoMotor2.write(a);
servoMotor3.write(a);
delay(t);
}

delay(1000);
}
```

*Inversión*



### Programación para *eversión*:

// Programación del sistema de robots paralelos tipo delta para rehabilitación de tobillo.

//Movimiento de rehabilitación de inversión.

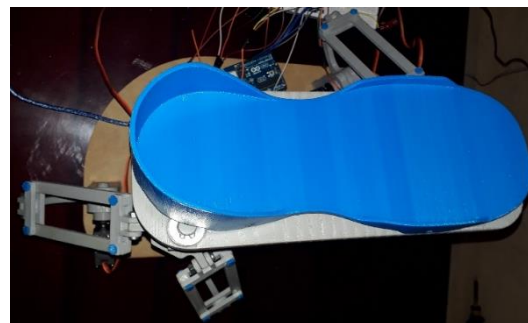
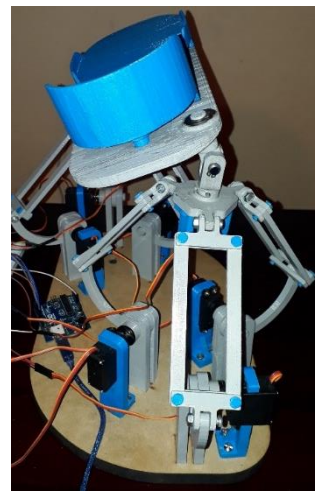
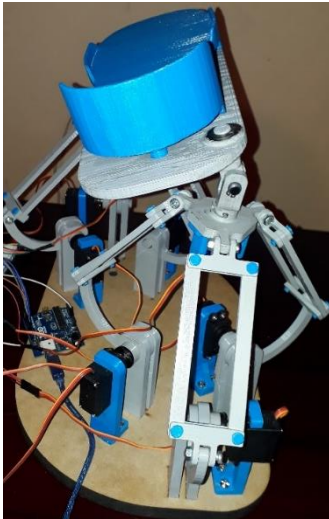
#include <Servo.h>

//Configuración de Servo-motores y Programación.

```
Servo servoMotor1;           for (int a = 0 ; a <= 90 ; a++)           delay(2000);
Servo servoMotor2;           {
Servo servoMotor3;           servoMotorA1.write(a);
Servo servoMotor4;           servoMotorA2.write(a);           for (int a = 62 ; a <= 80 ; a++)
Servo servoMotor5;           delay(25);           {
Servo servoMotor6;           }           servoMotor4.write(a);
Servo servoMotorA1;          delay(1000);           servoMotor5.write(a);
Servo servoMotorA2;          }           servoMotor6.write(a);
                               }           delay(t);
const float t=10;           void loop()           }
                               {
void setup() {                               for (int a = 84 ; a > 74 ; a--)
                               {
Serial.begin(9600);           servoMotor1.write(74);           {
servoMotor1.attach(3);           delay(1000);           servoMotor1.write(a);
servoMotor2.attach(5);           servoMotor2.write(74);           servoMotor2.write(a);
servoMotor3.attach(6);           delay(1000);           servoMotor3.write(a);
servoMotor4.attach(9);           servoMotor3.write(74);           delay(t);
servoMotor5.attach(10);          delay(1000);           }
servoMotor6.attach(11);          servoMotor4.write(72);
servoMotorA1.attach(7);          delay(1000);
servoMotorA2.attach(8);          servoMotor5.write(72);           delay(1000);
                               }
servoMotor1.write(74);          delay(1000);
delay(1000);
servoMotor2.write(74);          for (int a = 74 ; a <= 84 ; a++)
delay(1000);           {
servoMotor3.write(74);          servoMotor1.write(a);
delay(1000);           servoMotor2.write(a);
servoMotor4.write(72);          servoMotor3.write(a);
delay(1000);           delay(t);
servoMotor5.write(72);          }
delay(1000);
servoMotor6.write(72);          for (int a = 72 ; a > 62 ; a--)
delay(1000);           {
servoMotorA1.write(0);          servoMotor4.write(a);
delay(1000);           servoMotor5.write(a);
servoMotorA2.write(0);          servoMotor6.write(a);
delay(4000);           delay(t);
                               }
                               }
```



*Eversión*



## CAPÍTULO V

### 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las conclusiones del trabajo de titulación se presentan de manera analítica con los objetivos planteados en el primer capítulo, llegando a cumplir y a verificar lo expuesto como trabajo de titulación que con estudios más específicos se puede ayudar a la mayor parte de personas con problemas de rehabilitación y recuperación de la parte afectada.

#### 5.1 Conclusiones

El estudio realizado cumple con los objetivos planteados en el *capítulo 1*, el diseño del sistema de robots paralelos tipo delta cumple con todos los movimientos de rehabilitación de tobillo y los grados de desplazamiento angular para la rehabilitación están dentro de los parámetros para un proceso de rehabilitación.

El análisis cinemático realizado fue validado para cada movimiento, el modelo matemático ayudó a definir el desplazamiento angular para cada actuador con la finalidad de obtener el movimiento requerido para el proceso de rehabilitación, los resultados de cada análisis cinemático se presenta en el *capítulo 4*, estos resultados fueron ocupados para realizar la programación de los diferentes servomotores y así lograr la funcionalidad planteada en el *capítulo 3*, para el sistema de robots paralelos tipo delta.

El análisis de resistencia realizado en esta parte cumple con la validación del diseño, la *máxima deformación* encontrada en el estudio de las diferentes posiciones en el proceso de rehabilitación es de  $0,51265 \text{ mm}$  en la posición de *aducción* en la planta, comparando este valor con  $\frac{L}{360} = \frac{0,24}{360} = 0,666 \text{ mm}$ , el valor de la deformación está dentro del rango.

La deformación encontrada en los eslabones es de  $0,11392 \text{ mm}$ , comparando este valor con  $\frac{L}{1200} = \frac{0,15}{1200} = 0,125 \text{ mm}$ , el valor de la deformación está dentro del rango.

Los ejes y brazos no sufren ninguna deformación en todas las posiciones de rehabilitación. El máximo valor para el *esfuerzo equivalente de Von Mises* es de  $234,63 \text{ MPa}$  en la posición de

*aducción*, recalcar que este valor se presenta en áreas muy pequeñas del sistema robótico, la mayor parte de áreas en todas las posiciones analizadas presentan valores pequeños para el *esfuerzo equivalente de Von Mises* teniendo como valor significativo  $3,542 \times 10^{-8} \text{ MPa}$  en la posición de *dorsiflexión*, comparando con el  $S_{y_{\text{aluminio}}} = 121 \text{ MPa}$ , el valor del *esfuerzo equivalente de Von Mises* está dentro del rango en la mayor parte de áreas.

En cuanto al factor de seguridad encontrado el valor varía desde 1,0655 hasta 15, recalcando que en casi todas las áreas y en todas las posiciones analizadas se presenta el valor de 15, para ampliar el valor mínimo, la planta se puede realizar de aluminio 1200 creciendo  $n_{\text{min}} = 6$

Con el análisis dinámico de todos los movimientos se puede realizar una comparación entre los valores obtenidos de torque, con lo cual de los tres valores obtenidos: 3918,4802 *N.mm* 4672,7795 *N.mm* y 4482,8483 *N.mm* el torque máximo encontrado corresponde al valor de 4672,7795 *N.mm* en el movimiento de rehabilitación combinado de *abducción* y *aducción*, por lo que el máximo valor expresado en otras unidades corresponde a: 4,7 *N.m* o lo que equivale a 48 *Kgf – cm*

La programación del sistema robótico fue realizada en *software Arduino*, las imágenes presentadas en la sección de programación revelan que los movimientos realizados están dentro del rango permisible para rehabilitación, para el proceso de programación se utilizó la declaración de variables y el ajuste de la posición inicial, a su vez se utilizó un lazo cerrado de programación conocido como *for (int entrada, comparación, incremento)* es decir *for (variable índice; condición; incrementado){// comandos}*, lo cual ayudo a realizar todos los movimientos planteados para el proceso de rehabilitación de tobillo.

## 5.2 Recomendaciones

Se recomienda realizar el modelo dinámico a mano, utilizando los principios de la ecuación de *Lagrange* para robótica, o el procedimiento realizado por *Newton-Euler*, para poder realizar un control sofisticado al diseño del sistema de robots paralelos para rehabilitación de tobillo.

Se recomienda construir el modelo real ya que en esta obra se construye un prototipo para mostrar los diferentes movimientos del sistema robótico en el proceso de rehabilitación.

Se recomienda realizar un control mejorado de los diferentes desplazamientos angulares y un control de velocidad para el proceso de rehabilitación.



Se recomienda utilizar el modelo matemático planteado para la cinemática del movimiento con lo cual se podrá calcular el espacio de trabajo en el diseño robótico.

Se recomienda crear una interfaz de usuario utilizando LabVIEW para comunicación con el sistema robótico en la fase de rehabilitación.

## BIBLIOGRAFÍA

**ANSI/AISC 360-10.** *Specification for structural Steel buildings*, united stated-chicago, Illinois, junio 2010, pp. 439-442.

**ARACIL, Rafael; et al.** “Robots paralelos: Máquinas con un pasado para una robótica del futuro”. *Revista iberoamericana de automática e informática industrial* [en línea], 2006, (España) 3 (1), pp. 16-28. Disponible en: [https://www.researchgate.net/publication/28141949\\_Robots\\_Paralelos\\_Maquinas\\_con\\_un\\_Pasado\\_para\\_una\\_Robotica\\_del\\_Futuro](https://www.researchgate.net/publication/28141949_Robots_Paralelos_Maquinas_con_un_Pasado_para_una_Robotica_del_Futuro)

**BENJAMIN, C.** *Esguince de tobillo* [en línea] Barbourville-USA: ADAM, 2015. Disponible en: <http://arh.adam.com/content.aspx?productId=102&pid=7&gid=100209>

**MERLET, J P.** *Parallel Robots*. 2<sup>nd</sup> ed. Dordrecht - The Netherlands: Springer, 2006, pp. 1-40.

**MOORE, Keith; et al.** *Anatomía con orientación clínica*. 6<sup>a</sup> ed. Barcelona-España: Wolters Kluwer, 2010, pp. 647-650.

**SALADIN, Kenneth.** *Anatomía y Fisiología. La Unidad entre Forma y Función*. 6<sup>a</sup> ed. México: Mc Graw Hill, 2013, pp. 297

**SILVA, Luis Ángel.** Control visual de robots paralelos. Análisis, desarrollo y aplicación a la plataforma robo tenis. (Trabajo de titulación). (Doctorado) Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Madrid, España. 2005. pp. 33-38. Disponible en: [http://oa.upm.es/378/1/LUIS\\_ANGEL\\_SILVA.pdf](http://oa.upm.es/378/1/LUIS_ANGEL_SILVA.pdf)

**TSOI, Y & XIE, S.** “Design and control of a parallel robot for ankle rehabilitation”. *Int. J. Intelligent Systems Technologies and Applications* [en línea], 2010, (New Zealand) 8(1-4), pp. 101-104. Disponible en: <http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/4749585/>

**VIVAS, Andrés.** “Robótica paralela: Aplicaciones industriales, modelado y control”. *Revista iberoamericana de automática e informática industrial* [en línea], 2006, (Colombia) 3 (4), pp. 45-52. Disponible en: [http://www.unicauca.edu.co/ai/publicaciones/ISAShow\\_Vivas.pdf](http://www.unicauca.edu.co/ai/publicaciones/ISAShow_Vivas.pdf)

**WANG, Congzhe; et al.** “Design and Kinematical Performance Analysis of a 3-RUS/RRR Redundantly Actuated Parallel Mechanism for Ankle Rehabilitation”. *Journal of Mechanisms*

*and Robotics* [en línea] 2013, (China) 5 (4), pp. 1-7. Disponible en: <https://www.researchgate.net/publication/275378673>

**BUDYNAS R. G., & NISBETT J. K.**, “*Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*” editorial McGraw. Hill. Octava edición, 2008, pp. 174-263.

**HAMROCK J. Bernard; et al.** “*Diseño de elementos de máquinas*” editorial McGraw. Hill, 2000, pp.3-15

**NORTON L. Robert**, “*Diseño de maquinaria*” Editorial McGraw. Hill. Cuarta edición, 2009, pp. 4-18.

**SIMMONS H. Colin., & MAGUIRRE Dennis**, “*Manual de dibujo en ingeniería*” Editorial elsevier. Segunda edición, 2004, pp. 70-132.

**SMITH, William.** “*Fundamentos de la ciencia e ingeniería de materiales*” Editorial McGraw-Hill. Cuarta Edición, 2004, pp. 357-480.

**CALLISTER, W. D. JR.**, “*Introducción A La Ciencia E Ingeniería De Los Materiales*”, Editorial Reverte S.A, Bogotá Colombia. Primera Edición, pp. 401-433.

**AVNER, S.H.** “*Introducción a la metalurgia física*”, México editorial McGraw.Hill. Segunda Edición, 1979, pp. 384-543.

**BEER P. Ferdinand & JOHNSTON E. Russell**, “*Mecánica de Materiales*” editorial McGraw. Hill. Sexta edición, 2013, pp. 42-91.

**VANEGAS L. Useche**, “*Conceptos básicos sobre el diseño de máquinas*” Primera edición, 2009, pp. 145-256.

**PEÑA C; et al.** “*Optimización dimensional de un robot paralelo tipo delta basado en el menor consumo de energía*” Bogota, 2011, pp.162-184.

**KUMAR Saha S.**, “*Introducción a la robótica*” México editorial McGraw.Hill. Segunda edición, 2010, pp. 112-161.

**BARRIENTOS A; et al.** “*Fundamentos De Robótica*” España editorial McGraw.Hill. Segunda edición, 2007, pp. 65-166.

**KELLY R. & SANTIBÁÑEZ V.,** “*Control de Movimiento de Robots Manipuladores*” España Editorial PEARSON educación, S.A. Primera edición, 2003, pp. 127-184.