ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

INSTITUTO DE POSTGRADO Y EDUCACIÓN CONTÍNUA

INCIDENCIA DE LOS CRITERIOS ALGEBRAICOS PARA GRAFICAR FUNCIONES RACIONALES DE SEGUNDO GRADO, APLICADO A ESTUDIANTES DE LAS ESCUELAS DE TELECOMUNICACIONES Y CONTROL, DE LA FACULTAD DE INFORMÁTICA Y ELECTRÓNICA

Proyecto de Investigación presentado ante el Instituto de Postgrado y Educación Continua de la ESPOCH, como requisito parcial para obtención del grado de:

MAGISTER EN MATEMÁTICA BÁSICA

AUTOR: CHAVEZ VASQUEZ FREDDY ENRIQUE
TUTOR: DR MIGUEL ALBERTO VILAÑEZ TOBAR

Riobamba-Ecuador
marzo 2016

Certificamos que el presente trabajo de investigación previo a la obtención del título de magister en Matemática Básica, con el tema:" Incidencia de los Criterios Algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, aplicado a estudiantes de las Escuelas de Telecomunicaciones y Control, de la Facultad de Informática y Electrónica", ha sido realizado por el Ing. Freddy Enrique Chávez Vásquez, el mismo que fue permanentemente asesorado por nosotros los miembros de la comisión, esta culminada al 100% así como también el documento científico, por lo que certificamos que se encuentra apto para su presentación.

Es todo cuanto podemos certificar en honor a la verdad.

Riobamba marzo del 2016

Ing. Verónica Elizabeth Mora Chunllo PRESIDENTA	………………………………………………..
Dr Miguel Alberto Vilañez Tobar TUTOR	………………………………………………..
Dra Lourdes del Carmen Zuñiga Lema MIEMBRO DEL TRIBUNAL	………………………………………………..
Dra Narcisa de Jesus Salazar Alvarez MIEMBRO DEL TRIBUNAL	………………………………………………..
COORDINADOR SISBIB ESPOCH	………………………………………………..

Yo Freddy Enrique Chávez Vásquez con cedula de ciudadanía N° 0905770103, soy responsable de las ideas, doctrinas, resultados en la presente investigación y el patrimonio intelectual del presente trabajo de investigación, pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Freddy Enrique Chávez Vásquez
0905770103

Yo, Freddy Enrique Chavez Vasquez declaro que el presente trabajo de titulación es de mi autoría y que los resultados del mismo son auténticos y originales los textos constantes en el documento que provienen de otra fuente están debidamente citados y referenciados.

Como autor, asumo la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este trabajo de titulación.

Riobamba 3 de marzo del 2016

Freddy Enrique Chávez Vásquez
0905770103

DEDICATORIA

Dedico este triunfo a mi familia, a mis hijos Freddy, Mónica, Elizabeth e Inga; a mí querida esposa Lupe, por el gran apoyo brindado para lograr este objetivo, ellos han sido mi inspiración y mi razón para llevar a feliz término la conclusión de este postgrado.

Freddy

AGRADECIMIENTO

Mi agradecimiento a los miembros del tribunal, Dr. Miguel Alberto Vilañez Tobar, a la Dra Lourdes del Carmen Zuñiga Lema y a la Dra Narcisa de Jesus Salazar Alvarez , por el gran apoyo recibido en la realización de esta tesis de grado, así también a mis maestros que supieron contagiarme con su mensaje de cambio y modernidad educativa. A mis compañeros de maestría con quienes hicimos equipos de trabajo y pasamos momentos muy agradables.

Freddy

ÍNDICE

INDICE DE TABLA

INDICE DE GRAFICOS

INDICE DE FIGURAS

INDICE DE ANEXOS

RESUMEN

La presente investigación esta enfocada en la Incidencia de los Criterios Algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, aplicado a 21 estudiantes de las escuelas de ingeniería en telecomunicaciones y redes y 37 de control y redes industriales, de la facultad de informática y electrónica. Para lograr la meta de graficar las funciones racionales de segundo grado se utilizó algunos criterios algebraicos que se los organizo de la siguiente manera: Primero se calcula el dominio y la imagen de la función, de las restricciones se obtiene las asíntotas; luego los Puntos Fundamentales que se dividen en: los puntos del corte con los ejes y los puntos críticos; se evalúa los signos de la función; y finalmente se representan estos resultados en el plano cartesiano. Se detecta que los valores de “y” que están incluidos en los intervalos que componen la imagen, corresponden a los máximos o mínimos de la función, sin necesidad de derivar la función, se obtienen sus puntos críticos. Se aplica un test de dos preguntas evaluado sobre diez puntos, a estudiantes de primer semestre antes y después de conocer la nueva metodología y se obtuvo que los estudiantes de telecomunicaciones mejoran en un 58,33% y los de Control en un 50,73%, el nuevo método incide positivamente en el aprendizaje de los estudiantes; se sugiere socializar el método con los docentes de matemática de la FIE.

Palabras clave: <GRAFICACION DE FUNCIONES> <DOMINIO> <IMAGEN> <PUNTOS FUNDAMENTALES> <PUNTOS CRITICOS> <SIGNOS DE LA FUNCIÓN> <CRITERIOS ALGEBRAICOS> <FUNCIONES RACIONALES DE SEGUNDO GRADO> <PLANO CARTESIANO>

ABSTRACT

The present research is focused on the incidence of Algebraic Criteria for graphing rational functions of second degree, applied to 21 students from Engineering School in telecommunications and networks and 37 control and industrial networks, Computer Science and Electronics Faculty. Some algebraic criteria was used to achieve the goal of graphing rational functions of second grade that organize them in the following manner: first calculated the domain and the image of the function, of the restrictions is obtained the asymptotes; then the fundamental points which are divided into: the breakpoints with the axes and the critical points; the signs of the function is evaluated and finally these results are represented in the Cartesian plane. It is detected that the values of "y" that are included in the ranges that make up the image, corresponding to the maximum or minimum of function, no need of derive the function, their critical points are obtained. Applies a test of two questions evaluated on ten points, students first semester before and after knowing the new methodology and obtained that telecommunications students improve 58.33% and control 50.73%, the new method positively influences students learning; It is suggested to socialize the method with the teachers of mathematics of FIE.

KEY WORDS: <GRAPHING OF FUNCTIONS> <DOMAIN> <IMAGE> <FUNDAMENTAL POINTS> <CRITICAL POINTS> < SIGNAL OF FUNCTIONS > <ALGEBRAIC CRITERIA> <RATIONAL FUNCTIONS OF SECOND DEGREE> <CARTESIAN PLANE>

INTRODUCCIÓN

La mayoría de libros de algebra básica, algebra superior, calculo diferencial y análisis matemático, no cuentan con un criterio algebraico para realizar la graficación de funciones y en especial para funciones racionales de segundo grado $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$, que en algunos casos tienen máximos y mínimos, asíntotas, y su representación es muy variada, lo que motivo realizar la presente investigación.

El trabajo se lo realizo durante cuatro semestres, para contrastar resultados e indagar las opciones que representan el cambiar los 6 coeficientes que tienen este tipo de funciones. Primeramente se grafica la función utilizando derivadas y su representación con ayuda del software GeoGebra, luego se utiliza la nueva metodología. Nos encontramos que al cambiar un mismo coeficiente por diferentes valores sean estos positivos o negativos hubo una variación en la forma del grafico y en algunos casos muy significativa, pero a pesar de estos cambios el nuevo método se cumple para todos los casos posibles. Una vez que se obtuvo estos resultados, se realizó varias aplicaciones a estudiantes, lo que permite obtener una forma didáctica de presentar los resultados de esta graficacion.

En la prueba a estudiantes de telecomunicaciones antes de conocer la nueva metodología obtienen un 27,86 % de rendimiento y en la de después de conocer el método el 86,19 % y en Control antes obtuvieron el 21,46 % y en la prueba de después el 72,16 %, lo que motivo a presentar el presente trabajo de investigación como tesis de grado.

CAPÍTULO I

1.1 Planteamiento del problema

Para lograr un buen aprendizaje de las matemáticas, el profesor además de tener un excelente dominio de la materia, debe contar con diferentes formas para explicar los nuevos contenidos, el éxito de que lo logre dependerá de los mecanismos que él maestro conozca que el educando sigue para apropiarse de los nuevos criterios matemáticos (Torres, 2004). Por lo que el profesor esta en la obligación de diseñar nuevas situaciones didácticas o actividades de aprendizaje que conduzcan a un entendimiento rápido y duradero entre sus estudiantes. Una de esas herramientas es ayudarse de material concreto, luego la representación grafica y por último la representación algebraica, con esta forma el estudiante tendrá una idea real de lo que está aprendiendo. La utilización de la metodología permite desarrollar la parte espacial del pensamiento en el educando.

Cuando se trata el tema de funciones, es muy importante que los criterios estén bien entendidos y una de las formas de lograrlo es, cuando se acompaña a cada nueva definición con un gráfico. Por ejemplo cuando deseamos diferenciar entre una relación de una función, una de las formas es representar con un diagrama de Euler o Venn al conjunto de salida y al conjunto de llegada y proceder a analizar las relaciones existentes entre estos conjuntos y se llega a entender su diferencia.

Es usual que en el colegio y en la Universidad se comienza a graficar funciones con tablas de valores, así para una función lineal solo es suficiente dos puntos y se logra obtener la línea recta, pero cuando se grafica una parábola, es necesario dar varios valores negativos y positivos, mientras más puntos se tenga, más se acerca a la representación gráfica requerida. Cuando se grafica hipérbolas equiláteras lo importante es definir sus asíntotas y los puntos de corte con los ejes; pero cuando se tiene que graficar funciones racionales de segundo grado, estas son funciones mucho más complejas porque muchas de ellas tienen máximos y mínimos, asíntotas verticales, horizontales y algunas tienen inclusive asíntotas oblicuas, para este tipo de grafico hace falta tener una propuesta diferente a las que tradicionalmente se conoce. Es importante recalcar que en los casos de graficos con asíntotas oblicuas la presente metodología no logra su representación.

En los libros de algebra y de Cálculo se ha encontrado que se inicia el tratamiento del criterio de función biyectiva, sin haber presentado una propuesta algebraica de graficación de funciones, que permitan graficar funciones racionales, en este trabajo de investigación se propone una forma fácil de realizarlo, con ayuda de los conocimientos aprendidos hasta el momento, como son: las operaciones con números, operaciones con polinomios, ecuaciones e inecuaciones, valor absoluto.

En el proceso de enseñanza el docente debe tener siempre un objetivo principal al que quiere llegar, esto implica que debe ajustar su sílabo a este requerimiento, entonces cada nuevo tema debe de estar dirigido a ese fin. Esto implica que se debe ubicar el núcleo central del aprendizaje, H. Hernández (1995) introduce la idea de los nodos cognitivos como un recurso didáctico que contribuye a organizar el conocimiento de los estudiantes, este núcleo se lo compara como si fuera una bola de nieve, la misma que se la rueda y se la rueda, y esta comienza a crecer y a medida que más se la rueda ésta crece cada vez más. Esta debería ser la idea de todo buen aprendizaje.

Basados en este criterio es que apareció, esta nueva propuesta de graficación, se nota que para transformar una función racional de segundo grado que no es biyectiva en biyectiva el estudiante una vez realizado el procedimiento algebraico, no tenía una idea clara de su resultado y se pensó que con la ayuda de la graficacion de la función analizada, se lograba que se entendiera con más precisión los resultados obtenidos. Es tan útil la graficación de funciones ya que ayudan a construir argumentos que se construyen a medida que los conocimientos de los estudiantes crecen, cuando se demuestra que la función no es inyectiva con la grafica se puede entender su razón y de esta manera el educando va construyendo significativamente nuevos conceptos.

Se ha revisado algunos libros de álgebra y de cálculo y por ejemplo en el libro de Análisis Matemático Vol. II de Jorge Lara y Hernán Benalcázar 1989, trata el tema de funciones racionales, pero solo toca el tema del dominio e imagen, pero no da un proceso para su graficación, en Matemáticas Superiores de Edwin Galindo y Danilo Gortaire 2003, no tiene una propuesta de graficación, Joe Garcia Arcos en su libro Calculo en una variable 2010, es el que más se acerca al tema de esta investigación, obtiene el dominio la imagen, los puntos de corte con los ejes, los signos de la función, pero los máximos y mínimos lo hace desde el punto de vista del cálculo diferencial. Esta nueva propuesta optimiza los conocimientos que hasta el momento tienen los estudiantes, de tal forma que al realizar la graficación de una función racional de segundo grado, aplica los criterios hasta el momento adquiridos.

1.2 Formulación del problema

La graficación de funciones es una actividad primordial para lograr que el estudiante se apropie mejor de los conocimientos nuevos que va adquiriendo. En libros de Geometría analítica se tiene una forma de graficar bastante buena, el problema es que no identifica los máximos y mínimos que tienen las funciones racionales de segundo grado.

Para realizar esta graficación es necesario que el estudiante domine operaciones con números, con polinomios, que sepa factorar, que tenga un buen criterio de ecuaciones e inecuaciones y que calcule el dominio e imagen de una función. Con estos prerrequisitos es posible con mucha solvencia entender esta nueva propuesta de graficación.

Al no existir en este momento del aprendizaje para los estudiantes que están cursando álgebra superior, una propuesta de graficación algebraica para funciones racionales de segundo grado, en los diferentes libros que están en el mercado, lo cual puede ocasionar una deficiencia en los resultados del aprendizaje, se hace imperativo socializar esta nueva forma de graficación, que es “Criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado”. Esta graficación también es de gran ayuda para estudiantes del SNNA; de ingeniería que están cursando algebra superior y también lo pueden utilizar a nivel medio. Con esta propuesta podemos contestar a la siguiente pregunta: ¿Cómo influyen los criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado en estudiantes de la Universidad?

1.3 Justificación de la investigación.

Al graficar existen puntos fundamentales que deben definirse en toda función, ciertos graficos tienen máximos y mínimos que usualmente se los identifican con ayuda de las derivadas, sin embargo esto es posible hacerlo algebraicamente, esta investigación permite realizar este tipo de graficación con ayuda del resultado de la imagen (rango o codominio), lo que hace que la propuesta de graficación de funciones racionales de segundo orden, sea de gran ayuda a los estudiantes que aún no saben derivar.

Este trabajo esta dentro de las líneas de investigación de la ESPOCH y es un tema que le permite al estudiante razonar al momento de llevar la información obtenida al plano cartesiano y realizar correctamente la representación gráfica de la función.

1.4 Objetivos general y específico.

1.4.1 Objetivo general

Determinar la incidencia de los criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, en los estudiantes de las Escuelas de Ingeniería en Telecomunicaciones y Redes y de Ingeniería en Control y Redes Industriales, de la Facultad de Informática y Electrónica.

1.4.2 Objetivos específicos

1.4.2.1 Identificar los métodos de graficación que utilizan los docentes de matemática de primer semestre, de las escuelas de Ingeniería en Telecomunicaciones y Redes y de Ingeniería en Control y Redes Industriales, de la Facultad de Informática y Electrónica.

1.4.2.2 Determinar el rendimiento académico utilizando los métodos tradicionales y los criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado a los estudiantes de primer semestre de las escuelas de Ingeniería en Telecomunicaciones y Redes y de Ingeniería en Control y Redes Industriales, de la Facultad de Informática y Electrónica

1.5 Hipótesis

La utilización de los criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, mejora el aprendizaje de los estudiantes de primer semestre de las escuelas de Ingeniería en Telecomunicaciones y Redes y de Ingeniería en Control y Redes Industriales, de la Facultad de Informática y Electrónica.

CAPÍTULO II

MARCO TEORICO CONCEPTUAL DE REFERENCIA

2.1 Antecedentes y Estudios Previos

Es necesario primeramente definir, lo que es una relación, función y graficación:
Relación.- es un conjunto de pares ordenados (x, y), tales que x, e y estén vinculados por una expresión o fórmula matemática. Es un subconjunto de A×B y lo representamos como $R: A \to B$, donde A es el conjunto de salida y B el conjunto llegada. A la correspondencia que se da entre A y B, es lo que llamamos relación (Chavez F, 2001).

Toda relación tiene un dominio (Dom_R) , que son los valores del conjunto de salida x que están relacionados con el conjunto de llegada y, a los que llamaremos Imágenes o (Im_R).

Función.- Sean $A, B \subseteq R$ no vacíos. Se llama función *f* a una relación de A en B y se denota $f: A \to B$, cuando para todo valor de "*x*" que pertenece al conjunto *A*, existe tan solo un elemento "*y*" que pertenece al conjunto *B* $(\forall x \in A, \exists! y \in B)$ tal que $y = f(x)$.

A es el dominio de la función y le representamos así: $Dom_f = A$, a los elementos de B que tiene correspondencia con los elementos de A, se les llama conjunto recorrido o Imagen de la función y se lo denota: $\mathrm{Im}_f \subseteq B$.

Graficación.- es una representación de datos (numéricos), mediante símbolos, líneas, vectores, superficies o puntos, que permiten visualizar claramente la relación existente entre ellos.

Es importante notar que cuando se habla de graficos o curvas, estos dependerán del uso que se les dé; por ejemplo estos pueden ser de comportamiento de cantidades discretas (censos, registros en tablas, etc.), que explican diferentes comportamientos, como pueden ser crecimiento o decrecimiento (de población), valor máximo, mínimo o medio; también pueden ser cambios de temperatura, intensidad del viento, etc. Otro comportamiento puede ser geométrico, de cómo obtener un nuevo grafico de uno conocido, sea por traslación, reflexión o estiramiento. Además podemos encontrar el comportamiento de las cantidades continuas, que se aplican mucho en nuestro entorno, que son funciones o fenómenos interpretados por tablas y graficas.

En esta investigación se trabajara con coordenadas cartesianas y se lo hara con funciones, por lo que la definición será:

La graficación de una función, es un conjunto infinitos de pares ordenados, que permiten visualizar con claridad diferentes fenómenos o aplicaciones.

La propuesta de graficación que más se acerca a esta propuesta es la que viene dada en libros de geometría analítica, en donde se trabaja con intersección con los ejes, simetría, extensión, asíntotas.

2.2 Fundamentación teórica de la graficación de funciones racionales de segundo grado.

Estas funciones tienen una gama de formas, por lo que será necesario primero definir cómo se las representa.

2.2.1 Función Racional de Segundo Grado.- estas funciones tienen la forma $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$ en el que los coeficientes $a,b,c,d,e,f \in R$, teniendo como condición que uno de los coeficiente “a” o “d” debe de ser diferente de cero.

Lo común que se hace cuando de graficar se trata, es hacer una tabla, dando valores a *”x”* y calculando valores de “y”, se obtienen pares ordenados, los que se representan en el plano cartesiano y luego se unen estos puntos y de esta manera se obtiene una curva, que dependiendo de la cantidad de puntos y la distancia entre ellos se logra acercarse al objetivo.

Por ejemplo

Graficar $y=\dfrac{3x-4}{2x^2-3}$

Si se pide a un estudiante realizar este grafico lo que haría es una tabla y obtendrá mas o menos estos resultados:

Tabla 1-2: Valores de la variable "x" reemplazados en $y = \frac{3x-4}{2x^2-3}$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	4/3	2	3	4
y	-0,6	-0,9	-2	7	1,3	1	0	0,4	0,33	0,27

Realizado por: Freddy Chávez

Estos valores lo llevamos al plano cartesiano y obtenemos lo siguiente:

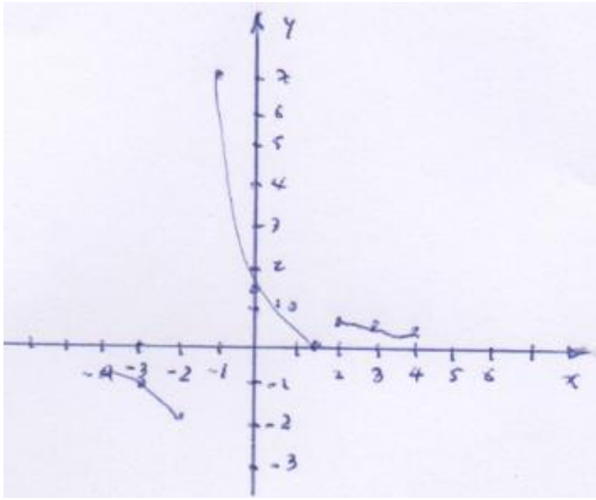


Grafico 1-2 Representación de la función $y = \frac{3x-4}{2x^2-3}$

Fuente: Tabla 1.2

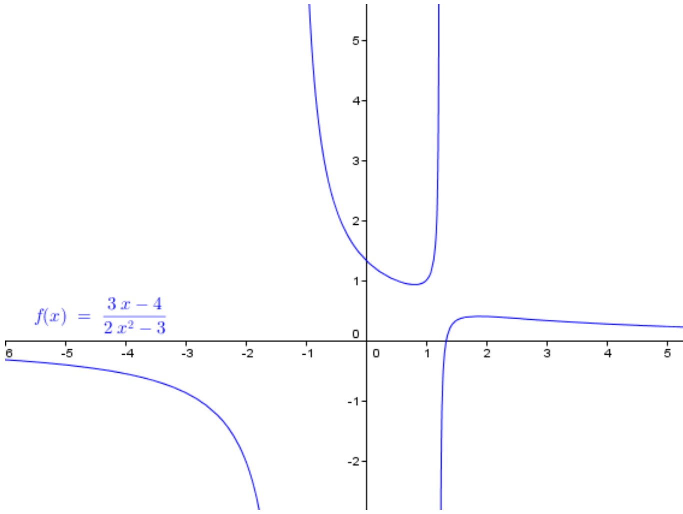


Grafico 2-2 Representación de la función $y = \frac{3x-4}{2x^2-3}$ con GeoGebr**a**

Claramente se aprecia que representar con los datos de la tabla en el plano cartesiano no se acerca al grafico real. Lo contrastamos con ayuda del GeoGebra y se ve la forma del grafico pero no están las asíntotas ni se nota los puntos fundamentales.

Con el mismo software al resaltar los datos obtenidos con la propuesta, la imagen, los puntos fundamentales de la grafica, las asíntotas, nos queda así:

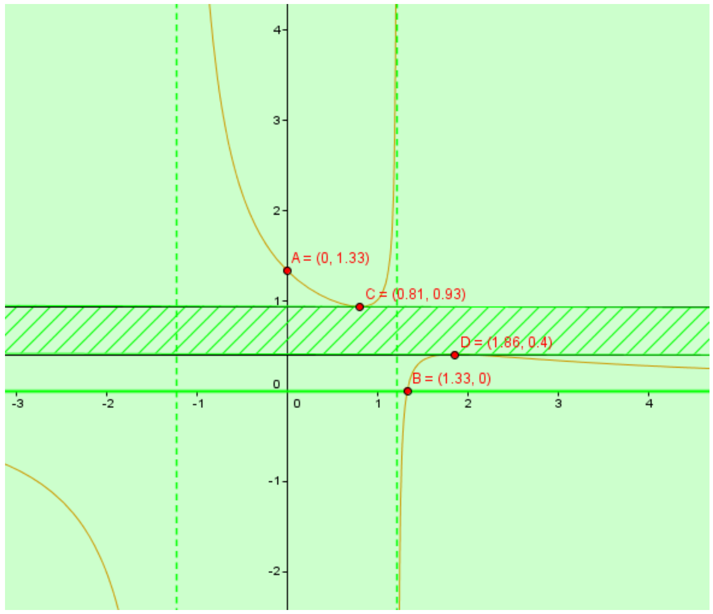


Grafico 3.2 Representación de la función $y = \frac{3x-4}{2x^2-3}$ con la propuesta

Realizado por: Freddy Chávez

2.2.2 Criterios Algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado.

La propuesta de este trabajo para graficar una función consiste en seguir los siguientes cuatro pasos:

1. Calcular:

a) Dominio de la función $y = f(x)$:

Se analiza que valores "x" están restringidos y el resto de valores formaran el conjunto del dominio (de los valores que hacen cero al denominador obtenemos las asíntotas verticales)

b) Imagen de la función.

Para obtener la imagen primeramente se despeja la variable "x" y se analiza que valores están restringidos de la variable "y", el resto de valores formaran el conjunto imagen (de los valores que hacen cero al denominador se obtendrá las asíntotas horizontales)

2. Puntos fundamentales, divididos en:

a) Puntos de corte con los ejes.

Para obtener el corte con el eje "y", se iguala "x" a cero; para obtener el corte con el eje "x", se iguala "y" a cero.

b) Puntos críticos.

De la imagen de la función de sus intervalos, se toma los *valores* incluidos y se los reemplaza en la función, y se calcula el valor de "x", se obtiene una pareja de valores que representan los mínimos o máximos de la función.

3. Signos de la función analizada.

Se iguala a cero tanto el numerador como el denominador de la función y con sus valores se realiza una tabla de signos y se obtiene los signos de la función en los respectivos intervalos.

4. Graficación

Llevar los resultados anteriores al plano cartesiano y se obtiene el gráfico.

A continuación ilustramos el método con los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1.- Graficar: $f(x) = 3x^2 + x - 4$

1.- **a) Calcular el dominio de la función**

El dominio es: $Dom_f = R$. ya que no hay ninguna restricción.

b) Calcular la imagen

Para esto es necesario despejar la variable "x".

$$3x^2 + x - 4 - y = 0$$

Se despeja x con ayuda de la formula general de la ecuación de segundo grado:

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.3(-4-y)}}{6} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48+12y}}{6} = \frac{-1 \pm \sqrt{49+12y}}{6}$$

La raíz no admite valores negativos por lo tanto:

$49 + 12y \geq 0 \quad \Rightarrow \quad y \geq -\frac{49}{12}$ .De esta manera: $\mathrm{Im}_f = \left\{ y \in R / y \geq -\frac{49}{12} \right\}$

2.- Puntos fundamentales:

a) Puntos de corte con los ejes.

Para $x = 0 \qquad y = -4$

Para $y = 0 \qquad 3x^2 + x - 4 = 0$

$(3x+4)(x-1) = 0 \qquad x = -\frac{4}{3} \qquad x = 1$

Obtenemos los puntos: (0,-4), $(-\frac{4}{3},0)$ y $(1,0)$

b) Puntos críticos:

Estos puntos se generan de los valores incluidos en el conjunto imagen, en este caso : $y = -\frac{49}{12}$, se reemplaza en el despeje de x y obtenemos: $x = -\frac{1}{6}$

El punto es: $(-\frac{1}{6},-\frac{49}{12})$, que representa un mínimo ya que $a > 0$

3.- Signos de la Función $f(x) = 3x^2 + x - 4$.

Encontramos los ceros de la parábola:

$3x^2 + x - 4 = 0$ Factorando $(3x+4)(x-1) = 0$

Igualamos a cero cada factor y despejamos $x = -\frac{4}{3} \qquad x = 1$

Con estos valores construimos la tabla:

x		-4/3		1	
$y = 3x^2+x-4$	+	0	-	0	+

4.- Gráfico.

Los resultados obtenidos en los literales anteriores, se los lleva al plano cartesiano:

Del primer paso se rescata la información de la Imagen $y \geq -\frac{49}{12}$, esto significa que el grafico solo estará de este valor hacia arriba, por lo que se puede representarlo así:

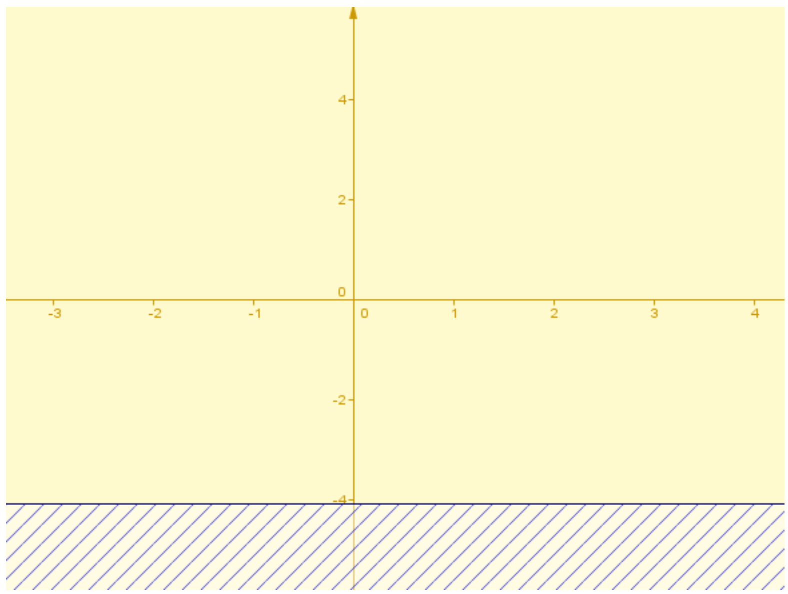
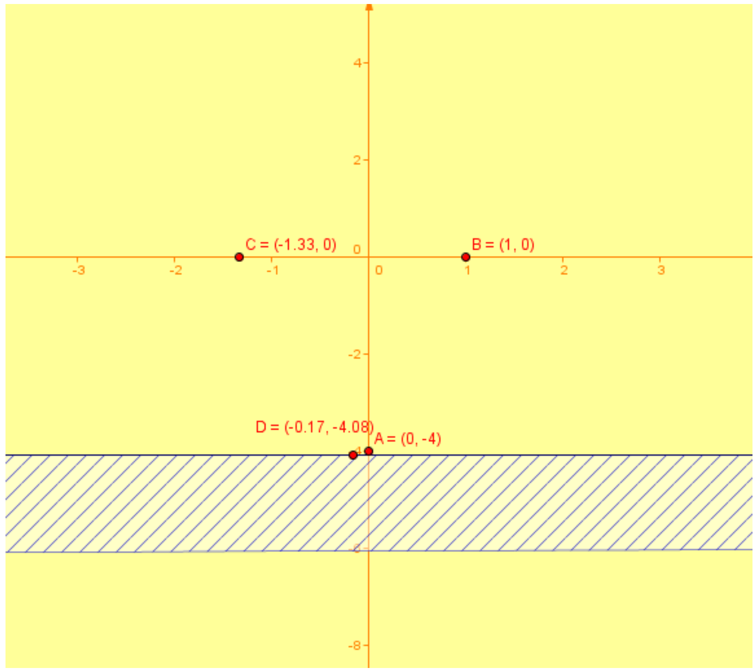


Grafico 4-2 Rayado donde no esta la Imagen de $f(x) = 3x^2 + x - 4$

Realizado por: Freddy Chávez

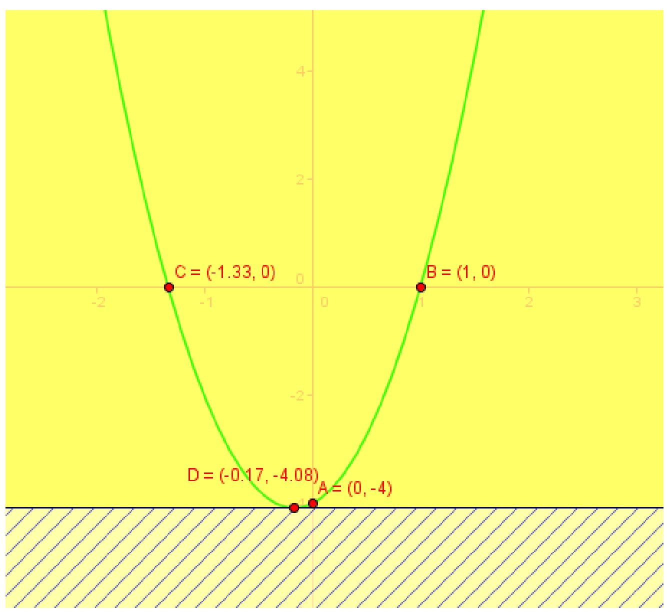
Luego, se representa los puntos fundamentales en el plano cartesiano: (0,-4), $(-\frac{4}{3},0)$, $(1,0)$ y $(-\frac{1}{6},-\frac{19}{12})$.



Grafica 5.2 Representación de los puntos fundamentales de $f(x) = 3x^2 + x - 4$

Realizado por: Freddy Chávez

Con ayuda de los signos se orienta el grafico de tal forma que pasen por los puntos fundamentales, quedando el grafico de esta manera:



Grafica 6.2 Grafica de la parábola $f(x) = 3x^2 + x - 4$

Realizado por: Freddy Chávez

A continuación se graficara unos de los tipos de funciones racionales de segundo grado.

Ejemplo 2.- **Graficar:** $g(x)=\dfrac{2x+3}{3-2x^2}$

1.- a) Calcular el dominio.

El dominio de la función es : $Dom_g = R-\left\{\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right\}$. Donde $x=\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}}\approx\pm 1{,}22$ son sus Asíntotas Verticales

b) Imagen de la función:

Para encontrar la imagen se despeja x, de $g(x)=y=\dfrac{2x+3}{3-2x^2}$

$$3y-2yx^2=2x+3$$

$2yx^2+2x+3-3y=0$ Se aplica la formula general

$x_{1,2}=\dfrac{-2\pm\sqrt{4-4(2y)(3-3y)}}{4y}=\dfrac{-2\pm 2\sqrt{1-2y(3-3y)}}{4y}$, donde $y=0$ es la Asíntota Horizontal

Como la raíz no admite valores negativos, se tiene: $6y^2-6y+1\geq 0$

$$y_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{6^2-4(6)1}}{2(6)}=\frac{6\pm\sqrt{12}}{12}=\frac{6\pm 2\sqrt{3}}{12}$$

$y_1=\dfrac{3+\sqrt{3}}{6}=0{,}79$ $\qquad$ $y_2=\dfrac{3-\sqrt{3}}{6}=0{,}21$

	0,21		0,79	y
$6y^2-6y$ -1	+	-	+	

Entonces: $\mathrm{Im}_g=\{y\in R/\,y\leq 0{,}21\vee y\geq 0{,}79\}$

2.- Puntos fundamentales:

a) Puntos de corte con los ejes:

Cuando $x=0;\quad y=1$ y cuando $y=0;\quad x=-\dfrac{3}{2}$

b) Puntos críticos

Para $y = 0{,}79 \qquad x = \dfrac{-1}{2(\frac{3+\sqrt{3}}{6})} = -0{,}63$

Para $y = 0{,}21 \qquad x = \dfrac{-1}{2\left(\frac{3-\sqrt{3}}{6}\right)} = -2{,}37$

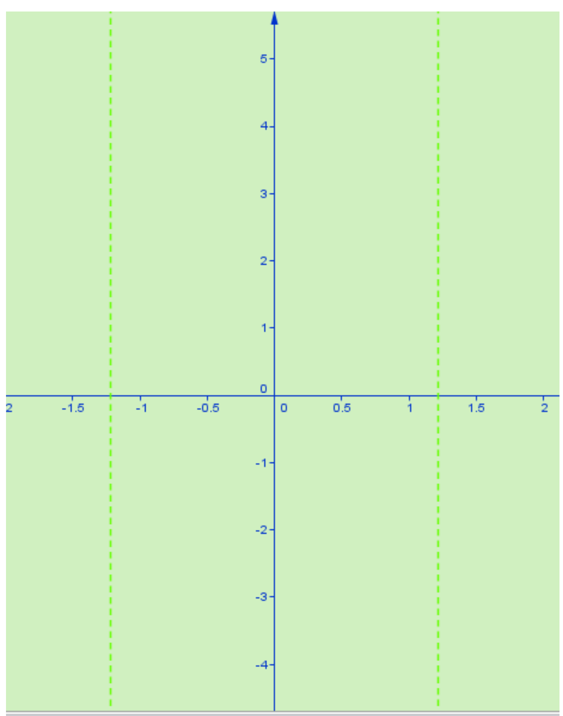
3.- Signos de $g(x) = \dfrac{2x+3}{3-2x^2}$

$$2x+3=0 \qquad x=-3/2$$
$$3-2x^2=0 \qquad x=\pm\sqrt{3/2}$$

	-3/2	-1,22	1,22	
$2x+3$	o -	+	+	+
$3-2x^2$	-	-	o +	o -
$\frac{2x+3}{3-2x^2}$	+	-	+	-

4.- Grafico

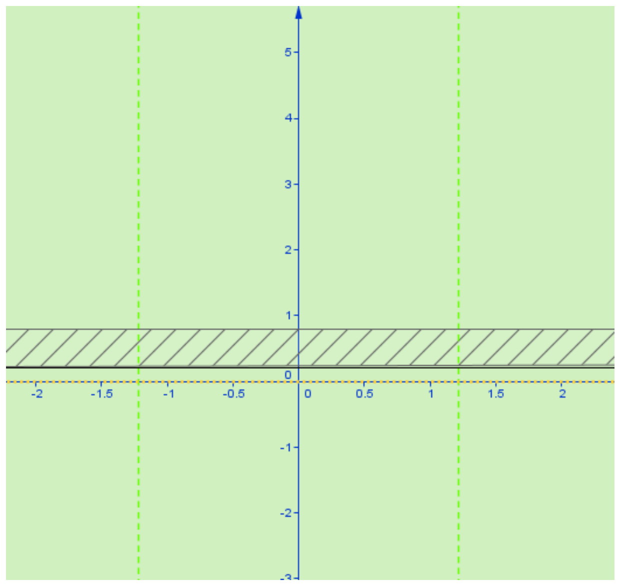
Del paso 1.- a) Se grafica las asíntotas verticales



Grafica 7-2 Representación de las asíntotas verticales de la función $g(x) = \dfrac{2x+3}{3-2x^2}$

Realizado por: Freddy Chávez

Del paso 1.- b) Se toma la asíntota horizontal *y=0* y la imagen de la función $\mathrm{Im}_g = \{y \in R / y \leq 0{,}21 \vee y \geq 0{,}79\}$, se lo lleva al plano cartesiano

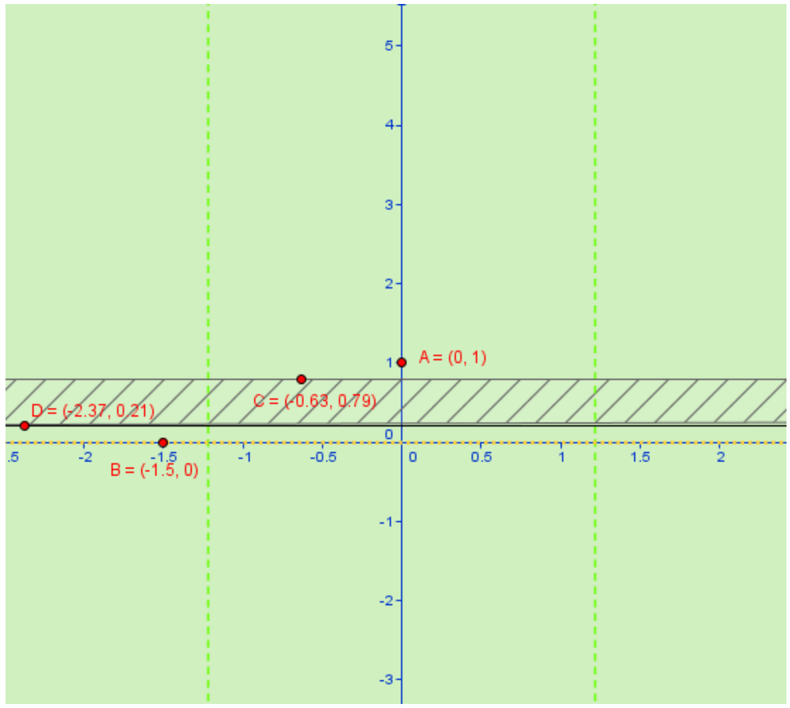


Grafica 8-2 Rayado donde no esta la Imagen y asíntotas $g(x) = \dfrac{2x+3}{3-2x^2}$

Realizado por: Freddy Chávez

Es importante recalcar que el intervalo que no pertenece a la imagen, en este no hay grafico, es como si se tuviese una especie de pared (de muro), por la que no se puede pasar.

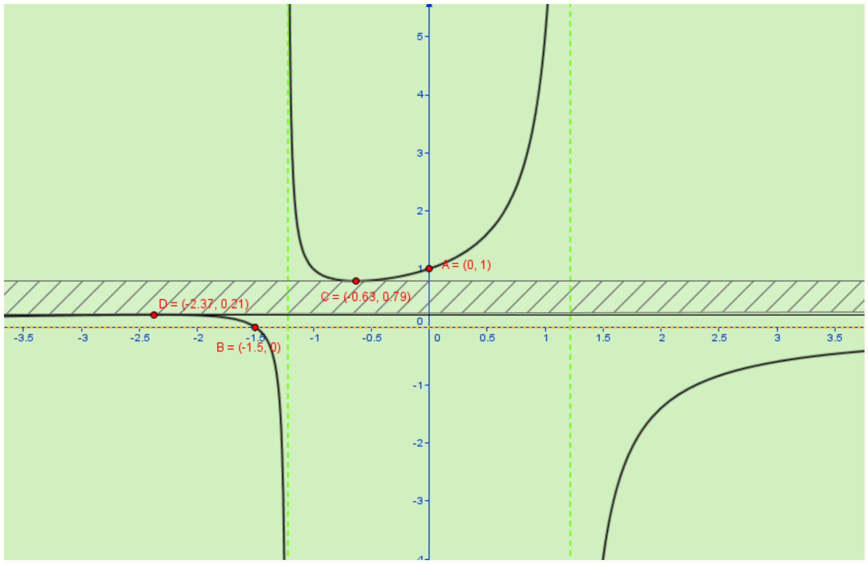
Del paso 2,- Se toma los puntos fundamentales que en este caso son cinco (5) y se representa en el plano cartesiano.



Grafica 9-2 Puntos fundamentales de $g(x)=\dfrac{2x+3}{3-2x^2}$

Realizado por: Freddy Chávez

Del paso 3.- se toma los signos y se le da forma al grafico, cabe señalar que los signos representan el comportamiento de los valores de "y". Si un signo es negativo es porque el grafico se encuentra por debajo del eje de las "x" y si es positivo se encuentra por encima del eje de las "x", las asíntotas ayudan a modular la grafica, la misma que debe pasar por cada punto fundamental identificado.



Grafica 10-2 Grafica de la función $g(x)=\frac{2x+3}{3-2x^2}$

Realizado por: Freddy Chávez

2.2.3 Graficación con el método aplicando derivadas

Primeramente se define lo que son las asintotas verticales y horizontales.

2.2.3.1 Asíntotas Verticales.

La recta $x=a$ es una asíntota vertical de una curva $y=f(x)$ si se cumple una de las condiciones siguientes:

$a)\ \lim_{x\to a} f(x)=-\infty$ $\quad b)\ \lim_{x\to a} f(x)=+\infty$ $\quad c)\ \lim_{x\to a^-} f(x)=\pm\infty$ $\quad d)\ \lim_{x\to a^+} f(x)=\pm\infty$

2.2.3.2 Asíntotas Horizontales

La recta $y=a$ es una asíntota horizontal de la función $f(x)$ si cumple que:

$\lim_{x\to\infty} f(x)=a$

2.2.3.3 Graficación de funciones utilizando derivadas

Para graficar con ayuda de la derivada se sigue los siguientes pasos, Chavez, F (2005):

1. Encontrar las asíntotas.
2. Sacar la primera derivada, encontrar los puntos críticos, analizar su monotonía y si hay máximos y mínimos.
3. Sacar la segunda derivada, encontrar los puntos críticos, determinar los intervalos de concavidad e identificar los puntos críticos.
4. Calcular los valores de $f(x)$ para los valores críticos. Construir una tabla con todos los datos anteriores.
5. Encontrar los puntos de intersección con los ejes.
6. Transportar todos los datos al plano cartesiano.

Graficar la función: $g(x)=\dfrac{2x+3}{3-2x^2}$

1. Con la definición de asíntota vertical, se analizan los valores $x=\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ que hacen cero al denominador.

$\lim\limits_{x\to-\sqrt{\frac{3}{2}}^-}\dfrac{2x+3}{3-2x^2}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to-\sqrt{\frac{3}{2}}^+}\dfrac{2x+3}{3-2x^2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to\sqrt{\frac{3}{2}}^-}\dfrac{2x+3}{3-2x^2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to\sqrt{\frac{3}{2}}^+}\dfrac{2x+3}{3-2x^2}=-\infty$, con lo que se verifica que si son asíntotas verticales.

La asíntota oblicua es una recta $y=kx+b$, sus coeficientes se calculan:

$$k=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x},\quad b=\lim_{x\to\infty}[f(x)-kx]$$

$$k=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x+3}{3-2x^2}}{x}=0 \qquad b=\lim_{x\to\infty}\frac{2x+3}{3-2x^2}=0$$

La asíntota oblicua es: $y=0$

2. Se deriva la función $g(x)=\dfrac{2x+3}{3-2x^2}$:

$$g'(x)=\frac{2(3-2x^2)-(2x+3)(-4x)}{(3-2x^2)^2}=\frac{6-4x^2+8x^2+12x}{(3-2x^2)^2}=\frac{4x^2+12x+6}{(3-2x^2)^2}$$

Igualando a cero

$$4x^2 + 12x + 6 = 0 \qquad x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(2)(3)}}{4} = \frac{-6 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

Puntos críticos:

$$x_1 = \frac{-3+\sqrt{3}}{2} = -0{,}63 \qquad x_2 = \frac{-3-\sqrt{3}}{2} = -2{,}37$$

$g'(-3) > 0$

$x_2 = -2{,}37$ máximo

$g'(-2) < 0$

$g'(-1) < 0$

$x_1 = -0{,}63$ mínimo

$g'(0) > 0$

3. Sacar la segunda derivada

$$g''(x) = \frac{(8x+12)(3-2x^2)^2 - (4x^2+12x+6)2(3-2x^2)(-4x)}{(3-2x^2)^4} = \frac{(8x+12)(3-2x^2) - (4x^2+12x+6)(-8x)}{(3-2x^2)^3} =$$

$$= \frac{24x - 16x^3 + 36 - 24x^2 + 32x^3 + 96x^2 + 48x}{(3-2x^2)^3} = \frac{16x^3 + 72x^2 + 72x + 36}{(3-2x^2)^3}$$

Igualando a cero:

$$16x^3 + 72x^2 + 72x + 36 = 0$$

El punto crítico es: $x = -3{,}36$

$g''(-4) > 0$

$x = -3{,}36$ punto de inflexión

$g''(-3) < 0$

4. Con los puntos criticos calcular el valor de "y"

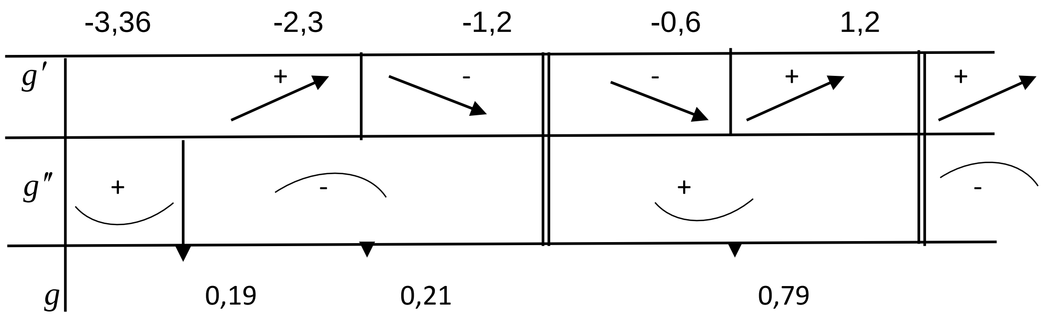
$x_1 = -0{,}63 \qquad g(-0{,}63) = \dfrac{2(-0{,}63)+3}{3-2(-0{,}63)^2} = 0{,}79$

$x_2 = -2{,}37 \qquad g(-2{,}37) = \dfrac{2(-2{,}37)+3}{3-2(-2{,}37)^2} = 0{,}21$

$x = -3{,}36 \qquad g(-3{,}36) = \dfrac{2(-3{,}36)+3}{3-2(-3{,}36)^2} = 0{,}19$

Registrar los datos en una tabla:

Tabla 2-2 Resultados de la graficación con derivadas



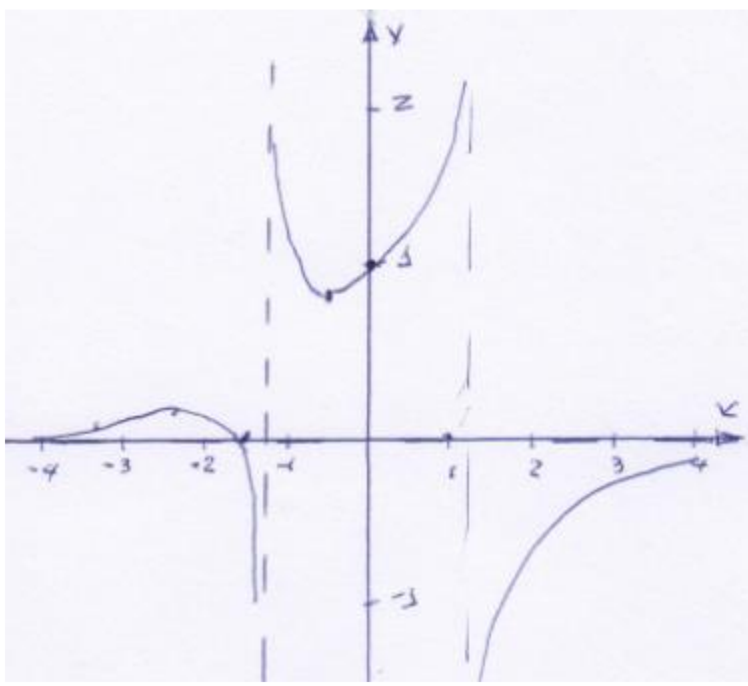
Realizado por: Freddy Chávez

5. Puntos de corte con los ejes

$x = 0$ $\qquad y = 1$

$y = 0$ $\qquad x = -\dfrac{3}{2}$

6. Grafica



Grafica 11-2 Grafica de la función $g(x) = \dfrac{2x+3}{3-2x^2}$, derivando

Realizado por: Freddy Chávez

Se ve claramente la coincidencia de los resultados entre la metodología algebraica y la graficación con derivada.

2.3 Prueba de los Rangos con signo de Wilcoxon

Es una prueba no paramétrica que permite comparar la mediana entre dos muestras relacionadas y determina si existen diferencias entre ellas. Se utiliza en vez de la prueba de t Student cuando su distribución no es normal y las muestras son pequeñas. Debe su nombre a Frank Wilcoxon que lo publico en 1945 (Wilcoxon,1945).

Se lo utiliza cuando se tiene n pares de observaciones, que se las denominada (x_i, y_i). El objetivo del test es comprobar si se puede dictaminarse que los valores x_i e y_i son o no iguales. Por lo tanto la hipótesis a contrastar es que la mediana de un grupo es igual a la mediana del otro $Me_1 = Me_2$.

Para ello se asigna como $z_i = y_i - x_i$, y para verificar la hipótesis, los resultados obtenidos se los ordena considerados como valores absolutos $|z_1|, |z_2|, ..., |z_n|$ y se les asigna su rango R_i, sumándose los positivos y aparte los negativos.

$$W^+ = \sum_{z_i > 0} R_i \text{ , y } W^- = \sum_{z_i > 0} R_i$$

Donde:

$$W = \min\{W^+, W^-\}$$

La distribución del estadístico W se lo consulta en tablas para determinar si se acepta o no la hipótesis nula.

En ocasiones, esta prueba se usa para comparar las diferencias entre dos muestras de datos tomados antes y después de aplicado el tratamiento, cuyo valor central se espera que sea cero o próximo a cero. Las diferencias iguales a cero son eliminadas y el valor absoluto de las desviaciones con respecto al valor central son ordenadas de menor a mayor. A los datos idénticos se les asigna el lugar medio en la serie. La suma de los rangos se hace por separado para los signos positivos y los negativos. Considerando a **W** como el menor de esas dos sumas, comparamos **W** con el valor proporcionado por las tablas estadísticas, de acuerdo al nivel de significancia, si el valor se encuentra dentro del intervalo de la tabla se rechaza la hipótesis nula.

2.4 Visión Epistemológica

La presente investigación está relacionada con el constructivismo, ya que se motiva a los estudiantes a que utilicen sus conocimientos adquiridos, le den sentido a la información obtenida y comiencen a hacer las cosas con una mejor forma de razonar.

En el constructivismo su principio fundamental es que los seres humanos en comunidad construyen ideas sobre el mundo, las que evolucionan y cambian; dichas elaboraciones han regulado las relaciones consigo mismo, con la naturaleza y toda la sociedad.

Se Vera al constructivismo desde los puntos de vista: epistemológico, sociológico, psicopedagógico y didáctico:

2.4.1 Concepción Epistemológica del Constructivismo.- Es opuesta al empirismo y al positivismo, es decir, contraria a la idea de que las cosas se conocen en la realidad independientemente del sujeto cognoscente; luego, la realidad que se cree conocer es una construcción del pensamiento, y la interpretación de esa realidad está influenciada por factores biológicos, psicológicos, neurofisiológicos, económicos, políticos y culturales. Es por esto que cada ser ve esa realidad de distinta manera, por lo que hay que socializar esas percepciones para conocerla lo más objetivamente (Urquizo A, 2013).

Las principales características del conocimiento según el constructivismo son:

- Por el principio de evolución, el conocimiento científico sólo cambia por sustitución de teorías y/o paradigmas científicos.
- Entre la teoría y la práctica, el análisis y la síntesis, la inducción y deducción hay una unidad dialéctica en el proceso del conocimiento
- El conocimiento, que es producto de condiciones sociales, económicas e ideológicas, transforma al sujeto cognoscente y su entorno.

2.4.2 Concepción Sociológica del Constructivismo.- Hombres y mujeres organizados en comunidad construyen sistemas de estructuras conceptuales, procedimentales y actitudinales que regulan las acciones e interacciones consigo mismo, con los demás y con la naturaleza. Estas estructuras siguen un proceso evolutivo, unas persisten por más tiempo, mientras que otras cambian. Gracias al constructivismo, los educadores pueden fomentar y construir una sociedad pluralista, con respeto a las diferencias de pensamiento.

2.4.3 Concepción Psicopedagógica del Constructivismo.- Concibe a los procesos cognitivos como construcciones fundamentalmente activas del sujeto en permanente interacción con su entorno físico y social. Ausubel manifiesta que en el entorno se generan los conocimientos previos que llevan los alumnos al salón de clase que servirán de base para estructurar los nuevos conocimientos con los que resolverá los problemas del entorno y desarrollará un aprendizaje autónomo. Bruner manifiesta que el aprendizaje es una negociación conceptual, metodológica y actitudinal entre docentes y educandos para conseguir aprendizajes por descubrimiento autónomo. Vygotsky piensa que en el aprendizaje intervienen factores externos a la conciencia, el entorno influye de manera significativa en él aprendizaje y factores internos que interactúan en el proceso de reconstrucción del conocimiento.

2.4.4 Concepción Didáctica del Constructivismo.- El desarrollo de sistemas de pensamiento que conllevan a una posición crítica frente a un paradigma para descubrir y plantearse problemas, confrontar teorías, contrastar teoría y realidad, cuestionar, plantear hipótesis, buscar soluciones, ir hacia situaciones más complejas, es una posición constructivista social del aprendizaje.

El constructivismo da un giro en cuanto cambia el rol del profesor que lo hace todo y lo sabe todo al rol de un facilitador, motivador y mediador que interactúa con sus estudiantes en el proceso del inter-aprendizaje.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1 Diseño y Tipo de Estudio.

Para llevar a cabo esta investigación se toma como población, al paralelo A de la Escuela de Ingeniería en telecomunicaciones y Redes y al paralelo A Escuela de Ingeniería en Control y Redes Industriales, en la materia de matemática I. Se realizo al inicio del semestre un test sobre diez puntos, con el método que los estudiantes sabían al momento. Luego cuando los estudiantes conocían el nuevo método, se realizó un segundo test sobre diez puntos.

El tipo de investigación es cuasi experimental, debido a que se trabaja con paralelos de estudiantes donde el maestrante es el profesor de matemática, lo que permite la manipulación de la variable independiente, por lo tanto el tipo de estudio es correlacional, ya que indica el nivel de relación que existe entre las variables.

3.2 Determinación de la población y muestra

La población estará constituida por los estudiantes de primer semestre de las escuelas de Telecomunicaciones y Redes y de Control y Redes Industriales de la FIE, para demostrar la hipótesis se considerará los estudiantes del paralelo ¨A¨ de cada escuela en la que dicta el maestrante, con cincuenta y ocho (58) estudiantes en total.

Se ha hecho una evaluación con el método tradicional, al inicio del semestre; la segunda evaluación se realizó una vez que se dictó el tema de funciones y la graficación con el método propuesto.

Se ha Calculado el tamaño de la muestra para poblaciones finitas, utilizando la fórmula:

$$n = \frac{Npq}{(N-1)\frac{ME^2}{NC^2} + pq}$$

Donde:

n = tamaño de la muestra

N = tamaño del universo

p = probabilidad de ocurrencia

q =1-p probabilidad de no ocurrencia

ME = margen de error o precisión admisible con que se toma la muestra (0,05)

NC = nivel de confianza o exactitud con que se generaliza los resultados a la población, (1,96).

Reemplazado los datos se obtiene:

$$n = \frac{58 * 0,5 * 0,5}{(58-1)\frac{0,05^2}{1,96^2} + 0,5 * 0,5} = 50,3$$

Que corresponde a 51 estudiantes.

Se realiza este cálculo para las muestras de cada paralelo y se utiliza el software estadístico R, el mismo que ayudara a elegir en forma aleatoria que estudiantes quedan para la muestra, se pone los veinte y un (21) estudiantes de la escuela de Telecomunicaciones, en un bloc de notas, así también los treinta y siete (37) de control, se los ingresa al software R y su identificación nos da el siguiente resultado.

```
> tele=read.table("tele.txt",header=T)
> tele
   antes despues
1    0.0       8
2    5.0       9
3    5.0      10
4    5.0       9
5    2.5      10
6    0.0      10
7    5.0       5
8    0.0       3
9    7.5       9
10   2.5      10
11   2.5      10
12   2.5       4
13   2.5      10
14   0.0       9
15   2.5       8
16   2.5      10
17   2.5      10
18   2.5      10
19   1.0       7
20   5.0      10
21   2.5      10
```

```
> control=read.table("control.txt",header=T)
> control
   antes despues
1   2.50       7
2   0.00       6
3   1.00       8
4   1.00       6
5   1.00       7
6   5.00       8
7   5.00       7
8   2.50       3
9   5.00       6
10  0.00       6
11  2.50       6
12  0.00       7
13  0.00       3
14  2.50      10
15  5.00      10
16  2.50       9
17  1.00      10
18  2.50      10
19  5.00      10
20  2.50       7
21  5.00       5
22  2.50       8
23  2.00      10
24  2.50       9
25  2.50       9
26  2.50       4
27  2.50       9
28  0.00       4
29  2.50       9
30  2.50       8
31  2.50       5
32  0.00       9
33  0.25       7
34  1.00       4
35  2.00       5
36  0.00       9
37  2.50       7
```

Figura 1-3 Listado de los estudiantes de telecomunicaciones y control
Fuente: anexo D, E, F y G.

Con estos datos en el software R, se procede a obtener la muestra del paralelo de la escuela de telecomunicaciones y control, la misma que es la siguiente:

```
> muestra.tele
   antes despues
18   2.5      10
15   2.5       8
19   1.0       7
2    5.0       9
1    0.0       8
10   2.5      10
6    0.0      10
8    0.0       3
5    2.5      10
3    5.0      10
14   0.0       9
11   2.5      10
17   2.5      10
12   2.5       4
7    5.0       5
9    7.5       9
16   2.5      10
20   5.0      10
```

```
> muestra.control
   antes despues
24  2.50       9
31  2.50       5
34  1.00       4
25  2.50       9
2   0.00       6
23  2.00      10
37  2.50       7
36  0.00       9
5   1.00       7
32  0.00       9
16  5.00      10
26  2.50       4
4   1.00       6
10  0.00       6
21  5.00       5
11  2.50       6
28  0.00       4
8   2.50       3
3   1.00       8
7   5.00       7
22  2.50       8
33  0.25       7
14  2.50      10
12  0.00       7
30  2.50       8
20  2.50       7
27  2.50       9
1   2.50       7
35  2.00       5
29  2.50       9
18  2.50      10
6   5.00       8
19  5.00      10
```

Figura 2-3 Muestra de los estudiantes de Telecomunicaciones y Control

El software ayuda a escoger aleatoriamente la muestra de los estudiantes con los que se hace los cálculos estadísticos. La población de Telecomunicaciones es de veinte y un (21) estudiantes y la muestra es de dieciocho (18), y la población de Control es de treinta y siete (37) estudiantes y se obtiene una muestra de treinta y tres (33) estudiantes.

3.3 Métodos y técnicas e instrumentos de recolección de datos

Se realiza una observación directa con los estudiantes sobre el cambio que se logra al aplicar el nuevo método, también fue necesario la colaboración de los profesores de los otros paralelos, para saber que métodos utilizaban al momento de graficar funciones.

De acuerdo a la investigación el método a utilizar es el científico, ya que se presenta el planteamiento del problema, formulación de hipótesis, el levantamiento de la información, análisis e interpretación de los resultados, la comprobación de la hipótesis. La técnica utilizada para los estudiantes es el test que se lo realizo con dos preguntas antes de explicar la nueva metodología y después de conocerla, para los docentes se utilizó la encuesta y como instrumento el cuestionario con tres preguntas, que permitieron determinar los métodos que utilizan al momento de graficar funciones racionales de segundo grado.

CAPÍTULO IV

Resultados y Discusión

En la materia de matemática I como primer capítulo se tiene el tema de funciones, en el que se trata la graficación de funciones y es ahí donde se aplica el método de Criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado. Al inicio se realiza una prueba de diagnóstico en el que se pidió graficar dos funciones racionales de segundo grado y posteriormente después de explicarles el método nuevo y mandarles un deber, se precedió a una segunda evaluación. A los docentes se les realizo una encuesta para saber que métodos de graficación utilizan, y comprobar si conocen este nuevo método.

4.1 Presentación de Resultados

En el primer día de clase se procedió con la prueba de diagnóstico donde se evaluaron dos problemas de graficación y se obtuvo los resultados del anexo D y E.

Una vez que los estudiantes conocían el método de Criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, se precedió a realizar la segunda evaluación, así mismo, con los dos ejercicios de graficacion de funciones racionales de segundo grado y se obtiene los resultados del anexo F y G.

4.1.1 Encuestas a Profesores de la FIE

Se realizo una encuesta a los docentes de las escuelas de Telecomunicaciones y Control que dictan a primer semestre la materia de Matemática I, para conocer que método utilizan al momento de graficar funciones racionales de segundo grado.

Pregunta 1 a) Para graficar, realiza una tabla de valores

Tabla 1-4 Realiza una tabla de valores

OPCIÓN	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	0	0 %
NO	4	100%
TOTAL	4	100%

Realizado por: Freddy Chávez
Fuente: Encuesta a Profesores anexo C

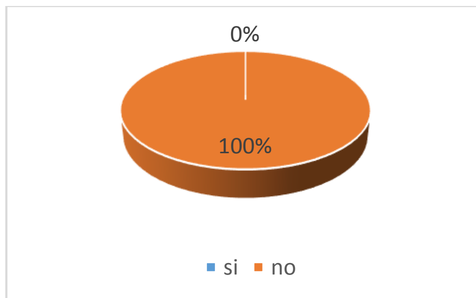


Grafico 1-4 Realiza una tabla
Fuente: Cuadro 1-4

El 100% de los docentes no utilizan tablas de valores al momento de graficar, utilizan otros métodos para graficar.

Pregunta 1 b) Calcula el Dominio e Imagen de la función; encuentra los puntos de corte con los ejes y realiza una tabla de valores.

Tabla 2-4 Calcula el dominio e imagen

OPCIÓN	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	0	0%
NO	4	100%
TOTAL	4	100%

Realizado por: Freddy Chávez
Fuente: Encuesta a Profesores anexo C

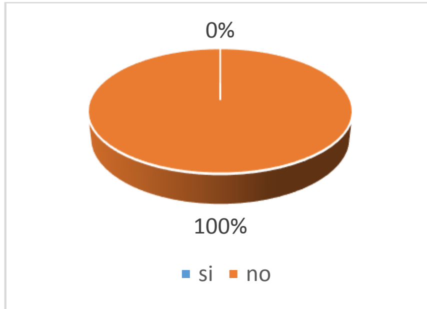


Grafico 2-4 Calcula el dominio e imagen
Fuente: Cuadro 2-4

El 100% de los docentes no calculan el dominio y la imagen al momento de graficar, utilizan otras formas para graficar.

Pregunta 1 c) Calcula el Dominio e Imagen de la función; encuentra los puntos de corte con los ejes; utiliza derivadas para definir máximos y mínimos y puntos de inflexión.

Tabla 3-4 Utiliza derivadas para graficar

OPCIÓN	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	3	75%
NO	1	25%
TOTAL	4	100%

Realizado por: Freddy Chávez
Fuente: Encuesta a Profesores anexo C

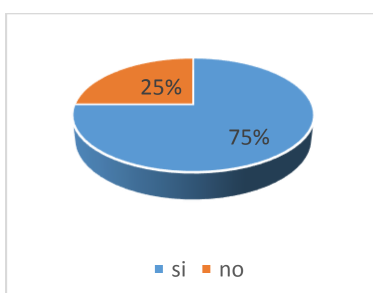


Grafico 3-4 Utiliza derivadas para graficar
Fuente: Cuadro 3-4

El 75% de los docentes utilizan la derivación al momento de graficar y el 25% utiliza otro método, lo cual indica que utilizan métodos diferentes al de la propuesta para graficar

Pregunta 1 d) Utiliza otro Método

Tabla 4-4 Utiliza otro método para graficar

OPCIÓN	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	1	25%
NO	3	75%
TOTAL	4	100%

Realizado por: Freddy Chávez
Fuente: Encuesta a Profesores anexo C

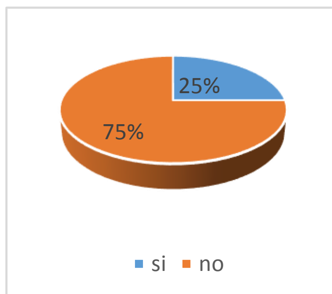


Grafico 4-4 Utiliza otro método para graficar
Fuente: Cuadro 4-4

El 75% de los docentes utilizan el método del literal c), el 25% tiene otra forma de graficar, lo cual significa que no utilizan el método de la propuesta

Pregunta 1 **e) Utiliza el método Criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado.**

Tabla 5-4 Utiliza Criterios algebraicos

OPCIÓN	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	0	0%
NO	4	100%
TOTAL	4	100%

Realizado por: Freddy Chávez
Fuente: Encuesta a Profesores anexo C

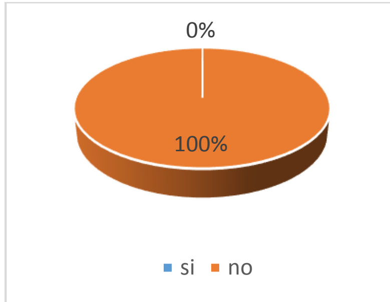


Grafico 5-4 Utiliza Criterios algebraicos
Fuente: Cuadro 5-4

El 100% de los docentes no utilizan el método Criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, lo cual indica que utilizan otros métodos para graficar

2. Si tiene que graficar la función $f(x)=\dfrac{3+4x}{1-3x^2}$ **, ¿Lo haría con el método que indico en el literal anterior?**

Tabla 6-4… Utiliza el método que indico en la pregunta anterior

OPCIÓN	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	4	100%
NO	0	0%
Total	4	100%

Realizado por: Freddy Chávez
Fuente: Encuesta a Profesores anexo C

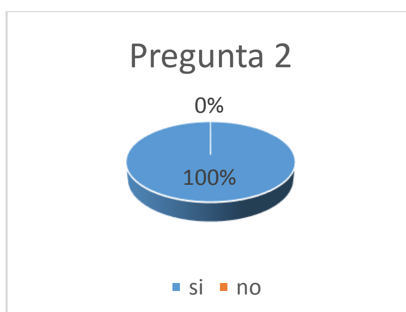


Grafico 6.4 Utiliza el método que indico en la pregunta anterior
Fuente: Cuadro 6.4

El 100% de los docentes al momento de graficar una función racional de segundo grado utiliza el metodo indicado en la pregunta anterior.

3. Conoce el método Criterios algebraicos para la graficación de funciones racionales de segundo grado la cual tiene el siguiente orden:

- Calcular: Dominio, Imagen y de las restricciones obtenemos las asíntotas.
- Hallar los puntos fundamentales: Puntos de corte con los ejes, puntos críticos.
- Encontrar los signos de la función.
- Llevar los resultados anteriores al plano cartesiano y obtenemos el gráfico.

Tabla 7-4 Conoce Criterios Algebraicos

OPCIÓN	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	1	25%
NO	3	75%
Total	4	100%

Realizado por: Freddy Chávez
Fuente: Encuesta a Profesores anexo C

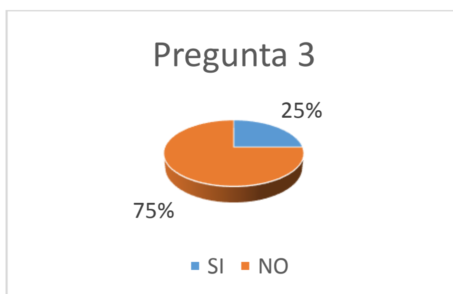


Grafico 7-4 Conoce Criterios Algebraicos
Fuente: Cuadro 7-4

El 75% de los docentes no conoce Criterios Algebraicos y el 25% si lo conoce, este resultado indica que los docentes conocen parcialmente el método Criterios Algebraicos para la graficación funciones de segundo grado, por lo que utilizan otros métodos para graficar.

Conclusión de la encuesta a los docentes: Con estos resultados se puede concluir que el método Criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, no es conocido por los docentes de la FIE por lo tanto no es utilizado en sus actividades educativas.

4.2 Discusión de Resultados

4.2.1 Análisis Estadístico Descriptivo del Rendimiento de los estudiantes de Telecomunicaciones y Control.

Con los resultados obtenidos antes y después de presentar la nueva metodología a los estudiantes de primer semestre de las escuelas de Telecomunicaciones y Control de la Facultad de Informática y Electrónica, se realizó el cálculo de la media, mediana, moda, desviación estándar, varianza de la muestra, curtosis, coeficiente de asimetría, rango, mínimo, máximo, obteniéndose los siguientes resultados:.

Tabla 8.4 Análisis descriptivo de los estudiantes de Telecomunicaciones y Control

TELECOMUNICACIONES		
	Antes	*Después*
Media	2,785714	8,619047
Mediana	2,5	10
Moda	2,5	10
Desviación estándar	2,02219824	2,13251472
Varianza de la muestra	4,08928571	4,54761905
Curtosis	-0,0139057	1,9484213
Coeficiente de asimetría	0,44546938	-1,7032404
Rango	7,5	7
Mínimo	0	3
Máximo	7,5	10
Suma	58,5	181
Cuenta	21	21

CONTROL		
	Antes	*Después*
Media	2,14324	7,21621
Mediana	2,5	7
Moda	2,5	7
Desviación estándar	1,608405	2,109965
Varianza de la muestra	2,586967	4,451952
Curtosis	-0,48338	-0,83465
Coeficiente de asimetría	0,409027	-0,37618
Rango	5	7
Mínimo	0	3
Máximo	5	10
Suma	79,3	267
Cuenta	37	37

Realizado por: Freddy Chavez V.
Fuente: Anexos D, E, F y G

Se observa un cambio en el comportamiento de todos los parámetros analizados, se nota una diferencia significativa entre los resultados de antes y después, lo que induce a pensar en el impacto que tiene en el aprendizaje de los estudiantes la aplicación de los criterios algebraicos para la graficación de funciones de segundo grado.

Tomando como referencia la mediana vemos su comportamiento en el siguiente box plot:

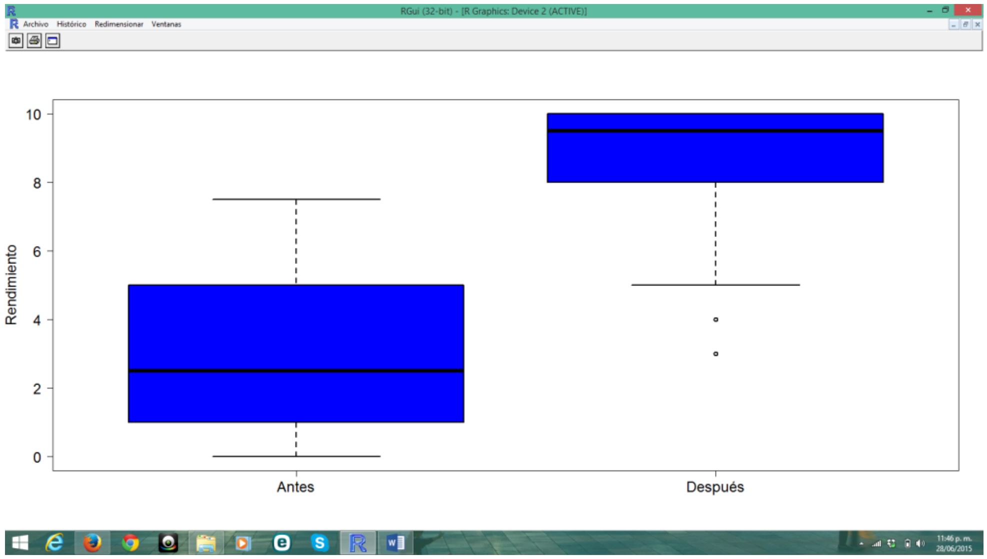


Grafico 8-4 Box Plot del rendimiento, de Telecomunicaciones
Fuente: Tabla 1.4

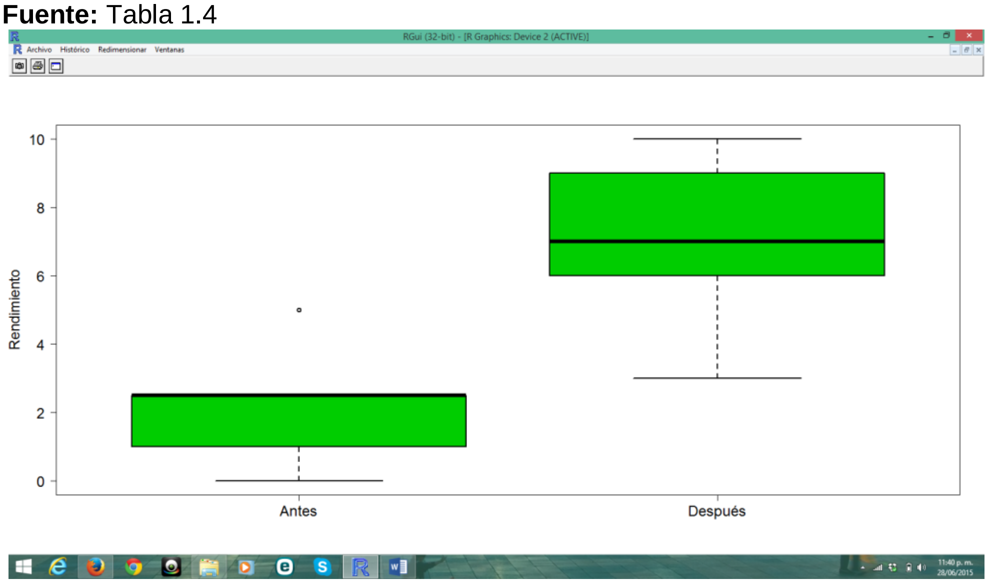


Grafico 9.4 Box Plot del rendimiento, de Control
Fuente: Tabla 1-4

Con estos graficos se deduce que existe un cambio sustantivo en el aprendizaje de los estudiantes tanto de Telecomunicaciones como de Control.

4.2.2 Comprobación estadística de la Hipótesis

La investigación se realizó en forma real, ya que se ha involucrado a los estudiantes de primer semestre de Telecomunicaciones y Control de la Facultad de Informática y

Electrónica de le ESPOCH, y a los docentes que dictan matemática en primer semestre de esta Facultad.

4.2.2.1 Metodología

Para el análisis estadístico de los datos se utiliza el software R y para la representación gráfica el software GeoGebra.

El nuevo método de graficación se aplicó a los estudiantes de primer semestre paralelo A tanto de Telecomunicaciones como de Control, en un total de cincuenta y ocho (58) estudiantes, en el periodo de octubre 2014 a febrero 2015. En ambos paralelos se realizó el mismo test tanto al inicio, como después de explicada la nueva metodología.

Se hizo la encuesta a los docentes y se obtuvo que los docentes no utilizan el método "Criterios Algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado".

4.2.2.2 Variables

El carácter de las variables que se utilizo es cuantitativo, ya que se realizo un test de dos preguntas sobre diez (10) puntos cada test.

4.2.2.3 Planteamiento de la Hipótesis

H_0 = Los criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, no mejora en el aprendizaje de los estudiantes.

H_1 = Los criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, mejora en el aprendizaje de los estudiantes.

4.2.2.4 Criterios de validación de la Hipótesis

Antes de realizar la prueba de hipótesis primero se realiza un test de normalidad al 95%, en la muestra de antes y después de explicar el nuevo método, en la escuela de Telecomunicaciones y Control. Se lo realizo con ayuda del software estadístico R.

4.2.2.4.1 Test de normalidad de la Escuela de Telecomunicaciones.

Para realizar el contraste de hipótesis primero se hizo el test de normalidad de Shapiro al 95% de confiabilidad, para ello se utiliza el software R y se obtiene estos resultados:

```
> shapiro.test(muestra.tele[,1])

        Shapiro-Wilk normality test

data:  muestra.tele[, 1]
W = 0.8811, p-value = 0.02726
```

Figura 1-4 Test de normalidad en Telecomunicaciones antes
Fuente: Figura 2-3

Se obtuvo que p-valor = 0.02726 y el nivel de significancia α=0.05, como el p-valor < α, esto significa que la muestra no se distribuye normalmente

Así también después de explicar la nueva metodología se realizo el test de normalidad de la muestra al 95% y se obtienen los siguientes resultados:

```
> shapiro.test(muestra.tele[,2])

        Shapiro-Wilk normality test

data:  muestra.tele[, 2]
W = 0.7334, p-value = 0.0002006
```

Figura 2-4 Test de normalidad en Telecomunicaciones después
Fuente: Figura 2-3

Se obtuvo que p-valor = 0.0002006 y el nivel de significancia α=0.05, como el p-valor < α entonces la muestra no se distribuye normalmente al 95% de confianza.

4.2.2.4.2 Prueba de Hipótesis de la Escuela de Telecomunicaciones

Para probar las hipótesis se siguió los siguientes pasos:

1) Planteamiento de las Hipótesis Estadísticas

Con el test no paramétrico de Wilcoxon se procede a comprobar:

Ho: Med1(después)=Med2(antes) .Las medias de antes y después son iguales (significa que los criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, no mejora el aprendizaje de los estudiantes de primer semestre de Telecomunicaciones)

H1: Med1(después)>Med2(antes) .La mediana de después es mayor que la mediana de antes (significa que los criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, mejora el aprendizaje de los estudiantes de primer semestre de Telecomunicaciones)

2) Nivel de significancia

$\alpha = 0.05$

3) Estadístico de Prueba.

Como en las muestras de antes y después de aplicar la metodología de graficación “Criterios Algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado”, de la escuela de telecomunicaciones; no se distribuyen normalmente, entonces se usó un test no paramétrico, como la muestra es pequeña se utilizó el de Wilcoxon, para ver si existe o no diferencia significativa entre la metodología de antes y después.

Aplicamos el test no paramétrico de Wilcoxon con ayuda del software R y se obtiene los siguientes resultados:

```
        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  muestra.tele$despues and muestra.tele$antes
V = 153, p-value = 0.0001493
alternative hypothesis: true location shift is greater than 0
```

Figura 3.4 Test no paramétrico de Wilcoxon en Telecomunicaciones.
Fuente: Figura 2-3

Se obtuvo p-valor = 0,0001493 y el nivel de significancia α=0.05

4) Criterio de decisión

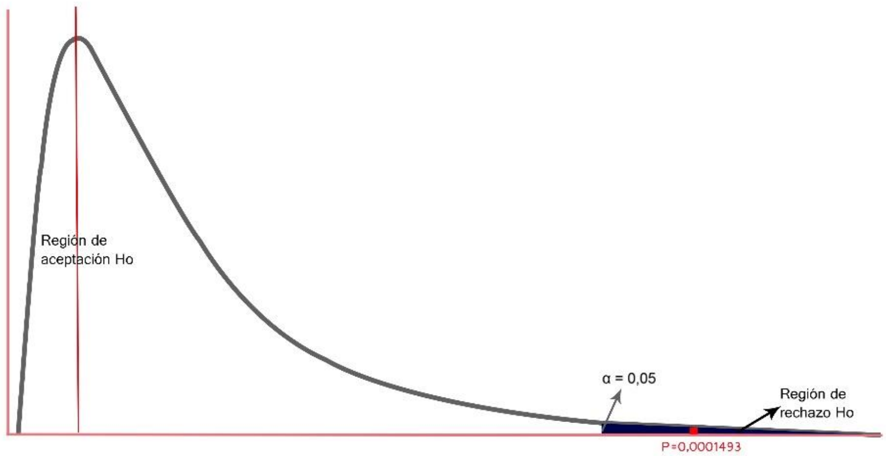


Gráfico 10-4 Región Crítica de Ho Escuela en Telecomunicaciones
Fuente: Distribución no Normal

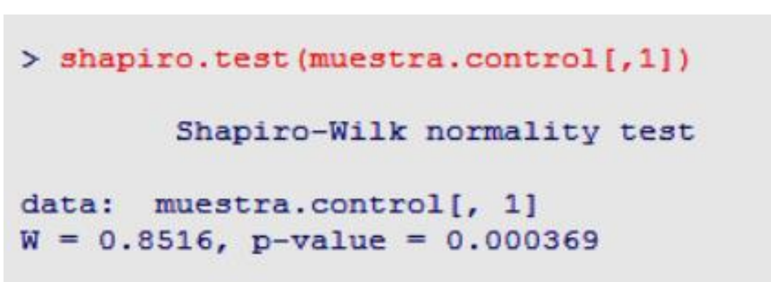
Como el p-valor = 0,0001493 y el nivel de significancia es α = 0,05, entonces Ho se rechaza.

5) Toma de decisión

Como la hipótesis nula Ho se rechaza, entonces se acepta la hipótesis alternativa H1 es decir, los criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, mejora en el aprendizaje de los estudiantes de primer semestre de Telecomunicaciones y Redes.

4.2.2.4.3 Test de normalidad de la Escuela de Control.

Se Realiza el test de normalidad con los datos obtenidos en control, antes de explicar el nuevo método y con ayuda del software R se obtienen los siguientes resultados:



```
> shapiro.test(muestra.control[,1])

        Shapiro-Wilk normality test

data:  muestra.control[, 1]
W = 0.8516, p-value = 0.000369
```

Figura 4-4 Test de normalidad en Control antes
Fuente: Figura 2-3

Se obtuvo que p-valor = 0.000369 y el nivel de significancia α=0.05, como el p-valor < α entonces la muestra no se distribuye normalmente.

De igual forma se realiza el test de normalidad, después de explicar el método:

```
> shapiro.test(muestra.control[,2])

        Shapiro-Wilk normality test

data:  muestra.control[, 2]
W = 0.9383, p-value = 0.0608
```

Figura 5-4 Test de normalidad en Control después
Fuente: Figura 2-3

Se obtiene, p-valor = 0.0608 y el nivel de significancia α=0.05

Como el p-valor > α entonces la muestra se distribuye normalmente al 95% de confianza

De lo cual se puede concluir que, como la muestra de antes no se distribuye normalmente y la muestra de después se distribuye normalmente entonces es necesario realizar un Test no paramétrico.

4.2.2.4.4 Prueba de Hipótesis de la Escuela de Control

Para probar las hipótesis se siguió los siguientes pasos:

1) Planteamiento de las hipótesis estadísticas

Con en el Test no paramétrico de Wilcoxon, se comprueba si:

Ho: Med1(después)=Med2(antes) .Las medianas de antes y después son iguales (significa que los criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, no mejora el aprendizaje de los estudiantes de primer semestre de la escuela de Control)

H1: Med1(después)>Med2(antes) .La mediana de después es mayor que la mediana de antes (significa que los criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, mejora el aprendizaje de los estudiantes de primer semestre de la escuela de Control)

2) Nivel de significancia

α = 0.05

3) Estadístico de Prueba.

A las muestras de escuela de Control, se usó un test no paramétrico, como la muestra es pequeña se utilizó el de Wilcoxon, para ver si existe o no diferencia significativa entre la metodología de antes y después.

Aplicamos el test no paramétrico de Wilcoxon con ayuda del software R y se obtiene los siguientes resultados:

```
        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  muestra.control$despues and muestra.control$antes
V = 528, p-value = 4.103e-07
alternative hypothesis: true location shift is greater than 0
```

Figura 6-4 Test no paramétrico de Wilcoxon de la Escuela de Control
Fuente: Figura 2-3

Realizado el Test se obtiene que: p-valor = 4,103e-07 y el nivel de significancia α=0.05

4) Criterio de decisión

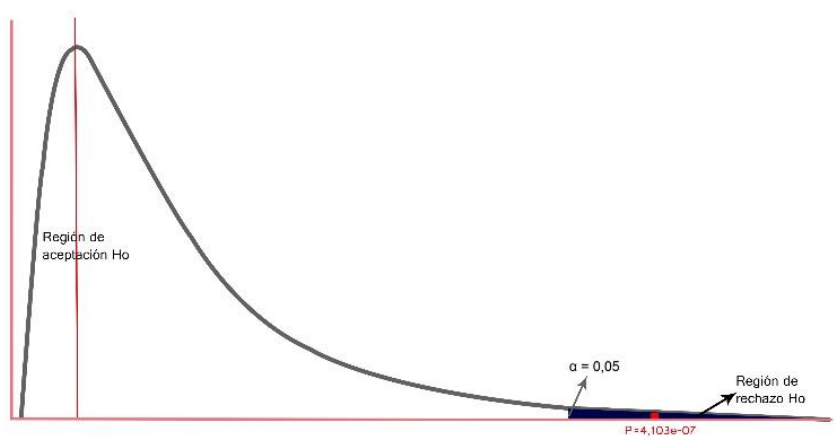


Gráfico 11-4 Región Crítica de Ho Escuela de Control
Fuente: Distribución no Normal

Como el p-valor < α entonces se acepta la hipótesis alternativa H1 es decir la, distribución de antes es menor que la distribución de después al 95% de confianza y se rechaza la hipótesis Ho.

5) Toma de decisión

Como la hipótesis nula Ho se rechaza, entonces se acepta la hipótesis alternativa H1 es decir los criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, mejora el aprendizaje de los estudiantes de primer semestre de la escuela de Ingeniería Electrónica en Control y Redes Industriales.

4.3 COMPROBACION DE HIPOTESIS

Como los resultados de las dos escuelas son coincidentes se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; es decir: Los criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, mejora el aprendizaje de los estudiantes de primer semestre de las escuelas de Ingeniería Electrónica en Telecomunicaciones y Control.

CONCLUSIONES

1. El método: Criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, no es utilizado por los profesores encuestados de la FIE.

2. Los docentes de la FIE al momento de graficar funciones, utilizan la aplicación de las derivadas.

3. Los datos obtenidos en la escuela de Control y Redes Industriales, los de antes son no normales y los de después son normales.

4. Los Criterios algebraicos para graficar funciones racionales de segundo grado, inciden positivamente en el aprendizaje de los estudiantes de primer semestre de Telecomunicaciones y Control.

RECOMENDACIONES

1. Divulgar el método a los profesores de matemática de la ESPOCH.

2. Los docentes de matemática, pueden utilizar esta nueva metodología, hasta que los estudiantes conozcan la graficación con derivada.

3. Realizar un manuscrito para el aprendizaje de esta nueva metodología.

4. Realizar un software en el que se obtenga el proceso de los cuatro pasos y se pueda comprobar los resultados obtenidos manualmente.

BIBLIOGRAFÍA

1.- Chavez, F (2005), Matemática Básica, Riobamba-Ecuador

2.- Galindo E. y Gortaire D. (2003), Matemática Superiores, ProCiencia Editores, Quito

3.- Garcia J. (2010), Cálculo en una variable, Salgolqui.

4. Hernández, H. (1995). “Nodos Cognitivos. Un recurso eficiente para el aprendizaje matemático”. IX Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Ciudad de la Habana, Cuba.

5.- Urquizo A. (2013), Matemáticas Dirigidas a otras Ciencias, Riobamba-Ecuador

6.- Wilcoxon, F. (1945) "Individual Comparisons by Ranking Methods." Biometrics 1, 80-83

7.- Bautista, L Morales, A Mena, J (2013). El rol de la argumentación gráfica en la construcción de conocimiento matemático escolar: el caso de la paridad e imparidad de las funciones http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/1328.pdf

8.- Berlanga, V (2012). Clasificación de pruebas no paramétricas. Cómo aplicarlas en SPSS.

9.- Cordero, F. (2006). La modelación y la graficación en la matemática escolar, PDF http://www.redalyc.org/pdf/335/33580205.pdf

10.- Cordero, F Flores, R (2007)El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362007000100002&script=sci_arttext

11.- Díaz, P (2006). Métodos no paramétricos para la comparación de dos muestras

https://www.fisterra.com/mbe/investiga/noParametricos/noParametricos.asp

12.- Lopez, C Saiegg, C (2005) Uso de la Simulación como estrategia de mejora en el proceso de enseñanza-aprendizaje en las universidades. Una aplicación para la carrera de informática

http://www.dit.ing.unp.edu.ar/graduate/bitstream/123456789/202/1/Tesina%20Simulacion%20en%20Educacion.pdf

ANEXOS

Anexo A: Test para estudiantes de primer semestre escuela de telecomunicaciones

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

ESCUELA DE POSTGRADO Y EDUCACIÓN CONTÍNUA

MAESTRÍA EN MATEMÁTICA BÁSICA

TEST

MATERIA: Matemática I **Paralelo A** **Fecha: 05-12-2014**

OBJETIVO: Determinar el rendimiento utilizando el método CRITERIOS ALGEBRAICOS PARA LA GRAFICACIÓN DE FUNCIONES RACIONALES DE SEGUNDO GRADO a estudiantes de primer semestre de la Escuela de Ingeniería Electrónica en Telecomunicaciones y Redes.

NOMBRE: -- CODIGO: ---------------

1. Graficar las siguientes funciones, utilizando los “criterios algebraicos para la graficación de funciones racionales de segundo grado”:

a) $f(x)=\frac{3-4x}{5-3x^2}$ **VALE 4 PUNTOS**

b) $f(x)=\frac{3x+4}{3x^2+10}$ **VALE 6 PUNTOS**

Anexo B: Test para estudiantes de primer semestre escuela de control.

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

ESCUELA DE POSTGRADO Y EDUCACIÓN CONTÍNUA

MAESTRÍA EN MATEMÁTICA BÁSICA

TEST

MATERIA: Matemática I **Paralelo A** **Fecha: 05-12-2014**

OBJETIVO: Determinar el rendimiento utilizando el método CRITERIOS ALGEBRAICOS PARA LA GRAFICACIÓN DE FUNCIONES RACIONALES DE SEGUNDO GRADO a estudiantes de primer semestre de la Escuela de Ingeniería Electrónica en Control y Redes Industriales,

.**NOMBRE: --- CODIGO: ---------------**

1. Graficar las siguientes funciones, utilizando los “criterios algebraicos para la graficación de funciones racionales de segundo grado”:

a) $f(x)=\dfrac{3-4x}{5-3x^2}$ **VALE 4 PUNTOS**

b) $f(x)=\dfrac{3x+4}{3x^2+10}$ **VALE 6 PUNTOS**

Anexo C: Encuesta a profesores de la facultad de informática y electrónica

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

ESCUELA DE POSTGRADO Y EDUCACIÓN CONTÍNUA

MAESTRÍA EN MATEMÁTICA BÁSICA

ENCUESTA DE INFORMACIÓN

Objetivo: Identificar los métodos de graficación que utilizan los docentes de primer semestre en la FIE y determinar si utilizan los criterios algebraicos para la graficación de funciones racionales de segundo grado.

Ponga una X en su respuesta

1. Al momento de graficar funciones con estudiantes de primer semestre:
   a) Utiliza tabla de valores Si……. No……..
   b) Calcula el Dominio e Imagen de la función; encuentra los puntos de corte con los ejes; utiliza derivadas para definir máximos y mínimos y puntos de inflexión Si……. No……..
   c) Calcula el Dominio e Imagen de la función; encuentra los puntos de corte con los ejes y realiza una tabla de valores. Si……. No……..
   d) Utiliza el método Criterios algebraicos para la graficación de funciones racionales de segundo grado Si……. No……..
   e) Utiliza otro método Si……. No……..
2. Si tiene que graficar la función $f(x) = \frac{3+4x}{1-3x^2}$, ¿Lo haría con el método que indico en el literal anterior? Si……. No……..
3. El método Criterios algebraicos para la graficación de funciones racionales de segundo grado tiene el siguiente orden:

- Calcula: Dominio, Imagen y de las restricciones obtenemos las asíntotas.
- Halla los puntos fundamentales: Puntos de corte con los ejes, puntos críticos.
- Encuentra los signos de la función.
- Lleva los resultados anteriores al plano cartesiano y obtenemos el gráfico.

Si lo conozco …….. No lo conozco ……..

MUCHAS GRACIAS POR SU GENTIL COLABORACIÓN

Anexo D: Notas estudiantes de Telecomunicaciones antes de conocer el nuevo método

ESCUELA DE TELECOMUNICACIONES Y REDES PRIMERO A

Tabla 1 Notas estudiantes de Telecomunicaciones antes

	CODIGO	NOMBRE Y APELLIDO	ANTES 10
1	595	BARRIONUEVO HINOJOSA ELVIS	0
2	795	GANAN MARTINEZ JHONNY	5
3	796	SAEZ SAEZ CRISTIAN	5
4	802	ARROYO ENRIQUEZ YOMA	5
5	814	COYAGO MARCALLA DANILO	2,5
6	816	GRANIZO TAPIA JEFFERSON	0
7	818	SAGUAY CEPEDA BYRON	5
8	824	PAGUAY VARGAS ALVARO	0
9	825	PILAMUNGA RAMOS BRYAN	7,5
10	829	ROGEL JARRIN ANDRES	2,5
11	830	GUZMAN GUAÑO MARCELO	2,5
12	835	CHILQUINA CABAY BRAYAN	2,5
13	842	GUILCAPI QUISNANCELA LISBETH	2,5
14	844	OROZCO VALENCIA ROBERT	0
15	845	DOMÍNGUEZ MIRANDA MYRIAM	2,5
16	846	PÉREZ BENAVIDES KEVIN	2,5
17	847	GONZALEZ CASTILLO MADELYN	2,5
18	849	GUAMAN ANDRADE JOSE	2,5
19	851	LOBATO QUISATASI ERICK	1
20	854	ALVAREZ MONTA CRISTIAN	5
21	855	BUITRON ZABALA ESTEBAN	2,5

Elaborado por: Freddy Chávez V.

Anexo E Notas de estudiantes de Control antes de conocer el nuevo método

ESCUELA DE CONTROL Y REDES INDUSTRIALES PRIMERO A

Tabla 2 notas de estudiantes de Control antes

			ANTES
	CODIGO	NOMBRE Y APELLIDO	10
1	558	CARRILLO VALLEJO ALEX	2,5
2	638	GARCIA FERNANDEZ EDGAR	0
3	673	GOMEZ GUERRERO WILSON	1
4	687	POMBOZA AVILES EDWIN	1
5	690	NUÑEZ AGUALONGO JUAN	1
6	695	TAPIA CHICAIZA ALVARO	5
7	698	MEDINA TOSCANO OSCAR	5
8	700	BONILLA ARGUELLO JAVIER	2,5
9	706	CARRERA REYES LUIS	5
10	708	SALAZAR OCAÑA REYCHELT	0
11	716	YEPEZ GARCIA JUAN	2,5
12	718	ESPINOZA VELASCO HECTOR	0
13	720	CUNO CHULCO JONATHAN	0
14	721	PILAMALA SISLEMA HENRY	2,5
15	722	GARCIA PILAMUNGA MARCO	5
16	725	REMACHE LLIGUISUPA SANTIAGO	2,5
17	728	UGSIÑA COLCHA MIGUEL	1
18	729	CAISAGUANO MOREANO CRISTIAN	2,5
19	744	PINO PILCO VIVIANA	5
20	745	SANMARTIN GALVAN HOOVER	2,5

21	746	SUQUISUPA HERRERA PABLO	5
22	747	ALVAREZ TOABANDA DANILO	2,5
23	750	RAMIREZ TOAPANTA JUAN	2
24	751	AVILA ARMIJOS WILLIAM	2,5
25	752	GUAMAN OÑATE WAGNER	2,5
26	753	SANTOS SALTOS JHONNATHAN	2,5
27	754	MAZA SARANGO LUIS	2,5
28	755	LARA PALACIOS NICOLÁS	0
29	756	CASTRO VILLACIS JESSENIA	2,5
30	757	NUÑEZ SEGOVIA CHRISTIAN	2,5
31	759	CHAVEZ LOPEZ LUIS	2,5
32	761	GUALPA ANGEL	0
33	762	GUSÑAY KLEBER	0,3
34	763	ESCUDERO ANGELO	1
35	764	GUSQUI JAIRO	2
36	765	ERAZO CRISTIAN	0
37	768	RUIZ BRIAN	2,5

Elaborado por: Freddy Chávez V.

Anexo F Notas estudiante de Telecomunicaciones después de conocer el nuevo método

ESCUELA DE TELECOMUNICACIONES Y REDES PRIMERO A

Tabla 3 Notas estudiante de Telecomunicaciones después

	CODIGO	NOMBRE Y APELLIDO	DESPUÉS 10
1	595	BARRIONUEVO HINOJOSA ELVIS	8
2	795	GANAN MARTINEZ JHONNY	9
3	796	SAEZ SAEZ CRISTIAN	10
4	802	ARROYO ENRIQUEZ YOMA	9
5	814	COYAGO MARCALLA DANILO	10
6	816	GRANIZO TAPIA JEFFERSON	10
7	818	SAGUAY CEPEDA BYRON	5
8	824	PAGUAY VARGAS ALVARO	3
9	825	PILAMUNGA RAMOS BRYAN	9
10	829	ROGEL JARRIN ANDRES	10
11	830	GUZMAN GUAÑO MARCELO	10
12	835	CHILQUINA CABAY BRAYAN	4
13	842	GUILCAPI QUISNANCELA LISBETH	10
14	844	OROZCO VALENCIA ROBERT	9
15	845	DOMÍNGUEZ MIRANDA MYRIAM	8
16	846	PÉREZ BENAVIDES KEVIN	10
17	847	GONZALEZ CASTILLO MADELYN	10
18	849	GUAMAN ANDRADE JOSE	10
19	851	LOBATO QUISATASI ERICK	7
20	854	ALVAREZ MONTA CRISTIAN	10
21	855	BUITRON ZABALA ESTEBAN	10

Elaborado por: Freddy Chávez V.

Anexo G Notas estudiantes de Control después de conocer el nuevo método

ESCUELA DE CONTROL Y REDES INDUSTRIALES PRIMERO A

Tabla 4 Notas estudiantes de Control después

	CODIGO	NOMBRE Y APELLIDO	DESPUÉS 10
1	558	CARRILLO VALLEJO ALEX	7
2	638	GARCIA FERNANDEZ EDGAR	6
3	673	GOMEZ GUERRERO WILSON	8
4	687	POMBOZA AVILES EDWIN	6
5	690	NUÑEZ AGUALONGO JUAN	7
6	695	TAPIA CHICAIZA ALVARO	8
7	698	MEDINA TOSCANO OSCAR	7
8	700	BONILLA ARGUELLO JAVIER	3
9	706	CARRERA REYES LUIS	6
10	708	SALAZAR OCAÑA REYCHELT	6
11	716	YEPEZ GARCIA JUAN	6
12	718	ESPINOZA VELASCO HECTOR	7
13	720	CUNO CHULCO JONATHAN	3
14	721	PILAMALA SISLEMA HENRY	10
15	722	GARCIA PILAMUNGA MARCO	10
16	725	REMACHE LLIGUISUPA SANTIAGO	9
17	728	UGSIÑA COLCHA MIGUEL	10
18	729	CAISAGUANO MOREANO CRISTIAN	10
19	744	PINO PILCO VIVIANA	10
20	745	SANMARTIN GALVAN HOOVER	7
21	746	SUQUISUPA HERRERA PABLO	5

22	747	ALVAREZ TOABANDA DANILO	8
23	750	RAMIREZ TOAPANTA JUAN	10
24	751	AVILA ARMIJOS WILLIAM	9
25	752	GUAMAN OÑATE WAGNER	9
26	753	SANTOS SALTOS JHONNATHAN	4
27	754	MAZA SARANGO LUIS	9
28	755	LARA PALACIOS NICOLÁS	4
29	756	CASTRO VILLACIS JESSENIA	9
30	757	NUÑEZ SEGOVIA CHRISTIAN	8
31	759	CHAVEZ LOPEZ LUIS	5
32	761	GUALPA ANGEL	9
33	762	GUSÑAY KLEBER	7
34	763	ESCUDERO ANGELO	4
35	764	GUSQUI JAIRO	5
36	765	ERAZO CRISTIAN	9
37	768	RUIZ BRIAN	7

Elaborado por: Freddy Chávez V.