



# **ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**

*“Geo-Gebra, su aplicación en las cónicas como recurso didáctico, y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de nivelación de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga”*

Tesis presentada ante el Instituto de Postgrado y Educación Continua de la ESPOCH, como requisito parcial para la obtención del grado de

## **MAGÍSTER EN MATEMÁTICA BÁSICA**

**AUTOR:** Paola Mariela Proaño Molina

**TUTOR:** Ing. Mg. Luis Basantes

**Riobamba – Ecuador**

**2015**

## CERTIFICACIÓN:

EL TRIBUNAL DE TESIS CERTIFICA QUE:

El trabajo de titulación, titulado “**Geo-Gebra, su aplicación en las cónicas como recurso didáctico, y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de nivelación de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga**”, de responsabilidad de la aspirante Paola Mariela Proaño Molina ha sido prolijamente revisado y se autoriza su presentación.

Tribunal de Tesis:

FIRMA

FECHA

Ec. Antonio Durán

**PRESIDENTE**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Ing. Mg. Luis Basantes

**DIRECTOR**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Ing. Mg. Marco Acurio

**MIEMBRO**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Ing. Mg. Santiago Urquiza

**MIEMBRO**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Abgda. Bertha Quintanilla

**COORDINADOR SISBIB ESPOCH**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Riobamba, abril 2015**

## **DERECHOS INTELECTUALES**

Yo, Paola Mariela Proaño Molina declaro que soy responsable de las ideas, doctrinas y resultados expuestos en la presente Tesis/Tesina, y que el patrimonio intelectual generado por la misma pertenece exclusivamente a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

---

**FIRMA**

## **DEDICATORIA**

A mi pequeño Dario Rafael

Paola

## **AGRADECIMIENTO**

A la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo por haberme dado la oportunidad de actualizar y poner en práctica los conocimientos en beneficio de la comunidad educativa. A mis maestros por la probidad académica demostrada, merecedores de respeto y admiración, hoy dilectos amigos.

Al Ing. Mg. Luis Basantes, Ing. Mg. Santiago Urquiza e Ing. Mg. Marco Acurio, por sus sabios consejos y apoyo incondicional en la elaboración de este trabajo.

Paola

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1-2:</b>	Variable Independiente: La aplicación del recurso didáctico mediante el software Geo-Gebra.....	32
<b>Tabla 2-2</b>	Variable Dependiente: El rendimiento de los estudiantes de nivelación.....	33
<b>Tabla 1-4:</b>	Evaluación diagnóstica grupos de experimentación y control.....	38
<b>Tabla 2-4:</b>	Ponderación de puntajes de rendimiento académico.....	39
<b>Tabla 3-4:</b>	Prueba de normalidad con los datos del diagnóstico.....	40
<b>Tabla 4-4:</b>	Validación de la hipótesis del diagnóstico mediante T student.....	41
<b>Tabla 5-4:</b>	Promedio de las Evaluaciones de la aplicación metodológica grupos de experimentación y control.....	42
<b>Tabla 6-4:</b>	Prueba de normalidad .....	43
<b>Tabla 7-4:</b>	Evaluación final Grupo Experimental.....	44
<b>Tabla 8-4:</b>	Evaluación final grupo de control.....	45
<b>Tabla 9-4:</b>	Promedios de los grupos experimental y de control.....	49
<b>Tabla 10-4:</b>	Cuadro resumen de rendimiento grupo experimental.....	50
<b>Tabla 1-5:</b>	Propuesta Didáctica Unidad 1 .....	61
<b>Tabla 2-5:</b>	Propuesta Didáctica Unidad 2.....	62
<b>Tabla 3-5:</b>	Propuesta Didáctica Unidad 3.....	63
<b>Tabla 4-5:</b>	Propuesta Didáctica Unidad 4.....	64
<b>Tabla 5-5:</b>	Modelo operativo de la Propuesta.....	65
<b>Tabla 6-5:</b>	Guía Metodológica 1.....	81
<b>Tabla 7-5:</b>	Guía Metodológica 2.....	94
<b>Tabla 8-5:</b>	Guía Metodológica 3.....	110
<b>Tabla 9-5:</b>	Guía Metodológica 4.....	125

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1-2:	Elementos de Geo-Gebra.....	10
FIGURA 2-2:	Herramientas de punto.....	11
FIGURA 3-2:	Herramientas punto.....	11
FIGURA 4-2:	Herramienta líneas.....	11
FIGURA 5-2:	Herramienta Construcciones.....	12
FIGURA 6-1:	Herramienta polígonos.....	12
FIGURA 7-2:	Herramienta Curvas.....	13
FIGURA 8-2:	Herramienta cónicas.....	13
FIGURA 9-2:	Herramienta Medidas.....	14
FIGURA 10-2:	Herramienta transformaciones.....	14
FIGURA 11-2:	Herramienta Texto.....	15
FIGURA 12-2:	Herramienta para zoom.....	15
FIGURA 13-2:	Línea de comandos.....	15
FIGURA 14-2:	Zona Algebraica.....	16
FIGURA 15-2:	Hoja de cálculo.....	17
FIGURA 16-2:	Recursos didácticos.....	18
FIGURA 17-2:	John Dewey: pedagogía activa.....	26
FIGURA 1-4:	Prueba de hipótesis Prueba no paramétrica.....	44
FIGURA 1-5:	La circunferencia, a partir de un cono.....	68
FIGURA 2-5:	Elementos de la Circunferencia.....	68
FIGURA 3-5:	Interpretación Geométrica del sobrevuelo.....	69
FIGURA 4-5:	El sobrevuelo del avión.....	70
FIGURA 5-5:	Ubicación del pino y el álamo.....	71
FIGURA 6-5:	Rectas auxiliares paralelas.....	71
FIGURA 7-5:	Ubicación geométrica del tesoro.....	72
FIGURA 8-5:	Localización del tesoro.....	72
FIGURA 9-5:	Razón de cambio.....	73
FIGURA 10-5:	Circunferencia inscrita en el $\triangle ABC$ .....	75
FIGURA 11-5:	$\triangle ABC$ inscrito en una circunferencia.....	76
FIGURA 12-5:	Recta equidistante a dos circunferencias que pase por un punto fijo P... ..	77
FIGURA 13-5:	Localización de una circunferencia.....	78
FIGURA 14-5:	El curioso caso del monje tibetano.....	79
FIGURA 15-5:	Problema de Apolonio.....	80
FIGURA 16-5:	Circunferencia circunscrita.....	80
FIGURA 17-5:	La Parábola, a partir de un cono. ....	82
FIGURA 18-5:	Elementos básicos.....	82
FIGURA 19-5:	Caída de un misil.....	83
FIGURA 20-5:	Deslizadores para el calculo de V, t y x.....	84
FIGURA 21-5:	Trayectoria de un misil.....	85
FIGURA 22-5:	Túnel vs Vehículo.....	85
FIGURA 23-5:	Parábola vertical.....	86
FIGURA 24-5:	Fachada de la Politécnica.....	87
FIGURA 25-5:	Casona Universitaria.....	88

FIGURA 26-5:	Parábola como lugar geométrico.....	89
FIGURA 27-5:	Ecuación de segundo grado $f(x) = a x^2 + b x + c$ .....	90
FIGURA 28-5:	Simulación de una pelota lanzada de lo alto de un edificio.....	91
FIGURA 29-5:	Parábola animada.....	92
FIGURA 30-5:	Propiedades de las parábolas.....	93
FIGURA 31-5:	Simulación del lanzamiento de una pelota de baloncesto.....	93
FIGURA 32-5:	La elipse, a partir de una cono.....	95
FIGURA 33-5:	Elementos de la elipse.....	95
FIGURA 34-5:	El puente.....	96
FIGURA 35-5:	Semi elipse del puente.....	97
FIGURA 36-5:	Arco de galería de murmullo.....	98
FIGURA 37-5:	Elipse órbita del cometa.....	100
FIGURA 38-5:	Elementos de la Elipse.....	102
FIGURA 39-5:	Ecuación canónica de la elipse.....	103
FIGURA 40-5:	Trayectoria de un punto en la circunferencia que se desliza sobre el piso.....	105
FIGURA 41-5:	Trayectoria del peldaño de una escalera.....	106
FIGURA 42-5:	Herramienta cónica dados 5 puntos.....	107
FIGURA 43-5:	Construcción de la Elipse por envolventes.....	108
FIGURA 44-5:	Elipse inscrita en un paralelogramo.....	109
FIGURA 45-5:	Trayectoria de una partícula cargada.....	109
FIGURA 46-5:	La Hipérbola.....	111
FIGURA 47-5:	Elementos de la hipérbola.....	111
FIGURA 48-5:	Posición del barco.....	112
FIGURA 49-5:	Hipérbola posición del barco.....	113
FIGURA 50-5:	Elementos de la Hipérbola.....	116
FIGURA 51-5:	Ecuación implícita de la hipérbola.....	117
FIGURA 52-5:	Navegación Método LORAN.....	118
FIGURA 53-5:	Hipérbolas auxiliares para localizar el barco (Punto Y).....	118
FIGURA 54-5:	Dinámica de una Hipérbola.....	120
FIGURA 55-5:	Hipérbola no Centrada en la Circunferencia.....	121
FIGURA 56-5:	Hipérbola: Funciones Racionales.....	122
FIGURA 57-5:	Hipérbola animada.....	123
FIGURA 58-5:	Cono esférico.....	123
FIGURA 59-5:	Haz de luz de una lámpara.....	124

## ÍNDICE GENERAL

Dedicatoria.....	iv
Agradecimiento.....	v
Índice de tablas.....	vi
Índice de figuras.....	vii
Resumen.....	xiii
Summary.....	xiv
CAPÍTULO I.....	1
1.1 Introducción.....	1
1.2 Importancia y justificación.....	2
1.3 Objetivo general.....	3
1.4 Objetivos específicos.....	4
1.5 Fundamentación Teórica.....	4
1.5.1 Fundamentación filosófica.....	4
1.5.2 Fundamentación ontológica.....	4
1.5.3 Fundamentación Epistemológica.....	4
1.5.4 Fundamentación Legal.....	5
CAPITULO II.....	6
Revisión Bibliográfica.....	6
2.1 Estado del arte.....	6
2.2 Generalidades del programa Geo-Gebra.....	9
2.2.1 Barra de menú.....	10
2.2.2 Barra de herramienta.....	10
2.2.3 Zona gráfica.....	16
2.2.4 Zona algebraica.....	16
2.2.5 Hoja de cálculo.....	17
2.3 Categorías de la variable independiente.....	18
2.3.1 Delimitación de la expresión Recurso didáctico.....	18
2.3.2 Definición de recurso didáctico.....	19
2.3.3 Funciones del recurso educativo.....	19
2.3.4 Significado de los términos recurso tecnológico y TIC.....	20
2.3.5 Materiales para la enseñanza de las ciencias exactas.....	25
2.4 Categorías de la variable dependiente.....	27
2.4.1 Rendimiento Académico.....	27
2.5 Planteamiento de la hipótesis científica.....	30
2.6 Variables de la investigación.....	30
2.6.1 Variable independiente.....	30
2.6.1 Variable dependiente.....	30
2.7 Operacionalización de variables.....	31
2.8 Visión epistemológica.....	34
CAPÍTULO III.....	35
MATERIALES Y MÉTODOS.....	35
3.1 Materiales.....	35
3.2 Métodos de técnicas estadísticas.....	35
3.2.1 Métodos.....	35

3.3	Procesamiento de datos.....	36
3.4	Análisis e interpretación.....	36
	<b>CAPÍTULO IV</b> .....	<b>37</b>
	<b>RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b> .....	<b>37</b>
4.1	Presentación de resultados.....	37
4.2	Determinación de la muestra.....	37
4.3	Plan de recolección de la información.....	38
4.4	Análisis estadístico.....	39
4.4.1	Pruebas de normalidad de los datos del diagnóstico.....	39
4.4.2	Validación de Hipótesis del diagnóstico.....	40
4.4.3	Prueba de normalidad de los datos de la aplicación metodológica.....	42
4.4.4	Validación de la hipótesis científica.....	43
4.5	Razones adicionales para usar el Geo- Gebra como recurso didáctico.....	46
4.6	Deducción de la ecuación de crecimiento.....	47
4.6.1	Crecimiento máximo grupo experimental.....	49
4.6.2	Crecimiento máximo grupo de control.....	49
4.7	Coefficiente de correlación metodología-rendimiento.....	50
	<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>51</b>
	<b>RECOMENDACIONES</b> .....	<b>52</b>
	<b>CAPÍTULO V</b> .....	<b>53</b>
	<b>LA PROPUESTA</b> .....	<b>53</b>
5.1	Título.....	53
5.2	Datos informativos.....	53
5.3	Antecedentes.....	53
5.4	Justificación.....	55
5.5	Objetivos.....	55
5.5.1	Objetivo general.....	55
5.5.2	Objetivos específicos.....	56
5.6	Análisis de factibilidad: social y económico.....	56
5.7	Fundamentación.....	56
5.7.1	Fundamentación filosófica.....	56
5.7.2	Fundamentación educativa.....	57
5.7.3	Fundamentación Teórica.....	57
5.7.4	Fundamentación matemática.....	59
5.8	Propuesta didáctica.....	59
5.9	Propuesta metodológica.....	66
	<b>UNIDAD 1</b> .....	<b>68</b>
	<b>LA CIRCUNFERENCIA</b> .....	<b>68</b>
5.10	Concepto.....	68
5.11	Elementos básicos.....	68
5.12	<b>APLICACIONES</b> .....	<b>69</b>
5.13	El sobre vuelo del avión.....	69
5.14	El busca tesoros.....	70
5.15	El sismo.....	72
5.16	<b>APRENDAMOS CON GEO-GEBRA</b> .....	<b>74</b>
	Ejercicio Nro. 1.....	74

	Ejercicio Nro. 2.....	75
	Ejercicio Nro. 3.....	76
	Ejercicio Nro. 4.....	77
	Ejercicio Nro. 5.....	78
	ACTIVIDADES DE REFUERZO.....	79
	UNIDAD 2.....	82
	LA PARÁBOLA.....	82
5.17	Concepto.....	82
5.18	Elementos básicos.....	82
5.19	APLICACIONES.....	83
5.20	Caída de un misil.....	83
5.21	Túnel vs. Vehículo.....	85
5.22	APRENDAMOS CON GEO-GEBRA.....	87
	Ejercicio Nro. 1.....	87
	Ejercicio Nro. 2.....	88
	Ejercicio Nro. 3.....	89
	Ejercicio Nro. 4.....	91
	Ejercicio Nro. 5.....	92
	ACTIVIDADES DE REFUERZO.....	93
	UNIDAD 3.....	95
	LA ELIPSE.....	95
5.23	Concepto.....	95
5.24	Elementos básicos.....	95
5.25	APLICACIONES.....	96
5.26	El puente.....	96
5.27	Galería de murmullo.....	98
5.28	El cometa Halley.....	99
5.29	Obtención de los elementos de una elipse.....	101
5.30	APRENDAMOS CON GEO-GEBRA.....	102
	Ejercicio Nro. 1.....	102
	Ejercicio Nro. 2.....	104
	Ejercicio Nro. 3.....	105
	Ejercicio Nro. 4.....	106
	Ejercicio Nro. 5.....	107
	ACTIVIDADES DE REFUERZO.....	109
	UNIDAD 4.....	111
	LA HIPÉRBOLA.....	111
5.31	Concepto.....	111
5.32	Elementos básicos.....	111
5.33	APLICACIONES.....	112
5.34	Localizando barcos.....	112
5.35	La hipérbola y sus elementos.....	114
5.36	APRENDAMOS CON GEO-GEBRA.....	116
	Ejercicio Nro. 1.....	116
	Ejercicio Nro. 2.....	117
	Ejercicio Nro. 3.....	119

Ejercicio Nro. 4.....	120
Ejercicio Nro. 5.....	121
Ejercicio Nro. 6.....	122
ACTIVIDADES DE REFUERZO.....	123
BIBLIOGRAFÍA.....	126
ANEXO A1.....	129
ANEXO A2.....	130
ANEXO A3.....	131
ANEXO A4.....	137
ANEXO A5.....	143
ANEXO A6.....	146
ANEXO A7.....	148

## Resumen

Se investigó de qué forma incide la aplicación del software Geo-Gebra en las cónicas, como recurso didáctico de la Geometría Analítica en el rendimiento académico de los estudiantes de nivelación de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga. La metodología utilizada fue: se escogieron dos grupos de estudio; uno de experimentación al cual se habría de aplicar el recurso didáctico y otro de control, sobre el cual se aplicaría a su vez la clase magistral; en ambos grupos se estableció una prueba diagnóstica al final del primer mes para determinar la línea base en cuanto a la abstracción de conocimientos sin el Geo-Gebra como facilitador; se realizaron posteriormente evaluaciones periódicas al rendimiento académico de los estudiantes haciendo uso pleno de la didáctica del Geo-Gebra en el grupo experimental y en el de control metodología tradicional magistral; concluyendo con una evaluación final para conocer el desempeño del rendimiento académico, se recopilaron y tabularon los datos mediante estadística inferencial para lo cual se eligió la prueba T Student por tratarse de distribuciones numéricas normales; considerando la ecuación de crecimiento, se aplicó a los promedios obtenidos en los tres momentos metodológicos: diagnóstico, ejecución de la propuesta y diagnóstico final. Posteriormente se determinó la correlación metodología-rendimiento para conocer si ambos parámetros correspondían a una relación causa-efecto en el grupo experimental. Los resultados mostraron que mediante la aplicación de Geo-Gebra el último grupo superó en un 67% al grupo de control; el resultado fue obtenido a partir de la ecuación de crecimiento mientras que el índice método-rendimiento presentó una correlación fuerte equivalente a 0,93 concluyéndose que el grupo experimental se benefició ampliamente de la aplicación del recurso informático Geo-Gebra en el proceso de aprendizaje de las cónicas.

*Palabras clave:* [RENDIMIENTO ACADÉMICO],[ RECURSO DIDÁCTICO],  
[GEO-GEBRA], [GEOMETRÍA ANALÍTICA]

## Summary

It was investigated in that way affects the application of Geo-Gebra software into the conic, as a didactic resource of analytical geometry in the academic performance of nivelation students in the Armed Forces University ESPE- extension Latacunga.

The methodology used was: Chosen two study groups; one of experimentation which would explain the teaching resources and another control, which would apply to turn the master class; in both groups was established a test diagnosed at the end of the first month to determine the base line to the abstraction of knowledge without the Geo-Gebra as a facilitator; were subsequently periodic evaluations to the academic performance of students making full use of the didactic of the Geo-Gebra in the experimental group and in the control of the magistral traditional methodology; concluding with a final evaluation for knowing the efficiency of academic performance, they were collected and tabulated data using statistical inferential which of chose test T Student for being normal numeric distributions; whereas the growth equation, applied to the averages obtained in the three methodological moments: Diagnostics, implementation of the proposal and final diagnosis.

Subsequently was determined the correlation: methodology – performance to know if both parameters corresponded to a relation: cause - effect in the experimental group.

The results showed that through the application of Geo - Gebra, the last group overcome a 67% to the control group; the result was obtained from the equation of growth while the index: method – performance was presented a strong correlation equal to 0.93 that concluded that the experimental group benefit widely from the application of the informatics resource Geo-Gebra in the process of learning of the conics.

*Keywords:* [ACADEMIC ACHIEVEMENT], [EDUCATIONAL RESOURCE], [GEO-GEBRA], [ANALYTIC GEOMETRY]

# CAPÍTULO I

## 1.1 INTRODUCCIÓN

El problema que compromete la realización del presente estudio se resume a través de la siguiente pregunta científica ¿Mejorará el rendimiento de una ciencia abstracta como la geometría analítica con la utilización de un software amigable, con lenguaje de alto nivel como es el caso del Geo-Gebra en un grupo de estudiantes que comienzan sus estudios en la universidad y provienen de diferentes estratos socio-económico-culturales?

La utilidad de la investigación es amplia pues dada la incompatibilidad epistemológica entre la matemática y la didáctica; la primera validando sus hipótesis de un modo formal y la segunda a través de la observación fenomenológica factual; se necesita establecer un puente; esto, mediante el Geo-Gebra permitiendo el vínculo abstracto-concreto en el aprendizaje del estudiante; permitiéndole abstraer los conocimientos necesarios que servirán de base a las ciencias técnicas en el campo de la ingeniería El presente documento se divide en los siguientes acápite:

En el capítulo primero esta la introducción, importancia y justificación del estudio realizado; los objetivos e hipótesis de la investigación; estos se extraen del proyecto de tesis aprobado. El capítulo segundo incluye una discusión sobre los artículos científicos vanguardistas en la temática de la tesis; se teorizan además las variables de la investigación, que sirven como soporte científico a la experimentación; este, debido al requerimiento del método científico.

El capítulo tercero contiene la metodología de trabajo; así como los resultados a los que ha llegado la investigación; se incluyen las diferentes tablas e ilustraciones necesarias para facilitar la comprensión del procesamiento estadístico y matemático de los datos que se traducen en el presente documento como información.

El capítulo cuarto consta de la propuesta, se estructura con: Título de la propuesta, datos informativos, antecedentes de la propuesta, justificación, objetivos: general y específicos, análisis de factibilidad, fundamentación, metodología y modelo operativo.

Al final de la Propuesta se describen las conclusiones, las recomendaciones y los anexos como soporte de la Investigación que contiene: los reactivos con los que se evaluaron a los estudiantes, la tabla z normalizada por último consta también la bibliografía utilizada en el desarrollo de la Investigación así como los trabajos citados.

## **1.2 IMPORTANCIA Y JUSTIFICACIÓN**

La presente investigación se justificó pues existe un claro interés en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga por motivar a que los docentes contribuyan en forma significativa a la formación integral de los estudiante, esto, a través de la innovación de los recursos didácticos que son de notable utilidad; porque estos generan nuevas formas de aprendizaje que toman en cuenta la participación del estudiante.

La temática es importante porque permite que los estudiantes se involucren en los procesos educativos a través de herramientas que ellos conocen; como constituyen el uso de las tecnologías de comunicación e información; que es lo que pretende expresamente la teoría del constructivismo bajo el marco del aprendizaje significativo; vinculante en la generación de nuevos aprendizajes.

La aplicación de la investigación permitió que los estudiantes tengan una visión diferente del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría Analítica, a través de su participación en la construcción de saberes; basándose en técnicas y estrategias de simulación mediante software de alto nivel disponible en la web.

La originalidad de la investigación se demuestra dado que indagando en la biblioteca institucional; así como en la de la Escuela Superior Politécnica del Chimborazo no existen otras tesis sobre la implementación metodológica en el grupo investigado y en el periodo propuesto y cuyo nombre sea: Geo-Gebra, su aplicación en las cónicas como recurso didáctico, y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de nivelación de la Universidad de las de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga.

El impacto del tema sobre los procesos educativos justifica la investigación dado que Geo-Gebra es una aplicación informática dentro de los Sistemas de Geometría Dinámica (DGS), esto hace referencia a programas informáticos de representación geométrica, que permiten al estudiante modificar los elementos y observar la respuesta de otros elementos de forma dinámica, es decir en tiempo real.

Los beneficiarios directos de éste estudio serán los estudiantes de la cátedra de Geometría Analítica correspondiente al curso de nivelación de la Universidad de las de las Fuerzas Armadas ESPE-Extensión Latacunga.; otros beneficiarios son los docentes; la comunidad educativa, la ciudad, la parroquia, el cantón y la provincia pues la formación integral de los futuros profesionales se relaciona directamente con el desarrollo socio-económico local y regional.

Este trabajo permitirá el fortalecimiento de la labor del docente y el aprendizaje del estudiante contribuyendo al cumplimiento de la visión institucional de formar líderes en la gestión del conocimiento y de la tecnología, recordando que no se puede concebir una educación de calidad mientras el estudiante no utilice su capacidad de desempeño, criticidad, con autonomía y libertad para el cambio.

Existieron los recursos requeridos para la investigación, como son los técnicos, tecnológicos e informáticos; así como los económicos, autofinanciados; los humanos, relacionados con el investigador principal, el tutor, los investigadores auxiliares, los estudiantes, que constituyen los sujetos de experimentación y control; así como las autoridades quienes validan los procesos de implementación; lo que factibilizó este estudio.

La presente propuesta fue justificada por propiciar una pedagogía constructivista donde el maestro se interesa en que los estudiantes construyan sus propios aprendizajes mediante la aplicación de recursos didácticos innovadores, factores que favorecen la motivación, concentración y atención desarrollando destrezas y habilidades que adquiere durante su aplicación, las cuales le ayudan a vencer los obstáculos que impiden su desarrollo procedimental, actitudinal y cognitivo dentro y fuera de las aulas.

Se viabilizó éste estudio pues contó con el aporte, la experiencia, los conocimientos y la ayuda de las autoridades de la Institución. De igual manera existió el interés y apoyo por parte de los docentes del área Matemática que han visto la necesidad de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje, buscando alternativas que por su originalidad generen mejores resultados, que como docentes nunca será una tarea de riesgo sino al contrario de superación y desafío.

Como docente de la asignatura de Geometría Analítica, la investigadora se ha familiarizado con el aprendizaje relativo a dicha disciplina, por lo que dispone de los conocimientos necesarios y la capacidad para desarrollar la investigación, siendo ésta de interés educativo y tecnológico que beneficiará a docentes y estudiantes.

### **1.3 Objetivo General**

- Determinar de qué forma incide la aplicación del software Geo-Gebra en las cónicas, como recurso didáctico de la Geometría Analítica en el rendimiento académico de los estudiantes de nivelación de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga

## **1.4 Objetivos Específicos**

- 1) Diagnosticar la situación didáctica en cuanto al manejo de recursos y aplicación de paradigmas metodológicos de los docentes de Geometría Analítica de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga.
- 2) Aplicar el método de simulaciones en las sesiones áulicas para mejorar el rendimiento académico de Geometría Analítica sobre el grupo experimental de investigación.
- 3) Definir mediante métodos estadísticos el impacto educativo tanto del método tradicional cuanto del propuesto en ésta investigación, contrastarlos y correlacionarlos bajo parámetros de calidad del rendimiento académico de los beneficiarios del proyecto.

## **1.5 Fundamentación Teórica**

### ***1.5.1 Fundamentación filosófica***

La fundamentación filosófica en la que se basó la elaboración del presente estudio fue orientada por los trabajos de Marx y Engels y registrados en el llamado “Manifiesto Comunista” (1848) y se relacionan con la concepción de la educación no como una estrategia elitista de dominio de clases sino como un recurso de la humanidad que busca liberar al hombre. De la misma forma el criterio de la tesista es que el estudiante debe liberarse por medio de la didáctica para alcanzar su autorrealización primero como ser humano y luego como profesional.

### ***1.5.2 Fundamentación ontológica***

La orientación ontológica de esta investigación es fundamentada a través de los criterios de la escuela postpositivista (Calsamiglia, 1998) la cual no define la realidad como realmente interpretada por los resultados de este estudio; sino más bien como que estos explican dicha realidad desde cierto punto de vista; el del investigador; pero de un modo probabilístico.

### ***1.5.3 Fundamentación Epistemológica***

La epistemología que sirvió de orientación de esta investigación fue la de la escuela de la complejidad (Morin, 2000) que traduce el conocimiento del estudiante como una combinación compleja de diversos conocimientos que van desde los intrínsecos aprendidos en el hogar, los básicos abstraídos en la escuela y el colegio y el especializado generalizado de la universidad. La relación sujeto y objeto es interior.

#### ***1.5.4 Fundamentación Legal***

Los siguientes documentos avalaron la investigación desarrollada en la tesis: Constitución del Ecuador en los apartados sobre la Educación Superior y su rol en el desarrollo del país. Ley Orgánica de Educación Superior y su relación con la pertinencia al entorno; esto, pragmatizado en el estudio por la aplicación de la didáctica, para traducir la teoría en práctica en futuros profesionales (académico y de vinculación). Plan Nacional del Buen Vivir; cuyo objetivo es mejorar las potencialidades de la ciudadanía,

## CAPÍTULO II

### REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

#### 2.1 Estado del arte

Los estudios relacionados al tema; esto, en la actualidad se describen a continuación:

Daniele Cristina Gonçalves y Frederico da Silva Reis [1][GRANDE & VASQUEZ. (2014). Resolução de Problemas de Otimização com o Auxílio do Software GeoGebra. Sao Paulo. Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo. pg. 23- 34] escribieron el importante artículo denominado Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas Utilizando o Geo-Gebra. En este artículo se presenta el producto educativo generado a partir de una investigación que aborda las aplicaciones de las derivadas, a través de actividades de investigación mediante el software Geo-Gebra. Inicialmente, proponen una discusión sobre el cálculo en la enseñanza, en particular sobre Derivadas y sus aplicaciones.

A continuación, se discute el uso de la tecnología en la educación, las actividades afines de investigación, de los cambios que pueden ocurrir en el aula con la inserción de la Información y Tecnologías Comunicacionales; después de esta breve discusión, se presenta una descripción de la propuesta metodológica,

Por último, se destacan algunas consideraciones sobre su aplicación y los resultados del estudio, resaltando algunas contribuciones de las actividades de investigación que utilicen Tic's para la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo I.

Marciano, Araújo, & Mezzomo [2][OLIVEIRA, R. (1997). Informática Educativa: dos planos e discursos à sala de aula. 13. ed. Brasil, pg.128] escribieron el artículo denominado Aplicações de Limite de Funções com o auxílio do Geo-Gebra. El artículo en cuestión presenta algunas aplicaciones en el ámbito del cálculo, en extensivo del cálculo diferencial, herramienta combinada con una nueva propuesta para la enseñanza las matemáticas.

La ayuda del software Geo-Gebra en la visualización gráfica de estos conceptos tiene como meta proporcionar un objetivo más atractivo en la comprensión de los estudiantes sobre los cursos que requieren acerca de los límites matemáticos en su etapa temprana, a fin de proceder a la formación de nociones específicas, en sus respectivas áreas de especialización.

Para aprovechar las ventajas que el Geo-Gebra ofrece, los autores seleccionaron algunos problemas relacionados con el estudio de límites, y exploraron el área gráfica del programa, demostrando el dinamismo de la herramienta deslizante, proporcionada por el mismo.

Los autores tuvieron la intención de mitigar las barreras reveladas por los estudiantes quienes necesitan conceptualizar contenidos, para la promoción de un progreso coherente de sus estudios. El límite es la base del cálculo diferencial e integral, se utiliza para definir varios conceptos matemáticos.

El uso del software permitió al alumno de forma interactiva ayudar no sólo en el proceso de elaboración del problema, sino así como en la resolución de este; esto puede ser evidente en la amplia variedad de recursos que Geo-Gebra presenta. Al realizar tanto la solución algebraica como geométrica, los estudiantes sujetos de investigación opinaron que Geo-Gebra tiene una variedad de recursos y herramientas que ayudaron en gran medida a la comprensión, el modelado y la solución de problemas matemáticos.

En las consideraciones finales de este estudio está el priorizar el análisis de los resultados obtenidos algebraicamente y compararlos con su comportamiento geométrico. El software hace el aprendizaje más dinámico, es posible estudiar paso a paso y comprender las variaciones de los intervalos cuando el límite de una función existe o no.

El objetivo de este trabajo era mostrar que a través del software se puede tener una mejor comprensión tanto de la definición de las fronteras como en otros entornos de las matemáticas.

Las fórmulas algebraicas son desenmascaradas y desmitificadas por la relación de situaciones didácticas que enaltecen el uso de tecnologías para los programas y las aplicaciones concretas, trasladando los conceptos matemáticos, como en esta investigación, suavizando las barreras conceptuales de manera dinámica y constructiva. Esta experiencia servirá para otras intervenciones en la clase refieren los autores.

Dicho trabajo en el futuro tiene la intención de explorar otros conceptos matemáticos relacionados tanto con el cálculo diferencial e integral como en el álgebra lineal y la geometría analítica [3][**LARSON, H.** (1996). Geometría Analítica. Quinta edición. México. Mc. Graw Hill. Pg. 146]. Se pueden también utilizar otras herramientas que facilitan la comprensión y entendimiento de diversas áreas de las matemáticas y comparar cuáles son las fortalezas y debilidades de cada software.

Se llega a la conclusión mediante el análisis de los datos, que el uso de Geo-Gebra [4][**SPANHEL, D.** (2008). La importancia de las nuevas tecnologías en el sector educativo. En Nuevas Tecnologías en Educación Social. Madrid. McGraw Hill. pp. 29-52] en el aprendizaje puede ser muy útil, esto, a través del software y del fomento del aprendizaje en la construcción de gráficos, que a su vez es lo que permite analizar los conceptos matemáticos

tales como la definición necesaria del límite y sus aplicaciones en las áreas relacionadas, que se pueden aplicar a muchas otras situaciones.

Este estudio puede conducir a estudiar el comportamiento de diversas otras aplicaciones de límites en varias áreas, siempre de una manera que se haga que el aprendizaje de los estudiantes sea más intuitivo y dinámico haciendo confluír la teoría y la práctica dicen los autores.

El software Geo-Gebra permite a los estudiantes la identificación de los elementos geométricos fundamentales. Un laboratorio vinculado a la enseñanza [5][GONZÁLES, V. (2001). Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Volumen 10. Pax. México. Pg. 77] de contenidos de matemáticas puede facilitar específicamente el enfoque del conocimiento escolar formal adquirido a través de la vida cotidiana de los estudiantes; esta investigación fue realizada por académicos en matemáticas involucrando a un grupo de estudiantes.

El objetivo de la investigación fue identificar el impacto del software Geo-Gebra, que conduzca a los estudiantes a conocer la historia y la función del mismo, y aplicar los conceptos de geometría fundamental a la creación de figuras geométricas.

Como consideraciones finales de la realización del estudio se concluyó que el uso de Geo-Gebra contribuye con el crecimiento profesional de los docentes de matemáticas. La aplicación del software propició un aprendizaje significativo en el cual existieron momentos de interacción con los estudiantes; lo que motivó el aprendizaje [6][ONTORIA, A. (2000). Potenciar la capacidad de aprender y pensar. Segunda Edición. Madrid. Narcea.S.A. pg. 65] de estos últimos.

Los autores dicen haber demostrado que en el aprendizaje es importante crear oportunidades para el alumno en cuanto a las actividades prácticas y a los recursos utilizables que puedan contribuir con la construcción efectiva de su propio conocimiento.

[7][BEDOYA, I. (2013). Incidencia de la aplicación de recursos didácticos en el aprendizaje significativo de la geometría analítica de los estudiantes de la unidad educativa técnica particular hermano miguel de la ciudad de latacunga. (Tesis de Maestría). Universidad Técnica de Ambato. Ambato. Pg. 87] en su trabajo de titulación determina la influencia del recurso Geo-Gebra en el aprendizaje significativo de estudiantes de segundo de bachillerato desde un diagnóstico hasta la aplicación de un texto guía con modelaciones.

El objetivo de la investigación fue determinar cómo incide la aplicación de recursos didácticos en el aprendizaje significativo de la Geometría Analítica, en los estudiantes de la Unidad Educativa Técnica Particular Hermano Miguel de la ciudad de Latacunga.

La autora sostiene que la vinculación de las TICs como un recurso didáctico acompañado de un texto guía permite que el estudiante alcance un aprendizaje significativo

## 2.2 Generalidades del programa Geo-Gebra

Este programa fue creado por Markus Hohenwarter. Geo-Gebra [8][BLURTON, C. (1999). New directions in education. In M. Tawfik (Org.), The world communication and information. Paris. pp. 46-61] es un software libre con dinámicas desarrolladas para la enseñanza y el aprendizaje [9][BALLESTA, J. (1995). Función didáctica de los materiales curriculares. Pixel-Bit - Revistade Medios y Educación, 5 Edición. , pg. 29-46. Disponible en <http://www.sav.us.es/pixelbit>] de las matemáticas en los diferentes niveles de la educación. Geo-Gebra combina elementos de geometría, álgebra, tablas, gráficos, probabilidad, estadística y cálculos en un único entorno.

Geo-Gebra es un programa de geometría dinámica utilizado en el aula. Con él se pueden hacer construcciones con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas así como con funciones y modificarlos dinámicamente, en conjuntos con sus ecuaciones. Por lo tanto el programa es capaz de manejar un número importante de variables, Factorar, derivar e integrar funciones y proporciona comandos para encontrar raíces y puntos extremos de una función.

El programa informático-educativo Geo-Gebra tiene una notable ventaja didáctica, que incluye dos representaciones diferentes del mismo objeto, que interactúan entre sí: hablamos de una representación geométrica y su respectiva representación algebraica.

Una ventaja de Geo-Gebra en relación con otros programas de geometría dinámica es que no necesita un estudiante dominar todas las herramientas del programa para ser capaz de usarlo. Otra ventaja es que dicho programa también tiene una mayor cantidad de recursos vía on line [10][OECD. (2008). El conocimiento libre y los recursos educativos abiertos. España. Junta de Extremadura. Pg. 55].

Así, Geo-Gebra tiene la facilidad de enseñar , al mismo tiempo diferentes representaciones del objeto de interacción.. Además de los aspectos educativos, Geo-Gebra es una gran herramienta para crear ilustraciones profesionales utilizadas en Microsoft Word, Open Office o LaTeX. Escrito en Java y está disponible en español, Geo-Gebra es multiplataforma, por lo que puede instalarse en ordenadores Windows, Linux o Mac OS.

Para descargar el software, y adquirir toda la información instalación y tutorial con instrucciones y ejemplos de Geo-Gebra simplemente se debe acceder al sitio: [http://www.Geo-Gebra.org/cms/pt\\_BR](http://www.Geo-Gebra.org/cms/pt_BR).

Geo-Gebra ofrece tres perspectivas diferentes: Vista Gráfica, Vista Algebraica o numérica, y vista de Hojas de cálculo lo que permite mostrar vistas múltiples de objetos matemáticos en tres representaciones diferentes. Por lo tanto, se puede aseverar acertadamente que todas las representaciones del mismo objeto están vinculadas dinámicamente y pueden adaptarse automáticamente a los cambios realizados por el estudiante, independientemente de la forma cómo se crearon inicialmente los objetos.

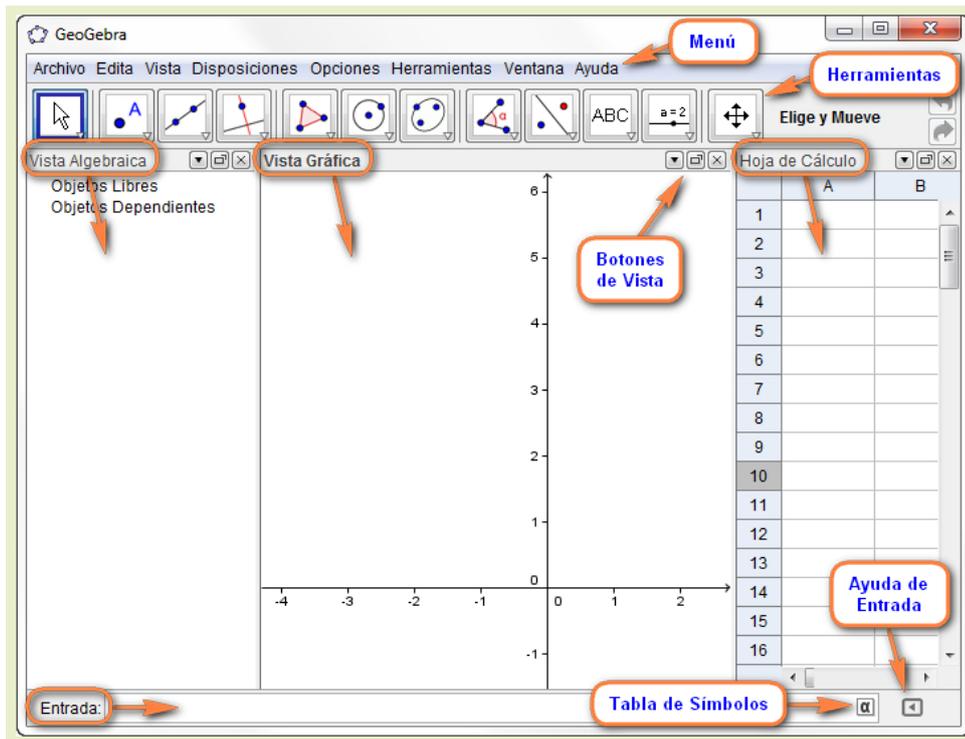


FIGURA 1-2: .Elementos de Geo-Gebra

Fuente: Geo-Gebra

### 2.2.1 Barra de menús

Tiene 8 comandos que permiten cambiar y guardar los programas creados, se despliega al dar clic sobre ellos.

### 2.2.2 Barra de herramientas

Se accede a ellas mediante los botones. Cada botón se activa haciendo clic sobre él, e incluye una flecha en su esquina inferior derecha que, al hacer clic en ella, despliega todos los botones disponibles de la misma categoría.

#### 2.2.2.1 Herramientas de puntero

Aquí encontramos las opciones necesarias para mover los objetos que participan en una construcción. Las opciones que presenta son:



FIGURA 2-2: Herramientas de punto

Fuente: Geo-Gebra

### 2.2.2.2 Herramienta puntos

Ofrece distintas opciones para la creación de puntos en el plano



FIGURA 3-2: Herramientas puntos

Fuente: Geo-Gebra

### 2.2.2.3 Herramienta líneas

Dispone de tipos de rectas, útiles al realizar construcciones.



FIGURA 4-2: Herramientas líneas

Fuente: Geo-Gebra

#### 2.2.2.4 Herramienta construcciones

Permite trazar rectas según su posición.



FIGURA 5-2: Herramientas construcciones

Fuente: Geo-Gebra

#### 2.2.2.5 Herramienta polígonos

Permite dibujar un polígono cerrado a partir de los puntos seleccionados o creados como vértices.



FIGURA 6-2: Herramienta polígonos

Fuente: Geo-Gebra

#### 2.2.2.6 Herramienta curvas

Permite obtener una circunferencia teniendo como datos un punto centro. Al marcar el punto correspondiente al centro, aparece una ventana para introducir el valor correspondiente al radio, puede ser un valor numérico o el nombre de otro objeto dibujado previamente.



FIGURA 7-2: Herramienta curvas

Fuente: Geo-Gebra

### 2.2.2.7 Herramienta cónicas

Dibuja elipses, parábolas e hipérbolas a partir de algunos de sus elementos.



FIGURA 8-2: Herramienta cónicas

Fuente: Geo-Gebra

### 2.2.2.8 Herramienta medidas

En un polígono permite ubicar los ángulos externos e internos, dependiendo del sentido en el que se ha dibujado los vértices.

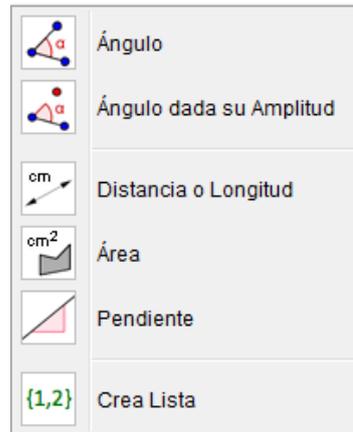


FIGURA 9-2: Herramienta medidas

Fuente: Geo-Gebra

### 2.2.2.9 *Herramienta transformaciones*

Este bloque con las siguientes opciones, permite por ejemplo dado un F1 de una elipse, hallar su F2 mediante su reflejo en un punto en este caso el centro.

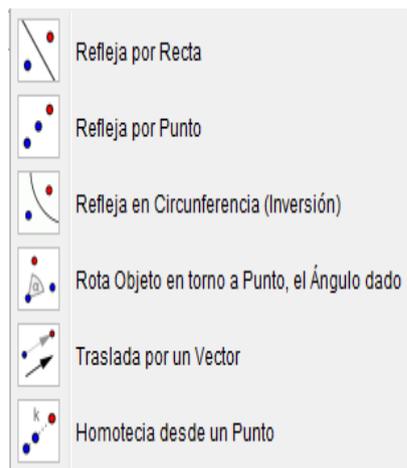


FIGURA 10-2: Herramienta transformaciones

Fuente: Geo-Gebra

### 2.2.2.10 *Herramienta para texto e imágenes*

Permite introducir texto, imágenes o expresiones matemáticas en una construcción, permite en código LaTeX.



FIGURA 11-2: Herramienta texto e imágenes

Fuente: Geo-Gebra

### 2.2.2.11 Herramienta para zoom

Permite el desplazamiento de la construcción el vista gráfica

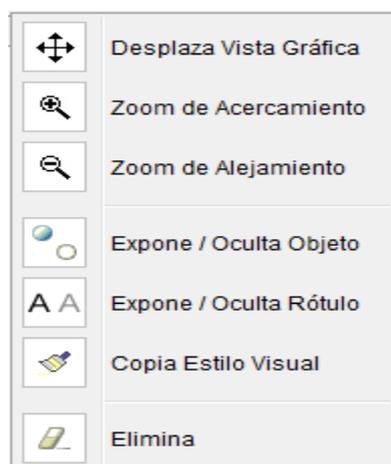


FIGURA 12-2: Herramienta para zoom

Fuente: Geo-Gebra

### 2.2.2.12 Línea de comandos

Permite el ingreso de comandos y ecuaciones de campo, funciones y coordenadas de puntos: se debe teclear enter para representarlos en la ventana gráfica (algunos comandos pueden ser representados directamente a través de la barra de herramientas).

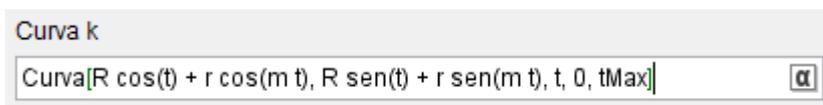


FIGURA 13-2: Herramienta texto e imágenes

Fuente: Geo-Gebra

### 2.2.3 Zona gráfica

Se debe seleccionar cualquier herramienta. Cada objeto creado también tiene una representación en la zona algebraica.

Se pueden mover objetos en los gráficos arrastrándolos con el ratón al mismo tiempo, sus representaciones algebraicas se actualizan automáticamente en el programa. En la barra de herramientas se puede leer la ayuda de dicha herramienta (por debajo de la barra) para saber cómo usarla

Como sugerencia se dirá que las herramientas están organizadas de acuerdo a la naturaleza de los objetos resultantes.

### 2.2.4 Zona algebraica

En la zona algebraica, los objetos matemáticos se organizan en dos clases: los objetos libres y los dependientes. Cuando se crea un nuevo objeto sin necesidad de ningún uso es un objeto existente, entonces se clasifica como un objeto libre. Si, en cambio, el nuevo objeto es creado con los objetos existentes, se clasifica como un objeto dependiente. En la Figura 14-1 observe la relación entre los elementos.

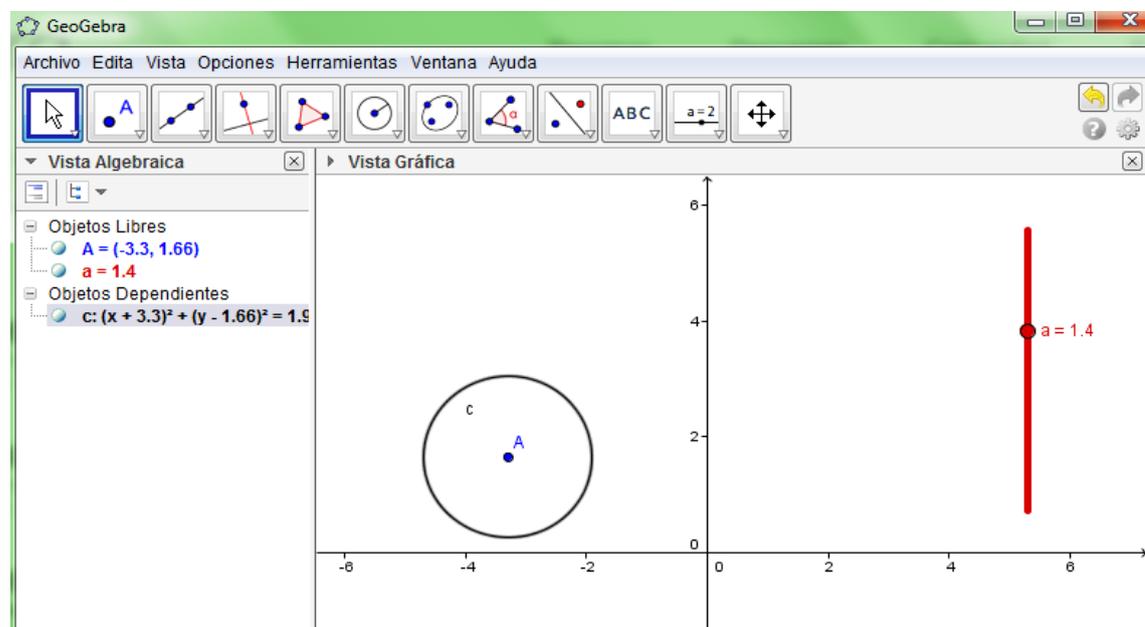


FIGURA 14-2: Zona algebraica

Fuente: Geo-Gebra

Para modificar los objetos en la zona algebraica se debe comenzar por asegurar de hacer doble clic en el botón izquierdo del ratón sobre un objeto libre en la zona. Luego, en el cuadro de

texto que aparece, se puede editar directamente la representación algebraica del objeto. Por último, teniendo aplastada la tecla Enter, la representación gráfica del objeto se adapta automáticamente a los cambios realizados.

Geo-Gebra ofrece una amplia gama de comandos que se pueden introducir en la línea de comandos. Se puede abrir la ayuda de entrada comandos en la parte inferior derecha. Después de seleccionar un comando en la lista (o introducir su nombre directamente en la entrada), se puede pulsar la tecla F1 para obtener información acerca de los argumentos de sintaxis necesarias para la aplicación correspondiente de los comandos.

### 2.2.5 Hoja de cálculo

En la hoja de cálculo de Geo-Gebra, cada celda tiene un nombre específico que permite identificarla. Por ejemplo, la celda de la columna A y la fila 1 se denomina A1; el nombre de una celda se puede utilizar en expresiones y comandos para identificar el contenido de la celda correspondiente.

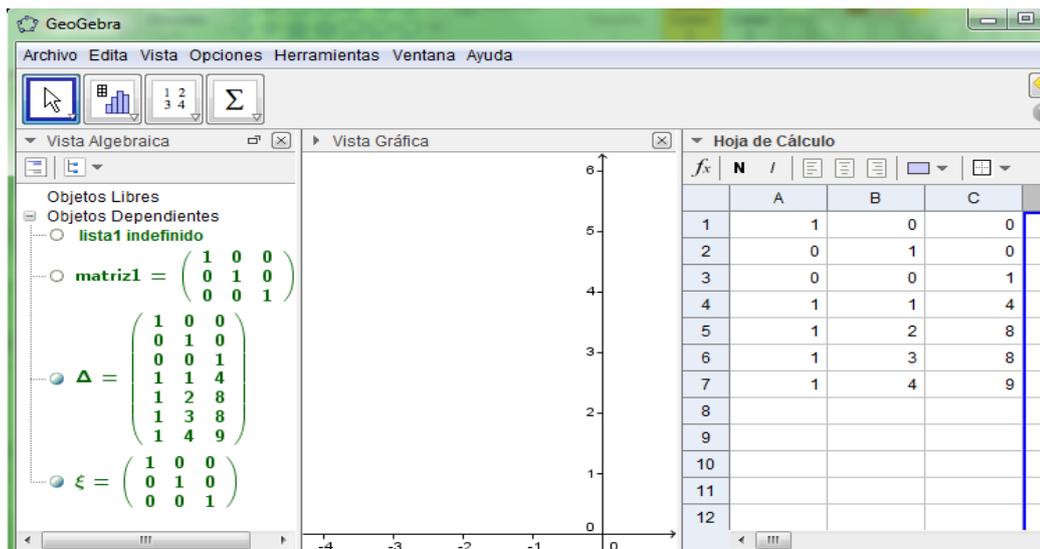


FIGURA 15-2: Hoja de cálculo

Fuente: Geo-Gebra

En las celdas se pueden insertar no sólo números, sino también todo tipo de objetos matemáticos apoyados por Geo-Gebra como las coordenadas del punto, funciones, comandos.

Si es posible, Geo-Gebra presenta inmediatamente en la Vista Gráfica la representación gráfica del objeto insertado en una celda. El objeto lleva el nombre de la celda utilizada para crear (por ejemplo, A5, C1). De forma predeterminada, los objetos de la hoja de cálculo se clasifican como objetos auxiliares en la zona algebraica. Se pueden mostrar u ocultar estos objetos marcados como auxiliares o desmarcando el artículo 'Objetos Auxiliares' en el menú Vista.

El material concreto permite al estudiante visualizar y adquirir una mayor comprensión de los contenidos, relacionando los conceptos matemáticos con su vida diaria. Se debe confiar en la capacidad de los estudiantes construyendo conjuntamente medios significativos que despiertan sobre todo su intervención que incentive el desarrollo de la creatividad, así como hacer que el estudiante sea capaz de interactuar directamente con el objeto estudiado.

En la enseñanza tradicional, los estudiantes terminan dominando el contenido a través de un entrenamiento intenso, pero sin ser capaces de entender lo que hacen. Con el material concreto la situación es diferente: las relaciones numéricas abstractas pasan a tener una imagen realista, facilitando la comprensión. Se obtiene, entonces un notable desarrollo del razonamiento y un aprendizaje mucho más agradable, lo que favorece el proceso del conocimiento [11]

[ **Marciano, J. E. A., de Araújo, A. K. C., & Mezzomo, I.** (2013). *Aplicações de Limite de Funções com o auxílio do GeoGebra.* Pg. 11].

### 2.3 Categorías de la variable independiente

La aplicación del software Geo-Gebra como recurso didáctico en las cónicas.

Como un enfoque conceptual, que no pretender agotar el tema en cuestión, a continuación presentamos algunas de las definiciones y la terminología que se utilizará.

#### 2.3.1 Delimitación de la expresión *Recurso didáctico*

Desde el campo de conocimiento de la didáctica tiene diferentes interpretaciones y aplicaciones. En general, podemos decir que hay cuatro tipos de recursos asociados con el proceso de formación: humana, infraestructura física y espacios, metodológica ambiental y educación / didáctica . Como vemos, dentro de la didáctica, la función de las expresiones educación o educativo se discuten en un sentido más amplio, lo que se refleja en las múltiples terminologías elegidos por diversos autores.



FIGURA 16-2: Recursos didácticos.

Fuente: estelae.usc.es

[12][**Rodríguez, J., & Montero, L.** (2004). Indefinición terminológica y tecnología educativa. *Revista de Medios y Educación*. España. 22<sup>ava</sup> edición. Pg. 51-65. Disponible en: <http://www.sav.us.es/pixelbit/pixelbit/articulos/n22/n22art/art2204.htm>] creen que un recurso de aprendizaje puede ser todo lo que el maestro reconoce como utilidad en el material, estrategia o una herramienta en el aula; considera que un recurso de educación es cualquier medio que los profesores utilizan para la planificación o el desarrollo de las clases: obtener información, ayuda en la organización del aula, transmitir contenidos, facilitar la evaluación o servirá para presentar ejemplos. Estamos a favor de una interpretación amplia y general del concepto de recurso educativo, teniendo en cuenta que este posicionamiento recoge la evolución más representativa en el ámbito educativo.

### **2.3.2 Definición de recurso didáctico**

[13][**PAGE, A., & OTROS.** (1990). *Hacia un modelo causal del rendimiento académico*. Madrid. CIDE. Pg. 29)], desde su punto de vista considera que, los recursos didácticos son mediadores para el desarrollo y enriquecimiento del proceso de enseñanza aprendizaje, que cualifican su dinámica desde las dimensiones formativa, individual, preventiva, correctiva y compensatoria, que expresan interacciones comunicativas concretas para el diseño y diversificación de la actuación del docente y su orientación operativa hacia la atención a la diversidad de alumnos que aprenden, que potencian la adecuación de la respuesta educativa a la situación de aprendizaje, con el fin de elevar la calidad y eficiencia de las acciones pedagógicas. En este sentido los docentes tienen el reto de lograr manifestaciones creativas en la solución de los problemas de su práctica pedagógica

[14][**RODRÍGUEZ, M.** (2009). *Didácticas Contemporáneas*. Primera edición. GRAÓ. Barcelona. Pg. 156], en su artículo de *Didácticas Contemporáneas*, manifiesta que estas privilegian el recurso didáctico, es decir el recurso pedagógico: Se refiere al recurso que ha sido elaborado con intencionalidad y propósito pedagógico y se aplica únicamente para cumplir este fin (talleres, guías de trabajo, ejercicios, ejemplos, conferencia del docente, esquemas, diagramas, mapas conceptuales, mentefactos, entre otras). Los Medios, son aquellos elaborados con intencionalidad diferente a la pedagógica, que se pueden utilizar para complementar, apoyar y motivar los procesos pedagógicos. Estos pueden derivarse de tecnología dura (TV, radio, computador) o de tecnología blanda (juegos como loterías, ajedrez, entre otros).

### **2.3.3 Funciones del recurso educativo**

Para [15][**MARQUÈS, P.** (2000). *Selección de materiales didácticos y diseño de intervenciones educativas*. Madrid. Pg.75] según como se utilicen en los procesos de

enseñanza y aprendizaje, los medios didácticos y los recursos didácticos en general pueden realizar diversas funciones; entre ellas se destaca como más habituales las siguientes:

- Proporcionar información, prácticamente todos los medios didácticos proporcionan explícitamente información: libros, vídeos, programas informáticos.
- Guiar los aprendizajes, de los estudiantes, instruir. Ayudan a organizar la información, a relacionar conocimientos, a crear nuevos conocimientos y aplicarlos. Es lo que hace un libro de texto por ejemplo.
- Ejercitar habilidades, entrenar. Por ejemplo un programa informático que exige una determinada respuesta psicomotriz a sus usuarios.
- Motivar, despertar y mantener el interés. Un buen recurso didáctico siempre debe resultar motivador para los estudiantes.
- Evaluar los conocimientos y las habilidades que se tienen, como lo hacen las preguntas de los libros de texto o los programas informáticos. La corrección de los errores de los estudiantes a veces se realiza de manera explícita (como en el caso de los materiales multimedia que tutorizan las actuaciones de los usuarios) y en otros casos resulta implícita ya que es el propio estudiante quien se da cuenta de sus errores (como pasa por ejemplo cuando interactúa con una simulación).
- Proporcionar simulaciones que ofrecen entornos para la observación, exploración y la experimentación. Por ejemplo un simulador de vuelo informático, que ayuda a entender cómo se pilota un avión.
- Proporcionar entornos para la expresión y creación. Es el caso de los procesadores de textos o los editores gráficos informáticos.

No obstante hay que tener en cuenta que no solamente transmiten información, también hacen de mediadores entre la realidad y los estudiantes, desarrollando habilidades cognitivas en sus usuarios.

#### ***2.3.4 Significado de los términos recurso tecnológico y TIC***

El concepto de la tecnología ha evolucionado a lo largo de la historia y más sin embargo, en la última década del siglo XX y la primera del siglo XXI. Su presencia era evidente en los diversos campos de trabajo, incluido el de la educación, y la importancia de esta tecnología con resultados actualmente bastante abiertos y multifacéticos

Ejemplos de materiales que requieren el uso de ayudas tecnológicas pueden ser la diapositiva, que necesita un proyector para ser visto en todo su esplendor, y lo mismo ocurre con el programa de video o la computadora.

Comprensiblemente, estas expresiones relacionadas con la tecnología de los recursos y la información tecnológica y comunicación están envueltas en un entorno complejo también. Las TIC [16][**RUIZ, M.** (2004). Las TIC un nuevo reto para nuevos aprendizajes. Madrid. Narcea. S.A. Pg. 27] pertenecen a un campo emergente, y el resultado es un vertiginoso desarrollo tecnológico constantemente en experimentación.

Un recurso tecnológico utiliza la tecnología de objetos, de cualquier tipo, según sea su funcionamiento, pueden ser tangibles, como el teléfono, retroproyector, ordenador e impresora, o intangible, como una base de datos y un sistema operativo de aplicación de software.

Se consideran las TIC como una configuración empleadora comunicativa como tecnologías de apoyo disponible y pueden éstas estar relacionadas con las computadoras o no. Basado en el anterior posicionamiento específico, es evidente que las tecnologías están presentes en todo el proceso de desarrollo humano.

La designación «Información y Tecnologías de la Comunicación es más reciente, habiendo surgido a finales de los años 90, en concreto, en un documento preparado por el gobierno británico. Las TIC están constituidas por medios técnicos de manipulación de la información y son capaces de promover la comunicación, incluyendo el hardware y el software necesario, y aparecen asociadas a las redes de ordenadores.

También están vinculadas con las telecomunicaciones como medio de difusión de la comunicación, así como en los elementos que promueven y permiten el procesamiento y transmisión en diferentes formatos. Entre las definiciones que se generaron en el término 'TIC', como ejemplo, Blurton (1999) [17][**SEVILLANO, M. L.** (2008). Nuevas tecnologías en Educación Social. Madrid McGraw-Hill. pg. 29-5] considera que estas comprenden una pluralidad de herramientas de procesamiento y recursos.

Esto se combina en las tecnologías que se utilizan para comunicar, crear difundir y obtener información, sostiene que las TIC son medios tecnológicos o electrónicos que se basan en los principios de escaneo y las redes; Agrega que se refieren a estos dispositivos; en el sector de la educación, se trata de las nuevas técnicas de información y comunicación.

Con todo esto, diferentes expresiones se han utilizado entre los profesionales y científicos y son sinónimo de la moda. Además, se orientan estos cambios a la terminología condicionada por el enorme potencial que tienen los medios tecnológicos tipo digitales o las TIC en comparación con lo análogo. Entendemos que en este caso, la transición es positiva, siempre que contribuya a la realidad de mejorar e innovar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Aprovechando el crecimiento exponencial de las potenciales Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), los estudiantes y profesores pueden acceder a una amplia variedad de recursos con el fin de, que puedan contribuir con el éxito de la enseñanza-aprendizaje.

De esta realidad es consciente la comunidad educativa, especialmente los maestros e investigadores, en la medida en que, suponiendo posiciones cada vez más exigentes y competitivas, demanda justificadamente el uso de las TIC en favor de la mejora de la calidad del aprendizaje.

En las actividades de enseñanza, además de su conocimiento, el maestro tiene disponibles, en la mayoría de situaciones, muchos artefactos que pueden ayudar, no sólo en el contexto del aula [18][ **DE PABLOS, J.** (1996). Tecnología y educación. Pg. 45] Por lo tanto, se debe llevar a cabo la planificación y definir los objetivos, contenidos, actividades a materializarse como una opción metodológica a adoptar, así como se debe tener en cuenta el tipo de evaluación, y se debe dedicar especial atención a la selección de las características que mejor se adapten al contexto, procesamiento y transmisión de los contenidos a través de los recursos en diferentes formatos.

El desarrollo de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) ha añadido todo un movimiento de revolución en la disciplina de la enseñanza. En la sociedad marcada por el uso masivo de las TIC, la matemática surge como un área temática esencial para la formación y la inserción de los jóvenes en la vida activa, es aquí donde reside la razón fundamental de la importancia que se atribuye generalmente a la disciplina. Por lo tanto es de preocupación de los responsables del proceso educativo, la constante demanda de resultados positivos y explicaciones para el fracaso en el área de las matemáticas.

Los estudiantes y profesores están siempre dependientes de la búsqueda de nuevos recursos y la tecnología; siendo un vínculo tanto las Matemáticas como la vida real en el mundo actual. La contribución de las matemáticas impartidas por los profesores puede pasar por tratar de llevar la motivación al aula, para facilitar el aprendizaje.

No se puede enseñar de manera similar a diversos grupos y que el profesor debe hacer que los sujetos se interesen por los contenidos para que los estudiantes puedan alcanzar el aprendizaje significativo. Cómo los intereses de unos y otros son distintos los maestros deben diversificar necesariamente las metodologías incluyendo actividades de interés y actualidad que puedan ayudar a los estudiantes a encontrar lo que se requiere de ellos.

Para lograr un verdadero cambio en la enseñanza de las matemáticas es necesario involucrar a los niños [19][**ABRANTES, P.** (2001). Reorganização Curricular do Ensino Básico.

Brasil. Pg. 63] en el aprendizaje significativo; crear actividades que permitan el desarrollo del razonamiento y discusión y finalmente utilicen los materiales tecnológicos. Se debe por otro lado promover hábitos de alfabetización en los estudiantes y cambiar la imagen pública de las matemáticas ya que es una necesidad apremiante en la sociedad.

Sin embargo, parece que, a pesar de todos los esfuerzos, las incertidumbres en la enseñanza de las matemáticas existen. Si es que el maestro no es consciente de lo que está en su mano, que constituye gran parte de la capacidad para llevar a los estudiantes al éxito matemática, nada va a cambiar.

Entonces se hace evidente la necesidad de hacer cambios en la institución educativa , es decir, la práctica más activa y abierta, las pedagogías de enseñanza se relacionan con las experiencias cotidianas, por lo que se debe hacer la enseñanza expresada lo más atractiva posible.

Se pretende presentar algunos de los méritos y riesgos pedagógicos que el uso de las TIC pueden aportar a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas derivadas de componente empírico de estudios realizados en el campo de las matemáticas y habilidades del uso de las TIC. Hoy en día se considera que las últimas no son suficientes para desarrollar las habilidades de cálculo de los estudiantes, así como la resolución de problemas.

También es importante estimular la curiosidad y la necesidad de profundizar la comprensión de los contenidos, así ver las matemáticas como una corriente, interesante y útil. Los estudiantes deben adquirir habilidades adicionales que les permitan investigar y ganar confianza en la solución de problemas dando cara a las nuevas situaciones. La competencia matemática se desarrolla a través de una experiencia y la reflexión rica y diversa en que las matemáticas se profundizan de acuerdo con la madurez de los estudiantes.

Sabemos que lo más importante en la educación matemática no se relaciona con el campo de la técnicas , sino más bien con la capacidad de abordar a las Matemáticas a través de analizar y resolver situaciones problemáticas para comunicar ideas en los estudiantes.

Los maestros también deben abandonar la exclusividad de los manuales de la institución educativa a menudo a favor del uso de tecnologías que permitan mejorar los contextos en desarrollo variando ampliamente el aprendizaje. Las tecnologías, especialmente el equipo de cómputo y el internet se utilizan como un medio y no como un fin; esto puede tener un efecto estimulante y valioso sobre la motivación del estudiante en cuanto a las actividades de participación sinérgica.

Las computadoras deberían utilizarse y considerarse como cualquier otra herramienta de estudio como una regla, un lápiz o un cuaderno. Si se usan adecuadamente y de manera eficiente, estos

medios tecnológicos pueden cambiar la manera como los estudiantes aprenden y se enseñan a sí mismos.

El uso de las computadoras y de las TIC en la enseñanza de matemáticas es una recomendación expresa de los programas de Matemáticas en diversos países y no solo en el Ecuador ya que permiten movilizar la tecnología del conocimiento para comprender la realidad y resolver situaciones y problemas cotidianos.

En cuanto a la computadora, los estudiantes deben tener la oportunidad de trabajar con la hoja de cálculo y varios programas educativos, incluyendo gráficos de funciones y geometría dinámica, así como de utilizar las capacidades educativas que pudiese ofrecer la internet convirtiéndose en programas de ordenador que pueden manipularse, pues podemos actuar sobre ellos. Sirven como medio de expresión de las técnicas y conceptos matemáticos y al mismo tiempo son instrumentos de trabajo matemático. El carácter dinámico y "manipulable" de los sistemas de signos matemáticos está siendo potenciado recientemente por el uso de las nuevas tecnologías en las distintas ramas de las matemáticas (Geometría, Geo-Gebra, Cabri; Análisis de datos, Statgraphics; Cálculo, Derive; etc.).

La adquisición de conocimientos por los estudiantes y el desarrollo de habilidades es un objetivo permanente de la enseñanza. Las matemáticas son una disciplina tradicionalmente asociada con el fracaso y, por tanto, la investigación en esta área a menudo busca nuevos métodos y nuevas prácticas, novedades, las cuales ayudan a obtener mejores resultados. Las ventajas de introducción de las TIC en la construcción del conocimiento son innegables.

El predominio de la enseñanza de técnicas de resolución en las clases de matemáticas sigue siendo una constante en muchas escuelas. Sin embargo, sólo el uso de técnicas no instrumentará en el estudiante una comprensión de los conceptos matemáticos y su aplicación.

Existe la necesidad de que el estudiante construya el conocimiento a través de actividades dinámicas que se les anime a pensar, analizar y hacer deducciones, para la adquisición de un concepto o el dominio del significado en matemáticas se hace efectivo siempre y cuando hay una acción concreta del individuo sobre el objeto de su aprendizaje.

Los educadores han intentado y probado nuevos métodos para dar prioridad, en el aula, las ideas y fomentar el entendimiento, notables investigadores en el campo educativo ponen de relieve los métodos principales:

- Solución de problemas: Los alumnos construirán sus conocimientos matemáticos a través de la solución de diversos problemas;

- Modelización matemática: utilizar situaciones de la realidad, como motivación para los estudiantes, en busca de modelos matemáticos que se puedan aplicar.
- Ethno-matemáticas: es la apreciación del conocimiento matemático del grupo cultural al que los estudiantes pertenecen y el uso de la experiencia adicional de cada escuela;
- Historia de las Matemáticas: utilizar situaciones en la historia de las matemáticas con el fin de capacitar al estudiante para comprender la evolución de los conceptos mediante las representaciones matemáticas.

Además de estos métodos de enseñanza de las matemáticas se centra la acción de los estudiantes en el uso de materiales de enseñanza (manuales, o materiales de instrucción) a variarse en el aula, que puedan contribuir a mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje efectivo, ayudando a los estudiantes en la construcción y la comprensión de los conceptos matemáticos.

### ***2.3.5 Materiales para la enseñanza de las ciencias exactas***

El uso de materiales de instrucción en las clases de matemáticas no es una idea nueva, Se afirma que Comenius (1592 - 1670), en su *Didáctica Magna*, ya señaló que el uso de diversos recursos en el aula ayudaría a desarrollar un aprendizaje mejor y más alto.

En dicho trabajo, se recomiendan fórmulas y los resultados fueron pintados en las paredes de las aulas y los modelos se construyeron para enseñar geometría . En los siglos XVIII y XIX, Pestalozzi (1746 - 1827) y Froebel (1782 - 1852) argumentaron que una amplia actividad de los estudiantes sería esencial para una educación activa.

Sin embargo, el movimiento es de la nueva escuela [20][ **RICCETTI, V.** (2009). *Jogos em grupo para educação infantil*. In: SBEM. Brasil. Educação matemática revista. Nro. 11. Pg. 18 – 25] con John Dewey (1859 - 1952) que la pedagogía activa ganó fuerza. Los educadores como Maria Montessori (1870 - 1952) y Decroly (1871 - 1932), inspirado en las obras de Dewey [21][**PAPERT, S. A.** (1994). *Máquina das crianças: Reepensando a Escola na Era da Informática*. Artes Gráficas. Porto Alegre] Pestalozzi y Froebel, crearon numerosos juegos y materiales para mejorar la enseñanza de las matemáticas. En los años siguientes, diversos materiales educativos fueron desarrollados con este objetivo.

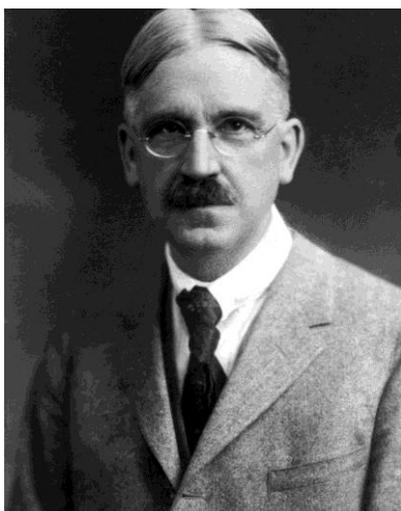


FIGURA 17-2: John Dewey: pedagogía activa

Fuente: explorepahistory.com

La presencia de materiales de instrucción en las clases de matemáticas se ha alentado y, actualmente, es imposible argumentar la enseñanza de la ciencia sin mencionar este recurso didáctico. Sin embargo, el uso de materiales de enseñanza no debe sólo limitarse a la manipulación de los estudiantes de una manera lúdica y sin función educativa. Es necesario que su uso esté vinculado a objetivos bien definidos; en apariencia a promover el aprendizaje de las matemáticas, a saber, la cuidadosa planificación de la acción.

Para diversos estudiosos la acción importante es que es reflexivo y que los estudiantes aprendan de manera significativa, las actividades de desarrollo de la razón, como entender, desarrollar y reelaborar los conocimientos, y el uso de materiales pueden traer una gran contribución, después claro está de la definición precisa de los objetivos educativos que desea lograr con la cooperación por qué no, de los llamados libros de texto

Después de todo, el alumno es un sujeto activo en la construcción del conocimiento; que aprende de sus experiencias y acciones, ya sea individual o compartida con otros. [22][SERRAZINA, L. (1999). Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo. Brasil. Quadrante. Pg. 139-168] hace el análisis de los materiales de instrucción en matemáticas de enseñanza, toma nota de la necesidad de atención especial con el uso de estos recursos y pone de relieve la dependencia fundamental de la competencia de los profesores. Es importante tener en cuenta que la exploración inadecuada del material didáctico puede resultar en una experiencia educativa frustrante para los profesores y los estudiantes. Esto ocurre cuando el material no permite la adquisición de un conocimiento específico esperado.

Mediante el análisis de la importancia del uso de los recursos de aprendizaje en la enseñanza de la geometría, los padres afirman que los recursos didácticos incluyen una variedad de elementos que se utilizan como soporte experimental en la organización del proceso de enseñanza y aprendizaje. Su propósito es servir como una interfaz de mediador para facilitar la relación entre el profesor y el conocimiento de los estudiantes sobre la necesidad de la adquisición de los saberes.

Además de la geometría, los materiales de instrucción se pueden emplear en la enseñanza de la aritmética, el álgebra y la trigonometría, es importante para la construcción de los conceptos básicos de cada área de las matemáticas.

Cuando el individuo tiene el reto de trabajar con algo nuevo, se le anima a explorar, reflexionar y encontrar soluciones apropiadas. Con creatividad y también con ingenio se logra la adquisición de importantes conceptos matemáticos, como resultado de las acciones del estudiante sobre el material y el pensamiento que hace para que tales acciones ocurran.

## **2.4 Categorías de la variable dependiente**

Rendimiento académico en Geometría Analítica de los estudiantes de nivelación de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga.

### **2.4.1 Rendimiento Académico**

#### **2.4.1.1 Definición**

[23][NOVÁEZ, M. (1986). Psicología de la actividad. México. Editorial iberoamericana. Pag. 39], afirma que el rendimiento académico es el resultado obtenido por el individuo en determinada actividad académica [24][ **MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO.** (1998). Parâmetros Curriculares para o Ensino Fundamental. Brasília. Pg. 38] El concepto de rendimiento está ligado al de aptitud, y sería el resultado de ésta, de factores volitivos, afectivos y emocionales, además de la ejercitación.

[25][**CÁCERES, L., CORDERA, R.** (1992). Perfil del Estudiante Sobresaliente del Bachillerato de la UNAM. Dirección General de Apoyo y Servicios a la Comunidad. Secretaría de Asuntos Estudiantiles] el rendimiento escolar va más allá del conocimiento abarcando aspectos como: habilidades, destrezas, actitudes y valores; incluyen el proceso enseñanza aprendizaje, adoptando una postura más flexible donde pudieran considerarse otras formas de identificar al estudiante que destaca en rendimiento además de la evaluación. Ambas posiciones no contemplan un análisis crítico de lo que aportan otros agentes e instituciones como las condiciones sociales, la familia, el sistema educativo y la propia escuela.

Para los dos conceptos antes descritos, el rendimiento académico es la aptitud que el estudiante demuestra, el interés por obtener buenas calificaciones, las mismas que son el fruto de su trabajo; o todo lo contrario cuando el joven demuestra cansancio, fatiga para el estudio, su rendimiento llama la atención [26][ **GONÇALVES & DA SILVA**. *Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas Utilizando o GeoGebra*. Brasil. Ouro Preto. Pg. 24]

#### **2.4.1.2 Tipos de rendimiento académico**

Según Cipriano Ángeles en su libro “Evaluación del Rendimiento Escolar” menciona los siguientes tipos de Rendimiento Educativo: suficiente, insuficiente, satisfactorio e insatisfactorio.

Hay dos aspectos importantes que debemos resaltar es si un estudiante asimila o no asimila durante el desarrollo del proceso Enseñanza – Aprendizaje y cuando se toma en cuenta el rendimiento satisfactorio e insatisfactorio hace referencia al nivel de desarrollo de las capacidades y destrezas que como docentes aspiramos llegar con los alumnos.

Por otra parte de acuerdo a Ecu Red (Conocimiento con todos y para todos) se plantea los siguientes tipos de rendimiento académico:

Los mismos que se resumen, así:

- **Rendimiento Individual.** Se manifiesta en la adquisición de conocimientos, experiencias, hábitos, destrezas, habilidades, actitudes, aspiraciones, etc. Lo que permitirá al profesor tomar decisiones pedagógicas posteriores. Los aspectos de rendimiento individual se apoyan en la exploración de los conocimientos y de los hábitos culturales, campo cognoscitivo o intelectual.
- **Rendimiento General:** Es cuando el estudiante va al centro de enseñanza, en el aprendizaje de las Líneas de Acción Educativa y hábitos culturales y en la conducta del alumno.
- **Rendimiento específico:** La evaluación es más fácil, por cuanto si se evalúa la vida afectiva del alumno, se debe considerar su conducta parceladamente: sus relaciones con el maestro, con las cosas, consigo mismo, con su modo de vida y con los demás.
- **Rendimiento Social.** La institución educativa al influir sobre un individuo, no se limita a éste sino que a través del mismo ejerce influencia de la sociedad en que se desarrolla.

#### **2.4.1.3 Causas del bajo rendimiento**

Las causas pueden ser muchas: Un maestro que no domine los contenidos. Un maestro que no verifique los aprendizajes. Un maestro que piense que las evaluaciones solo sirven para aprobar o reprobar y no sepa que sirvan también para reformar o cambiar su plan de trabajo o estrategias

de enseñanza y aprendizaje. Maestros que no hacen atractiva su clase. Estudiantes que les temen a las matemáticas. Estudiantes que no logran concentrar su atención en la clase. Estudiantes que están convencidos que las matemáticas no les van a servir y muchas más causas que puedo enunciar.

Sin embargo, como lo señalaron [27] [CONDE, J. y DE JACOBIS-VIÑOLAS, G. (2001). ¿Por qué los estudiantes del segundo grado de bachillerato reprueban?, por un coeficiente intelectual bajo o por factuales emocionales. México. Tesis inédita Universidad Franco Mexicana. Pg. 65] la causa del bajo rendimiento escolar es la vida emocional del adolescente, la falta de comunicación con los integrantes de la familia, la inestabilidad de su desarrollo físico y emocional, que dan como resultado justamente el bajo desempeño, la reprobación de materias, e incluso la deserción escolar.

“En México se le pregunta a una madre de familia porque su hijo reprobó matemáticas y responde que el maestro no es muy bueno, en EEUU le hacen la misma pregunta y la madre contesta que la materia es difícil, en Japón le hacen la misma pregunta a una madre de familia y ella contesta "es que mi hijo no se esforzó lo suficiente", (Investigación de Matemáticas. Ensayos de Colegas, 2010)

El bajo rendimiento afecta al estudiante en su autoestima, ya que se siente frustrado, piensa que no lo va a lograr; situación que se presenta por falta de una buena planificación por parte de los profesores en el proceso de enseñanza aprendizaje o porque los mismos estudiantes no prestan el mayor interés y dedicación; se puede indicar que hay alumnos que no se esfuerzan por cumplir y que al final buscan están preocupados por mejorar el rendimiento académico.

#### ***2.4.1.4 Efectos del bajo rendimiento***

[28] [NAVAS, J. (1989). Ansiedad ante los exámenes. Algunas explicaciones cognitivas conductuales. México. Revista de aprendizaje y comportamiento. Pg. 7] reporta que se ha encontrado consistentemente que los niveles altos de ansiedad impiden y desorganizan la ejecución, por ejemplo, se pierde la concentración y se desatienden aspectos importantes de la tarea o examen.

Si se plantea trabajar con los exámenes se produce en los estudiantes una ansiedad a causa de los mismos: la preocupación y la emotividad. Así la preocupación describe como los pensamientos están centrados en las consecuencias del fracaso, mientras que la emotividad se refiere a las sensaciones desagradables y a las reacciones fisiológicas provocadas por la tensión del examen. Luego tanto la preocupación como la emotividad parecen contribuir a la reducción del rendimiento de los estudiantes muy ansiosos en las pruebas y en las tareas relacionadas con el aprendizaje: los pensamientos de preocupación distraen la atención del individuo y las

reacciones emocionales intensas conducen a errores y causan una represión que obstruye la memoria.

#### **2.4.1.5 Alternativas**

[29][VILLAREAL, M. G., LÓPEZ, E. B., ESCOBEDO, J., & VALADAEZ, L. (2009). Rendimiento académico de alumnos de secundaria beneficiarios del Programa Oportunidades en comunidades rurales y semiurbanas de Chiapas y nuevo León. *Región y Sociedad*. Pg. 127-164] en su artículo considera algunos factores que están relacionados con el rendimiento académico:

- Factores de aptitud: Alimentación, motivación, autoestima, hábitos de lectura, expectativa de estudios, hábitos de estudio.
- Factores de Instrucción: Ambiente adecuado creado por los docentes, exigencia de los profesores, capacitación actual, infraestructura.
- Factores de ambiente: Calidad de vida, estructura familiar, distribución del tiempo fuera de clase, apoyo de oportunidades, instrucción de los padres.

Es de interés considerar que el análisis del rendimiento académico de los estudiantes universitarios mediante la investigación constituye un factor imprescindible en los debates en torno a la búsqueda de la calidad de la educación superior, es un indicador fundamental que permite desde esta óptica una aproximación de la realidad educativa modernizándose mediante la inclusión de TIC's.

## **2.5 Planteamiento de la Hipótesis Científica**

La aplicación del software Geo-Gebra en las cónicas como recurso didáctico de la Geometría Analítica incide positivamente en el rendimiento académico de los estudiantes de nivelación de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga.

## **2.6 Variables de la investigación**

### **2.6.1 Variable independiente**

La aplicación del recurso didáctico mediante el software Geo-Gebra.

### **2.6.2 Variable dependiente**

El rendimiento de los estudiantes de nivelación de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga ESPE Extensión Latacunga en geometría analítica.

## **2.7 Operacionalización de variables**

La siguiente hipótesis es motivo de Operacionalización:

La aplicación del software Geo-Gebra en las cónicas como recurso didáctico de la Geometría Analítica incide significativamente en el rendimiento académico de los estudiantes de nivelación de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga, observe la **Tabla 1-2** y **Tabla 2-2**

**Tabla 2-2:** Variable Independiente: La aplicación del recurso didáctico mediante el software Geo-Gebra

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS	ANÁLISIS
<p>En el presente estudio se entenderá a la aplicación del recurso didáctico mediante el software Geo-Gebra, a los elementos constitutivos de la teoría de la didáctica cuyo fin es la vinculación teórico práctica en los procesos de interaprendizaje.</p>	Recursos tradicionales	- Inclusión de recursos innovadores.	Encuesta dirigida	<p>Porcentaje de aceptación de lad aplicación metodológica, mediante la inclusión del software Geo-Gebra en clases tradicionales.</p>
	Recursos tecnológicos informáticos	- Sistemas dinámicos geométricos, álgebra computacional, simulaciones, material proyectado y no proyectado.	Participación activa	
	Aprendizaje	-Interacción: fomentan el aprendizaje autónomo y cooperativo	Participación individual y colectiva .	

**Elaborado por:** Proaño P.

**Tabla 2-3:** Variable Dependiente: El rendimiento de los estudiantes de nivelación

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS	ANÁLISIS
En el presente estudio se entenderá por rendimiento académico, al logro de determinados indicadores medidos y cuantificados por el nivel de conocimientos, habilidades y destrezas que el estudiante adquiere durante el proceso enseñanza aprendizaje.	Logro	- Metas	Participación en clase	Porcentaje de logro académico durante el diagnóstico, la aplicación metodológica y al final del periodo académico.
	Conocimientos	-Conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis.	Matriz de logros académicos	
	Habilidades	-Imita -Sigue instrucciones -Es preciso	Reactivos estructurados	
	Acreditación del estudiante	-Excelente -Muy buena -Buena -Regular.		

**Elaborado por:** Proaño P.

## **2.8 Visión epistemológica**

La epistemología relativa al presente estudio por estar vinculada al estudio de la didáctica es el siguiente:

- Paradigma: Cualitativo explicativo
- Objeto de estudio: Rendimiento del estudiante
- Escuela epistemológica: Constructivismo
- Enfoque científico: Factual no formal

## CAPÍTULO III

### MATERIALES Y MÉTODOS

#### 3.1 Materiales

Los materiales que se utilizaron en la elaboración de ésta tesis fueron los siguientes:

- Recursos informáticos, técnicos y tecnológicos
- Hojas de cálculo
- Programas informático- académicos.
- Reactivos

#### 3.2 Métodos de técnicas estadísticas.

##### 3.2.1 *Métodos*

La presente propuesta está basada en los siguientes métodos:

- Científico: pues propone un problema específico, hipótesis, experimentación y divulgación entre otros.
- Hipotético-deductivo; por la naturaleza epistemológica de las ciencias educativas en la cual se aplica la presente investigación toda afirmación es perfectible, reproducible, falsable y de validación temporal.
- Inductivo: ya que a partir de las observaciones realizadas se extraen conclusiones, se comienza con la recolección de datos, la categorización de las variables, se prueba las hipótesis y finalmente se elaboran teorías generales.
- Explicativo: porque permite conocer las causas que origina un fenómeno, para explicarlo utilizando una metodología cuantitativa.
- Estadístico: por la orientación positivista de la investigación científica y el corte no interpretativo de la validación de las hipótesis.

### **3.3 Procesamiento de Datos**

La utilidad de los resultados obtenidos a través de las evaluaciones, permitirá validar la hipótesis planteada, y contar con elementos básicos para determinar la efectividad de la propuesta.

Para la aplicación de las evaluaciones se seguirán los siguientes pasos:

- Diseño y elaboración de los reactivos sobre la temática pertinente tratada.
- Clasificación de la información mediante la revisión de los datos recopilados.
- Calificación para clasificar las respuestas, tabularlas con la ayuda del computador por medio de una hoja de cálculo.
- Se elaboraron tablas que permitan comprender e interpretar los datos recopilados
- De los resultados obtenidos se determinarán las conclusiones y recomendaciones.
- Se utilizará el paquete estadístico SPSS por las bondades que ofrece para el cálculo de las medidas estadísticas y la representación gráfica, entre otros.

### **3.4 Análisis e interpretación.**

Se realizó un análisis parcial y dinámico de los datos obtenidos al aplicar la técnica de la evaluación, destacando tendencias o relaciones fundamentales de acuerdo con los objetivos e hipótesis

Se estableció un análisis de los resultados estadísticos, destacando tendencias o relaciones fundamentales de acuerdo con los objetivos e hipótesis.

Se estableció un análisis matemático utilizando los resultados estadísticos, destacando el uso de ecuaciones diferenciales.

Se interpretaron los resultados con apoyo del marco teórico en el aspecto pertinente, es decir atribuciones del significado científico a los resultados estadísticos manejando las categorías correspondientes del marco teórico.

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 4.1 Presentación de Resultados

Se presentaran los resultados del análisis parcial y dinámico mediante cuadros y gráficos estadísticos, la divulgación de los resultados obtenidos de los procesos de validación de las hipótesis, para la verificación estadística mediante la correlacional de Pearson debido a la tendencia normal que deben seguir los datos debido a la naturaleza de la curva pedagógica Gaussiana a la que propenden los procesos de aprendizaje.

#### 4.2 Determinación de la muestra

N= 410 estudiantes

Se escogió una muestra por conveniencia en el sentido de que el cálculo de muestra se hizo en un momento previo a la investigación, en tal virtud mediante el diálogo con quien coordina la asignación de paralelos a docentes, facilitó la selección de los cursos que fueron parte de esta investigación.

Muestra:

$$n = \frac{N\sigma^2 Z^2}{(N-1)^2 e^2 + \sigma^2 Z^2} \quad (1)$$

De donde:

**n:** Tamaño de la muestra

**N:** Población

**$\sigma$ :** Desviación estándar de la población = 0,5

**Z:** Valor obtenido mediante niveles de confianza. 1,96 al 95%. Ver ANEXO A1

**e:** Límite aceptable de error muestral = 0,09

Se eligió como muestra:

- 1 curso de 34 estudiantes como grupo experimental
- 2 cursos que conjuntamente sumaron 59 estudiantes como grupo de control.

### 4.3 Plan de recolección de la información

Para el proceso de recolección de datos se utilizará la técnica de las evaluaciones periódicas; y como instrumento un reactivo estructurado, que se aplicarán a los estudiantes que forman la muestra obtenida.

La **Tabla 1-4** contiene las calificaciones que se obtuvieron cuando se aplicó el reactivo de diagnóstico con el criterio manejado en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE-Extensión Latacunga, observe la **Tabla 1-4**. ANEXO A2

Se realizó un diagnóstico a docentes mediante una encuesta con temática referente a la utilización de recursos didáctico tecnológicos en las aulas. ANEXO A3

La temática con la que se elaboraron los reactivos que se aplicaron en esta investigación esta en función del Silabo que se maneja en la Institución. ANEXO 4

**Tabla 1-4:** Evaluación diagnóstica grupos de experimentación y control

Lista	Rendimiento /7	Grupo	Lista	Rendimiento /7	Lista	Rendimiento /7	Grupo
1	0,53	Experimental	35	0,53	69	2,42	Control
2	2,73	Experimental	36	2,73	70	3,57	Control
3	2,93	Experimental	37	2,93	71	4,83	Control
4	2,91	Experimental	38	2,91	72	3,85	Control
5	2,71	Experimental	39	2,71	73	4,34	Control
6	4,08	Experimental	40	4,08	74	4,55	Control
7	3,60	Experimental	41	3,60	75	4,44	Control
8	4,07	Experimental	42	4,07	76	4,21	Control
9	4,46	Experimental	43	4,46	77	2,44	Control
10	3,17	Experimental	44	3,17	78	3,98	Control
11	2,53	Experimental	45	2,53	79	3,99	Control
12	4,59	Experimental	46	4,59	80	2,55	Control
13	1,96	Experimental	47	1,96	81	3,86	Control
14	3,56	Experimental	48	3,56	82	4,37	Control
15	3,91	Experimental	49	3,91	83	2,35	Control
16	2,05	Experimental	50	2,05	84	3,72	Control
17	4,11	Experimental	51	4,11	85	4,64	Control
18	3,47	Experimental	52	3,47	86	4,13	Control
19	2,85	Experimental	53	2,85	87	2,80	Control
20	3,76	Experimental	54	3,76	88	2,56	Control
21	3,98	Experimental	55	3,98	89	3,10	Control
22	3,22	Experimental	56	3,22	90	3,42	Control
23	1,69	Experimental	57	1,69	91	1,82	Control
24	3,33	Experimental	58	3,33	92	3,38	Control

25	4,78	Experimental	59	4,78	93	3,19	Control
26	1,88	Experimental	60	1,88			Control
27	4,46	Experimental	61	4,46			Control
28	3,69	Experimental	62	3,69			Control
29	2,70	Experimental	63	2,70			Control
30	4,54	Experimental	64	4,54			Control
31	3,11	Experimental	65	3,11			Control
32	5,18	Experimental	66	5,18			Control
33	2,98	Experimental	67	2,98			Control
34	4,92	Experimental	68	4,92			Control
PROM	3,37				PROM	3,44	

Fuente: Diagnóstico en SPSS

**Tabla 2-4:** Ponderación de puntajes de rendimiento académico

ACTIVIDAD	PONDERACIÓN
Trabajo fuera de clase	1
Talleres en clase	2
Participación en clase	1
Deberes	2
Pruebas	6
Examen	8
Total	20

Fuente: Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE- Extensión Latacunga

La evaluación se hizo sobre 7 puntos y consta de dos parámetros: participación en clase y pruebas, ya que este es un trabajo experimental de campo se requiere evaluar la incidencia de la metodología mediante la actividad realizada por el estudiante en clase; pues las otras actividades (extra clases) pueden producir notas sesgadas (alguien más puede realizar los trabajos en casa; o a su vez el estudiante copiar a algún compañero; por otro lado en el examen no se aplica la metodología; por ello no se tomó en cuenta las actividades en clase grupales, pues no todos participan activamente en su aprendizaje).

#### 4.4 Análisis estadístico

##### 4.4.1 Pruebas de normalidad de los datos del diagnóstico

**Ho:** Las distribuciones de rendimiento de los grupos de control y experimental siguen una distribución normal

$p \geq 0,05$ )

**Hi:** Las distribuciones de rendimiento de los grupos de control y experimental siguen una distribución diferente

( $p < 0,05$ )

**Tabla 3-4:** Prueba de normalidad con los datos del diagnóstico.

Pruebas de normalidad						
	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Rendimiento	0,063	93	0,200*	0,973	93	0,052

\*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Fuente: SPSS

Donde:

**gl:** número de grados de libertad del estadístico

**Sig:** significación estadística de los dos contrastes

Observe la **Tabla 3-4**, dado que el nivel de significancia de la prueba Shapiro-Wilk equivale a 0,052 se acoge la hipótesis nula; es decir la distribución es normal; se debe elegir entonces estadística paramétrica para la validación de la hipótesis.

#### 4.4.2 Validación de Hipótesis del diagnóstico

**Ho:** Las distribuciones de rendimiento grupos de control y experimental son iguales en el diagnóstico.

( $p \geq 0,05$ )

**Hi:** Las distribuciones de rendimiento grupos de control y experimental son diferentes en el diagnóstico.

( $p < 0,05$ )

##### 4.4.2.1 T student teórico

Es una distribución de probabilidad que surge del problema de estimar la media de una población normalmente distribuida cuando el tamaño de la muestra es pequeño.

**Tabla 4-4:** Validación de la hipótesis del diagnóstico mediante T student

Prueba de muestras independientes											
		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas				Prueba T para la igualdad de medias					
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia		
										Inferior	Superior
Rendimiento	Se han asumido varianzas iguales	,108	,743	,349	91	,728	-,07395	,21185	-49476	,34686	
	No se han asumido varianzas iguales			,342	64,533	,734	-,07395	,21648	-	,35845	

Fuente: SPSS

Donde:

**F:** estadístico de Snedecor

**Sig:** significancia que aporta el estadístico

t: el valor de la prueba T

Observe la **Tabla 4-4**, dado que se trata de las mismas distribuciones como lo demuestra la prueba paramétrica T student en su significación equivalente a 0,364, reténgase la hipótesis nula.

Previo a la aplicación de la metodología didáctica; no existen notables diferencias en cuanto al rendimiento académico de los estudiantes; ambos grupos sujetos a la clase magistral; sin ventajas didácticas del uno sobre el otro.

La **Tabla 5-4** consta del promedio de los estudiantes durante la ejecución de la propuesta.  
ANEXO A4

**Tabla 5-4:** Promedio de las Evaluaciones de la aplicación metodológica grupos de experimentación y control

Lista	Rendimiento Final /7	Grupo	Lista	Rendimiento Final	Lista	Rendimiento Final	Grupo
1	0,95	Experimental	35	0,65	69	2,97	Control
2	4,91	Experimental	36	3,35	70	4,39	Control
3	5,27	Experimental	37	3,60	71	4,40	Control
4	5,24	Experimental	38	3,58	72	4,74	Control
5	4,88	Experimental	39	3,33	73	4,20	Control
6	5,20	Experimental	40	5,02	74	4,00	Control
7	4,80	Experimental	41	4,43	75	3,90	Control
8	4,90	Experimental	42	5,01	76	4,30	Control
9	5,00	Experimental	43	5,48	77	3,00	Control
10	5,71	Experimental	44	3,90	78	4,90	Control
11	4,55	Experimental	45	3,11	79	4,91	Control
12	4,70	Experimental	46	5,64	80	3,13	Control
13	3,53	Experimental	47	2,41	81	4,75	Control
14	4,40	Experimental	48	4,38	82	4,20	Control
15	4,20	Experimental	49	4,81	83	2,88	Control
16	3,69	Experimental	50	2,52	84	4,58	Control
17	4,30	Experimental	51	5,05	85	4,30	Control
18	5,20	Experimental	52	4,27	86	5,08	Control
19	5,14	Experimental	53	3,51	87	2,78	Control
20	4,30	Experimental	54	4,62	88	3,15	Control
21	4,00	Experimental	55	4,90	89	3,82	Control
22	4,10	Experimental	56	3,96	90	4,20	Control
23	3,05	Experimental	57	2,08	91	2,23	Control
24	3,80	Experimental	58	4,10	92	3,50	Control
25	5,00	Experimental	59	5,88	93	3,92	Control
26	3,39	Experimental	60	2,31			Control
27	5,10	Experimental	61	5,49			Control
28	3,20	Experimental	62	4,54			Control
29	4,86	Experimental	63	3,32			Control
30	5,20	Experimental	64	5,59			Control
31	4,00	Experimental	65	3,83			Control
32	5,80	Experimental	66	5,20			Control
33	3,10	Experimental	67	3,66			Control
34	5,40	Experimental	68	4,30			Control
PROM	4,44				PROM	4	

Fuente: SPSS

#### 4.4.3 Prueba de normalidad de los datos de la aplicación metodológica

**H<sub>0</sub>:** Las distribuciones de rendimiento grupos de control y experimental siguen una distribución normal

( $p \geq 0,05$ )

**H<sub>1</sub>:** Las distribuciones de rendimiento grupos de control y experimental siguen una distribución diferente

( $p < 0,05$ )

**Tabla 6-4:** Prueba de normalidad

Pruebas de normalidad						
	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Rendimiento	,085	9	,091	,953	93	,002
Final		3				

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Fuente: SPSS,

Observe la **Tabla 6-4**, deséchese la hipótesis nula ya que en la prueba Shapiro Wilk la significación equivale a 0,002; como la distribución no es normal; se debe aplicar estadística no paramétrica para validación de las hipótesis de la investigación.

#### **4.4.4 Validación de la hipótesis científica**

Para la validación de la hipótesis científica, se plantearon las siguientes hipótesis:

**Ho:** Las distribuciones de los grupos experimental y de control luego de la aplicación metodológica con Geo-Gebra son las mismas.

( $p \geq 0,05$ )

**Hi:** Las distribuciones de los grupos experimental y de control luego de la aplicación metodológica con Geo-Gebra son diferentes.

( $p < 0,05$ )

En la **Tabla 6-4** se demostró que los datos obtenidos durante la aplicación metodológica no siguen una distribución normal se utilizó la prueba U de Mann Whitney.

Resumen de prueba de hipótesis			
Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1 La distribución de RendimientoFinal es la misma entre las categorías de Resumen.	Prueba U de Mann-Whitney de muestras independientes	,022	Rechazar la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es ,05.

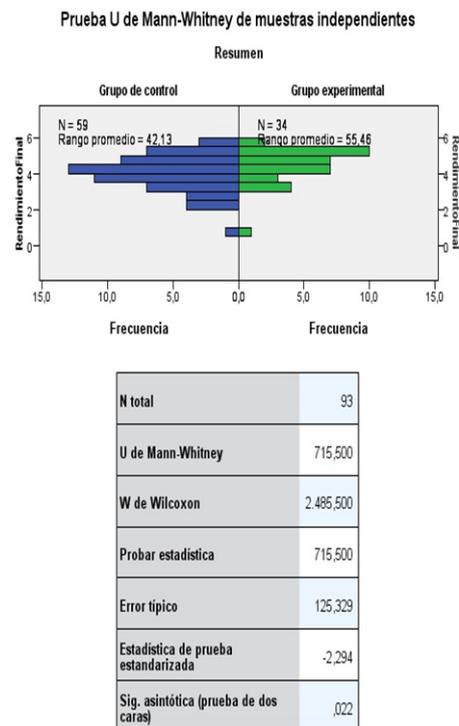


Figura 1-4: Prueba de hipótesis Prueba no paramétrica

Fuente: SPSS

Observe la **Figura 1-4**, deséchese la hipótesis nula; por tanto el uso de Geo-Gebra en las cónicas como recurso didáctico, incide positivamente en el rendimiento académico de los estudiantes de nivelación de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga.

Sin embargo, para conocer como fue longitudinalmente el desempeño estudiantil se recurrió a una nueva evaluación en ambos grupos de modo que permita aseverar con sustento cual grupo es mejor en cuanto al rendimiento. Observe las **Tablas 7-4** y **Tabla 8-4**, las calificaciones obtenidas al final del periodo académico. Ver ANEXO A5

**Tabla 7-4:** Evaluación final Grupo Experimental

Evaluación final /7	
N. Lista	Grupo Experimental
1	1,13
2	5,89
3	6,00
4	6,00
5	5,85
6	6,00

7	5,76
8	5,88
9	6,00
10	5,90
11	5,46
12	5,64
13	4,23
14	5,28
15	5,04
16	4,42
17	5,16
18	5,80
19	5,75
20	5,16
21	4,80
22	4,92
23	3,66
24	4,56
25	6,00
26	4,07
27	6,00
28	3,84
29	5,83
30	5,90
31	4,80
32	5,80
33	3,72
34	5,00
<b>PROMEDIO</b>	5,15

Nota. Fuente: SPSS

**Tabla 8-4:** Evaluación final grupo de control

Lista	Grupo de control	Lista	Grupo de control
1	0,64	35	2,93
2	3,31	36	4,33
3	3,56	37	4,35
4	3,53	38	4,68
5	3,29	39	4,15
6	4,96	40	3,95
7	4,37	41	3,85
8	4,95	42	4,25
9	5,41	43	2,97
10	3,85	44	4,84
11	3,07	45	4,85

12	5,57	46	3,10
13	2,38	47	4,69
14	4,32	48	4,15
15	4,75	49	2,85
16	2,49	50	4,52
17	4,99	51	4,25
18	4,22	52	5,02
19	3,47	53	2,75
20	4,56	54	3,11
21	4,84	55	3,77
22	3,91	56	4,15
23	2,06	57	2,21
24	4,05	58	3,46
25	5,81	59	3,87
26	2,29		
27	5,42		
28	4,49		
29	3,28		
30	5,52		
31	3,78		
32	5,14		
33	3,62		
34	4,25		
PROMEDIO			3.95

Fuente: SPSS

¿Es suficiente demostrar que las distribuciones entre los grupos de control y experimentación para argumentar que el Geo-Gebra es un recurso válido para mejorar el aprendizaje? Es evidente que es mucho mejor aplicar una nueva prueba para validar la respuesta a la pregunta anterior; esta vez desde la matemática; para lo cual la investigadora se utilizó ecuaciones diferenciales mediante el modelo de crecimiento, para obtener los valores máximos de rendimiento de los grupos de control y experimental. El análisis matemático esta en función de los datos obtenidos en el análisis estadístico, por tanto no se puede realizar de manera independiente uno del otro.

#### 4.5 Razones adicionales para usar el Geo- Gebra como recurso didáctico

- Para disminuir el hecho de que a los estudiantes les cuesta comprender los teoremas y propiedades de objetos como el lugar geométrico, sobre todo su demostración o justificación.
- Gracias al entorno informatizado el estudiante cuenta con diversas aplicaciones o applets, para su manejo y experimentación en varias áreas del conocimiento con la guía o no del docente.
- Mayor posibilidad de interacción entre docentes y estudiantes, al no estar directamente con el estudiante se pierde esa pequeña vergüenza a la hora de preguntar.

- Fácil acceso, los estudiantes pueden optar por realizar actividades conjuntas con personas distantes, incluso la posibilidad de e interactuar.
- Discutir problemas desde una óptica diferente adquiridos con la experiencia y manipulación.

#### 4.6 Deducción de la ecuación de crecimiento

El modelo que sustenta el análisis matemático se llama logístico pues representa la competencia de los miembros de la población para un espacio vital limitado y sus recursos, como es el caso del crecimiento del rendimiento el término  $-\beta y^2$  representa el de la competencia y da cuenta del promedio estadístico de los miembros por unidad de tiempo

$$\frac{dy}{dt} = F(y); y = y_0 \text{ para } t = 0 \quad (2)$$

$$\frac{dy}{dt} = \alpha y - \beta y^2; y = y_0 \text{ para } t = 0 \quad (3)$$

$$\frac{dy}{\alpha y - \beta y^2} = dt \quad (4)$$

Al resolver la **Ecuación 4**, la solución general de la ecuación diferencial es:

$$\frac{1}{\alpha} [\ln y - \ln(\alpha - \beta y)] = t + c \quad (5)$$

Al remplazar las condiciones iniciales en la **Ecuación 5** se tiene:

$$\frac{1}{\alpha} [\ln y - \ln(\alpha - \beta y)] = t + \frac{1}{\alpha} [\ln y_0 - \ln(\alpha - \beta y_0)] \quad (6)$$

Al despejar y se obtiene la ecuación predictiva de crecimiento para un “t” cualquiera:

$$y = \frac{\frac{\alpha}{\beta}}{1 + \left(\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{y_0} - 1\right)e^{-at}} \quad (7)$$

Para t=1

$$y(1) = \frac{\frac{\alpha}{\beta}}{1 + \left(\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{y_0} - 1\right)e^{-\alpha}} \quad (8)$$

Para  $t=2$

$$y(2) = \frac{\frac{\alpha}{\beta}}{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)e^{-2\alpha}} \quad (9)$$

Al despejar las constantes  $\frac{\alpha}{\beta}$  de la Ecuación 8 y Ecuación 9, respectivamente:

$$\frac{\beta}{\alpha} (1 - e^{-\alpha}) = \frac{1}{y_1} - \frac{e^{-\alpha}}{y_0} \quad (10)$$

$$\frac{\beta}{\alpha} (1 - e^{-2\alpha}) = \frac{1}{y_2} - \frac{e^{-2\alpha}}{y_0} \quad (11)$$

Al dividir la **Ecuación 11** entre la **Ecuación 10** y despejar  $e^{-\alpha}$ :

$$e^{-\alpha} = \frac{y_0(y_2 - y_1)}{y_2(y_1 - y_0)} \quad (12)$$

Al reemplazar la **Ecuación 12** en la **Ecuación 10**:

$$\frac{\beta}{\alpha} \left(1 - \frac{y_0(y_2 - y_1)}{y_2(y_1 - y_0)}\right) = \frac{1}{y_1} - \frac{y_0(y_2 - y_1)}{y_2(y_1 - y_0)y_0} \quad (13)$$

Si se opera adecuadamente se encuentra:

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{y_1^2 - y_0 y_2}{y_1(y_0 y_1 - 2y_0 y_2 + y_1 y_2)} \quad (14)$$

Si se toma a la **Ecuación 7** el límite cuando  $t$  tiende al infinito:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y = \frac{\frac{\alpha}{\beta}}{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)e^{-at}} = \frac{\alpha}{\beta} \quad (15)$$

Se obtiene el modelo de crecimiento máximo:

$$y_{max} = \frac{y_1(y_0 y_1 - 2y_0 y_2 + y_1 y_2)}{y_1^2 - y_0 y_2} \quad (16)$$

**Donde:**

$y_0$  es el promedio obtenido diagnóstico

$y_1$  es el promedio obtenido en la ejecución de la propuesta

$y_2$ : es el promedio obtenido en la evaluación final

La **Tabla 9-4** muestra un resumen de los promedios de los estudiantes obtenidos en la investigación

**Tabla 9-4:** Promedios de los grupos experimental y de control

<b>Grupo Experimental</b>	
<b>Momento</b>	<b>Promedio</b>
Diagnóstico	3,37
Aplicación método	4,44
Evaluación final	5,15
<b>Grupo de Control</b>	
<b>Momento</b>	<b>Promedio</b>
Diagnóstico	3,44
Aplicación método	4
Evaluación final	3,95

Fuente: Rendimiento de los estudiantes

Aplicando la **Ecuación 16** según los promedios de los grupos de la **Tabla 9-4**, se tiene:

#### **4.6.1 Crecimiento máximo grupo experimental**

$$y_{\text{máx}} = \frac{4,44(3,37 * 4,44 - 2 * 3,37 * 5,15 + 4,44 * 5,15)}{4,44^2 - 3,37 * 5,15} = 5,87$$

#### **4.6.2 Crecimiento máximo grupo de control**

$$y_{\text{máx}} = \frac{4(3,44 * 4 - 2 * 3,44 * 3,95 + 4 * 3,95)}{4^2 - 3,44 * 3,95} = 3,95$$

El crecimiento del rendimiento referido al grupo experimental es el 67.29% mayor que el correspondiente al grupo de control; lo que refuerza la hipótesis científica correspondiente a la investigación.

De acuerdo con las leyes del cálculo diferencial, al derivar una función cuadrática se obtiene una función lineal que gráficamente es perpendicular al punto máximo de la curva, los valores máximos y mínimos se obtienen de la función lineal, entonces se realizó una proporcionalidad que equivale a una regla de tres.

#### 4.7 Coeficiente de correlación metodología-rendimiento

Con los datos *obtenidos* se determino que correlación existen entre ellos mediante el coeficiente de Pearson:

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{(\sum x^2)(\sum y^2)}} \quad (17)$$

**Donde:**

r: Es el coeficiente producto – momento de correlación

$\bar{X}$ : es la media aritmética,  $x = X - \bar{X}$

$\bar{Y}$ : es la media aritmética,  $y = Y - \bar{Y}$

Los datos de la Tabla 12 permitieron determinar el valor de  $r = 0,935486494$

**Tabla 10-4:** Cuadro resumen de rendimiento grupo experimental

Momentos	Codificación	Rendimiento
Evaluación previo al estudio	0	0
Evaluación en el diagnóstico	1	3,37
Evaluación durante la metodología con Geo-Gebra	2	4,44
Evaluación final	3	5,15

Fuente: Rendimiento de los estudiantes

Detalle del Coeficiente de correlación (CR)

- CR cercano a 1: Correlación fuerte
- CR cercano a cero: Correlación nula
- CR cercano a -1: Correlación inversa

## CONCLUSIONES

1. Los docentes de Geometría Analítica Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga actualmente siguen dictando sus clases magistrales tradicionalistas, pues el tipo de recursos didácticos que aplican realmente es escaso no combinan el pizarrón y el dibujo técnico con los nuevos recursos como la utilización de software de Geometría para realizar gráficas.
2. El impacto de la aplicación de Software Geo-Gebra en conjunto con las clases magistrales fue positivo para los estudiantes, quienes encontraron en esta propuesta una forma diferente de ver y de aprender una parte fundamental de la geometría analítica, las cónicas, puesto que se dinamizaron las clases, se generaron espacios de interacción, discusión y argumentación, promoviendo el proceso de aprendizaje.
3. El impacto estadístico de la investigación es positivo ya que los valores límite de rendimiento del grupo experimental superan en un 67% al grupo de control; los resultados académicos relativos al coeficiente de correlación demuestra el éxito de la aplicación de recursos didácticos en el proceso de enseñanza aprendizaje de una sección fundamental de la geometría, las cónicas

## RECOMENDACIONES

1. Que los docentes de Geometría Analítica para mejorar el rendimiento académico de sus estudiantes utilicen recursos didácticos pertinentes en la construcción del conocimiento de modo que facilite su labor, complementando con actividades motivantes, fomentando el aprendizaje cooperativo con el aporte individual de los miembros del grupo, favoreciendo la comprensión de los contenidos tratados.
2. Que se amplíen las temáticas en la aplicación del Geo-Gebra; incluyendo por ejemplo Geometría Plana y del espacio, lo cual representa un desafío para la creatividad de estudiantes y maestros. Mediante una ampliación de temas se puede definir la flexibilidad del Geo-Gebra en la solución de situaciones cada vez más complejas.
3. Implementar el uso de un cuaderno guía cuyo propósito es la socialización del recurso didáctico Geo-Gebra y cuyo contenido se orienta hacia los contenidos de la geometría analítica enfocadas a la ingeniería, tomando en cuenta características fundamentales para promover un aprendizaje duradero y el autoaprendizaje de los estudiantes de nivelación, ya que a través de la interacción le permitirá al estudiante comprobar de forma gráfica lo que realiza de manera algebraica cuando utiliza el lápiz, papel, la regla y el compás, a la vez que permite la optimización del tiempo en la ejecución de procesos gracias a la comprensión y aplicación de conceptos y propiedades de lugares geométricos consecuentemente al plantearse algoritmos podrá encontrar maneras que le faciliten la resolución de problemas.

## CAPÍTULO V

### LA PROPUESTA

#### 5.1 Título:

“Cuaderno Guía como recurso didáctico con aplicaciones en Geo-Gebra acerca de las Cónicas, para mejorar el rendimiento académico en los estudiantes de nivelación de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga”.

#### 5.2 Datos informativos

Institución Ejecutora

- Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga

Beneficiarios

- Estudiantes de nivelación

Equipo Técnico

- Investigadora: Ing. Paola Proaño

Tiempo de ejecución:

- Durante el periodo académico abril - agosto 2014

Jornada

- Matutina

Ubicación

- La Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga, se encuentra ubicada en, en la Provincia de Cotopaxi, cantón Latacunga, Parroquia Belisario Quevedo.

#### 5.3 Antecedentes

La enseñanza de la matemática y las ciencias básicas en general, tienen una importancia para la sociedad actual, el crecimiento desacelerado de la tecnología implica una mejora continua por

ende el reto es para docentes quienes tienen la responsabilidad de articular el conocimiento científico y matemático con la cultura de la población, y para los educandos la tarea es similar por lo que en consecuencia son susceptibles de aprender.

El problema del aprendizaje de la matemática, y en particular de las ciencias exactas como la Geometría Analítica, específicamente las cónicas se encuentra en la forma de cómo se abordan los temas. Los estudiantes aprenden la parte mecánica más no asimilan la esencia de la temática, quizá no porque no quieren aprender, sino porque no existen los recursos didácticos adecuados, entre ellos un cuaderno guía de actividades con aplicaciones, o porque el docente no los utiliza adecuadamente. La presente propuesta nace luego de haber concluido en la investigación:

Que los resultados en el rendimiento académico es bajo en el diagnóstico. Los problemas que surgen por no utilizar recursos didácticos con aplicaciones enlazando la teoría con la cotidianidad, nos permiten determinar la apatía hacia la asignatura en los educandos lo que evita el desarrollo de su creatividad.

Que el docente en su práctica es aún tradicionalista lo que no da respuesta al mundo moderno. El papel del docente en el mundo actual consiste en contribuir en un ambiente donde el estudiante represente, experimente y razone sobre ideas matemáticas.

Que los recursos tecnológicos, como el software Geo-Gebra tiene un uso limitado por parte de los docentes de nivelación, en la temática de las cónicas, lo que genera un bajo rendimiento académico sobre esta sección en particular.

Que la elaboración de un cuaderno guía sobre las cónicas acompañado de aplicaciones propias, motiva el aprendizaje y posterior resolución de problemas lo que proporciona al educando los estímulos necesarios para que mejore su rendimiento académico.

En este contexto y con el propósito de contar con un recurso adecuado, que reúna las características principales para lograr un rendimiento académico admisible y acogiendo la recomendación de la investigación, se propone la creación del cuaderno guía sobre las Cónicas.

El presente texto presenta unidades de estudio sobre la Circunferencia, Parábola, Elipse e Hipérbola. Estos temas se han desarrollado con contenidos actualizados, con secuencia y articulación pertinentes y funcionales que permiten interrelacionar conocimientos nuevos con anteriores, utilizando una metodología activa que toma en cuenta problemas, ejercicios y

desarrollo de actividades de acuerdo al modelo constructivista que permiten al estudiante aprender a aprender; de ésta manera se explica cada tópico.

#### **5.4 Justificación**

La importancia de esta propuesta se encuentra principalmente en la necesidad de proporcionar un instrumento adecuado para el proceso de enseñanza aprendizaje y las destrezas que el estudiante puede adquirir tales como la reflexión, la participación, que trabajen en equipo, abiertos a críticas constructivas y saber escuchar de modo que tengan criterio propio para representar situaciones problemáticas que les permite desarrollar estrategias de resolución y mejor comprensión de los conceptos matemáticos que están trabajando.

La presente propuesta es importante porque el cuaderno guía con aplicaciones de Geo-Gebra, se constituye en un recurso didáctico, donde el estudiante se convierte en el actor directo de la acción educativa mediante una variedad de actividades que se presentan para ir directamente al corazón de los conceptos fundamentales asociados a una relación funcional.

Los beneficiarios directos serán los y las estudiantes de nivelación de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga, también los docentes que dictan la cátedra de Geometría Analítica.

La propuesta tiene un impacto positivo, porque el cuaderno guía constituye un recurso didáctico que incorpora en su diseños aspectos de la realidad específica y sistémica en la que nos encontramos, pues si bien la matemática es universal, su enseñanza no. La metodología con la cual se propone, busca la estratificación de saberes de modo que el rendimiento académico en la cátedra de Geometría Analítica sea socialmente aceptada.

Este trabajo está enfocado para facilitar la solución de problemas de aplicación a través de la interpretación de la gráfica correspondiente. Para lograrlo, se recurre a la simulación dinámica de sucesos cotidianos y su análisis, con la finalidad de poder hacerlo sin mayor grado de dificultad, ya que vienen resueltos y analizados variados de ellos con diferentes características.

#### **5.5 Objetivos**

##### ***5.5.1 Objetivo general***

Desarrollar un cuaderno guía sobre las Cónicas con aplicaciones en Geo-Gebra para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes de nivelación de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Extensión Latacunga.

### 5.5.2 *Objetivos específicos*

- 1) Explicar los temas del texto en base a problemas de situaciones habituales para aplicar los conocimientos de la Geometría Analítica, el Algebra, las construcciones gráficas y cálculos numéricos.
- 2) Familiarizar al estudiante con el nuevo sistema de referencia en los programas de edición gráfica y con la precisión en el trazado de elementos esenciales para el estudio de la Geometría Analítica
- 3) Promover la incorporación de las tecnologías de la información y comunicación en el proceso de enseñanza.

### 5.6 **Análisis de factibilidad: social, científico y económico.**

**Social.-** El aprender matemática a través del convencionalismo la hace notar como una asignatura difícil, incomprensible, aburrida e inútil, de allí que los docentes se encuentran obligados a mejorar sus prácticas pedagógicas; por lo que se debe incorporar acciones que garanticen el proceso de aprendizaje. Para su óptimo funcionamiento requiere una amplia colaboración de estudiantes y docentes.

La forma de evaluar por parte del docente hace que no exista transparencia en la calificación de los estudiantes, esta es la realidad que es un problema social cuya consecuencia es la deserción estudiantil superior

**Científico.-** Aportar científicamente en el diseño de un cuaderno guía con Aplicaciones en GeoGebra para mejorar el rendimiento académico como complemento en el quehacer educativo atendiendo a las necesidades de la misma en el área de matemática.

**Económico.-** Los gastos económicos que emergen de la aplicabilidad de la propuesta, serán financiados por la docente investigadora, quien desde un principio mantuvo un interés especial en aquellos gastos que están vinculados a mejorar el rendimiento de los estudiantes.

### 5.7 **Fundamentación**

#### 5.7.1 *Fundamentación Filosófica*

Desde el enfoque filosófico la elaboración de recursos didácticos y su aplicación en la enseñanza de la matemática, se sustenta en la teoría constructivista como modelo que está centrado en la persona, en sus experiencias previas de las que realiza nuevas construcciones mentales, teniendo como fin que el estudiante construya su propio conocimiento.

El docente en su rol de guía, debe apoyar al estudiante a desarrollar todas sus habilidades que le permitirán optimizar el proceso de aprendizaje, dentro de esta teoría se ha escogido a Jean Piaget, quien se centra en las ideas de asimilación y acomodación, partiendo del comportamiento relativamente simple del niño y posteriormente hacia niveles de actividad cada vez más complejos.

### **5.7.2 *Fundamentación Educativa***

El diseño y la producción de recursos didácticos por parte de los docentes requiere un proceso previo de definición de necesidades pedagógicas y requerimientos técnicos: qué contenidos se quieren enseñar, qué medios se van a utilizar, qué sistemas de símbolos se necesitan y qué tecnologías se utilizarán, en el marco de un proyecto pedagógico concreto.

Es necesario fomentar nuevos paradigmas de enseñanza aprendizaje, centrados en el aprendizaje autónomo durante toda la vida y en la consideración del estudiante como protagonista de su propio proceso de aprendizaje. Sin embargo, en la actualidad, el papel protagonista es asumido en muchos casos por el profesor, mientras que la integración en la nueva filosofía requiere del trabajo y protagonismo del estudiante en el proceso de aprendizaje.

La propuesta planteada permitirá ir acorde a los requerimientos de la sociedad actual caracterizada por un aprendizaje dinámico y cambiante, lo que requiere profesionales no sólo con conocimientos específicos y básicos, sino con destrezas para aplicar y resolver los problemas de un modo creativo, implicando un aprendizaje autónomo y durante toda la vida, desarrollo de las habilidades y destrezas necesarias para adaptar dichos conocimientos a un campo profesional.

La elaboración de los recursos didácticos y su utilización correcta y oportuna será complemento de la formación de entes con capacidad de resolver problemas, capaces de aplicar los conocimientos a la práctica, capacidad para adaptarse a nuevas situaciones, habilidad para trabajar de forma autónoma, conocer y comprender.

### **5.7.3 *Fundamentación Teórica***

Actualmente los temas concretos de Geometría Analítica se incluyen en el silabo que maneja la institución, el cual es elaborado por la Senescyt para que sea cumplido por las instituciones aptas para impartir cursos de nivelación general.

Frecuentemente al hablar de cónicas se piensa directamente en sus expresiones analíticas y en las propiedades que se deducen a partir de ellas mediante procesos puramente algebraicos. Esta

propuesta didáctica para la construcción y aplicación de rectas y cónicas, no niega la potencialidad de estos procesos ni la necesidad de tratarlos a fondo, sugiere motivar su estudio a través de sus propiedades legítimas como lugares geométricos.

Los contenidos de geometría analítica que serán abordados comprenden los temas de: *la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola*, se utilizarán exclusivamente coordenadas cartesianas rectangulares.

Entre los factores que afectan el aprendizaje de la geometría analítica se puede citar los siguientes:

- Comprensión del tema
- Escasa variedad de textos
- Tiempo dedicado a la resolución de problemas
- Dificultades en la solución de ejercicios de manera analítica
- Aplicación de las fórmulas adecuadas así como de su análisis crítico
- Dificultades para la construcción e interpretación de gráficas
- Escasa utilización de medios informáticos a través del computador para apoyar y complementar contenidos curriculares, y desarrollar actividades colaborativas de enseñanza aprendizaje

A los problemas que se presentan en el área de álgebra y física por ende en la geometría analítica, no es posible darle una solución de una manera contundente y eficaz, pero si es posible implementar algunas estrategias de apoyo a luz de permitir que el estudiante se apropie del conocimiento a través de su participación activa, entre las cuales podemos mencionar las siguientes:

- Por medio de una introducción conceptual e inducción previa, de los procesos algebraicos usados en el tema, avanzar de la aplicación práctica de conceptos, hasta la reflexión, formulación y comprensión teórica de los contenidos
- Motivar al estudiante mediante la resolución de problemas de situaciones cercanas a su realidad o de campos del saber accesibles a su nivel de madurez personal y de desarrollo cognitivo, que propicien el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo en el ámbito matemático así como una actuación comprometida del alumno.
- Asesorías continuas ya sea de manera individual o por equipos.
- Motivación a participar en el aula.

#### 5.7.4 *Fundamentación matemática*

La propuesta didáctica incluye la planificación de las actividades por unidades que sustentan la propuesta metodológica.

Es indispensable que los estudiantes tengan los conocimientos básicos conceptuales, respecto a la definición de la recta, sus ecuaciones, sus posiciones, así como su representación en un sistema cartesiano.

Se requiere de la aplicación de los conocimientos básicos preliminares de los adquiridos en su anterior etapa estudiantil: la interpretación y aplicación adecuada del teorema de Pitágoras para determinar la distancia entre dos puntos dadas sus coordenadas; es importante la interpretación teórica de los puntos y líneas notables de un triángulo como: bisectriz de un ángulo, mediana, mediatriz, altura así como la aplicación de los conceptos de las funciones trigonométricas. Para algunos problemas de aplicación es necesario aplicar el conocimiento referente al Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV) así como sus ecuaciones correspondientes.

Para la comprensión de la **Unidad 1:** La Circunferencia, son necesarios los conceptos teóricos y gráficos de lo que es una circunferencia, puntos y rectas notables, posiciones relativas de rectas puesto que es la base para la solución de problemas.

Para la comprensión de la **Unidad 2:** La Parábola, respecto a lo que es una parábola es necesario conocer su gráfica y los elementos que la forman así como las ecuaciones de segundo grado que la define. Estar habilitado para la solución de sistemas de ecuaciones de primer grado y de segundo grado con una incógnita, de conocer las reglas para completar un trinomio cuadrado perfecto.

Para la comprensión de la **Unidad 3:** La Elipse, es necesario que el estudiante sepa identificar gráficamente los elementos que tiene una elipse e hipérbola, las ecuaciones que la definen en sus diferentes presentaciones, resolver ecuaciones de primero y segundo grado, así como completar un trinomio cuadrado perfecto.

Para la comprensión de la **Unidad 4:** La Hipérbola, es necesario que el estudiante sepa identificar gráficamente los elementos que tiene una hipérbola, las ecuaciones que la definen en sus diferentes presentaciones, resolver ecuaciones de primero y segundo grado, así como completar un trinomio cuadrado perfecto.

### 5.8 **Propuesta Didáctica**

Con los resultados obtenidos en el diagnóstico realizado a docentes y estudiantes, se establecieron posibles soluciones relacionadas con la aplicación del cuaderno guía con

aplicaciones en Geo-Gebra, los estudiantes durante la ejecución de la propuesta permanecieron motivados por la nueva experiencia de trabajar con un software dinámico gracias a su entorno amigable. Al finalizar el periodo de ejecución de la propuesta los estudiantes pudieron manipular, aplicar, comprobar, aprender y fundamentar su conocimiento, manifestaron su interés por la vinculación constante de recursos como el Geo-Gebra en las clases tradicionales.

La propuesta didáctica incluye la planificación de las actividades por unidades que sustenta la propuesta metodológica.

**Tabla 1-5:** Propuesta Didáctica Unidad 1

<b>UNIDAD 1: LA CIRCUNFERENCIA</b>					
<b>EJE CURRICULAR INTEGRADOR:</b> Aplicar los conceptos y leyes de las ciencias básicas, mediante la utilización de técnicas y procedimientos que permitan explicar y resolver problemas de la Geometría Analítica y contribuya a las asignaturas de formación profesional con eficiencia, coherencia y pertinencia.					
<b>EJES DEL APRENDIZAJE:</b> El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación.					
<b>OBJETIVOS EDUCATIVOS:</b> Aplicar los conceptos de manera crítica, reflexiva y la visualización gráfica de los elementos fundamentales de la circunferencia utilizando Geo-Gebra para desarrollar su razonamiento en la solución eficiente de problemas relacionados con la vida diaria, demostrando tenacidad en la búsqueda de soluciones.					
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	PRECISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE	RECURSOS	EVALUACIÓN	
				INDICADORES ESCENCIALES DE EVALUACIÓN	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
Resolver problemas, ejercicios y situaciones que involucren ecuaciones ordinarias y generales de la circunferencia, mediante la aplicación de sus propiedades geométricas y analíticas, combinando con ecuaciones de rectas y conceptos analíticos básicos sobre rectas, segmentos y triángulos, graficándolos en Geo-Gebra	Obtención de la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y fuera del origen, la forma general y dados tres puntos (al menos tres métodos) Condiciones geométricas y analíticas para determinar una circunferencia	Relacionar los elementos que plantea un problema de aplicación práctica para determinar cuáles conceptos y técnicas es aplicable o más apropiado para desarrollar las estrategias que conduzcan a su solución.  Dibujar circunferencias en Geo-Gebra de acuerdo a los datos	Textos Pizarra Marcadores Medios audiovisuales Computador Software	Resuelve problemas, ejercicios y situaciones que involucren ecuaciones ordinarias y generales de la circunferencia, mediante sus propiedades geométricas y analíticas, combinando con ecuaciones de rectas y conceptos analíticos básicos sobre rectas, segmentos y triángulos, graficándolos en Geo-Gebra	<b>Técnica:</b> Participación en clase <b>Instrumento:</b> Lista de cotejo Reactivos

**Elaborado por:** Proaño P.

**Tabla 2-5:** Propuesta Didáctica Unidad 2

<b>UNIDAD 2: LA PARÁBOLA</b>					
<b>EJE CURRICULAR INTEGRADOR:</b> Aplicar los conceptos y leyes de las ciencias básicas, mediante la utilización de técnicas y procedimientos que permitan explicar y resolver problemas de la Geometría Analítica y contribuya a las asignaturas de formación profesional con eficiencia, coherencia y pertinencia.					
<b>EJES DEL APRENDIZAJE:</b> El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación.					
<b>OBJETIVOS EDUCATIVOS:</b> Aplicar los conceptos de manera crítica, reflexiva y la visualización gráfica de los elementos fundamentales de la parábola utilizando Geo-Gebra para desarrollar su razonamiento en la solución eficiente de problemas relacionados con la vida diaria, demostrando tenacidad en la búsqueda de soluciones					
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	PRECISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE	RECURSOS	EVALUACIÓN	
				INDICADORES ESCENCIALES DE EVALUACIÓN	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
Resolver problemas y situaciones que involucren la aplicación de las ecuaciones de la parábola, mediante la aplicación de conceptos analíticos básicos, relativos a rectas, segmentos y triángulos recuperando las propiedades geométricas y analíticas de las parábolas visualizando las gráficas construidas en Geo-Gebra	Parábolas horizontales y verticales Ecuaciones C (0,0) Elementos. Gráficas. Ecuaciones C (h,k). Ecuación general de las cónicas. Ecuación de las tangentes	Graficar una parábola, para comprender su definición, comportamiento y ubicar los elementos, deducir las ecuaciones canónica, ordinaria, general; resolver problemas, ejercicios y realizar construcciones en Geo-Gebra	Textos Pizarra Marcadores Medios audiovisuales Computador Software Geo-Gebra	Resolver problemas y situaciones que involucren la aplicación de las ecuaciones de la parábola, mediante la aplicación de conceptos analíticos básicos, relativos a rectas, segmentos y triángulos recuperando las propiedades geométricas y analíticas de las parábolas visualizando las gráficas construidas en Geo-Gebra	<b>Técnica:</b> Participación en clase <b>Instrumento:</b> Lista de cotejo Cuestionario

**Elaborado por:** Proaño P.

**Tabla 3-5:** Propuesta Didáctica Unidad 3

<b>UNIDAD 3: LA ELIPSE</b>					
<b>EJE CURRICULAR INTEGRADOR:</b> Aplicar los conceptos y leyes de las ciencias básicas, mediante la utilización de técnicas y procedimientos que permitan explicar y resolver problemas de la Geometría Analítica y tribute a las asignaturas de formación profesional con eficiencia, coherencia y pertinencia.					
<b>EJES DEL APRENDIZAJE:</b> El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación.					
<b>OBJETIVOS EDUCATIVOS:</b> Aplicar los conceptos de manera crítica, reflexiva y la visualización gráfica de los elementos fundamentales de la elipse utilizando Geo-Gebra para desarrollar su razonamiento en la solución eficiente de problemas relacionados con la vida diaria, demostrando tenacidad en la búsqueda de soluciones.					
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	PRECISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE	RECURSOS	EVALUACIÓN	
				INDICADORES ESCENCIALES DE EVALUACIÓN	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
<p>Definir a cada una de la cónica elipse, mediante la presentación de la gráfica y la deducción de sus propiedades.</p> <p>Realizar gráficos de la cónica elipse en el plano con Geo-Gebra e identificar sus elementos.</p> <p>Asociar las ecuaciones de la cónica elipse con las gráficas y sus elementos en los diferentes casos.</p> <p>Identificar a las cónicas en la ecuación general determinando las condiciones de cada una de ellas.</p>	<p>Elipse horizontal y vertical: ecuaciones <math>C(0,0)</math> Elementos. Gráficas. Ecuaciones <math>C(h,k)</math>.</p> <p>Ecuación general de las cónicas.</p>	<p>Graficar una elipse en Geo-Gebra para comprender su definición, comportamiento y ubicar los elementos, deducir las ecuaciones canónica, ordinaria, general; resolver problemas y ejercicios.</p>	<p>Textos Pizarra Marcadores Medios audiovisuales Computador Software Geo-Gebra</p>	<p>Reconoce a la cónica al determinar su ecuación cuando el <math>C(0,0)</math>.</p> <p>Determina sus elementos, asociando la ecuación y la gráfica.</p> <p>Determina la gráfica si su <math>C(h,k)</math> relacionando con sus ecuaciones y propiedades.</p> <p>Identifica las cónicas según su ecuación y determina sus elementos y gráfica en Geo-Gebra.</p>	<p><b>Técnica:</b> Participación en clase Prueba</p> <p><b>Instrumento:</b> Lista de cotejo Cuestionario</p>

**Elaborado por:** Proaño P.

**Tabla 4-5:** Propuesta Didáctica Unidad 4

<b>UNIDAD 4: LA HIPÉRBOLA</b>					
<b>EJE CURRICULAR INTEGRADOR:</b> Aplicar los conceptos y leyes de las ciencias básicas, mediante la utilización de técnicas y procedimientos que permitan explicar y resolver problemas de la Geometría Analítica y tribute a las asignaturas de formación profesional con eficiencia, coherencia y pertinencia.					
<b>EJES DEL APRENDIZAJE:</b> El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación.					
<b>OBJETIVOS EDUCATIVOS:</b> Aplicar los conceptos de manera crítica, reflexiva y la visualización gráfica de los elementos fundamentales de la hipérbola utilizando Geo-Gebra para desarrollar su razonamiento en la solución eficiente de problemas relacionados con la vida diaria, demostrando tenacidad en la búsqueda de soluciones.					
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO	CONTENIDOS	PRECISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE	RECURSOS	EVALUACIÓN	
				INDICADORES ESCENCIALES DE EVALUACIÓN	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
Definir a la cónica hipérbola, mediante la presentación de la gráfica y la deducción de sus propiedades. Realizar gráficos de la cónica hipérbola en el plano con Geo-Gebra e identificar sus elementos. Asociar las ecuaciones de la cónica con las gráficas y sus elementos en los diferentes casos. Identificar a la cónica en la ecuación general determinando las condiciones de cada una de ellas.	Hipérbola horizontal y vertical: ecuaciones $C(0,0)$ Elementos. Gráficas. Ecuaciones $C(h,k)$ . Ecuación general de las cónicas.	Graficar una hipérbola en Geo-Gebra para comprender su definición, comportamiento y ubicar los elementos, deducir las ecuaciones canónica, ordinaria, general; resolver problemas y ejercicios.	Textos Pizarra Marcadores Medios audiovisuales Computador Software Geo-Gebra	Reconoce a la cónica al determinar su ecuación cuando el $C(0,0)$ . Determina sus elementos, asociando la ecuación y la gráfica. Determina la gráfica si su $C(h,k)$ relacionando con sus ecuaciones y propiedades. Identifica las cónicas según su ecuación y determina sus elementos y gráfica en Geo-Gebra.	<b>Técnica:</b> evaluación <b>Instrumento:</b> Reactivo

**Elaborado por:** Proaño

**Tabla 5-5:** Modelo operativo de la Propuesta

<b>FASES</b>	<b>METAS</b>	<b>ACTIVIDADES</b>	<b>RECURSOS</b>	<b>TIEMPO</b>	<b>RESPONSABLES</b>	<b>RESULTADOS</b>
Clases Tradicionales y evaluación Diagnóstica	Determinar la línea base de conocimientos.	Clase magistral Reactivo 1	Humanos	4 semanas	Autora Estudiantes	Indicadores para conocer el nivel de conocimientos abstraídos.
Sensibilización	Sensibilizar a los estudiantes sobre la necesidad de elaborar y aplicar el texto con aplicaciones en Geo-Gebra	Reuniones fuera de clase con los estudiantes Exposición magistral.	Humanos Proyector Computador Cuaderno guía	1 semanas	Autora de la propuesta	Alumnos motivados para aplicar el recurso didáctico de la guía propuesta
Ejecución y Evaluaciones Periódicas	Dar a conocer y aplicar la guía dentro del inter-aprendizaje de la geometría analítica en el aula.	Exposición magistral. Talleres en clase Reactivos 1,2	Humanos Materiales	5 semanas	Estudiantes Autora de la propuesta	Se utilizan la guía para mejorar el rendimiento académico.
Evaluación Final	Propuesta evaluada y monitoreada para evidenciar el desempeño longitudinalmente.	Reactivo Final Diálogo con los estudiantes sobre los beneficios de la guía y los resultados de los informes de rendimiento	Humanos Materiales	4 semanas	Autoridades y autora de la propuesta	Las calificaciones obtenidas reflejan una mejora en cuanto al rendimiento.

**Elaborado por:** Proaño P

## **5.9 Propuesta Metodológica**

Se preparó el siguiente cuaderno guía con aplicaciones en Geo-Gebra acerca de las Cónicas, utilizando una metodología activa en todas las unidades.

Incluye un CD con la información digital de cada una de las aplicaciones y ejercicios desarrollados. Ver ANEXO 5

*“En las matemáticas es donde el espíritu  
encuentra los elementos que más ansía:  
la continuidad y la perseverancia”.*

*Jacques Anatole France*



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**

**INSTITUTO DE POSTGRADO Y EDUCACIÓN CONTINUA**

**MAESTRÍA EN MATEMÁTICA BÁSICA**

**PROPUESTA**

TÍTULO:

**“Cuaderno Guía como recurso didáctico con aplicaciones en Geo-Gebra acerca de las Cónicas, para mejorar el rendimiento académico en los estudiantes de nivelación de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE Extensión Latacunga”**

AUTORA: Ing. Paola Mariela Proaño Molina

LATACUNGA - ECUADOR

2014

*“Entre todas las curvas más perfectas, el círculo  
es el que tiene el trazado más simple”*

*Pitágoras*

## UNIDAD 1

### LA CIRCUNFERENCIA

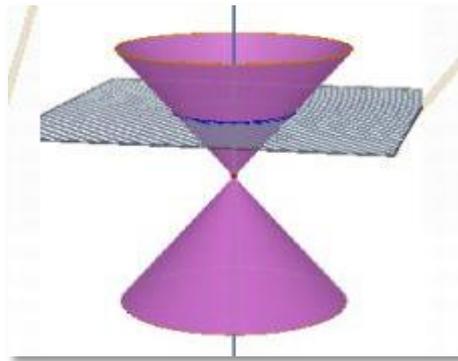


FIGURA 1-5: La circunferencia a partir de un cono.

Fuente: Geo-Gebra

#### 5.10 Concepto

Es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado centro.

#### 5.11 Elementos básicos

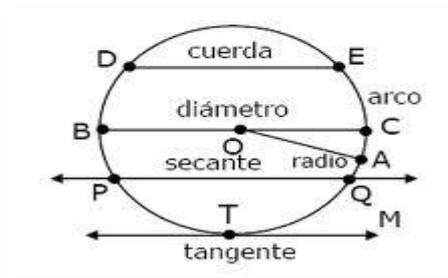


FIGURA 2-5: Elementos de la circunferencia.

Fuente: [www.escolares.net](http://www.escolares.net)

- **Centro:** punto que está a la misma distancia de todos los puntos pertenecientes a la circunferencia.
- **Radio:** segmento de recta que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.

- **Cuerda:** segmento de recta que une dos puntos cualquiera de una circunferencia.
- **Diámetro:** o mayor cuerda ya que une dos puntos de una circunferencia.
- **Recta secante:** es aquella que se interseca con dos puntos cualesquiera de una circunferencia.
- **Recta tangente:** es aquella que toca a la circunferencia en un solo punto y es perpendicular a un radio.

## 5.12 APLICACIONES

### 5.13 El sobrevuelo del avión

*El piloto de un avión necesita saber en cada momento cuál es el aeropuerto más cercano de tres ciudades: Latacunga, Quito o Francisco de Orellana. ¿Cuál es la porción de plano que tiene cada aeropuerto como el más cercano?, En el caso de que hubiera una tormenta eléctrica, indica qué lugar elegiría para aterrizar. Hay algún punto en el plano que equidiste de los tres aeropuertos?*

Debes ubicar los datos en un sistema de referencia, las tres ciudades serán puntos indistintos en el plano.

Gráficamente puedes observar que si los enlaces obtienes una figura geométrica muy conocida para ti. ¡Sí, un triángulo!

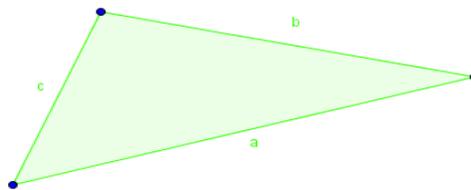


FIGURA 3-5: Interpretación Geométrica del sobrevuelo.

Elaborado por: Proaño P.

Aplicando la definición de mediatriz y su punto de intersección en un triángulo, encontraras la distancia al aeropuerto más cercano, es el mismo que elegiría por la cercanía para aterrizar. Con tu grupo de trabajo realicen la construcción de manera individual. ¿Difieren la ubicación del circuncentro? ¿Las distancias a los aeropuertos son las mismas de tus compañeros?

Con un poco mas de creatividad, obtendrás una animación interactiva.

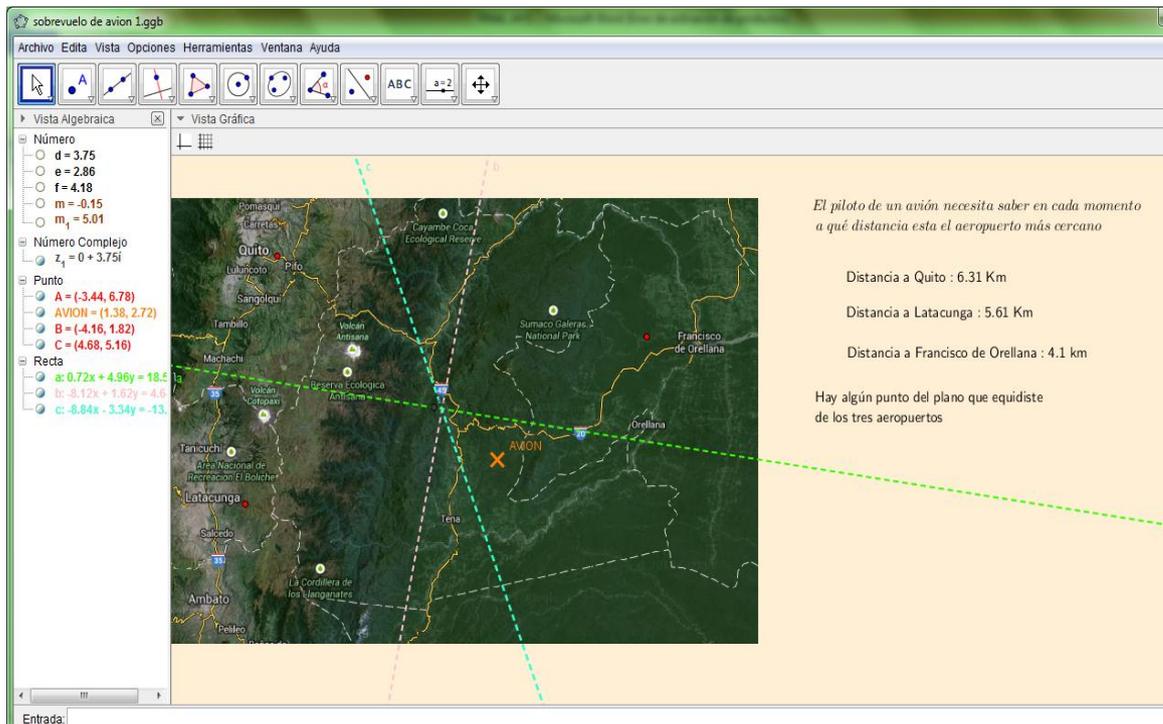


FIGURA 4-5: El sobrevuelo del avión

Elaborado por: Proaño P.

¡Anímate! te espera un mundo maravilloso por conocer

### 5.14 El busca tesoros

*En el valle del río Pastaza, un claro tiene una forma circular. Un tesoro está escondido cerca del claro. Un viejo manuscrito muestra la localización del tesoro. “Desde el gran pino localizado sobre el círculo, ir hacia el álamo situado en el claro. Gira hacia la derecha  $90^\circ$  y camina hasta el borde del claro. Gira de nuevo  $90^\circ$  hacia la derecha y camina tantos pasos desde el pino al álamo. Ahí está escondido el tesoro.*

*El claro tiene un radio de 20 m y el único árbol en el claro es un álamo situado a 4 metros del centro del claro. Desafortunadamente, el gran pino desapareció hace ya algunos años. ¿Puedes averiguar la distancia entre el centro del claro y el tesoro?*

Comienza por insertar un punto cualquiera q será el centro de la circunferencia, luego una circunferencia de  $r=4$ , porque es la distancia a la que está ubicado el álamo.

Ubica un punto sobre la circunferencia que será el pino y otro dentro del mismo que será el álamo. Traza una recta que pase por ambos puntos, y una recta perpendicular a la anterior y que pasa por el álamo, servirá para referencia para construir el camino hacia el tesoro; observa:

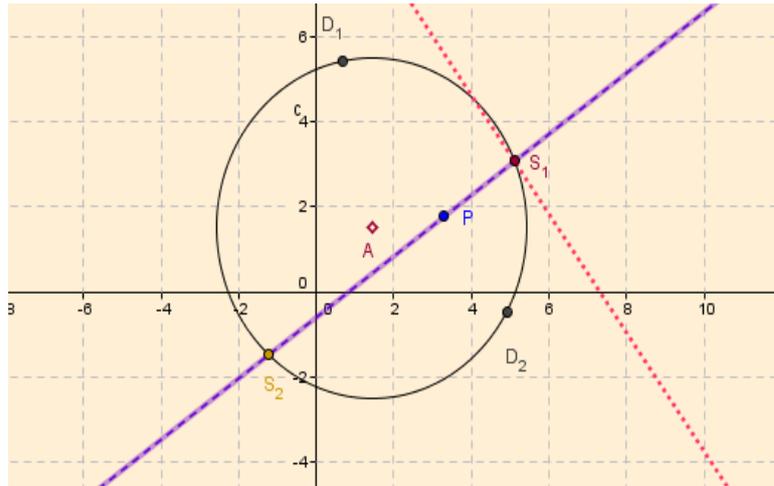


FIGURA 5-5: Ubicación del pino y el álamo según el manuscrito.

Elaborado por: Proaño P.

Traza rectas paralelas a la que recta que pasa por el álamo, y que pasen por las cuatro intersecciones que obtuviste anteriormente, así estas girando de un modo preciso, observa con atención.

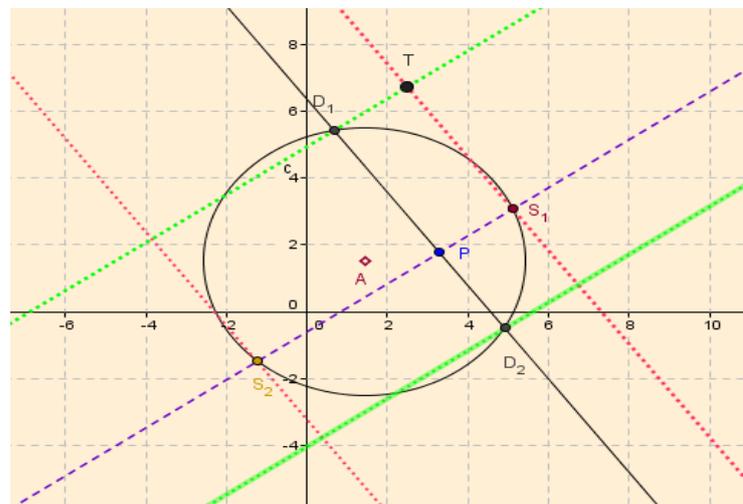


FIGURA 6-5: Rectas auxiliares.

Elaborado por: Proaño P.

Al recorrer la trayectoria descrita en el manuscrito, finalmente encuentre el tesoro. ¡Felicidades!

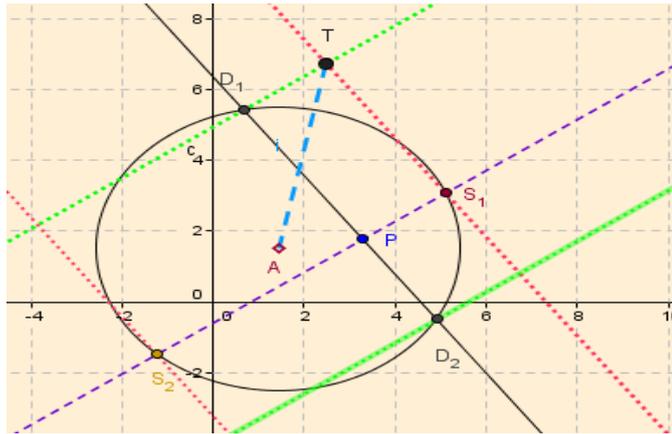


FIGURA 7-5: Ubicación geométrica del tesoro.

Elaborado por: Proaño P.

La distancia que hay entre el claro y el tesoro es: 5.34 m.

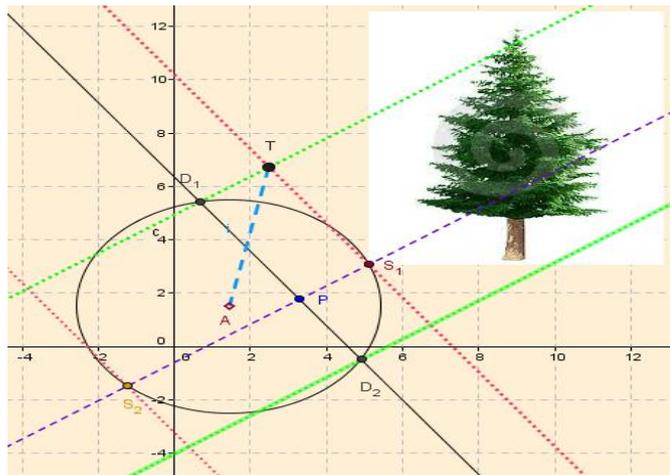


FIGURA 8-5: Localización del tesoro.

Elaborado por: Proaño P.

### 5.15 El sismo

La unidad de monitoreo del IG detectó un sismo con origen en la ciudad de Baños a 5 Km Este y 3 Km Sur del centro del pedacito de cielo, con un radio de 4 Km a la redonda. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia de la superficie aquejada? Utilizando  $\sqrt{a^2 + b^2}$  ¿Indica si afectó a la ciudad de Baños?

En primer lugar debes considerar un sistema de referencia, la ciudad de Baños coincidirá con el origen de coordenadas. El epicentro es el punto de coordenadas (5, -3) Km y ciertamente el radio es  $r = 4$  Km.

Observa que el centro no coincide con el origen del sistema de referencia.

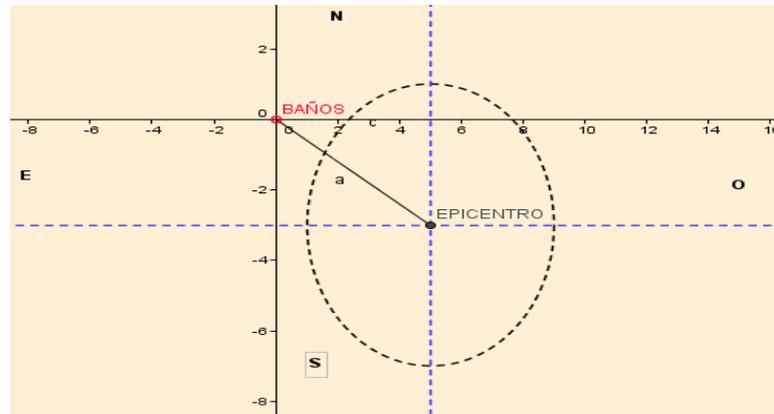


FIGURA 9-5: Razón de cambio.

Elaborado por: Proaño P.

La ecuación de una circunferencia, con centro en  $(h, k)$  y radio  $r$ , tiene la siguiente expresión:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Para nuestro caso, tienes:

$$(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 4^2$$

La ecuación del centro del sismo y radio de 4 Km a la redonda es:

$$x^2 + y^2 - 10x + 6y + 18 = 0$$

Para presentar la ecuación de la circunferencia en su forma general basta desarrollar los cuadrados de los binomios e igualar a cero.

Para probar si el sismo afectó o no a la ciudad de Baños, debes seleccionar y analizar un punto del plano, entonces surgen tres posibilidades:

- Si eliges un punto dentro de la circunferencia; al sustituirlo en la ecuación, va a dar un valor menor que el radio al cuadrado, es decir  $< r^2$

- Si eliges un punto de la circunferencia misma; al sustituirlo en la ecuación, va a dar un valor igual al radio al cuadrado, es decir  $= r^2$
- Si eliges un punto fuera de la circunferencia; al sustituirlo en la ecuación, va a dar un valor mayor que el radio al cuadrado, es decir  $> r^2$

Ahora, te interesa analizar el punto (0, 0) donde haz ubicado la ciudad de Baños, al sustituir las coordenadas en la ecuación, tienes:

$$\begin{aligned} (0 - 5)^2 + (0 + 3)^2 \\ r^2 = 16 \\ 25 + 9 \rightarrow 36 > r^2 \rightarrow 36 > 16 \end{aligned}$$

Lo que significa que el punto está fuera de la circunferencia. Por lo tanto el sismo no afectó a la ciudad de Baños.

## 5.16 APRENDAMOS CON GEO-GEBRA

### Ejercicio Nro. 1

*Inscribir una circunferencia en un triángulo rectángulo ABC de modo que D es el centro y DE un radio de la circunferencia, trazado al punto de tangencia.*

Construcción:

1. Ubica el punto A(1,-3) y el punto B(9,-3), traza el segmento AB
2. Traza una recta perpendicular al segmento AB y que pase por el punto A.
3. Ubica un nuevo punto C sobre la recta del paso anterior.
4. Traza el segmento BC y AC. Asigna el color rojo. Comprueba que el  $\angle BAC$  sea un ángulo recto.
5. Encuentra el incentro del triángulo ABC. Denomina D.
6. Traza una recta perpendicular al segmento AB y que pasa por el incentro D.
7. Encuentra la intersección del segmento AB y del punto D. Denomina E. El segmento de constituye el radio de la circunferencia
8. Traza la circunferencia que pasa por E, con centro en D.
9. Expresa la suma de los catetos AB+ AC, como texto fórmula.
10. Expresa la suma del diámetro de la circunferencia más la hipotenusa BC.  
Anota tus conclusiones.

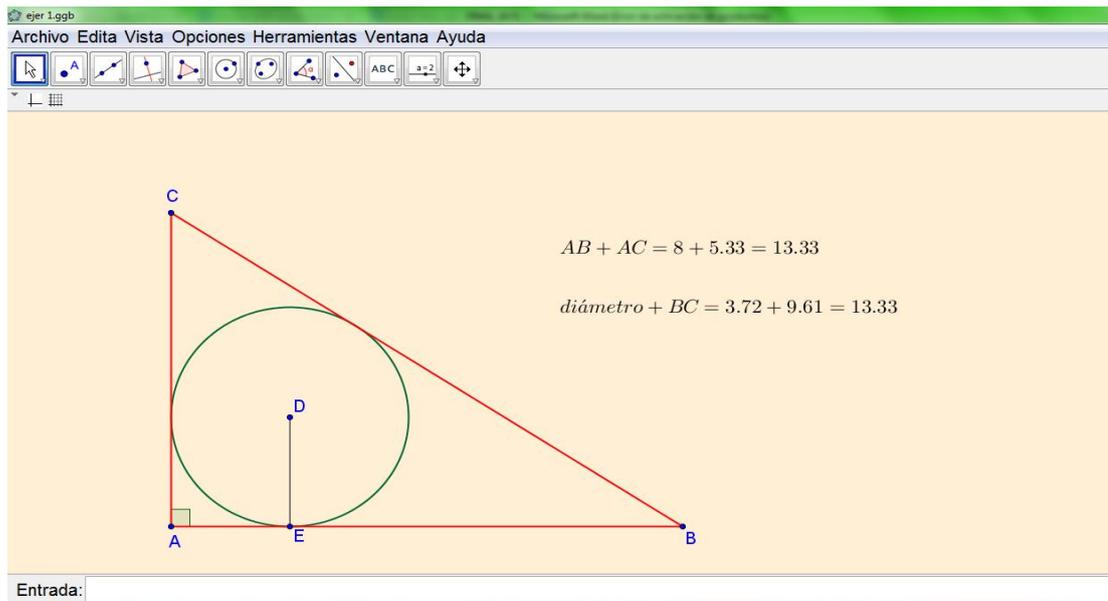


FIGURA 10-5: Circunferencia inscrita en el  $\triangle ABC$

Elaborado por: Proaño P.

## Ejercicio Nro. 2

Inscribe un triángulo  $ABC$  en una circunferencia de centro  $D$ , donde  $CG$  es el diámetro y  $CE$  es una altura.

Construcción:

1. Inserta el punto  $D(4,0)$  y el punto  $B_1(8,0)$
2. Traza una circunferencia con centro en  $D$  y que pasa por  $B_1$ .
3. Inserta los puntos  $A$  y  $B$  sobre la circunferencia y traza la recta secante  $AB$ .
4. Ubica el punto  $C$  sobre la circunferencia, y traza los segmentos  $AC$  y  $BC$ . Asigna el color rojo.
5. Traza una recta perpendicular al segmento  $AB$  y que pasa por el punto  $C$ , encuentra el punto de intersección, denomina  $E$ . Encontraste la altura. Verifica que el ángulo sea  $90^\circ$
6. Traza una recta que pasa por el punto  $C$  y el punto  $D$ , encuentra la intersección con la circunferencia del paso 2. Denomina  $G$
7. Traza el segmento  $BC$  y  $CG$ ,
8. Inserta un texto formula para indicar el producto de los lados del triángulo  $AC$  y  $B$ . ¿Qué sucede si multiplicas la altura del triángulo por el diámetro de la circunferencia, cuál es la relación? Anota tus conclusiones

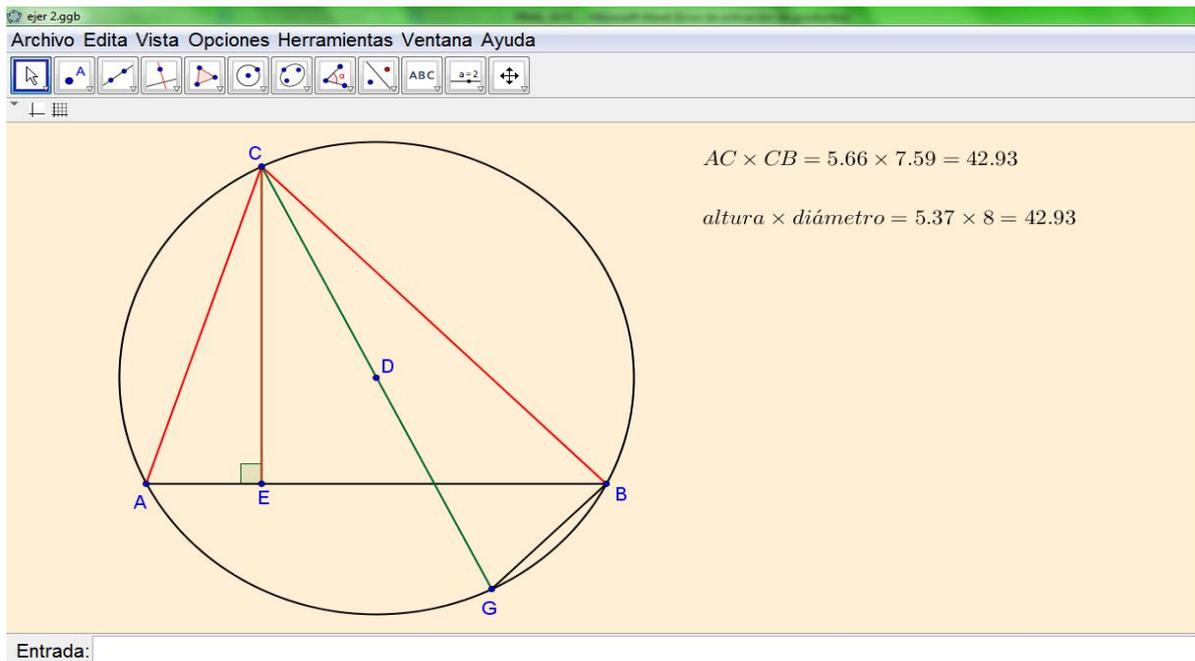


FIGURA 11-5:  $\triangle ABC$  inscrito en una circunferencia.

Elaborado por: Proaño P.

### Ejercicio Nro. 3

Determina una recta equidistante a dos circunferencias  $C_1$  y  $C_2$  que pase por un punto fijo  $P$

Construcción:

1. Ubica un punto en  $O_1$  en el plano. Traza una circunferencia  $c$  con centro en  $O_1$  y radio 3 u.
2. Ubica el punto  $O_2$  en el plano. Traza una circunferencia  $d$  con en  $O_2$  y radio 2 u
3. Inserta los puntos  $P$  y  $D$ , al costado izquierdo y derecho de las circunferencias.
4. Traza la recta  $DP$  y la recta perpendicular que pasa por  $O_1$ . Halla su intersección  $E$
5. Encuentra la intersección entre la circunferencia  $c$  y la recta  $DP$ , llámalo  $F$
6. Traza la recta  $EF$  y la recta  $f$  paralela a esta, que pasa por  $O_2$
7. La intersección entre  $DP$ , la recta  $f$  y la circunferencia  $d$ , llámala  $G$  y  $H$  respectivamente
8. Traza la recta que pasa por dos puntos  $GH$

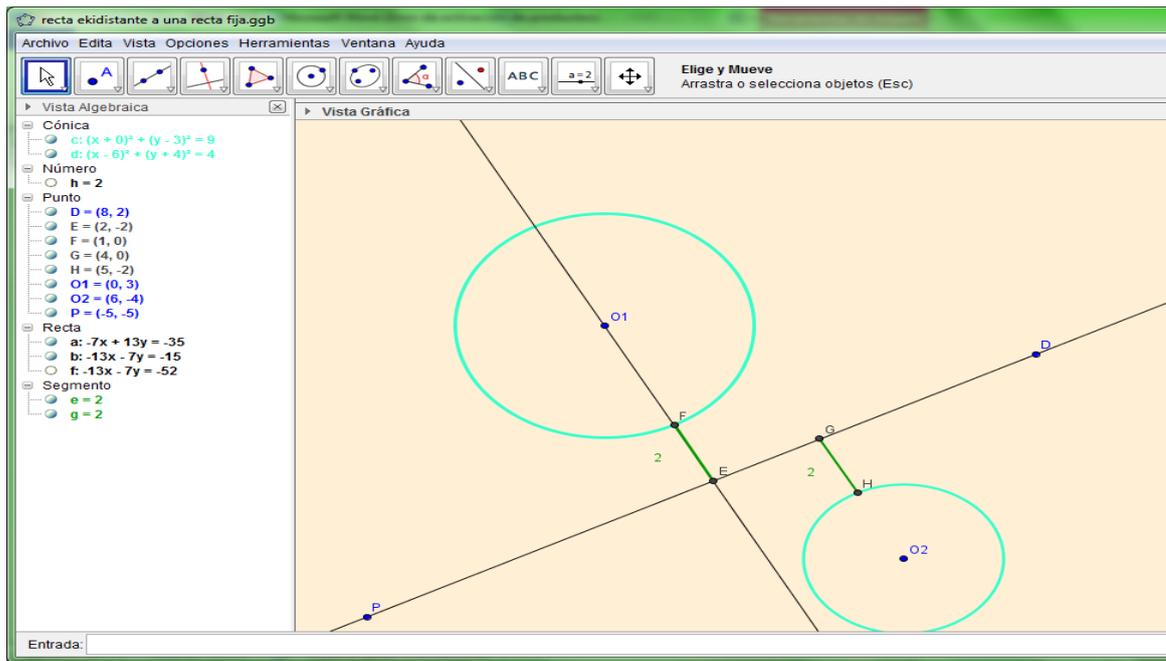


FIGURA 12-5: Recta equidistante a dos circunferencias que pasa por un punto P

Elaborado por: Proaño P.

#### Ejercicio Nro. 4

*¿Cuál es la localización de una circunferencia al variar el radio y le centro de la misma?*

Construcción:

1. Inserta tres deslizadores h, i, j en el intervalo de -5 a 5, con un incremento de 0.1
2. Inserta el punto A y un punto B.
3. Traza una circunferencia con centro en A y conocido unos de sus puntos, para el caso el punto B. Asigna el color cian.
4. Colorea con verde el segmento AB.
5. Escribe como texto fórmula la ecuación de la circunferencia de modo que varíe al manipular los deslizadores.

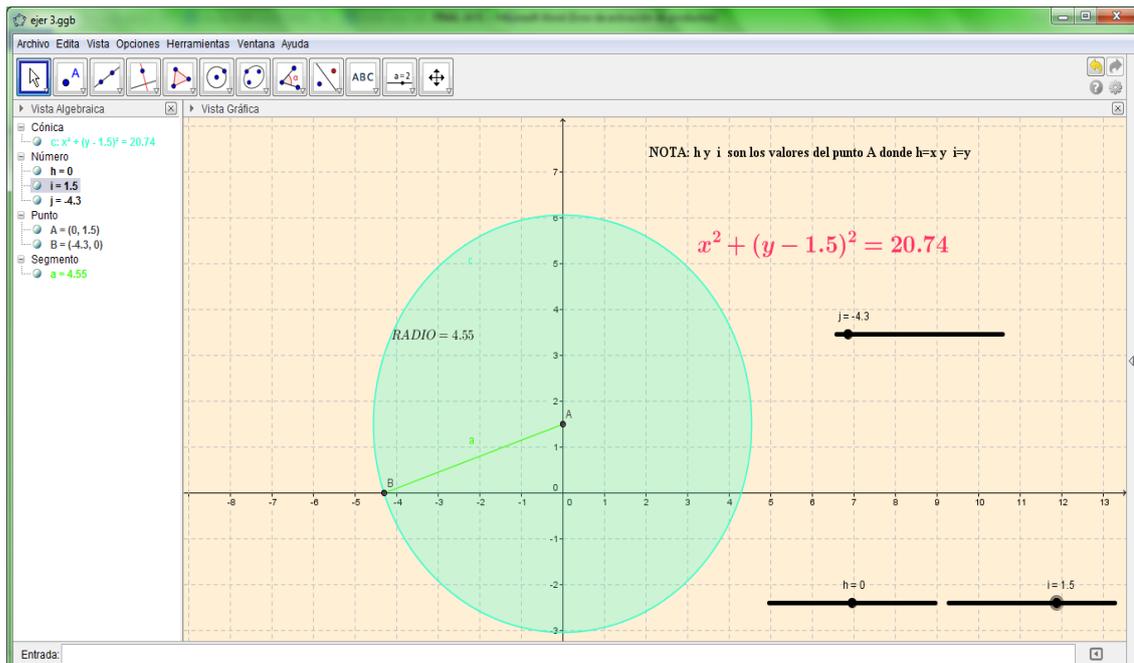


FIGURA 13-5: Localización de una circunferencia

Elaborado por: Proaño P.

### Ejercicio Nro. 5

Un monje tibetano deja el monasterio a las 7:00 am y sigue su paseo habitual a la cima de la montaña donde llegó a las 7:00 pm . Medita en la noche a la mañana de la montaña. A la mañana siguiente, él sale de la parte superior de la montaña a las 7:00 de la mañana, toma el mismo camino de regreso al monasterio y llega a las 7:00 pm.

¿Hay algún punto en la forma en que el monje cruzará exactamente a la misma hora del día, tanto en los paseos, el ascenso y el descenso?

Construcción:

1. Inserta un deslizador a, con un intervalo de -10 a 10, un incremento de 0.01
2. En la entrada escribe:  

$$f(x) = \text{Si}[1 \leq x < 3, x, \text{Si}[3 \leq x < 5, 1/2 x + 3/2, \text{Si}[5 \leq x \leq 10, -(4/25)(x - 10)^2 + 8]]],$$
 efectivamente es una función a trozos que describe la trayectoria que diariamente recorre el monje. Hazla invisible.
3. Inserta el punto A(a, f(a)) está en la cima de la trayectoria de f
4. En la entrada escribe:  $g(x) = f(x) + 0.3$ , simula la trayectoria que recorre el monje pero con una ligera traslación. Asigna el color verde.
5. Inserta el punto C(a, g(a)) está en la cima de la trayectoria de g

6. Inserta un deslizador b. con un intervalo de -10 a 10, un incremento de 0.01
7. En la entrada escribe:  $h(x) = f(x) + 0.05$ .
8. Inserta una imagen del monje de espaldas en la cima, y otra de frente en la cima de la montaña.
9. Inserta dos deslizadores, denomina Velocidades a y b respectivamente, con in intervalo de 0.5 a 1 y un incremento de 0.1.
10. Inserta la imagen de una luna y un sol para apreciar mejor la simulación.
11. Manipula los deslizadores. escribe las coordenadas del punto de encuentro.

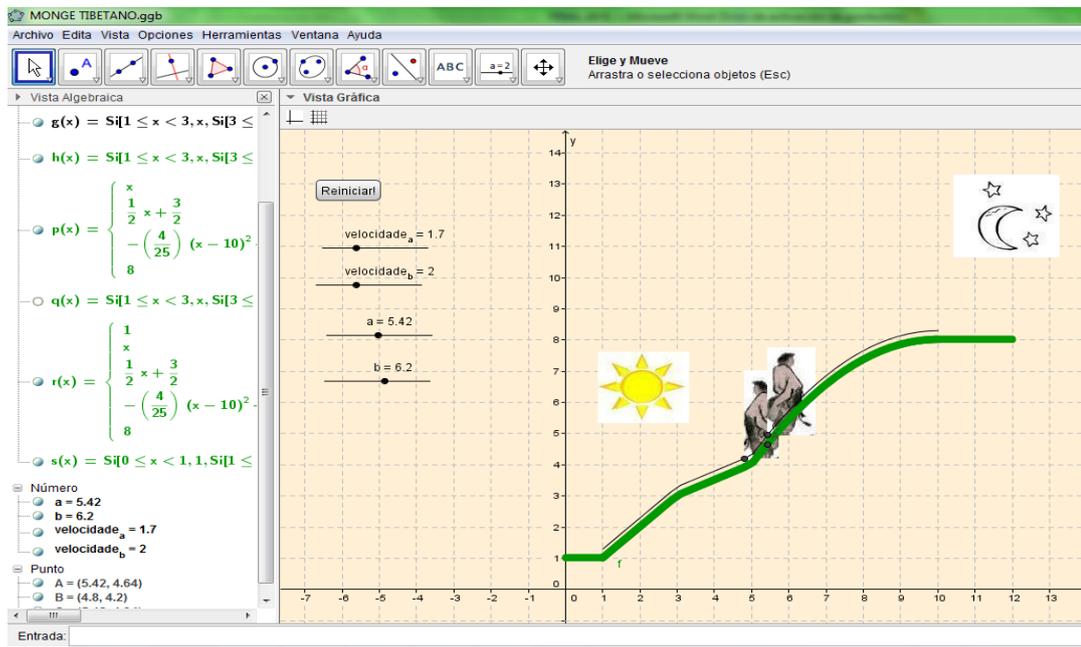


FIGURA 14-5: El curioso caso del monje tibetano

Elaborado por: Proaño P.

### ACTIVIDADES DE REFUERZO

1. Se trata de un famoso problema de un conjunto de puntos que satisfacen determinadas propiedades geométricas. Apolonio manifestó: “El lugar geométrico de los puntos (P, P1, P2, P3...) cuya distancia desde un punto fijo (A) es un múltiplo de su distancia desde otro punto fijo (B) es una circunferencia”

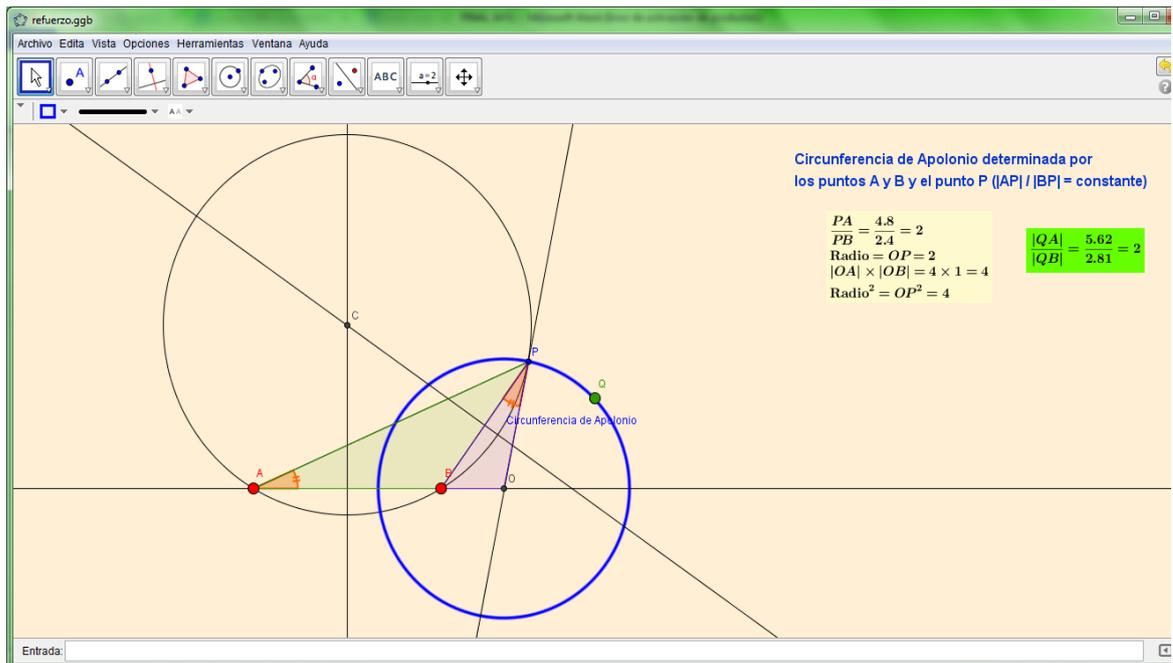


FIGURA 15-5: Problema de Apolonio

Elaborado por: Proaño P.

## 2. Puedes circunscribir una circunferencia?

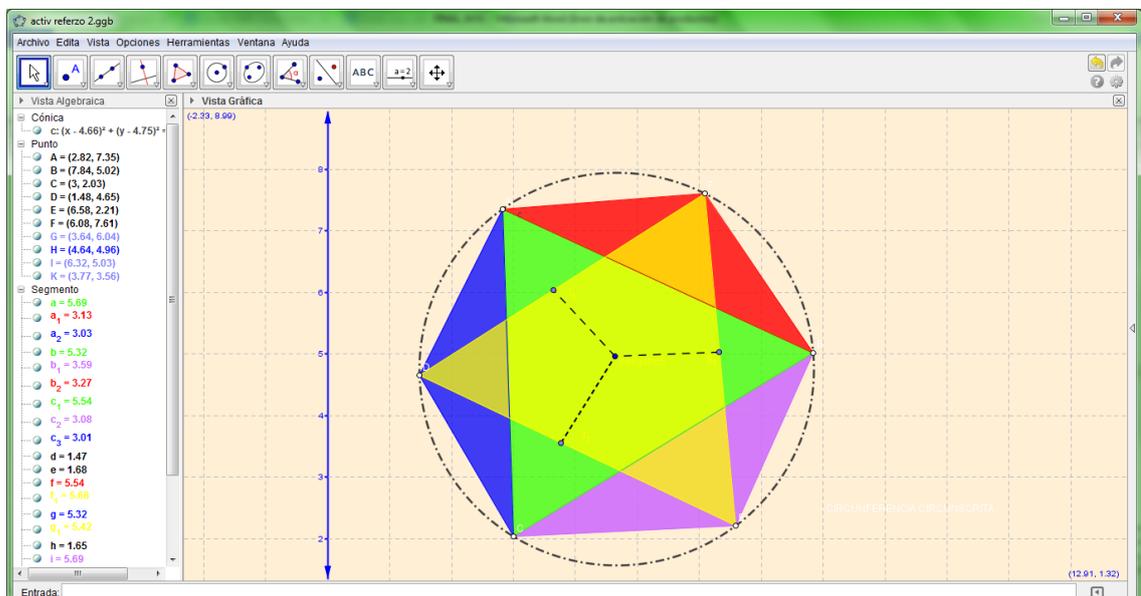


FIGURA 16-5: Circunferencia circunscrita.

Elaborado por: Proaño P.

**Tabla 6-5:** Guía Metodológica 1

TEMA: La Circunferencia						
<b>OBJETIVO:</b> Resolver problemas aplicando e integrando de manera crítica y reflexiva los conceptos básicos y la visualización gráfica sobre la circunferencia utilizando Geo-Gebra						
ÁMBITO ENCUENTRO	ACTIVIDAD	PRECISIONES METODOLÓGICAS	RESPONSABLES	RECURSOS	LOGROS	
COGNITIVO	1, 2	Introducción a la unidad	Lectura de motivación	Estudiantes y Docente	Software Geo- Gebra Talento humano	Estudiantes motivados
		<b>Desarrollo teórico</b> • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema	Clase magistral activa	Docente	Bibliografía de diversos autores Talento humano	Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema.
	3	Resolución de ejercicios	Grupos de aprendizaje cooperativo	Estudiantes y docente	Insumos escritos sobre el tema. Talento humano	Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver cuestionarios
PROCEDIMENTAL	4 — 5	Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real.	Problemas presentados a base de situaciones cotidianas  Construcciones geométricas dinámicas	Docente	Software Geo- Gebra Talento humano	• Análisis crítico • Modelización matemática • Interpretación de resultados obtenidos.
ACTITUDINAL	1-2- 3-4- 5	Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos	Grupos de trabajo cooperativo.	Docente y estudiantes	Talento humano Recursos económicos	Actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, aplicables a la vida cotidiana.

Elaborado por: Proaño P.

*“La geometría existe en todas partes,  
pero es preciso saber verla,  
tener inteligencia para comprenderla  
y alma para admirarla”.*  
Platón

## UNIDAD 2

### LA PARÁBOLA

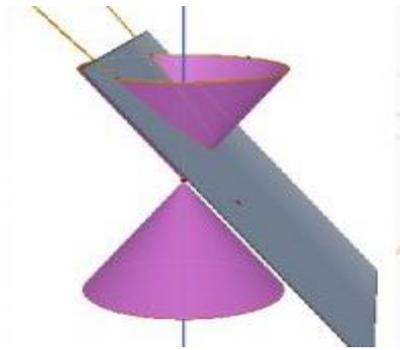


FIGURA 17-5: La Parábola, a partir de un cono.

Elaborado por: Proaño P.

#### 5.17 Concepto

Es una curva en la que los puntos están a la misma distancia de un punto fijo  $F$  y una recta fija.

#### 5.18 Elementos Básicos

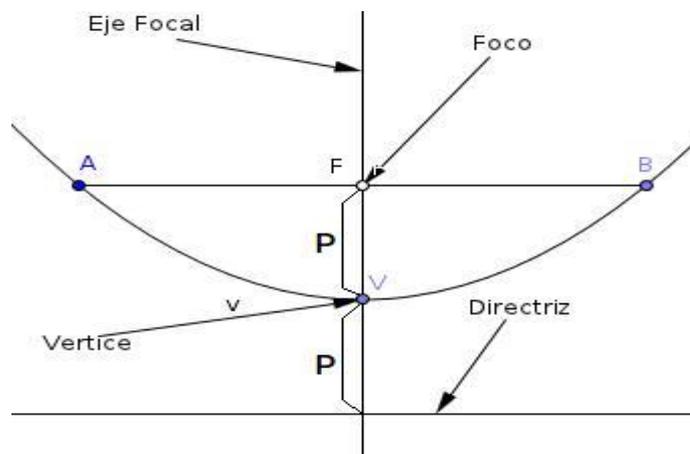


FIGURA 18-5: Elementos de la Parábola.

Fuente: [www.prepafacil.com](http://www.prepafacil.com)

- **Foco:** Es el punto fijo F.
- **Directriz:** Es la recta fija D, la cual si medimos su distancia hasta un punto cualquiera de la parábola, esta debe ser igual a la distancia de este mismo punto al foco.
- **Parámetro:** es la distancia entre el vértice y la directriz que es la misma entre el vértice y el foco de una parábola, suele denotarse por p.
- **Eje focal:** es la recta perpendicular a la directriz que pasa por el foco. Es el eje de simetría de la parábola.
- **Vértice:** Es el punto medio entre el foco y la directriz.
- **Radio vector:** Es el segmento que une un punto cualquiera de la parábola con el foco.
- **Lado recto:** Es un segmento paralelo a la directriz, que pasa por el foco y es perpendicular al eje focal y sus extremos son puntos de la parábola (A,B).

## 5.19 APLICACIONES

### 5.20 Caída de un misil

*Un avión que volaba a una altura  $h$  libera un misil. ¿Cuál es la forma de la trayectoria del misil?*



FIGURA 19-5: Caída de un misil

Fuente: [www.nuevodiarioweb.com.ar](http://www.nuevodiarioweb.com.ar)

*El movimiento del misil que está separado del avión; está en el plano vertical que contiene la trayectoria de la aeronave. ¿Puedes demostrarlo?*

Ubica un punto de referencia, puede ser el origen del plano cartesiano. Necesitaras un deslizador para variar los valores de la gravedad, recuerda que esta terminología no es nueva en tu vocabulario.

Para la altura del misil inserta un punto en el eje Y, ahora para conocer ese valor que varia con el tiempo necesitaras de una instrucción que transforme las coordenadas cartesianas de aquel punto en una cantidad ¡Correcto!  $h=y(A)$

En física este movimiento se llama tiro parabólico, entonces conocida la gravedad y la altura puedes hallar el tiempo empleado por el misil, con la siguiente ecuación:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

¿Puedes determinar la velocidad del misil? ¿Y la distancia recorrida? Correcto! la respuesta es si, a través de dos deslizadores diferentes para que la variación de parámetros sea dinámica.

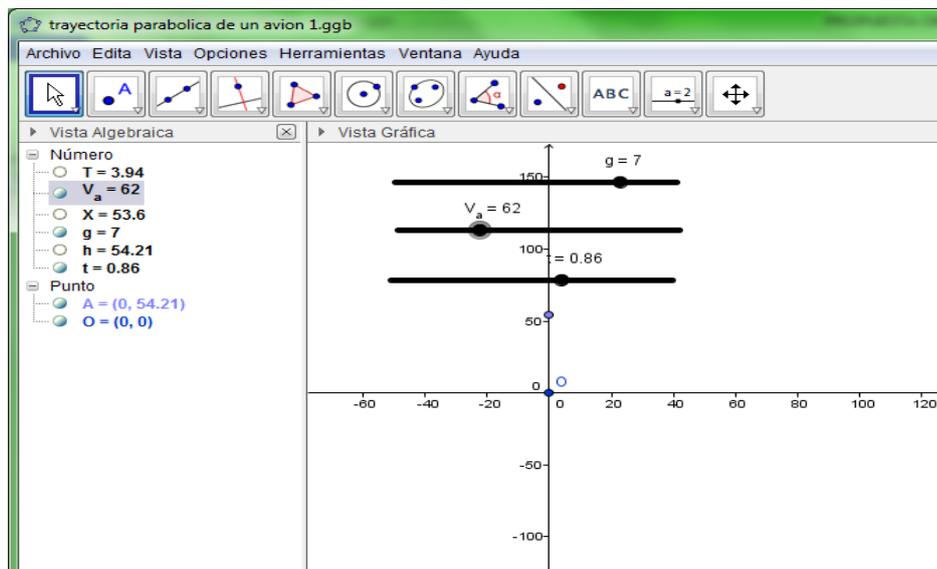


FIGURA 20-5: Deslizadores para el cálculo de V, t y x.

Elaborado por: Proaño P.

Ahora debes ubicar al avión, que estarán en la posición:  $(X, y(A))$ , es decir la distancia y la altura que recorre.

¿Te has preguntado que sucede si el tiempo es negativo? ¡Efectivamente! Eso no es posible por tanto no habría altura alguna. La siguiente instrucción permite limitar y a la vez ejecutar el cálculo de los puntos que describirán la trayectoria.

$$Si[t \geq 0, h - 0.5g t^2]$$

Finalmente ubica al misil, obviamente con las coordenadas (X,Y).

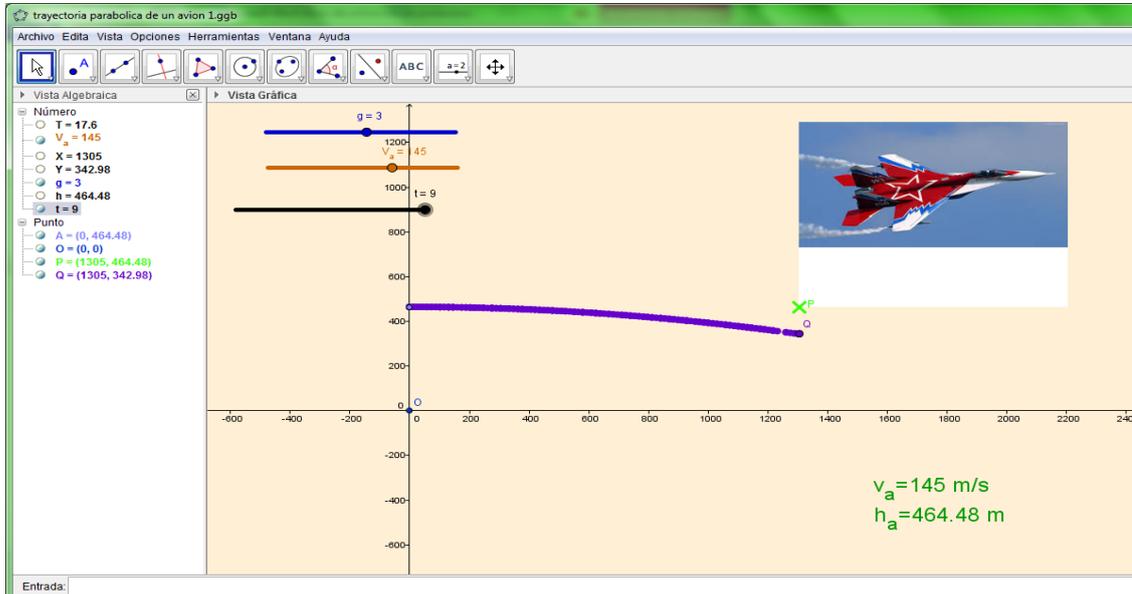


FIGURA 21-5: Trayectoria del misil

Elaborado por: Proaño P.

¡Felicitaciones! Lograste resolver el problema.

### 5.21 Túnel vs vehículo

Un túnel de una carretera tiene la forma de un arco parabólico, de 5 metros de ancho y 4 metros de altura. ¿Cuál es la altura máxima que puede tener un vehículo de transporte de 3 metros de ancho para poder pasar por el túnel?

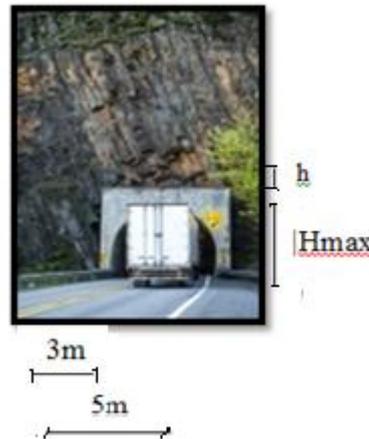


FIGURA 22-5: Túnel vs Vehículo

Elaborado por: Proaño P.

Puedes calcular la altura del vehículo de transporte o la parte alta del túnel hasta la cima del vehículo,  $h$ , ya que si la conoces obviamente puedes calcular la altura  $H$  del transporte al restar de la altura del túnel.

Debes reconocer el tipo de parábola que tienes, como ves es vertical y por abrirse hacia abajo,  $p$  es negativo. Ubica esta representación en un sistema de referencia cartesiano y haz coincidir el vértice en el origen de coordenadas:

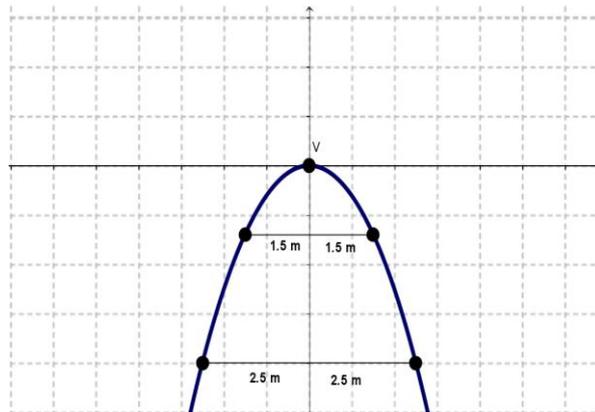


FIGURA 23-5: Parábola vertical

Elaborado por: Proaño P.

Deduciendo de la información del problema, se conoce algunas coordenadas que son:  $(2.5, -4)$  y  $(1.5, -h)$ . La ecuación de la Parábola vertical con vértice en el origen, tiene como modelo matemático, la expresión:  $x^2 = 4py$ , si se conoce una variable puedes despejar la que no conoces, además los puntos están en el contorno que dibuja la Parábola entonces al sustituirse en la ecuación deben dar la igualdad:

$$\text{Si } (2.5, -4)$$

$$\text{Entonces: } x^2 = 4py$$

$$(2.5)^2 = 4p(-4)$$

$$6.25 = -16p$$

$$p \cong -0.39$$

Acabas de demostrar que  $p$  es negativo:

$$x^2 = 4(-0.39)y$$

$$x^2 = -1.56 y$$

El punto  $(-1.5, -h)$  reemplazas en la anterior:

$$(1.56)^2 = -1.56(-h)$$

$$h \cong 1.44$$

Es el valor de la parte alta del túnel hasta la cima del vehículo. Entonces la altura  $H$  del transporte es:

$$H = 4 - h$$

$$H = 2.56 \text{ m}$$

## 5.22 APRENDAMOS CON GEO-GEBRA

### Ejercicio Nro.1

*¿Te has preguntado si allí donde esta localizada el Campus Central, existió alguna edificación diferente a la que es ahora? Allí funcionó la conocida Fábrica de Pólvora, Casa de Artes y Oficios. Como consecuencia de la erupción del volcán Cotopaxi, la mencionada fabrica quedo en escombros.*



FIGURA 24-5: Fachada de la Politécnica

Elaborado por: Proaño P.

*Tiempo después la restauraron conservando su estructura antigua. ¿Puedes averiguar que forma tienen los arcos internos que la rodean?*

Construcción:

1. Selecciona Insertar Imagen, no olvides que la imagen debe tener extensión jpg o png y estar almacenada en la carpeta de archivos donde este ubicado tu archivo ggb.
2. Ubica tres nuevos puntos A,B,C tomando como referencia el inicio del arco, la parte media y el final.
3. Selecciona arco que pasa por tres puntos, señala los puntos anteriores.
4. Inserta un nuevo punto donde esta ubicado el punto inicial, es decir A
5. Con el comando Tangente, traza una recta tangente a la cónica c y que pasa por el punto que ubicaste en el paso anterior. Escribe tus conclusiones.

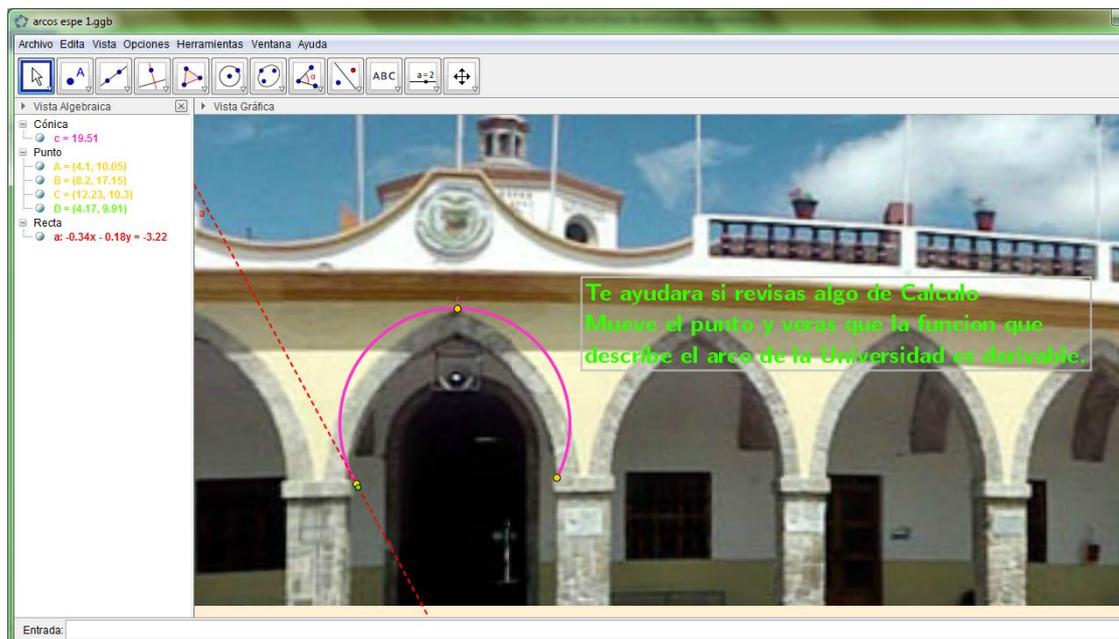


FIGURA 25-5: Forma de los arcos de la casona Universitaria

Elaborado por: Proaño P.

## Ejercicio Nro. 2

*Construcción de la Parábola como lugar geométrico.*

Construcción:

1. Digita en Entrada lo siguiente  $y^2 - 8x + 6y = -1$
2. Inserta el punto A en la parábola
3. Encuentra las coordenadas del vértice, el foco y la directriz puedes escribir en la Barra de entrada: Foco[ <Cónica> ], en lugar de cónica escribe el nombre de tu parábola. Para ubicar el vértice procede de manera similar
4. Traza la Recta perpendicular a la directriz y que pasa por el punto A.
5. Selecciona intersección de dos objetos y encuentra el punto común D entre ambas rectas.
6. Selecciona Segmento entre dos puntos y traza las rectas AD y AF.

7. Crea una Casilla de control, da un clic para indicar el lugar donde estará tu casilla, asigna le nombre de Parábola, se despliega un cuadro de dialogo allí selecciona el objeto de construcción, marca tu cónica. De este modo esta visible o no el objeto seleccionado.
8. Al dar clic derecho sobre el Punto A, activa la opción animación automática Observa como al desplazarse el punto describe el lugar. ¿Se cumple la definición de parábola como lugar geométrico?

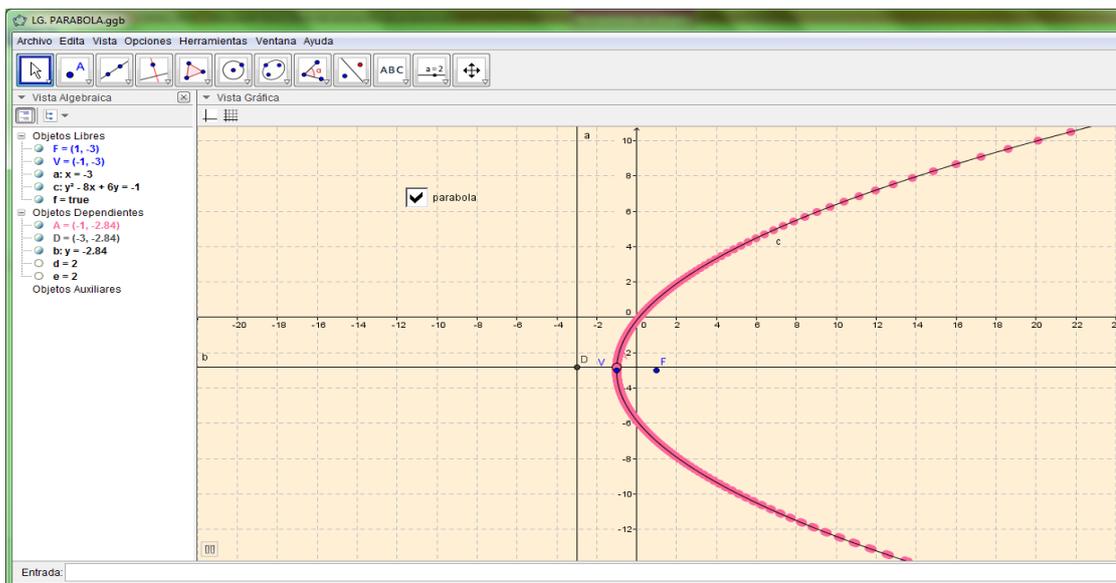


FIGURA 26-5: Parábola como lugar geométrica

Elaborado por: Proaño P.

### Ejercicio Nro. 3

*Estudia el efecto de los coeficientes  $a$ ,  $b$  y  $c$  usando el gráfico del trinomio de segundo grado cuya expresión tiene la forma:  $f(x) = ax^2 + bx + c$  conociendo que es la ecuación de una parábola vertical.*

Construcción:

1. Inserta 3 Deslizadores horizontales o verticales  $a$ ,  $b$  y  $c$  con intervalo mínimo  $-5$  y máximo  $5$ , y con incremento de  $0.1$
2. Ingresa la función:  $f(x) = a x^2 + b x + c$  selecciona Propiedades de objeto y activa mostrar nombre y valor
3. Ingresa en  $V = ((-b) / (2a), f((-b) / (2a)))$ , permite conocer las coordenadas del vértice.
4. Encuentra los puntos de intersección entre la  $f(x)$  - eje X, y entre la  $f(x)$  - eje Y, posiblemente en la vista algebraica aparezca Indefinido, no te asustes manipula los deslizadores

5. Al dar clic sobre la herramienta Texto, se despliega un cuadro de dialogo donde puedes digitar para visualizar los puntos de corte con el eje X, eje Y y las coordenadas del vértice. Puedes observar la construcción dinámica con la variación de sus parámetros, para ello selecciona los objetos de la parte derecha del cuadro.
6. En la Entrada, digita  $r = (-b) / (2a)$ , para conocer la coordenada x del vértice, para que sea visible y sea un valor dinámico, debes utilizar objetos dentro del Texto. Digita en la Entrada lo siguiente:  $\$ \text{Coordenada } x \text{ del vértice} \rightarrow x_V = \frac{-b}{2a} = -\frac{b}{2 \cdot a} = r$   
Se conoce como código LaTeX, es una manera de redactar textos científicos. Sin embargo, si usas el texto cotidiano es válido. ¡Anímate!
7. Ahora, puedes conocer los valores de las raíces de la ecuación cuadrática es decir  $x_1$  y  $x_2$ , digita en la entrada las mismas ecuaciones que usas para el calculo manual.  
Sugerencia: para expresar la raíz cuadrada usa la sintaxis Sqrt.
8. Muestra en pantalla los valores de  $x_1$  y  $x_2$ , mediante texto dinámico. No olvides agregar los objetos correspondientes del cuadro de dialogo o de la vista algebraica.
9. Ubícate en elige y mueve con un clic izquierdo manipula los deslizadores, la curva cambiará y es conveniente observar su ecuación por ello, inserta texto como en los pasos anteriores. Averigua si hay relación entre lo que construiste y el Teorema de Cardano – Viète

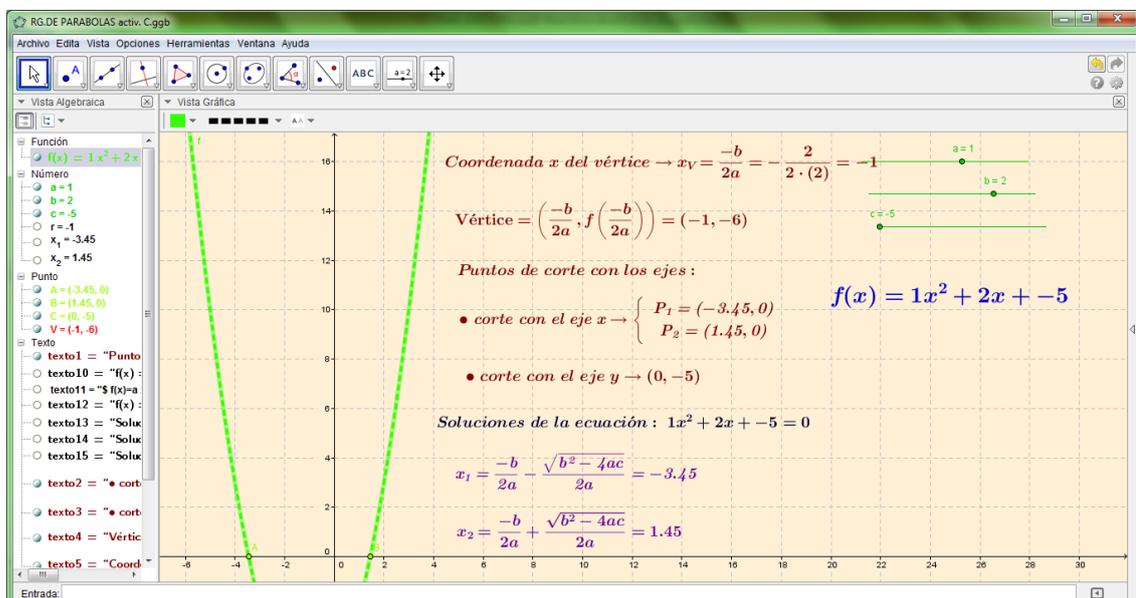


FIGURA 27-5: Ecuación de segundo grado  $f(x) = a x^2 + b x + c$

Elaborado por: Proaño P.

#### Ejercicio Nro. 4

Imagina que estas en lo alto de un edificio y lanzas una pelota. Simula el tiempo transcurrido y la altura que alcanza la pelota. ¿Cuál es la función que describe aquella trayectoria?

Construcción:

1. Ingresa la función  $-(x - 2)^2 + 9$  (2)
2. Inserta un deslizador  $a$ , en el intervalo  $0a 5$ , con un incremento de  $0.1$
3. Inserta el punto  $A(a, f(a))$ . Este punto representa la trayectoria de la pelota, por tal razón inserta una imagen acorde, una pelota.
4. Inserta un punto  $B = (x(A) + 0.6, y(A))$
5. Inserta un punto  $C = (x(A) - 0.6, y(A))$
6. Inserta un punto  $D = (x(A), y(A) + 0.1)$
7. Crea una lista mediante:  $\text{Secuencia}[\text{Segmento}[(i, 0), (i, 19)], i, 0, 5]$  donde el comando permite listar los objetos contenidos en la expresión segmento, desde  $0$  hasta  $5$  con un incremento de  $i$
8. Crea otra lista mediante:  $\text{Secuencia}[\text{Segmento}[(0, i), (5, i)], i, 0, 19]$  al igual que la instrucción anterior permite visualizar un mallado para apreciar de mejor manera el comportamiento de la pelota.
9. Crea un texto animado donde se muestre el tiempo transcurrido desde su lanzamiento, vincula el deslizador del paso 2
10. Crea un texto animado para visualizar la altura a la que se encuentra la pelota, vincula la función  $f(a)$

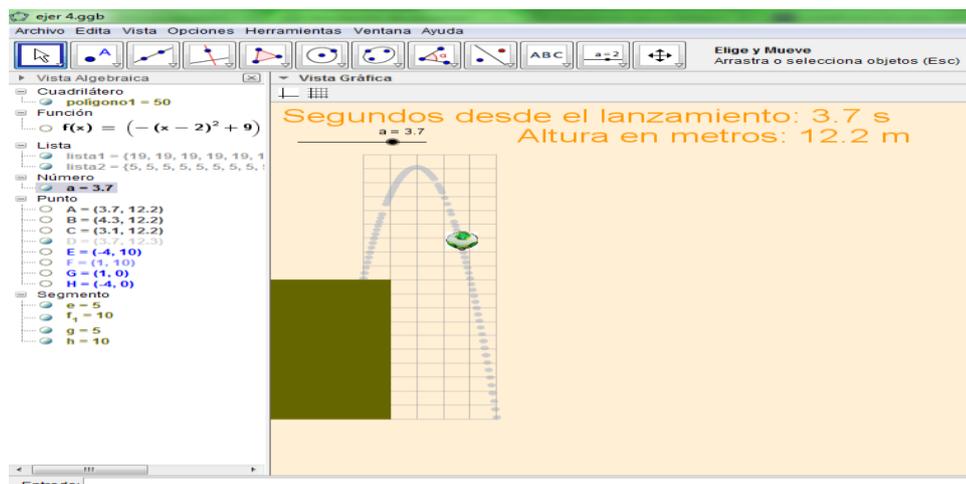


FIGURA 28-5: Simulación de una pelota lanzada de lo alto de un edificio.

Elaborado por: Proaño P

## Ejercicio Nro.5

### Construye una parábola animada

Construcción:

1. Inserta un deslizador  $e$ , con un intervalo de -10 a 10, con un incremento de 0,1. En propiedades de objeto puedes asignar un color específico.
2. Ingresa un punto  $F = (-4,0)$ . Conocido el foco, puedes ubicar a la recta directriz  $x=4$ .
3. Escribe  $y=e$ , indica que una recta variara del mismo modo como lo haga el deslizador.
4. Encuentra el punto común entre ambas rectas, llámalo A.
5. Traza el segmento AF, puede hacerse invisible a través de sus propiedades.
6. Traza la Mediatriz del segmento AF.
7. Encuentra el punto B, asígnale el color naranja
8. Crea una Casilla de control, asígnale el nombre de Parábola hacia la izquierda.
9. Elige el deslizador  $e$  y activa la opción Animación automática. Observa que sucede. ¿Cuál es la función de la mediatriz?

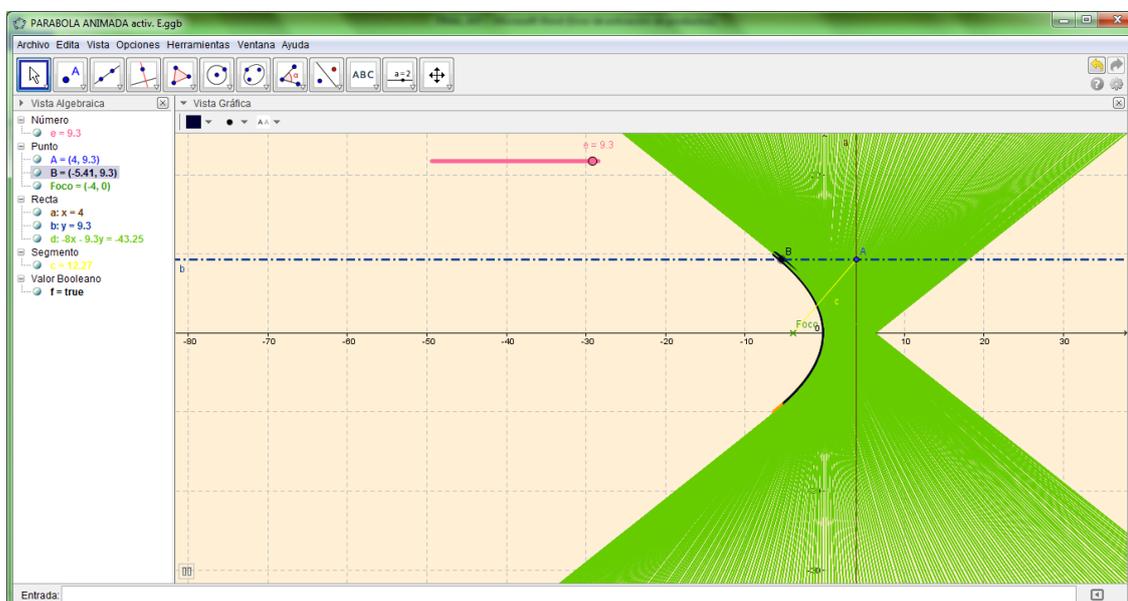


FIGURA 29-5: Parábola animada

Elaborado por: Proaño P

## ACTIVIDAD DE REFUERZO

1. Expertos aseguran que las antenas y espejos parabólicos son una cuestión de enfoque ya que funcionan gracias a una propiedad interesante de las parábolas: La misma que enuncia lo siguiente: “cada rayo, es decir la luz o cualquier otra onda electromagnética que se centra en paralelo al eje de simetría de una parábola, se reflejará en su enfoque, sin importar la concavidad de la parábola”.

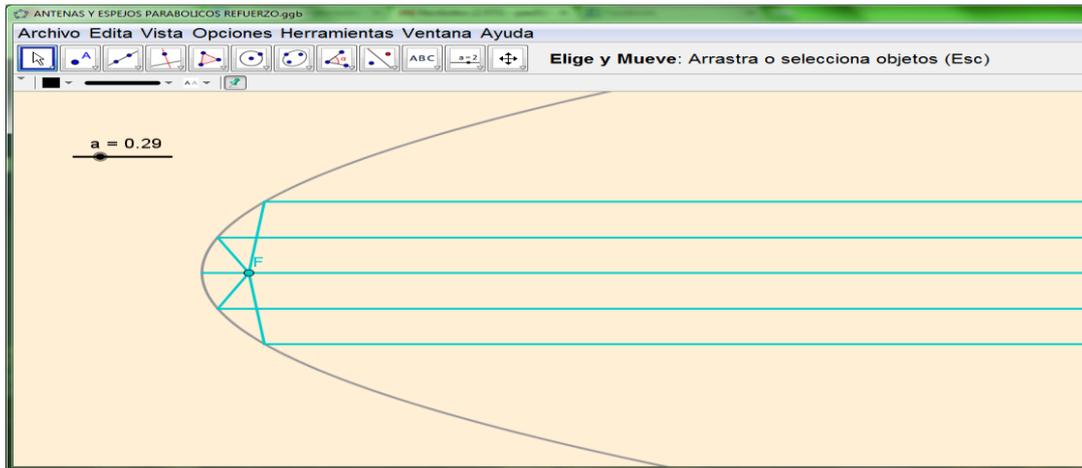


FIGURA 30-5: Propiedades de las parábolas

Elaborado por: Proaño P

2. Realiza el estudio matemático de la función que describe el lanzamiento de una pelota de baloncesto.

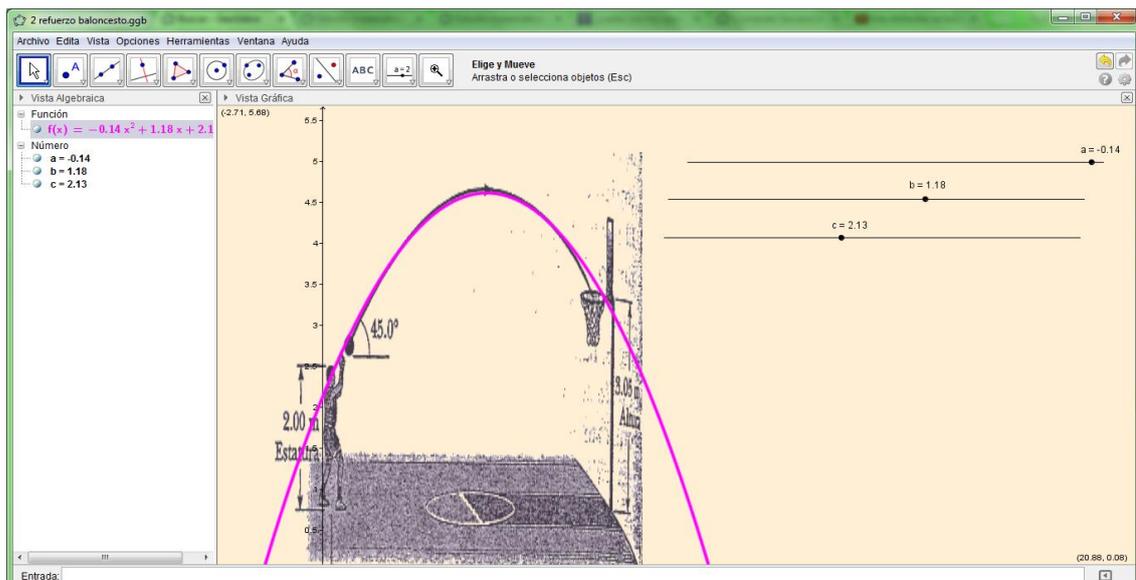


FIGURA 31-5: Simulación del lanzamiento de una pelota de baloncesto

Elaborado por: Proaño P

**Tabla 7-5:** Guía Metodológica 2

TEMA: La Parábola						
<b>OBJETIVO:</b> Resolver problemas aplicando e integrando de manera crítica y reflexiva los conceptos básicos y la visualización gráfica sobre la parábola utilizando Geo-Gebra						
<b>ÁMBITO</b>	<b>ENCUENTRO</b>	<b>ACTIVIDAD</b>	<b>PRECISIONES METODOLÓGICAS</b>	<b>RESPONSABLES</b>	<b>RECURSOS</b>	<b>LOGROS</b>
COGNITIVO	1	Introducción a la unidad	Lectura de motivación	Estudiantes y Docente	Software Geo-Gebra Talento humano	Estudiantes motivados
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollo teórico</li> <li>• Prerrequisitos</li> <li>• Fundamentación teórica del tema</li> </ul>	Clase magistral activa	Docente	Bibliografía de diversos autores Talento humano	Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema.
	2	Resolución de ejercicios	Grupos de aprendizaje cooperativo	Estudiantes y docente	Insumos escritos sobre el tema. Talento humano	Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver cuestionarios
PROCEDIMENTAL	3	Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real.	Problemas presentados a base de situaciones cotidianas Construcciones geométricas dinámicas	Docente	Paquete Geo-Gebra Talento humano	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis crítico</li> <li>• Modelización matemática</li> <li>• Interpretación de resultados obtenidos.</li> </ul>
	4					
ACTITUDINAL	1-2-3-4-5	Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos	Grupos de trabajo cooperativo.	Docente y estudiantes	Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos	Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas aplicables a la vida cotidiana.

Elaborado por: Proaño P.

*“Daría todo lo que sé por la mitad de lo que ignoro”*

*René Descartes*

## UNIDAD 3

### LA ELIPSE

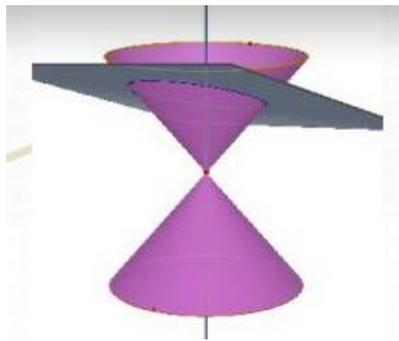


FIGURA 32-5: La Elipse, una sección de un cono.

Elaborado por: Proaño P

#### 5.23 Concepto

Es el lugar geométrico de todos los puntos cuya suma de distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante.

#### 5.24 Elementos Básicos

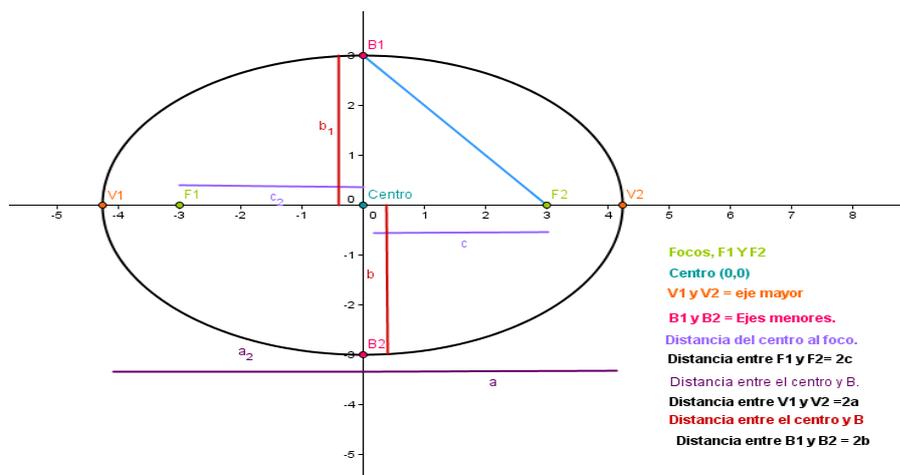


FIGURA 33-5: Elementos de la elipse.

Fuente: [mateaprendizaje.blogspot.com](http://mateaprendizaje.blogspot.com)

- **Vértices:** Son los puntos extremos más alejados del centro.
- **Eje mayor:** Es la distancia de un vértice hasta el otro y equivale a  $2a$ .
- **Eje menor:** Es la distancia de extremo a extremo medida por su parte más angosta y equivale a  $2b$ .
- **Distancia focal:** Es la distancia que hay de un foco al otro foco y equivale a  $2c$ .
- **Lado recto:** Es la cuerda perpendicular al eje mayor y que pasa por el foco.

## 5.25 APLICACIONES

### 5.26 El puente

*El arco de un puente es semielíptico con su eje mayor horizontal. La base del arco mide 30 pies y el punto más alto está a 10 pies sobre la carretera horizontal. ¿Puedes calcular la altura del arco a 6 pies del centro de la base?*

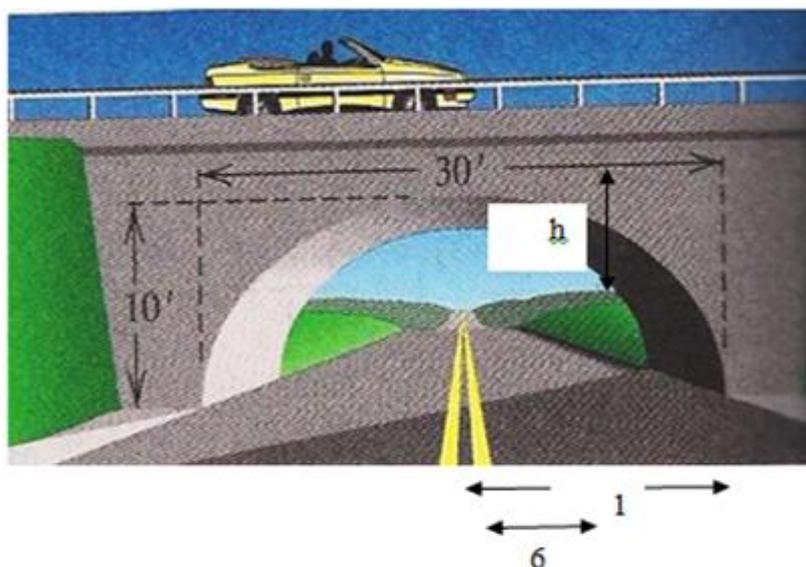


FIGURA 34-5: El puente.

Fuente: [mateaprendizaje.blogspot.com](http://mateaprendizaje.blogspot.com)

Ubica esta idea en un sistema de referencia cartesiano, haz coincidir el centro en el origen de coordenadas, la base del arco en el eje  $x$ , los vértices  $V$  y  $V'$ , el vértice aproximado o extremo  $B$ , los 6 pies del centro de la base para calcular la altura del arco en ese punto:

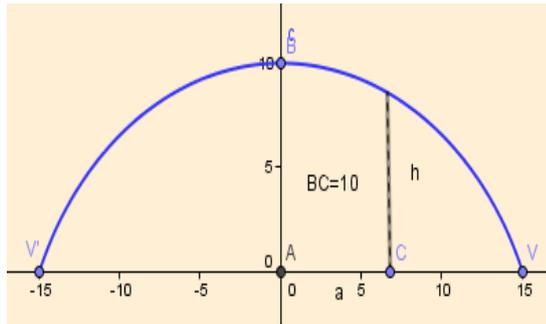


FIGURA 35-5: Semiellipse del puente.

Elaborado por: Proaño P.

La base del arco es 30 pies, es decir :

$$2a = 30$$

Consecuentemente el semieje mayor es:

$$a = 15$$

$$a^2 = 225.$$

El segmento BC corresponde al semieje menor:

$$b = 10$$

$$b^2 = 100.$$

De acuerdo a dónde se ubica el eje mayor la elipse será horizontal o vertical, en este caso está en el eje horizontal, luego la ecuación de la forma estándar de la ecuación de la elipse con centro en el origen es:

$$\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{100} = 1$$

Todo punto de la semi elipse al remplazarse en la ecuación cumple la igualdad, por tanto P (6, h) debe satisfacer la ecuación, reemplaza:

$$\frac{36}{225} + \frac{h^2}{100} = 1$$

$$h \cong 9.17$$

Por ser h una longitud solo consideras el signo positivo de la raíz.

La altura del arco a 6 pies del centro de la base es 9.17 ft

### 5.27 Galería del murmullo

En el techo de la Galería de Murmullo que se encuentra en el Museo de Cera del Distrito Metropolitano de Quito, su punto más alto está a 15 pies sobre el piso elíptico, y los vértices están a 50 pies de distancia. Si dos personas están de pie en los focos  $F$  y  $F'$ , ¿a qué distancia de los vértices están sus pies?, ¿cuál es la ecuación de la semi elipse?

Recuerda que una galería de murmullo es una estructura con techo elipsoidal en la cual se puede oír, en un foco, a una persona que susurre en el otro.

Ubica la idea en un sistema de referencia cartesiano, haz coincidir el centro en el origen de coordenadas:

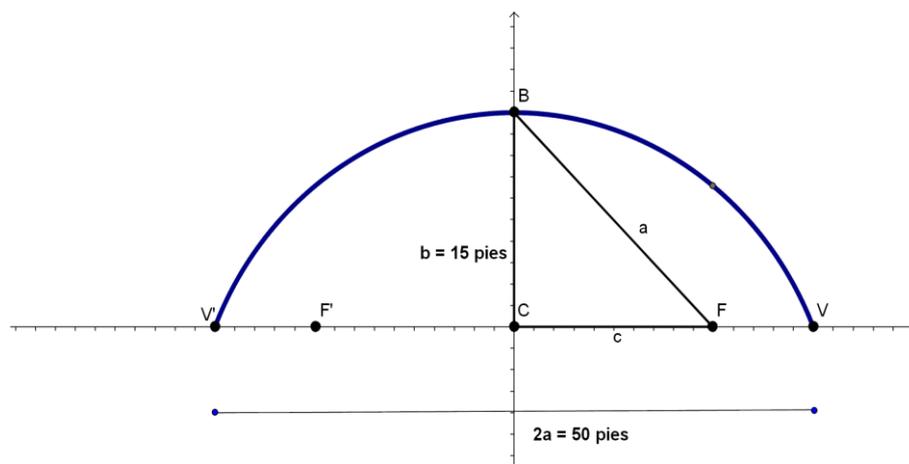


FIGURA 36-5: arco de galería de murmullo

Elaborado por: Proaño P.

Como la distancia entre los vértices es 50 pies, se deduce que el eje mayor

$$2a = 50 \text{ ft}$$

$$a = 25 \text{ ft}$$

El punto más alto está a 15 pies sobre el punto más alto, este es el semi eje menor:

$$b = 15 \text{ ft}$$

Dado que los vértices y focos están en la misma recta horizontal se concluye que la elipse es horizontal:

$$\frac{x^2}{25^2} + \frac{y^2}{15^2} = 1$$

$$125 x^2 + 625y^2 = 78125$$

Para la ecuación de la semi elipse superior que trata el problema, conviene despejar  $y$  de la ecuación de la elipse y tomar el signo positivo del radical:

$$y = \frac{1}{25} \sqrt{78125 - 125 x^2}$$

Para ayudar a recordar la relación entre los coeficientes, considera el triángulo rectángulo BCF de la figura anterior, se compara al segmento BF de longitud  $a$  con una escalera, a medida que la escalera va moviéndose hasta que sus extremos se ubican en el centro y en el vértice constituye el semi eje mayor. Por el Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$c^2 = c^2 = 400$$

$$c = 20$$

Realiza ahora la diferencia de  $a$  con  $c$  para saber a qué distancia de los vértices están los pies de las personas:

$$a - c = 5$$

Por tanto se encuentran a 5 ft de los vértices

### 5.28 El cometa Halley

El cometa Halley tiene una órbita elíptica, el Sol se encuentra en uno de sus focos, con una excentricidad  $e \cong 0.967$ . Lo más cerca que el cometa Halley llega al sol es 0.587 UA. Encuentra la ecuación de la órbita y calcula la distancia máxima del cometa al Sol.

Recuerda que UA = unidad astronómica, es el promedio de distancia de la Tierra al Sol para especificar grandes distancias, 1 UA = 93 000 000 de millas.

Traslada la idea a un sistema de referencia cartesiano, haz coincidir el centro de la elipse con el origen de coordenadas:

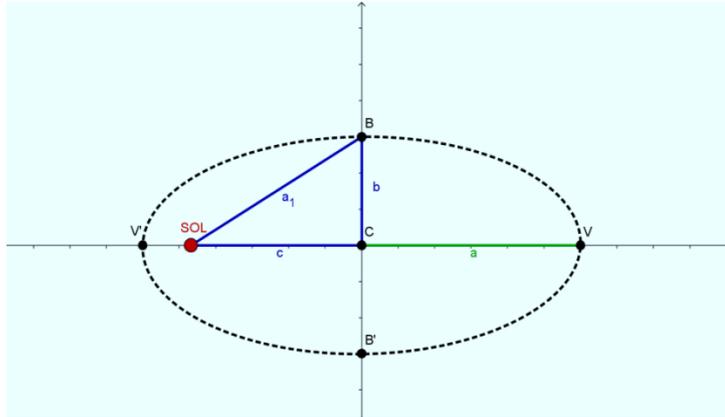


FIGURA 37-5: Elipse órbita del cometa Halley.

Elaborado por: Proaño P.

Como  $a - c$  es la distancia mínima entre el Sol y el cometa, entonces:

$$a - c = 0.587$$

La excentricidad es:

$$e = \frac{c}{a} = 0.967$$

$$c = 0.967 * a$$

Sustituye el valor de a:

$$c = 0.967(c + 0.587)$$

$$c = 0.967c + 0.568$$

$$c \cong 17,2$$

$$a \cong 17.8$$

Calcula ahora la distancia máxima entre el Sol y el cometa que es:

$$a + c = 35 \text{ UA}$$

Ahora para establecer la forma de la ecuación de la órbita, necesitas calcular el coeficiente b, aplica el teorema de Pitágoras:

$$17.82 = b^2 + 17.22$$

$$b = 4.58$$

Dado que la elipse es horizontal:

$$\frac{x^2}{17.8^2} + \frac{y^2}{4.58^2} = 1$$

### 5.29 Obtención de los elementos de una elipse

Obtener el valor de los elementos de la Elipse con centro fuera del origen dada su ecuación:

$$\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$$

Construcción:

Debes determinar primero las coordenadas del centro C (h, k); el valor del semi eje mayor a, del semi eje menor b, donde  $a > b$

Si el número mayor está debajo de la variable x significa que el eje mayor es horizontal en caso contrario será vertical, luego la ecuación de la elipse es:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Por tanto el número mayor en el denominador es el 9, está debajo de la variable x entonces la elipse es horizontal. Por comparación entre la ecuación dada con la escrita anteriormente, obtenemos los valores de:  $h = 3$ ;  $k = 1$

Por tanto  $C = (h, k) = C(3, 1)$

$$a^2 = 9$$

$$b^2 = 4$$

Por Pitágoras:

$$3^2 = 2^2 + c^2$$

$$c = \sqrt{5} \cong 2.23$$

Construcción:

1. Ubica el centro C (3, 1)
2. Traza ejes imaginarios para poder dibujar los semi ejes de la elipse. Como la elipse es horizontal y el semi eje mayor  $a = 3$ , desde el centro te diriges a la izquierda y a la derecha 3 unidades, ahí estarán los vértices
3. El semi eje menor es  $b = 2$ , se dirige hacia arriba y hacia abajo

4. Construir un triángulo rectángulo, para ello ubica puntos referenciales  $F$  y su simétrico  $F'$ . Por definición la distancia del centro al foco la llamas  $c$  y del foco a  $B$  es  $b$ , la hipotenusa es la llamas  $a$ .
5. Luego las coordenadas de los focos:  $F(3+\sqrt{5}, 1)$  y  $F'(3-\sqrt{5}, 1)$ .
6. Con Geo-Gebra: abres una ventana, ingresás en Entrada la ecuación así:  
 $(x - 3)^2 / 9 + (y - 1)^2 / 4 = 1$ , enter y aparece la elipse en la vista gráfica. Para hallar los elementos haz clic en Ayuda de entrada selecciona Cónica verás que se despliega un menú de opciones, escoge Centro y pega en la entrada debes escribir el nombre de la cónica que aparece en la vista algebraica como por ejemplo Centro [c], de la misma manera y selecciona Eje principal, selecciona Foco. Utiliza la herramienta Intersección de dos objetos para ubicar los Vértices y los Extremos.

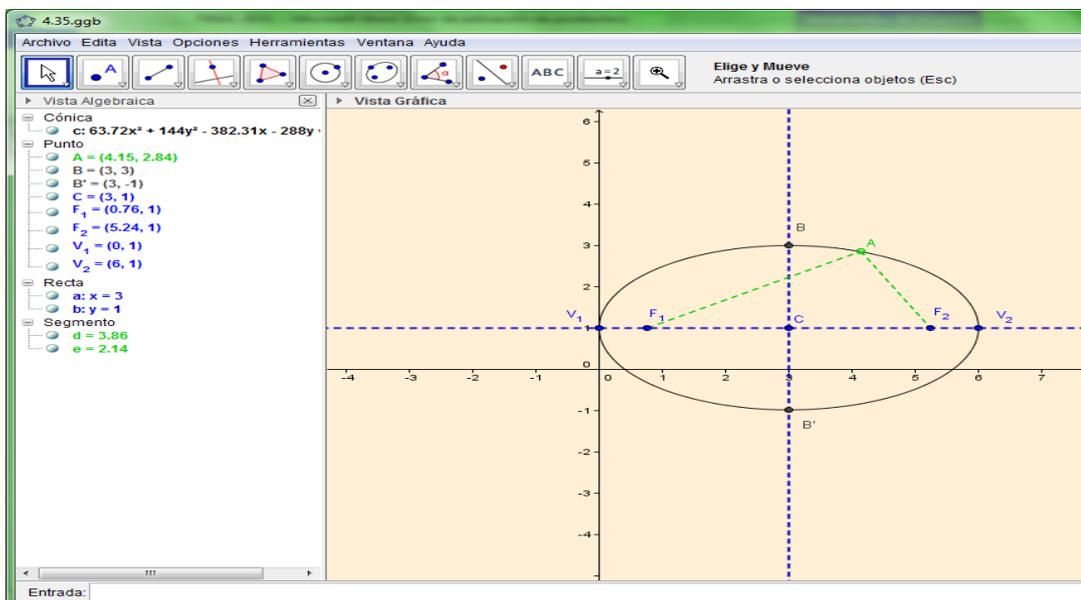


FIGURA 38-5: Elementos de la Elipse

Elaborado por: Proaño P.

### 5.30 APRENDAMOS CON GEO-GEBRA

#### Ejercicio Nro. 1

*Construye una elipse de modo, que obtengas su ecuación canónica.*

Construcción:

1. Inserta un Deslizador  $c$ , con un intervalo de 0 hasta a y un incremento de 0.1. Y otro llamado  $a$ , con un intervalo de 0 hasta 10
2. Inserta un nuevo punto, renómbralo como  $F$ ; sus coordenadas estará dado en función del deslizador  $c$ . De manera análoga para hallar  $F'$

3. Halla el centro O del segmento FF' con la herramienta Punto medio, localizas el centro de la elipse.
4. Digita Punto[{0, (a<sup>2</sup> - c<sup>2</sup>)<sup>(1 / 2)</sup>}] para conocer un punto A que pertenece a la elipse.
5. Selecciona Elipse y traza la cónica. Observa en la vista algebraica como aparece su ecuación desarrollada.
6. Inserta un punto sobre el punto A, y con segmento que pasa por dos puntos traza las rectas FP Y F'P.
7. Permite que la ecuación de tu cónica sea dinámica. ¡Correcto! mediante Texto y el objeto en cuestión.
8. Escribe Segmento[(0, 0), (a, 0)] para hallar el semi eje mayor. Asígnale un color café. Y Segmento[(0, 0), (0, (a<sup>2</sup> - c<sup>2</sup>)<sup>(1 / 2)</sup>)] para hallar el semi eje menor
9. Digita en la entrada (a<sup>2</sup> - c<sup>2</sup>)<sup>(1 / 2)</sup>, asígnale el nombre de b. permite que sea un texto dinámico, así como el valor de a y c.
10. Calcula la excentricidad. Haz que sea dinámico.
11. Elige texto, muestra la ecuación de la elipse de forma dinámica. Recuerda lo aprendido para verificar que es una elipse horizontal.
12. Elige texto, y digita la condición matemática que debe cumplirse para que sea una elipse.
13. Une los puntos POF mediante Polígono. Manipula los deslizadores. ¿Que sucede con el valor de a y c con iguales?

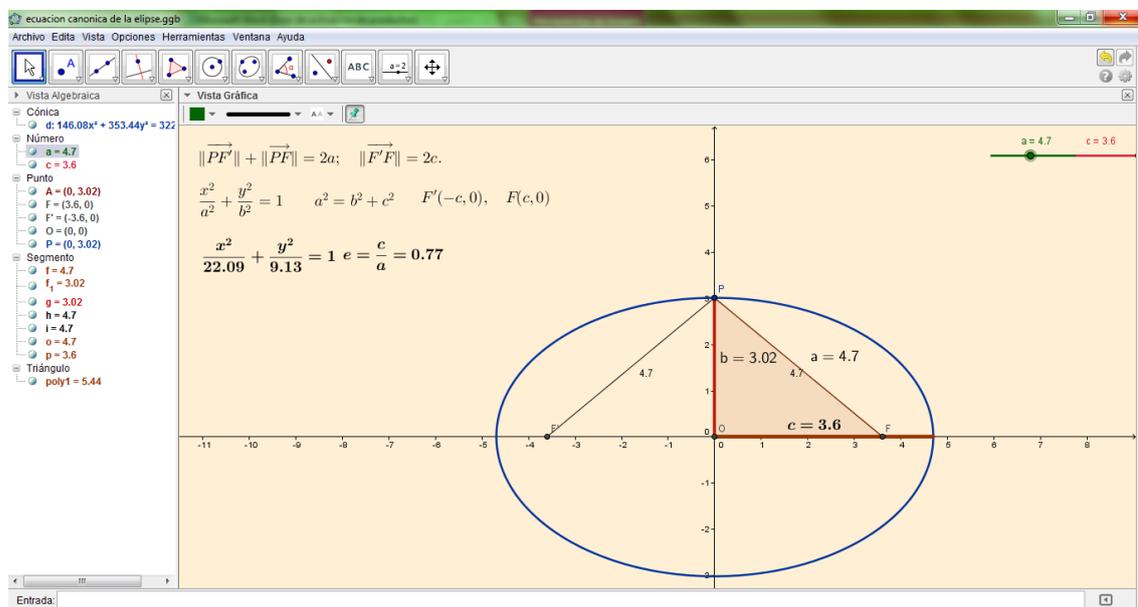


FIGURA 39-5: Ecuación canónica de la elipse.

Elaborado por: Proaño P.

## Ejercicio Nro. 2

*La curva que describe un punto en la circunferencia de una rueda que se desliza sobre el piso.  
¿Acaso será una elipse.?*

Construcción:

1. Inserta un deslizador a, con un intervalo de -5 hasta 5 y un incremento de 0,1
2. Escribe en la entrada  $y=a$ , para obtener una recta paralela al eje X, pero que varíe en función del deslizador a.
3. Inserta un deslizador d, con un intervalo de 0 hasta 13 y un incremento de 0,01. El intervalo depende
4. Elige Circunferencia, clic derecho y en el cuadro de dialogo que aparece digita Circunferencia[(d, 1), a]. De este modo obtienes una cónica que varia al manipular los deslizadores.
5. Ahora fácilmente puedes ingresar y mostrar las coordenadas del centro.  
 $A = (d, 1)$
6. Inserta un punto B sobre la c la circunferencia c. Asigna el color celeste.
7. Traza una recta que une el centro A con el punto B. Oculta el punto B
8. Elige Angulo y encuentra el ángulo central, en función de deslizador. En la entrada escribe  $\alpha = d \cdot 360^\circ / (2\pi)$
9. Ubica Rota objeto entorno a punto/ángulo, necesitas el punto B, el punto de rotación A y el ángulo pero en sentido antihorario es decir necesitas  $-\alpha$ . Cambia su color en propiedades a rojo.
10. Traza la recta AB', B' es el punto rotado.
11. Obtén el punto B'', reflejando el punto B', esta vez sobre el eje X. Cambia su color en propiedades a rojo. Utiliza el comando Refleja objeto por punto.
12. Obtén el punto A', reflejando el punto B', esta vez sobre el eje X.
13. Traza la recta B''.
14. Refleja la circunferencia en el eje X. Selecciona Refleja por recta
15. Ubica dos nuevos puntos C y D sobre el eje X. Traza una recta que pasa por aquellos puntos.
16. Ubica el punto L, haz que coincida con el origen.

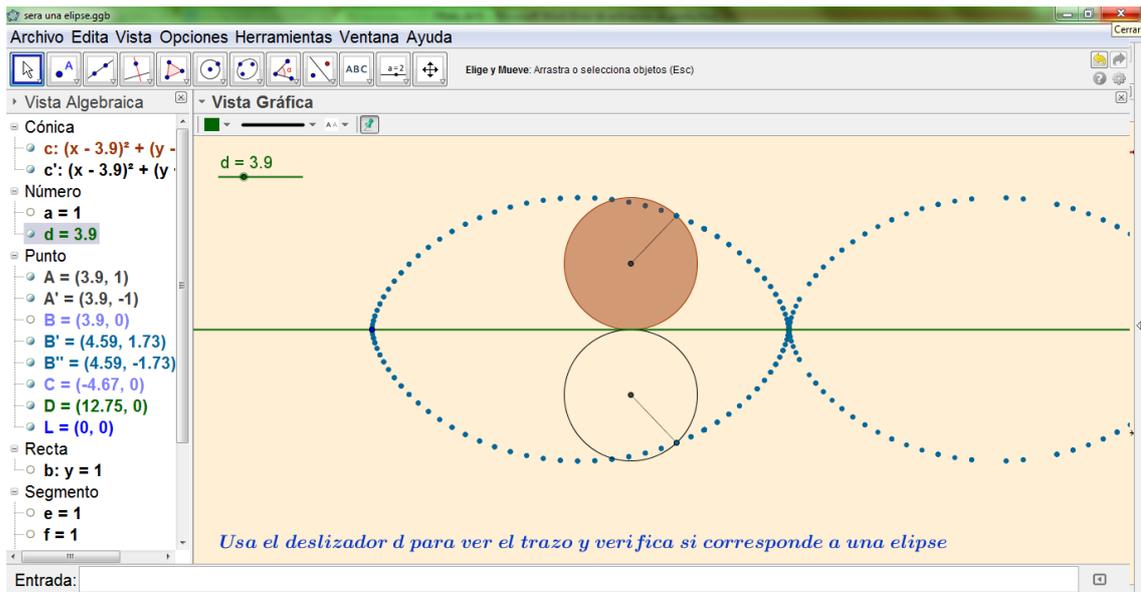


FIGURA 40-5: Trayectoria de un punto en la circunferencia que se desliza sobre el piso .

Elaborado por: Proaño P.

### Ejercicio Nro. 3

*Una escalera se apoya sobre una pared vertical y que tiene una marca sobre un peldaño que está a 4 metros del extremo superior de la misma. Demuestre que si el pie de la escalera se desliza, alejándose de la pared sobre una superficie horizontal, de modo que el extremo superior se desliza hacia abajo en contacto con la pared, entonces la marca sobre el peldaño describe una trayectoria semielíptica*

Construcción:

1. En la barra de entrada escribe:  $f(x) = \text{Si}[x > 0, \text{sqrt}(25 - x^2)]$  es la ecuación que describe la trayectoria de la escalera.
2. Inserta un punto A sobre el eje X.
3. Traza una circunferencia con centro en A y radio 5.
4. Encuentra el punto de intersección entre la circunferencia del paso 3 y el eje Y.
5. Traza el segmento AB. Simulara la escalera
6. Inserta  $h=y$ ,  $x=A$ .
7. Inserta un nuevo punto  $C=(b,h)$ . de modo que al manipular el punto simule el movimiento de la escalera.
8. Inserta la imagen de la escalera. Activa el rastro del punto C para observar la trayectoria del peldaño.

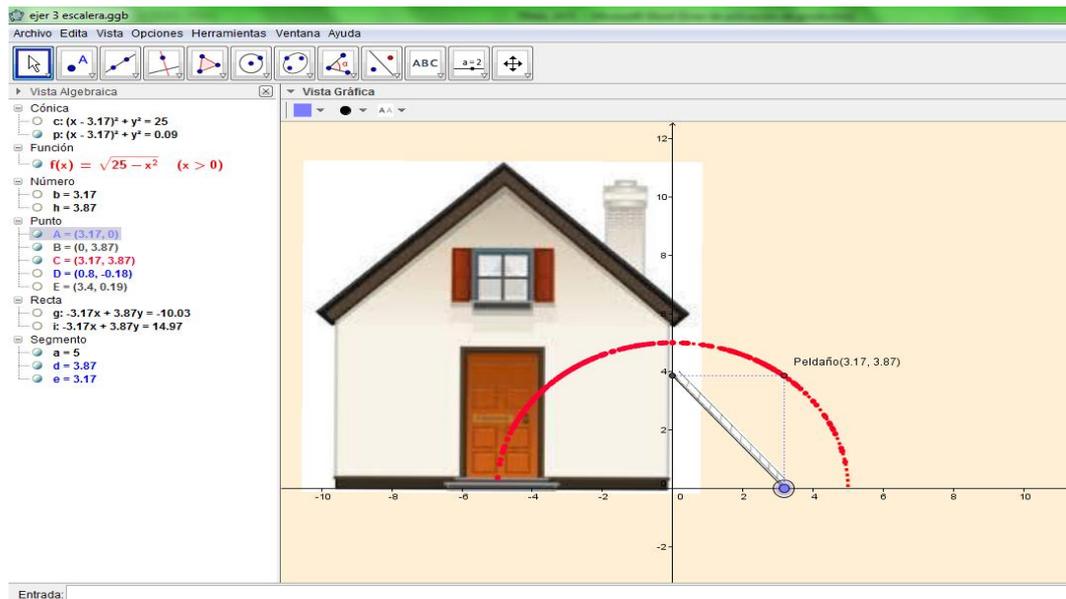


FIGURA 41-5: Trayectoria del peldaño de una escalera

Elaborado por: Proaño P.

#### Ejercicio Nro. 4

*Construye una elipse dados 5 de sus puntos.*

Construcción:

1. Dibuja 5 puntos V, W, X, Y, Z
2. Traza la elipse que pasa por estos puntos. Oculta los puntos del paso anterior.
3. En la barra de entrada digita:
4. Inserta dos nuevos puntos A y B, sobre la elipse que por defecto se llama c.
5. Traza una recta que pasa por A y B.
6. Ubica un punto C sobre la cónica c y traza una recta que pasa por aquel punto. Halla el nuevo punto de intersección de c con la nueva recta, encuentras el punto D. Traza la recta que pasa por C y D.
7. Halla el punto medio de AB Y CD,  $M_1$  y  $M_2$  respectivamente.
8. Traza la recta que pasa por  $M_1$  y  $M_2$ .
9. Encuentra la intersección de c y la recta  $M_1M_2$ , llámalos E y F
10. Halla el punto medio de EF, corresponde al Centro de la elipse c
11. Traza una circunferencia d que pasa el Centro y por el punto A.
12. Ubica la intersección de ambas cónicas c y d, llámalo G. Traza una recta que pasa por A y G.

13. Traza una recta paralela a la recta AG y que pasa por el Centro de la elipse c. De este modo encontraras los vértices de c, luego de hallar sus intersecciones. Llámalos  $V_1$  y  $V_2$  y cambia su color a naranja
14. Levanta una recta perpendicular f a la recta  $V_1V_2$  y que pasa por el Centro de c, cambia su color a naranja
15. La intersección de f con la elipse c, llámalos H e I, respectivamente.
16. Traza una circunferencia g con centro en H y radio  $V_1V_2/2$
17. Encuentras los puntos de intersección de la circunferencia g y la recta que es paralela a la recta AG, son  $F_1$  y  $F_2$ . ¿Qué sucede si manipulas el punto A?

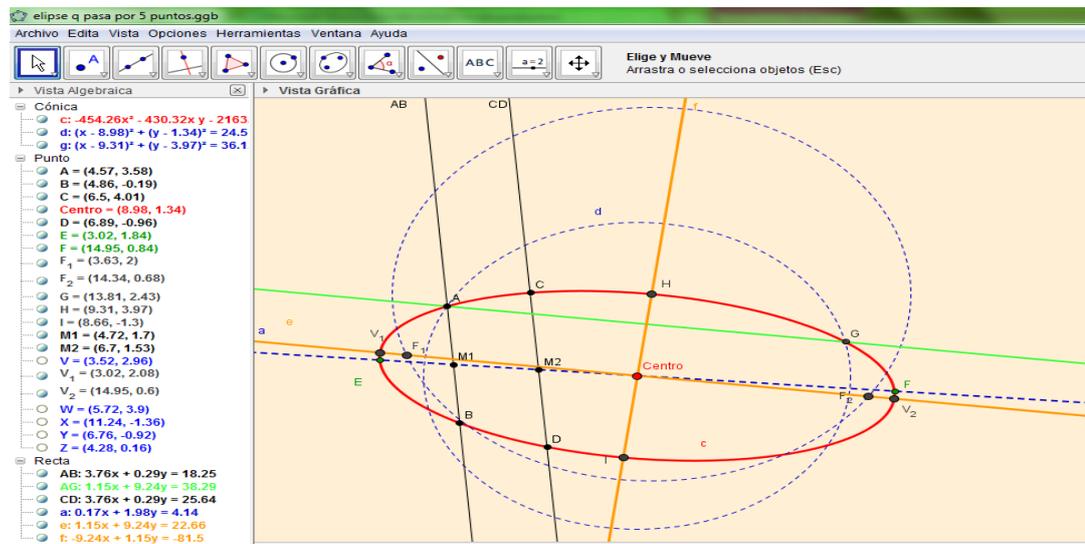


FIGURA 42-5: Herramienta cónica dados 5 puntos

Elaborado por: Proaño P.

## Ejercicio Nro. 5

*Construye una elipse mediante sus envolventes.*

Construcción:

Es decir, obtener la curva como resultado de sus rectas tangentes.

1. Inserta el punto  $A=(2,0)$  y  $B=(8,0)$ . Traza la recta AB.
2. Inserta el punto  $C=(5,2)$  y  $D=(5,-2)$ . Traza la recta CD
3. Encuentra el punto de intersección O, entre las rectas AB y CD.
4. Traza una circunferencia c que pasa por B con centro en O.
5. Inserta un deslizador n, con un intervalo de 0 hasta 180 y un incremento de 1, en propiedades cambia su color a vino.

6. Ingresas en la barra de entrada:  $\text{Secuencia}[\text{Rota}[\text{B}, i \cdot 360^\circ / n, \text{O}], i, 0, n]$  para que el punto B rote según manipules al deslizador n.
7. Inserta una casilla de control d, su valor de verdad es true, apaga la circunferencia.
8. Inserta una casilla de control d, su valor de verdad es true, apaga los puntos obtenidos al rotar el punto B.
9. Ingresas las casillas de control f y g.
10. Traza el segmento AH, cuyo valor por defecto es  $h=3$ .
11. Inserta una circunferencia k, con centro en C y radio h.
12. Encuentra los puntos de intersección entre k y la recta AB, nómbralos como F y F'
13. Inserta una casilla de control j, que tenga como subtítulo 01 Paso y vincula la circunferencia k.
14. Inserta otra casilla de control l, que tenga como subtítulo 02 Paso y vincula los focos F y F'
15. Ingresas  $\text{Secuencia}[\text{Segmento}[\text{F}', \text{Elemento}[\text{lista1}, i]], i, 0, n]$ , para obtener el trazo AF' y que se repita según la manipulación de n. En propiedades permite que se remarque el ángulo recto y que varíe entre 0 y 360 grados.
16. Ingresas:  $\text{Secuencia}[\text{Perpendicular}[\text{Elemento}[\text{lista1}, i], \text{Elemento}[\text{lista2}, i + 1], \text{PlanoxOy}], i, 0, n]$  para obtener las rectas perpendiculares y que se repitan de forma cíclica según la manipulación de n.
17. Introduce una casilla de control m con el subtítulo 0 Paso. y vincula el deslizador n
18. Elige Botón, ubica el lugar donde lo ubicaras y da clic derecho. Renómbralo como Animación
19. Ubica un punto E sobre la circunferencia k y traza el segmento CE, en propiedades cambia su color a cian.

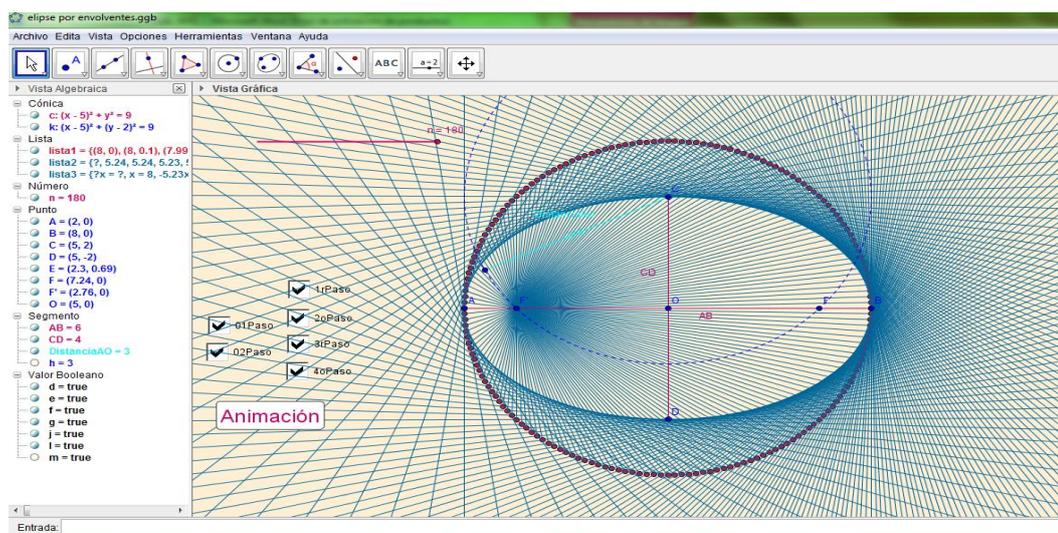


FIGURA 43-5: Construcción de la Elipse por envolventes

Elaborado por: Proaño P.

## ACTIVIDAD DE REFUERZO

1. Toda elipse se puede transformar en una circunferencia mediante una proyección ortogonal adecuada.. Dado un paralelogramo se desean obtener la elipse inscrita en función del punto de tangencia con uno de sus lados. Puedes demostrarlo?

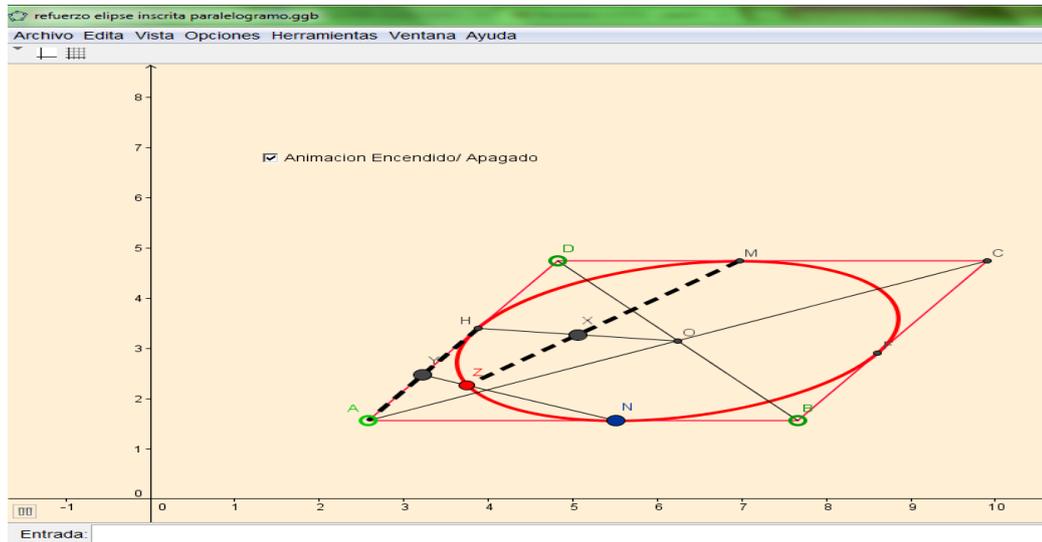


FIGURA 44-5: Elipse inscrita en un paralelogramo

Elaborado por: Proaño P.

2. Cuál es la trayectoria de una partícula cargada en un campo magnético?

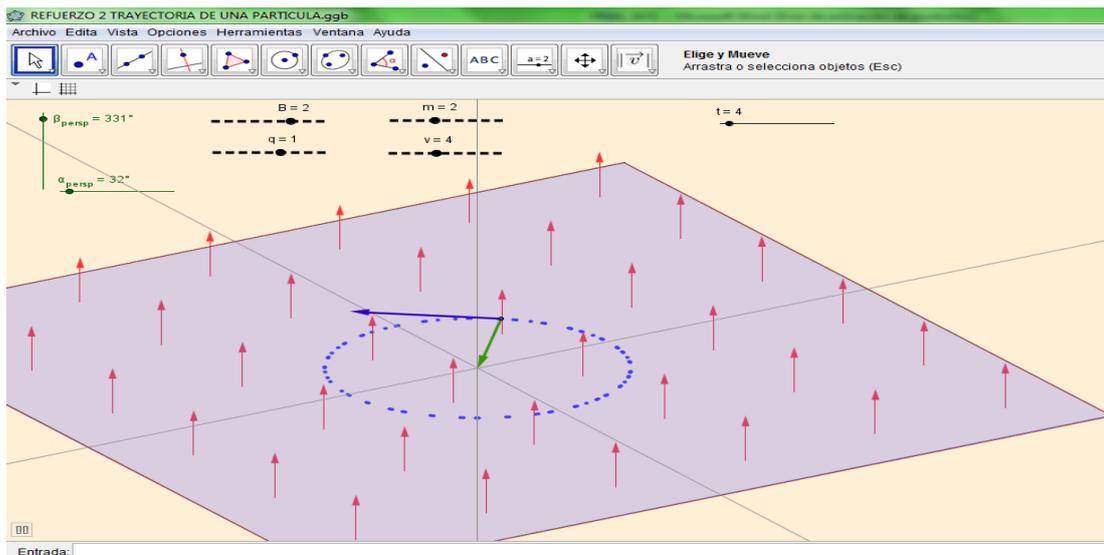


FIGURA 45-5: Trayectoria de una partícula cargada.

Elaborado por: Proaño P.

**Tabla 8-5:** Guía metodológica 3

TEMA: La Elipse						
<b>OBJETIVO:</b> Resolver problemas aplicando e integrando de manera crítica y reflexiva los conceptos básicos y la visualización gráfica sobre la elipse utilizando Geo-Gebra						
<b>AMBITO</b>	<b>ENCUENTRO</b>	<b>ACTIVIDAD</b>	<b>PRECISIONES METODOLÓGICAS</b>	<b>RESPONSABLES</b>	<b>RECURSOS</b>	<b>LOGROS</b>
COGNITIVO	1	Introducción a la unidad	Lectura de motivación	Estudiantes y Docente	Software Geo-Gebra Talento humano	Estudiantes motivados
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollo teórico</li> <li>• Prerrequisitos</li> <li>• Fundamentación teórica del tema</li> </ul>	Clase magistral activa	Docente	Bibliografía de diversos autores Talento humano	Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema.
	2	Resolución de ejercicios	Grupos de aprendizaje cooperativo	Estudiantes y docente	Insumos escritos sobre el tema. Talento humano	Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver cuestionarios
PROCEDIMENTAL	3	Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real.	Problemas en base de situaciones cotidianas Construcciones geométricas dinámicas	Docente	Software Geo-Gebra Talento humano	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis crítico</li> <li>• Modelización matemática</li> <li>• Interpretación de resultados obtenidos.</li> </ul>
	4					
ACTITUDINAL	1-2-3-4-5	Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos	Grupos de trabajo cooperativo.	Docente y estudiantes	Material didáctico concreto Talento humano	Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, aplicables a la vida cotidiana.

Elaborado por: Proaño P.

*“Todas las verdades son fáciles de entender,  
Una vez descubiertas.  
El caso es descubrirlas”  
Galileo Galilei*

## UNIDAD 4

### LA HIPÉRBOLA

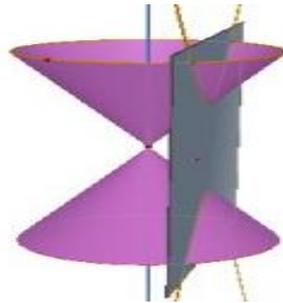


FIGURA 46-5: La Hipérbola.

Elaborado por: Proaño P.

#### 5.31 Concepto

Es el lugar geométrico de los puntos de un plano tales que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es igual a la distancia entre los vértices, la cual es una constante positiva.

#### 5.32 Elementos Básicos

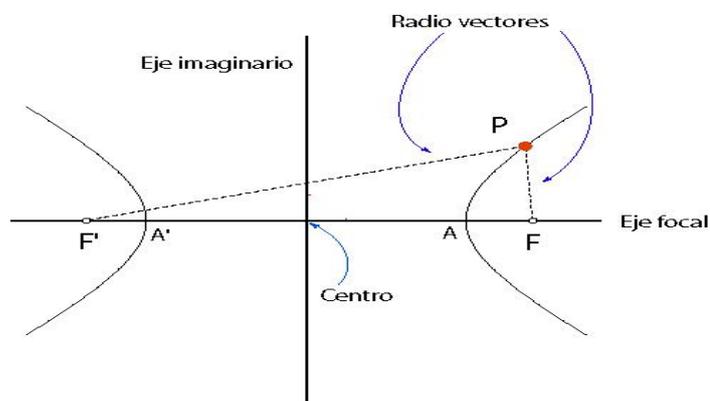


FIGURA 47-5: Elementos de la Hipérbola.

Fuente: [www.eva.com.mx](http://www.eva.com.mx).

- **Focos:** son los puntos fijos  $F$  y  $F'$
- **Radio vectores:** de un punto  $P$ , son los segmentos  $PF$  y  $PF'$
- **Distancia focal:** es la distancia entre los focos  $F$  y  $F'$
- **Eje focal:** es la recta que pasa por los focos. La mediatriz del segmento  $FF'$  recibe el nombre de eje imaginario o secundario. El eje focal corta a la hipérbola en dos puntos llamados
- **Vértices:** es la intersección del eje focal con la hipérbola,  $A$  y  $A'$ .
- **Centro:** El punto de corte de ambos ejes recibe el nombre. Observa que la hipérbola es simétrica respecto al eje focal y respecto al eje imaginario, así como a su centro.

### 5.33 APLICACIONES

#### 5.34 Localizando barcos

La estación  $A$  de guardacostas está a 200 millas directamente al este de otra estación  $B$ . Un barco está navegando en una línea paralela y a 50 millas al norte de la recta que pasa por  $A$  y  $B$ . Se transmiten señales de radio de  $A$  y  $B$  a razón de 980 pies/ $\mu$ s (microsegundo). Si a las 13h00, la señal de  $B$  llega al barco 400 microsegundos después de la señal desde  $A$ , ¿Puedes localizar la posición del barco en ese momento?

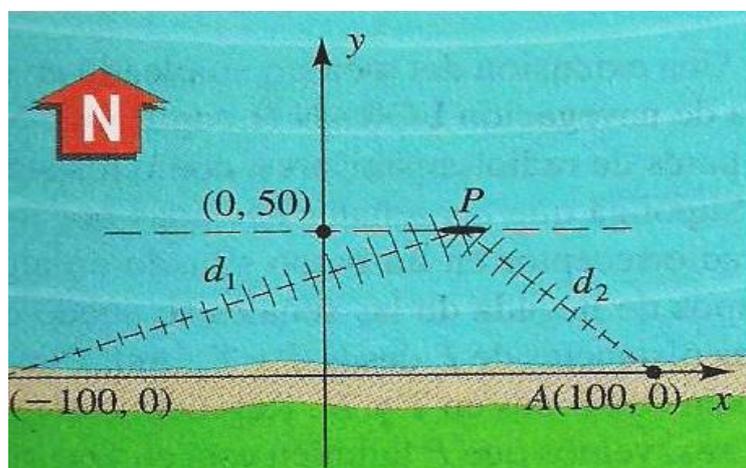


FIGURA 48-5: Posición del barco

Fuente: huitoto.udea.com

Primero lleva la idea a un sistema de referencia cartesiano, intentando visualizar el movimiento del barco, haz coincidir el centro con el origen de coordenadas:

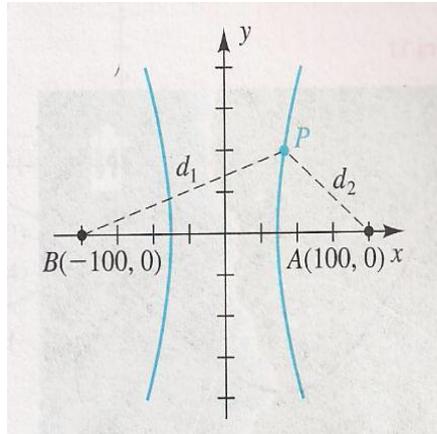


FIGURA 49-5: Hipérbola posición del barco

Fuente: huitoto.udea.com

Es una hipérbola horizontal. Considera que a las 13h00 la señal tarda 400 microsegundos, más en llegar a B que desde A, la diferencia  $d_1 - d_2$  en las distancias indicadas en ese tiempo es:

$$d_1 - d_2 = \text{velocidad} * \text{tiempo}$$

$$d_1 - d_2 = 980 \text{ft/us} * 400 \text{us}$$

$$d_1 - d_2 = 392000 \text{ft}$$

No olvides que a las 13h00, el punto P (el barco) está en la rama derecha de una hipérbola con centro en el origen cuya ecuación estándar es:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Recuerda una hipérbola está formada por todos los puntos cuya diferencia en distancias desde los focos, en este caso B y A es  $d_1 - d_2$ :

$$d_1 - d_2 = 2a$$

$$a^2 \cong 1378$$

La distancia c desde el origen a cualquiera de los focos es 100:

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 \cong 8622 \text{ millas}$$

Una ecuación aproximada para la hipérbola que tiene focos A y B y pasa por P es:

$$\frac{x^2}{1378} - \frac{y^2}{8622} = 1$$

Si haces  $y = 50$  en la coordenada y de P, obtenemos:

$$x \cong 42.16$$

Redondeando a la milla más cercana  $x = 42$  millas. Por tanto, El barco, aproximadamente se encuentra en el punto que tiene por coordenadas:

$$P (42, 50) \text{ millas}$$

### 5.35 La hipérbola y sus elementos

La ecuación  $4x^2 - 3y^2 - 8x - 8 = 0$  representa una hipérbola, hallar sus elementos y graficarla

Lo primero es determinar si el eje de la hipérbola es paralelo a uno de los ejes cartesianos y si su centro es el origen o distinto de él. Para ello estudiamos la forma de una ecuación cuadrática:

$$ax^2 + by^2 + c = 0$$

Entonces la cónica será una circunferencia o una elipse.

$$\text{Si } ax^2 + by^2 + c = 0$$

Entonces por estar el término  $y^2$  negativo será una hipérbola con eje paralelo al eje x, por así decir una hipérbola horizontal.

$$\text{Si } ay^2 - ax^2 + c = 0$$

Entonces por estar el término  $x^2$  negativo será una hipérbola con eje paralelo al eje Y, por así decir una hipérbola vertical.

Además si aparece en la ecuación dada un término en x o en y o en ambos xy, se concluye que el centro de la hipérbola no coincide centrada con el origen de coordenadas.

Luego la ecuación dada es equivalente a:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Al agrupar y factor común a los términos de  $x$ , completando el trinomio cuadrado perfecto y realizando algunas divisiones para eliminar las constantes:

$$\frac{(x - 1)^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$$

Donde:

$$h = 1$$

$$k = 0$$

$$a^2 = 3$$

$$b^2 = 4$$

Calcula:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{7} \cong 2.6$$

Recuerda que una hipérbola existe si su excentricidad  $e > 1$ , esto se debe al hecho de que  $c > a$  pues el segmento  $FF'$  contiene al segmento  $VV'$ , por ello la relación de los coeficientes es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Ya puedes determinar los elementos suficientes para graficar sin necesidad de aprender muchas fórmulas:

$$C = (h, k)$$

$$C(1, 0)$$

$$F = (h \pm c, k)$$

$$F(3.6, 0); \quad F'(-1.6, 0)$$

$$V = (h \pm a, k)$$

$$V(2.7, 0); \quad V'(-0.7, 0)$$

Todos estos elementos estarán en la misma recta horizontal. Como  $b = 2$  entonces se desplaza el vértice en 2 unidades hacia arriba y hacia abajo. Forma el rectángulo auxiliar que tiene lados de

longitudes  $2a = 3.4$  y  $2b = 4$ , traza las rectas que pasan por el centro y los puntos trasladados. Recuerda estas rectas son las asíntotas de la hipérbola.

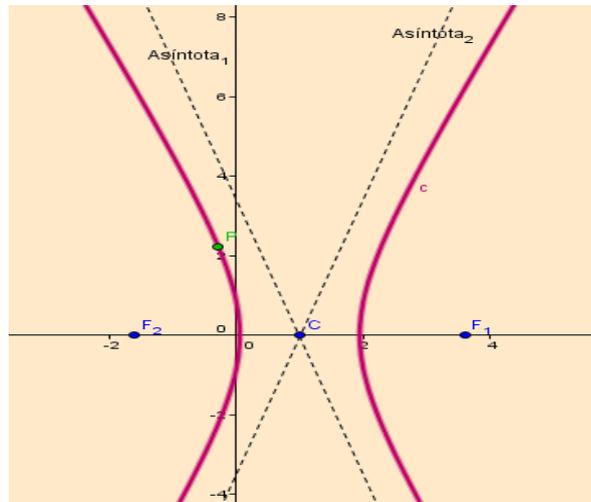


FIGURA 50-5: Elementos de la Hipérbola

Elaborado por: Proaño P.

Al reemplazar el miembro derecho e igualando por cero:

$$\left(\frac{x-1}{\sqrt{3}} + \frac{y}{2}\right)\left(\frac{x-1}{\sqrt{3}} - \frac{y}{2}\right) = 0$$

Puedes obtener las ecuaciones de las asíntotas:

$$y = \pm 2 \left(\frac{x-1}{\sqrt{3}}\right)$$

### 5.36 APRENDAMOS CON GEO-GEBRA

#### Ejercicio Nro. 1

*Obtener la ecuación implícita de la hipérbola.*

Construcción:

1. Inserta un deslizador a, con un intervalo de 0 hasta 25
2. Inserta un deslizador b, con un intervalo de 0 hasta 25
3. En la entrada digita  $f(x) = -b \sqrt{x^2 - a^2} / a$ , y  $g(x) = b \sqrt{x^2 - a^2} / a$  corresponde a las ramas de la hipérbola
4. Manipula a y b. ¿Qué puedes concluir?

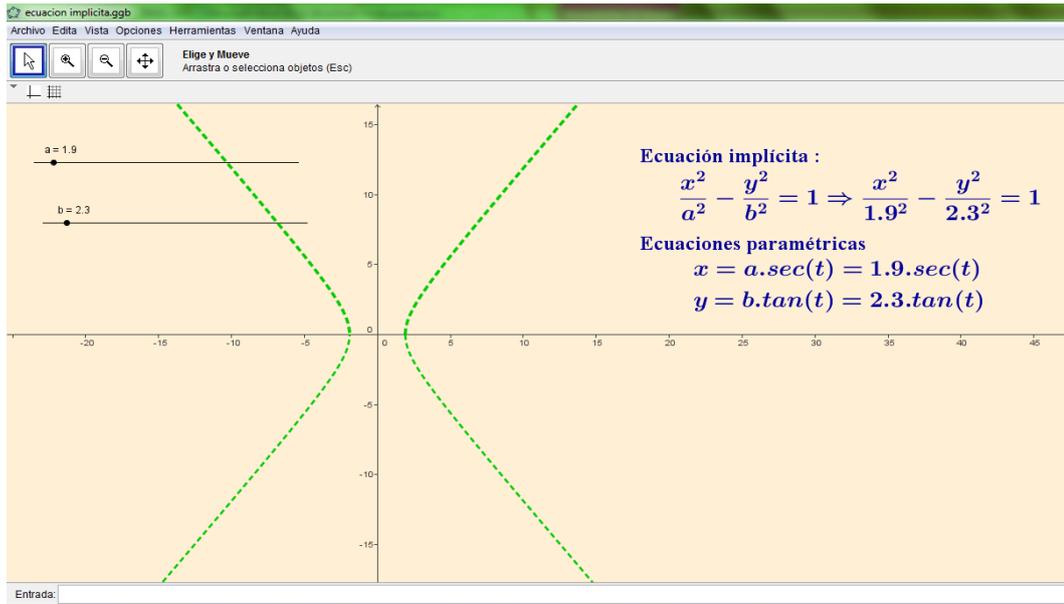


FIGURA 51-5: Ecuación Implícita de la hipérbola.

Elaborado por: Proaño P.

## Ejercicio Nro.2

*El sistema de Navegación de Largo Alcance (LORAN) ha sido la herramienta principal de navegación por mar y del tráfico aéreo. Se sustituye principalmente por GPS hoy en día. La ubicación de un navegador se determina mediante la recepción de señales LORAN desde una estación primaria y dos o más estaciones secundarias. Dado que la distancia de cada una de las estaciones en el receptor es diferente, se necesita una cantidad de tiempo diferente para cada estación para transmitir la información de tiempo al receptor. Estas diferencias de tiempo permite que el navegador para calcular las diferencias de distancia entre estaciones primarias y secundarias y dibujar hipérbolas correspondientes en el mapa. La intersección de todas estas hipérbolas representa la ubicación del navegador. Cada diferencia de distancia se mide por las señales LORAN partir de un par de estación primaria secundaria y determina una hipérbola en el mapa. Dos de estas hipérbolas producirá un máximo de dos puntos de intersección y tres producirá sólo una. El punto Y representa la posición del navegador en un mapa. Los puntos A y D representan estaciones LORAN.*

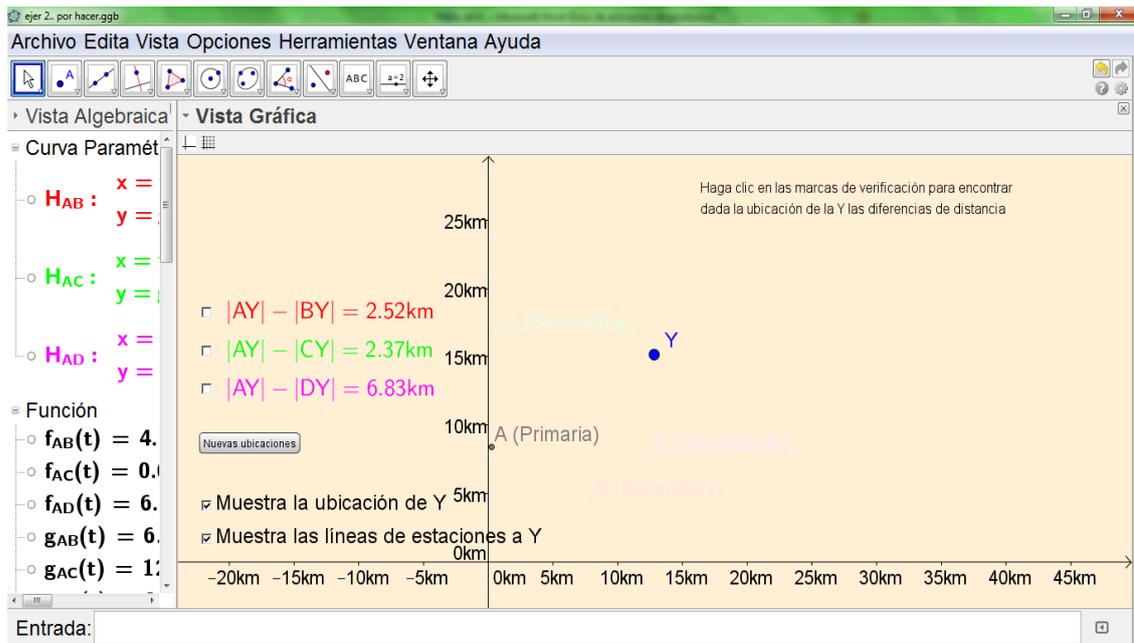


FIGURA 52-5: Navegación Método LORAN.

Elaborado por: Proaño P.

Observa que las hipérbolas son instrumentos necesarios para ubicar al punto Y.

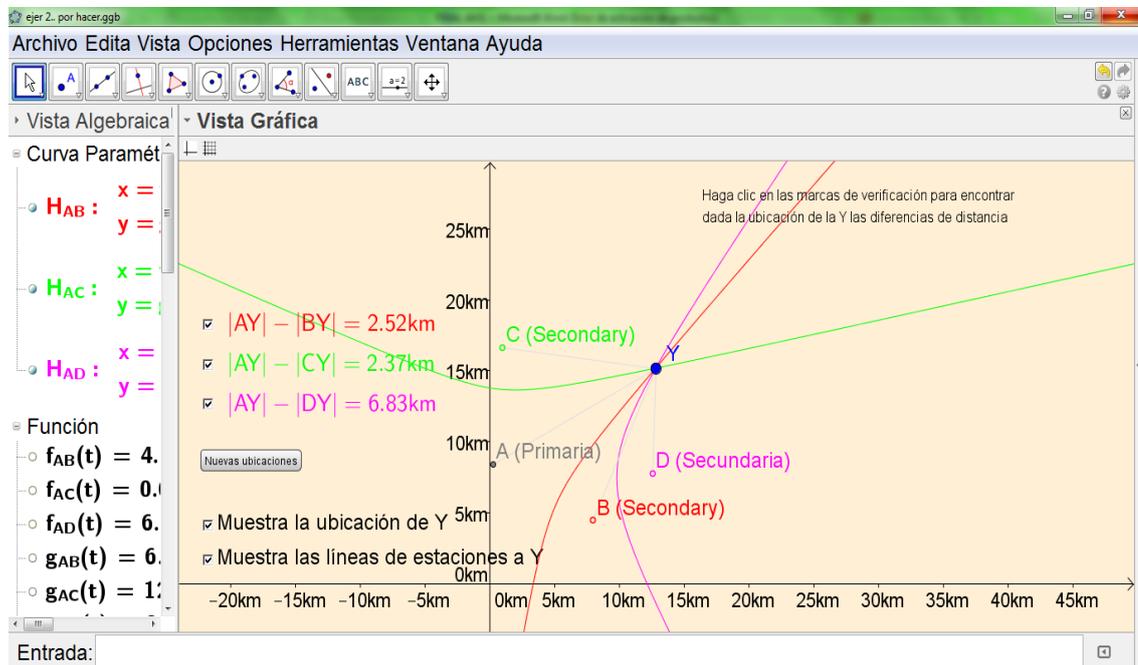


FIGURA 53-5: Hipérbolas auxiliares para localizar el barco (Punto Y)

Elaborado por: Proaño P.

### Ejercicio Nro. 3

*El valor absoluto de la diferencia de los radios vectores de una hipérbola es constante, positiva, menor que la distancia entre los focos e igual a  $2a$ , grafica la hipérbola para visualizar esta relación.*

Construcción:

1. Ingresas 4 deslizadores  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$ ,  $d_1$  con un intervalo de -5 a 5, y un incremento de 0,1, cambia su color a rosa
2. En la entrada escribe  $F_1 = (a_1, b_1)$  y  $F_2 = (c_1, d_1)$  para que las coordenadas de los focos cambien cuando manipulas los deslizadores
3. Ingresas  $A_1 = "x"$ ,  $B_1 = "y"$  y  $C_1 = "Cónica"$ , ocúltalos
4. Inserta un punto C, ocúltalo
5. Selecciona elipse dados los focos y un punto, traza la hipérbola k. Asigna el color marrón
6. Ingresas  $C_2 = "k(A_2, B_2)"$
7. Inserta un punto D y P sobre la elipse k.
8. En la entrada escribe Asíntota[ <Cónica> ], así encuentras las rectas i, j. asigna el color verde, cambia su estilo. La instrucción SemiFocal[ <Cónica> ] te permite hallar el valor de la distancia semi focal, ocúltalo
9. Traza la recta  $F_1F_2$ , su punto medio es el centro A de la hipérbola.
10. Encuentra el punto medio F de  $AF_1$  y el punto medio B de  $BF_2$ .
11. Encuentra los vértices  $V_1$  y  $V_2$ , de la elipse k. traza la recta a,  $AV_2$
12. Traza la recta e que pasa por  $V_1$  y es perpendicular  $F_1F_2$ . Procede de modo similar para  $V_2$  y encuentras la recta f
13. De la intersección de las asíntotas con las rectas e y f, encuentras cuatro puntos G, H, I, J. Ocúltalos. Une los puntos formaras un cuadrado.
14. Traza los segmentos  $PF_1$  y  $PF_2$ . Asigna el color azul
15. Traza la recta s paralela a la recta f y que pasa por el centro. Su intersección te permite ubicar los punto  $B_1$  y  $B_2$
16. Traza la recta  $AB_2$  y  $V_2B_2$ , formas el triangulo  $AB_2V_2$
17. Ingresas  $m=2a$  para conocer el valor de la distancia focal
18. Conoces que en la hipérbola se cumple que:  $PF_1 - PF_2 = 2a$  para que sea dinámico añade el objeto m, del cuadro de dialogo de la herramienta texto.
19. Para conocer la excentricidad de la hipérbola, escribe  $Ex = \text{Excentricidad}[k]$

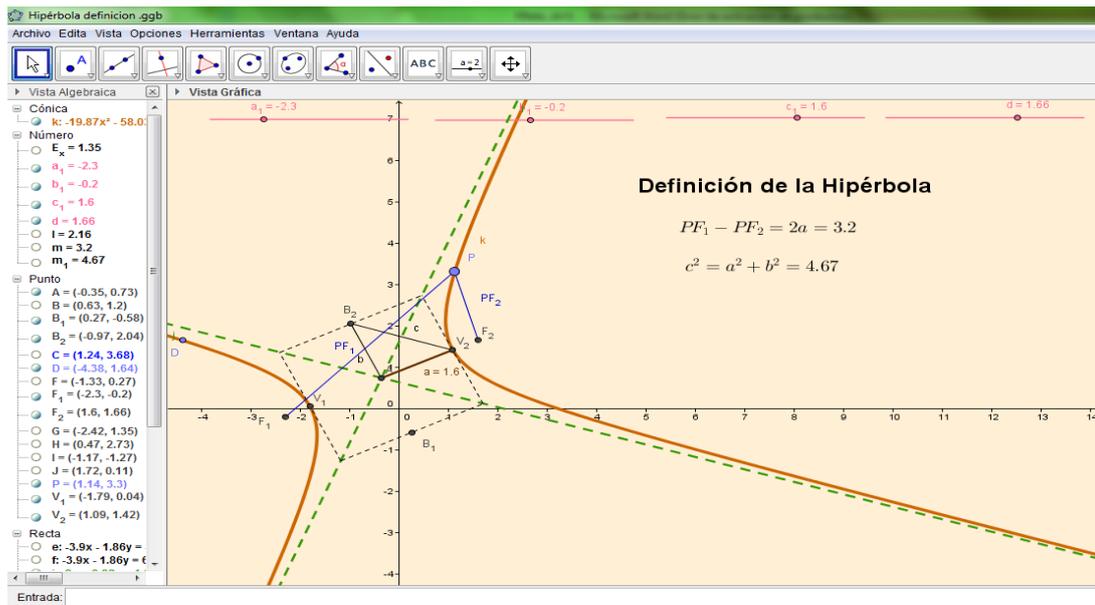


FIGURA 54-5: Dinámica de una hipérbola.

Elaborado por: Proaño P.

#### Ejercicio Nro. 4

*Trazo de la hipérbola no centrada en el origen en base a una circunferencia*

Construcción:

1. Desactiva ejes y cuadrícula de la vista gráfica. Con la herramienta nuevo punto ubica dos puntos que llamarás F y B. Traza con el comando una Circunferencia dados su centro y uno de sus puntos, con centro en F y que pasa por B; oculta el rótulo del punto B. Ahora traza el punto F' fuera de la circunferencia y un punto D sobre la circunferencia. Señala el segmento DF' y traza la mediatriz a este segmento
2. Selecciona recta que pasa por dos puntos para trazar con línea entrecortada las rectas que pasan por los puntos F y F' así como aquella que pasa por los puntos F y D. Utiliza la herramienta intersección de dos objetos entre estas dos rectas para encontrar el punto P
3. Selecciona Lugar geométrico da clic en P y en D, aparece entonces la hipérbola, cambie su color y grosor de trazo en propiedades de objeto para que resulte muy visible
4. Encuentra el punto C que es el punto medio entre F y F', inmediatamente traza la perpendicular a la recta de FF' y que pasa por el punto C, si deseas puedes comprobar midiendo el ángulo recto, oculta su valor.
5. Señala el segmento PF y PF', muestra su valor y utiliza el mismo color para estos radios vectores. Finalmente para evidenciar la diferencia de radios vectores que definen a una hipérbola, ingresa en entrada el texto fórmula: " $PF - PF' =$ " + (h " - " g " = " (h - g))

6. Al ser un gráfico dinámico, ya puedes deslizar el punto D alrededor de la circunferencia, siempre debes activar elige y mueve. Observa atentamente las variaciones y escribe las conclusiones.

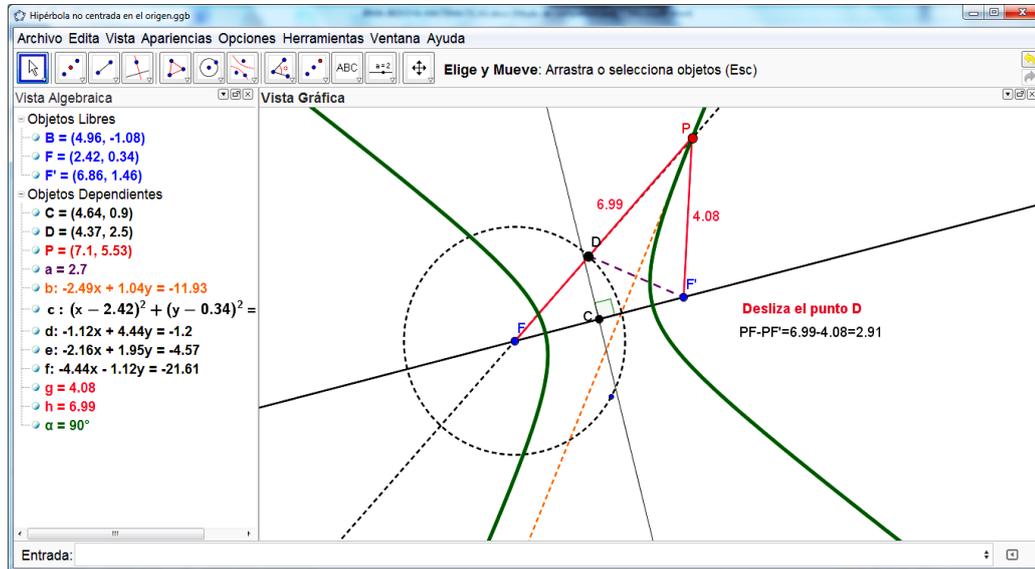


FIGURA 55-5: Hipérbola no Centrada en la Circunferencia

Elaborado por: Proaño P.

### Ejercicio Nro.5

*Obtener la gráfica de una hipérbola es muy común en la representación gráfica de funciones racionales, compruébalo por ti mismo*

Construcción:

1. Inserta un deslizador k, con un intervalo de -20 a 20 y un incremento de 0,01. Asigna el color rojo. Inserta un deslizador s, con un intervalo de -10 a 10 y un incremento de 0,5. Asigna el color azul. Inserta un deslizador r, con un intervalo de -8 a 8 y un incremento de 0,5. Asigna el color verde.
2. En la entrada escribe  $x = s$ . Asigna el color azul, en base a lo aprendido ya puedes percibir su interpretación gráfica. Comparte opiniones
3. Escribe la función racional  $f(x) = r + k / (x - s)$ . Asigna el color rojo
4. Escribe  $y = r$ . Asigna el color verde. Describe su interpretación gráfica.
5. Es necesario observar el comportamiento de la función al manipular los deslizadores, elige texto y escribe `FórmulaTexto[f, true, true]`
6. Utiliza texto dinámico para mostrar generalidades de la hipérbola como dominio, rango y asíntotas. ¿Qué sucede si  $k > 0$ ? ¿Qué sucede si  $k < 0$ ? Investiga la noción de límite de una función. Comparte tus conclusiones

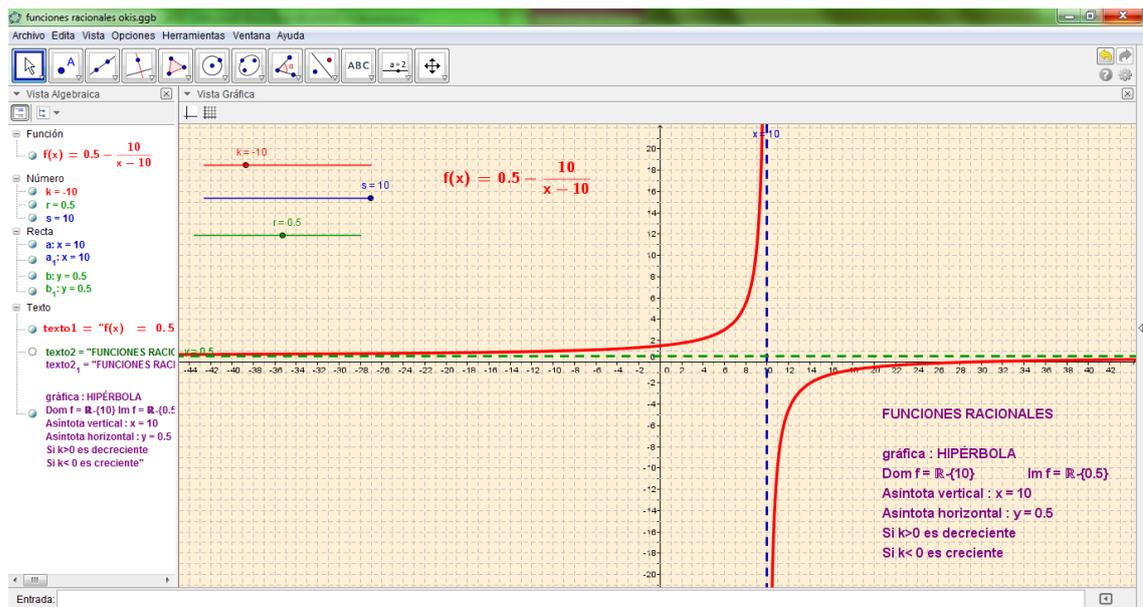


FIGURA 56-5: Hipérbola: como Funciones Racionales

Elaborado por: Proaño P.

## Ejercicio Nro. 6

*Realiza una animación de la Hipérbola*

Construcción:

1. Inserta un deslizador a, con un intervalo de -5 a 5 y un incremento de 0,01. Asigna el color marrón. Inserta un deslizador b, con un intervalo de -3 a 3 y un incremento de 0,01. Asigna un color. Inserta un deslizador n, con un intervalo de 10 a 150 y un incremento de 1. Asigna el color verde.
2. En la entrada escribe  $2\pi / n$
3. Inserta un punto A
4. Escribe  $c = \text{atan2}(y(A), x(A))$
5. Inserta un punto  $B = (a, 0)$
6. Selecciona vector y traza el vector AB
7. Digita:  $\text{Secuencia}[\text{Rota}[x \cosh(i \text{ dt}) / a - y \sinh(i \text{ dt}) / b = 1, c], i, (-n) / 2, n / 2]$  de modo que cuando el vector se mueva, estén visibles todas sus trayectorias en el intervalo de  $]-5,5[$  y un incremento según varíe n
8. Digita:  $\text{Secuencia}[\text{Rota}[-x \cosh(i \text{ dt}) / a - y \sinh(i \text{ dt}) / b = 1, c], i, (-n) / 2, n / 2]$  de modo que cuando el vector se mueva, estén visibles todas sus trayectorias en el intervalo de  $]-5,5[$ .
9. Manipula los deslizadores. ¿Cuál es la función del vector?

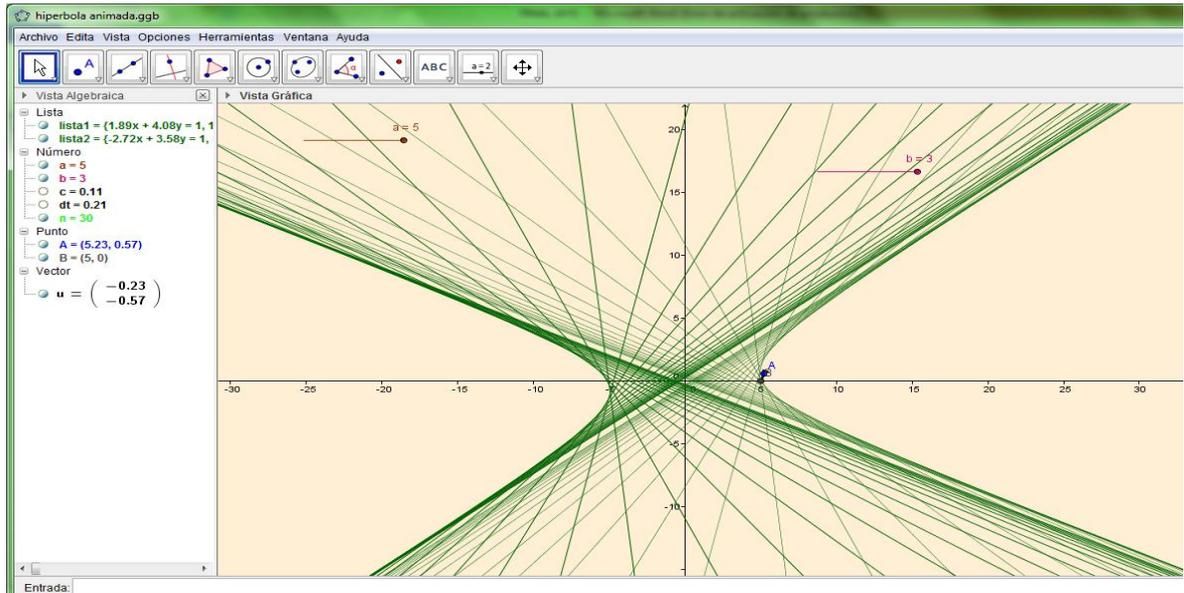


FIGURA 57-5: Hipérbola: animada

Elaborado por: Proaño P.

### ACTIVIDAD DE REFUERZO

1. Representa un cono esférico con sus diferentes secciones de modo que puedas obtener una circunferencia, una parábola, una elipse y una hipérbola. Sugerencia: trabaja con deslizadores para obtener diferentes posiciones de nivel y un control de cambios figura intersección del cono y nivel determinado.

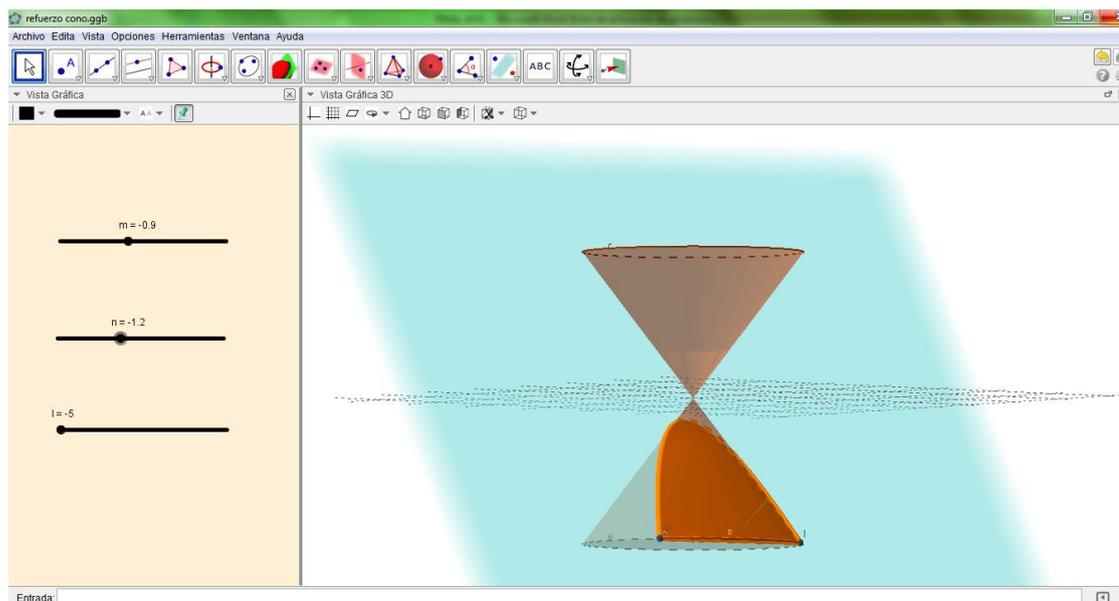


FIGURA 58-5: Cono esférico

Elaborado por: Proaño P.

2. Imagina que tienes una lámpara con forma cónica que emite luz sobre una superficie (por ejemplo una mesa). Supone que la lámpara puede emitir luz en las dos direcciones. ¿Qué pasa si disminuyes la inclinación de la lámpara? ¿Qué sucede si varía el ángulo del haz de luz?

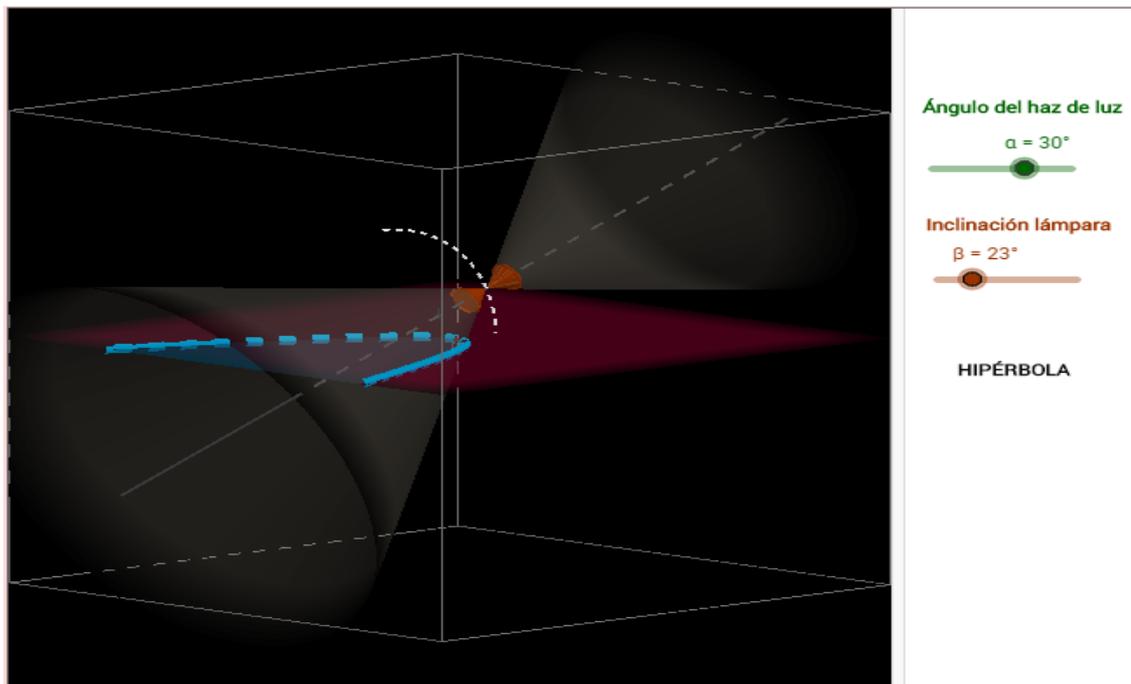


FIGURA 59-5: Haz de luz de una lámpara.

Elaborado por: Proaño P.

**Tabla 9-5: Guía metodológica 4**

TEMA: La Hipérbola						
OBJETIVO: Resolver problemas aplicando e integrando de manera crítica y reflexiva los conceptos básicos y la visualización gráfica sobre la hipérbola utilizando Geo-Gebra						
ÁMBITO	ENCUENTRO	ACTIVIDAD	PRECISIONES METODOLÓGICAS	RESPONSABLES	RECURSOS	LOGROS
COGNITIVO	1	Introducción a la unidad	Lectura de motivación	Estudiantes y Docente	Software Geo-Gebra Talento humano	Estudiantes motivados
		<b>Desarrollo teórico</b> • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema	Clase magistral activa	Docente	Bibliografía de diversos autores Talento humano	Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema.
	2	Resolución de ejercicios	Grupos de aprendizaje cooperativo	Estudiantes y docente	Insumos escritos sobre el tema. Talento humano	Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver cuestionarios
PROCEDIMENTAL	3	Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real.	Problemas en base de situaciones cotidianas Construcciones geométricas dinámicas	Docente	Paquete Geo-Gebra Talento humano	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis crítico</li> <li>• Modelización matemática</li> <li>• Interpretación de resultados obtenidos.</li> </ul>
	4					
ACTITUDINAL	1-2-3-4-5	Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos	Grupos de trabajo cooperativo.	Docente y estudiantes	Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos	Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana.

Elaborado por: Proaño P

## BIBLIOGRAFÍA

- ABRANTES, P.** (2001). Reorganização Curricular do Ensino Básico. Brasil. Pg. 63
- BALLESTA, J.** (1995). Función didáctica de los materiales curriculares. Pixel-Bit - Revistade Medios y Educación, 5 Edición.. pg. 29-46. Disponible en <http://www.sav.us.es/pixelbit>
- BEDOYA, I.** (2013). Incidencia de la aplicación de recursos didácticos en el aprendizaje significativo de la geometría analítica de los estudiantes de la unidad educativa técnica particular hermano miguel de la ciudad de Latacunga. (Tesis de Maestría). Universidad Técnica de Ambato. Ambato. Pg. 87
- BLURTON, C.** (1999). New directions in education. In M. Tawfik (Org.), The world communication and information. Paris. pp. 46-61
- CÁCERES, L., CORDERA, R.** (1992). Perfil del Estudiante Sobresaliente del Bachillerato de la UNAM. Dirección General de Apoyo y Servicios a la Comunidad. Secretaría de Asuntos Estudiantiles
- CONDE, J. y DE JACOBIS-VIÑOLAS, G.** (2001). ¿Por qué los estudiantes del segundo grado de bachillerato reprueban?, por un coeficiente intelectual bajo o por facultades emocionales. México. Tesis inédita Universidad Franco Mexicana. Pg. 65
- DE PABLOS, J.** (1996). Tecnología y educación. Barcelona. Editorial Cedecs. Pg. 45
- GONÇALVES & DA SILVA.** Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas Utilizando o GeoGebra. Brasil. Ouro Preto. Pg. 24
- GONZÁLES, V.** (2001). Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Volumen 10. Pax. México. Pg. 77
- GRANDE & VASQUEZ.** (2014). Resolução de Problemas de Otimização com o Auxílio do Software GeoGebra. Sao Paulo. Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo. pg. 23- 34
- LARSON, H.** (1996). Geometría Analítica. Quinta edición. México. Mc. Graw Hill. Pg. 146
- Marciano, J. E. A., de Araújo, A. K. C., & Mezzomo, I.** (2013). Aplicações de Limite de Funções com o auxílio do GeoGebra. Pg. 11

- MARQUÈS, P.** (2000). Selección de materiales didácticos y diseño de intervenciones educativas. Madrid. Pg.75
- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO.** (1998). Parâmetros Curriculares para o Ensino Fundamental. Brasília. Pg. 38
- NAVAS, J.** (1989). Ansiedad ante los exámenes. Algunas explicaciones cognitivas conductuales. México. Revista de aprendizaje y comportamiento. Pg. 7
- NOVÁEZ, M.** (1986). Psicología de la actividad. México. Editorial iberoamericana. Pag. 39
- OECD.** (2008). El conocimiento libre y los recursos educativos abiertos. España. Junta de Extremadura. Pg. 55
- OLIVEIRA, R.** (1997). Informática Educativa: dos planos e discursos à sala de aula. 13. ed. Brasil, pg.128
- ONTORIA, A.** (2000). Potenciar la capacidad de aprender y pensar. Segunda Edicion. Madrid. Narcea.S.A. pg. 65
- PAGE, A., & OTROS.** (1990). Hacia un modelo causal del rendimiento académico. Madrid. CIDE. Pg.. 29)
- PAPERT, S. A.** (1994). Máquina das crianças: Reepensando a Escola na Era da Informática. Artes Gráficas. Porto Alegre
- RICCETTI, V.** (2009). Jogos em grupo para educação infantil. In: SBEM. Brasil. Educação matemática revista. Número 11. Pg. 18 – 25
- Rodríguez, J., & Montero, L.** (2004). Indefinición terminológica y tecnología educativa. Revista de Medios y Educación. España. 22<sup>ava</sup> edición. Pg. 51-65. Disponible en: <http://www.sav.us.es/pixelbit/pixelbit/articulos/n22/n22art/art2204.htm>]
- RODRÍGUEZ, M.** (2009). Didácticas Contemporáneas. Primera edición. GRAÓ. Barcelona. Pg. 156
- RUIZ, M.** (2004). Las TIC un nuevo reto para nuevos aprendizajes. Madrid. Narcea. S.A. Pg. 27
- SERRAZINA, L.** (1999). Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo. Brasil. Quadrante. Pg. 139-168

**SEVILLANO, M. L.** (2008) Nuevas tecnologías en Educación Social. Madrid McGraw-Hill.  
pg. 29-5

**SPANHEL, D.** (2008). La importancia de las nuevas tecnologías en el sector educativo. En Nuevas Tecnologías en Educación Social. Madrid. McGraw Hill. pp. 29-52

**VILLAREAL, M. G., LÓPEZ, E. B., ESCOBEDO, J., & VALADAEZ , L.** (2009). Rendimiento académico de alumnos de secundaria beneficiarios del Programa Oportunidades en comunidades rurales y semiurbanas de Chiapas y nuevo León. Región y Sociedad. Pg. 127-164.

# ANEXOS

## ANEXO A1

### TABLA Z NORMALIZADO

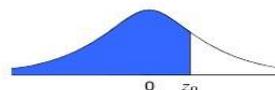
**Tabla de la distribución normal N(0,1) para probabilidad acumulada inferior**

$\mu$  = Media

$\sigma$  = Desviación típica

Tipificación:  $z_0 = \frac{x - \mu}{\sigma}$

$$P(z \leq z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_0} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$



$z_0$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	$z_0$
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900	3,0
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929	3,1
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950	3,2
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965	3,3
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976	3,4
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983	3,5
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989	3,6
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992	3,7
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995	3,8
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997	3,9

$1-\alpha$	90%	92%	94%	95%	96%	97%	98%	99%
$\alpha$	10%	8%	6%	5%	4%	3%	2%	1%
$z_{\alpha/2}$	1,645	1,751	1,881	1,960	2,054	2,170	2,326	2,576
$z_{\alpha}$	1,282	1,405	1,555	1,645	1,751	1,881	2,054	2,326

Siendo:

$1-\alpha$  = Nivel de confianza  
 $\alpha$  = Nivel de significación

[www.vaxasoftware.com/indexes.html](http://www.vaxasoftware.com/indexes.html)

**ANEXO A2**

**REACTIVO DE LA FASE DE DIAGNÓSTICO**

**EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA (7PTS)**

ESTRUCTURA DE LA PREGUNTA	
<b>ENUNCIADO.</b> 1. Dadas las rectas $L_1: x+y-3=0$ y $L_2: 2x-y+1=0$ ; hallar las ecuaciones de la rectas que pasan por el punto (1,1) que forme ángulos iguales con las dos rectas dadas	
<b>OPCIONES:</b>	A. $4x-2y+1=0,$ $2x-4y-5=0$
	B. $2x-3y-13=0,$ $3x+2y=0$
	C. $3x-2y=7,$ $2x-3y+5$
<b>OPCION CORRECTA:</b>	
	<b>JUSTIFICACION:</b>

ESTRUCTURA DE LA PREGUNTA	
<b>ENUNCIADO.</b> 2. Un recta L pasa por la intersección de las rectas: $L_1: 4x+3y-12=0,$ $L_2: 2x-y+4=0$ y forma con los ejes coordenados un triangulo de área igual a $10 u^2$ . Hallar L.	
<b>OPCIONES:</b>	A. $7x-3y=0$
	B. $2x-5y=15$
	C. $4x-5y=-20$
<b>OPCION CORRECTA:</b>	
	<b>JUSTIFICACION:</b>

## ANEXO A3



### ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIBORAZO INSTITUTO DE POSTGRADO Y EDUCACIÓN CONTINUA MAESTRÍA EN MATEMÁTICA BÁSICA

#### ENCUESTA DIRIGIDA A DOCENTES DEL ÁREA DE GEOMETRÍA ANALÍTICA DE LA UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS ESPE- EXTENSION LATACUNGA

**OBJETIVO.**-Investigar el tipo de recursos didácticos que aplican actualmente los docentes de Geometría Analítica de la institución.

#### INSTRUCCIONES:

La encuesta es anónima para que responda con absoluta confianza y sinceridad, no hay respuestas buenas ni malas. Por favor, lea cuidadosamente los planteamientos, escoja una sola alternativa, la que usted considere apropiada y marque con una (X) dentro de la casilla correspondiente, tomando en cuenta la siguiente escala valorativa:

**Siempre: 1; Frecuentemente: 2; Pocas veces: 3; Nunca: 4**

#### Preguntas

No.	ÍTEMES	ESCALA			
		1	2	3	4
1	¿Utiliza algún recurso interactivo en el proceso enseñanza aprendizaje de las cónicas?				
2	¿Los recursos didácticos tradicionales le permiten desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos en sus estudiantes en el estudio de las cónicas?				
3	¿Sus estudiantes se sienten motivados cuando utiliza recursos innovadores para el aprendizaje?				
4	¿Le gustaría desarrollar en sus estudiantes habilidades de comunicación, atención y comprensión aplicando recursos tecnológicos				
5	¿Al utilizar recursos didácticos para la enseñanza aprendizaje de las cónicas cree que se fomenta una actuación competente y responsable en la construcción del conocimiento?				

**LE AGRADEZCO POR SU COLABORACIÓN, AL CONTESTAR LA TOTALIDAD DE LOS PLANTEAMIENTOS DEL CUESTIONARIO.**

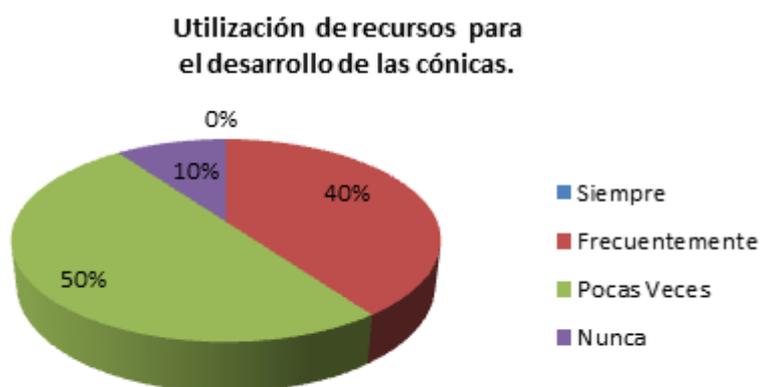
## Análisis de Resultados.

1. ¿Utiliza algún recurso interactivo en el proceso enseñanza aprendizaje de las cónicas?

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0	0%
Frecuentemente	4	0.40	40%
Pocas Veces	5	0.50	50%
Nunca	1	0.10	10%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Docentes de Geometría analítica

Elaboración propia



Interpretación:

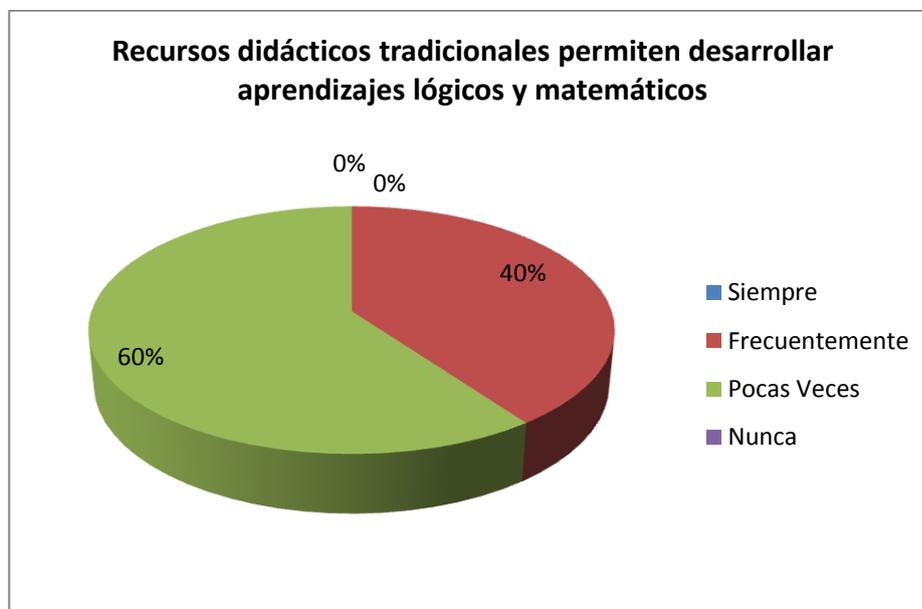
El 50% de los maestros pocas veces aplican recursos interactivos para desarrollar la asignatura de Geometría Analítica.

2. ¿Los recursos didácticos tradicionales le permiten desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos en sus estudiantes en el estudio de las cónicas?

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	0	0	0%
Frecuentemente	4	0.40	40%
Pocas Veces	6	0.60	60%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Docentes de Geometría analítica

Elaboración propia



Interpretación:

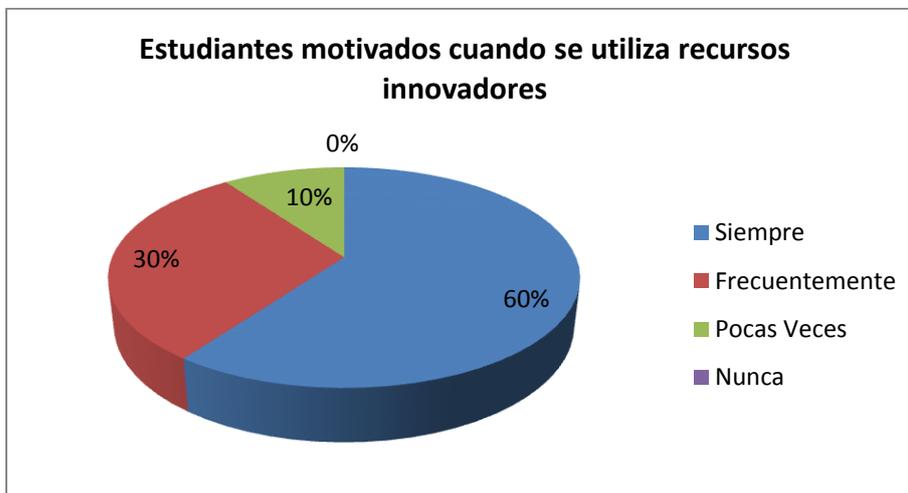
A un 40% de profesores la aplicación de recursos didácticos tradicionales frecuentemente les permite desarrollar aprendizajes lógicos y matemáticos en el estudio de las cónicas.

3. ¿Sus estudiantes se sienten motivados cuando utiliza recursos innovadores para el aprendizaje?

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	6	0.60	60%
Frecuentemente	3	0.30	30%
Pocas Veces	1	0.10	10%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Docentes de Geometría analítica

Elaboración propia



Interpretación:

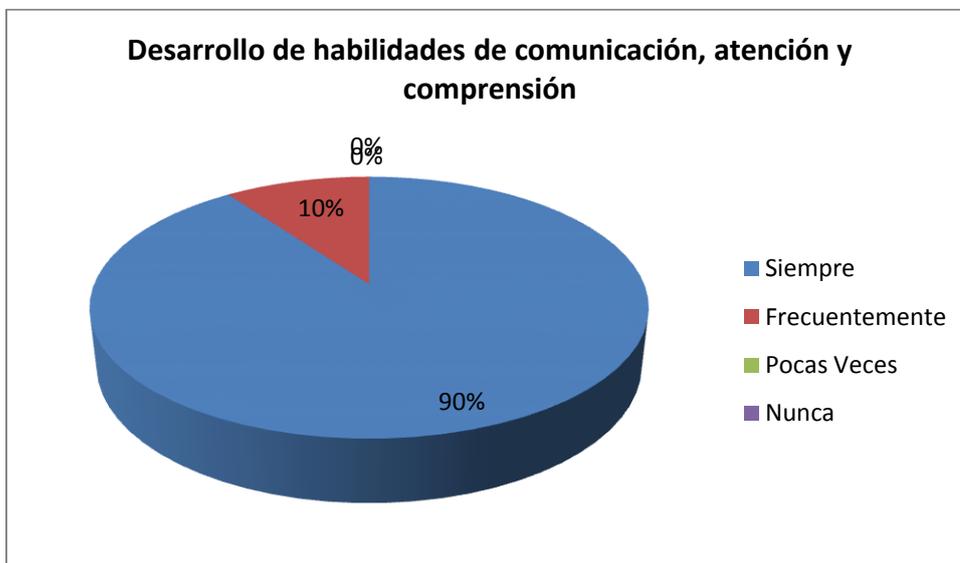
El 60% de los maestros encuestados siempre encuentran que sus estudiantes están motivados cuando se utilizan recursos innovadores en la enseñanza de las cónicas.

4. ¿Le gustaría desarrollar en sus estudiantes habilidades de comunicación, atención y comprensión aplicando recursos tecnológicos?

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	9	0.90	90%
Frecuentemente	1	0.10	10%
Pocas Veces	0	0	0%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Docentes de Geometría analítica

Elaboración propia



Interpretación:

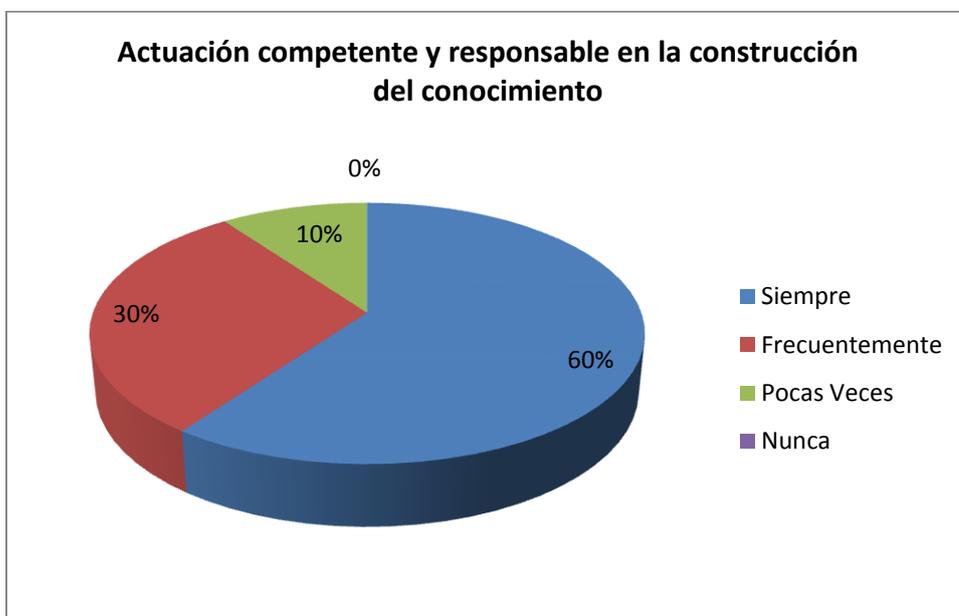
Al 90% siempre le gustaría desarrollar habilidades de comunicación, atención y comprensión y por otro lado al 10% frecuentemente le gustaría desarrollar estas habilidades.

5. ¿Al utilizar recursos didácticos para la enseñanza aprendizaje de las cónicas cree que se fomenta una actuación competente y responsable en la construcción del conocimiento?

Opciones	Fa	Fr	Porcentaje
Siempre	6	0.60	60%
Frecuentemente	3	0.30	30%
Pocas Veces	1	0.10	10%
Nunca	0	0	0%
Total	10	1.00	100%

Fuente: Docentes de Geometría analítica

Elaboración propia



Interpretación:

El 60% de los encuestados considera que usar recursos didácticos para la enseñanza aprendizaje de las cónicas siempre fomenta en el estudiante una actuación competente y responsable en la construcción del conocimiento.

## ANEXO A4

### 1. SÍLABO DE LA ASIGNATURA:

#### 1.1. DATOS INFORMATIVOS DE LA ASIGNATURA:

<b>DEPARTAMENTO:</b> Ciencias Exactas		
<b>ÁREA:</b> Técnica		
<b>MODALIDAD:</b> Presencial		
<b>ASIGNATURA:</b> Matemática	<b>CÓDIGO:</b> S0005	<b>NRC:</b> 9492
<b>ÁREA DE CONOCIMIENTO</b>	Matemática	
<b>NIVEL:</b> Nivelación de Carrera	<b>NÚMERO DE CRÉDITOS:</b> 11	
<b>SESIONES/SEMANA:</b> 5	<b>PERÍODO ACADÉMICO:</b> ABRIL/AGOSTO 2014	
<b>PRERREQUISITOS</b>	Aprobación Examen ENES y Asignación de Cupo.	

#### 1.2. DATOS INFORMATIVOS DEL DOCENTE:

<b>NOMBRE DEL DOCENTE</b>	Paola Mariela Proaño Molina
<b>NÚMERO TELEFÓNICO</b>	0998602426
<b>CORREO ELECTRÓNICO</b>	<a href="mailto:pao569@gmail.com">pao569@gmail.com</a>
<b>TÍTULO ACADÉMICO TERCER O CUARTO NIVEL</b>	Ingeniera Automotriz

#### 1.3. OBJETIVO GENERAL DE LA ASIGNATURA O MÓDULO:

Aplicar los conceptos y leyes fundamentales del álgebra, geometría y trigonometría; mediante la utilización de técnicas y procedimientos que permitan resolver ejercicios y problemas prácticos para desarrollar el pensamiento lógico, con orden, creatividad y precisión.

#### 1.4. CONTENIDOS:

## GEOMETRÍA ANALÍTICA

No.	UNIDADES DE ESTUDIO
1	<b>Unidad 1: SISTEMA DE COORDENADAS LINEALES Y RECTANGULARES</b>
	<b>Contenidos de estudio:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Distancia entre dos puntos. Coordenadas del punto medio.</li> <li>2. Área de triángulos</li> <li>3. Pendiente de una recta</li> <li>4. Paralelismo y perpendicularidad</li> <li>5. Angulo entre rectas</li> </ol>
2	<b>Unidad 2: LA RECTA</b>
	<b>Contenidos de estudios:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Formas de la ecuación de la recta</li> <li>2. Distancia de un punto a una recta</li> <li>3. Distancia entre rectas</li> <li>4. Ecuación de la bisectriz</li> </ol>
3	<b>Unidad 3: LAS CÓNICAS</b>
	<b>Contenidos de estudios:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. La Circunferencia: definición, ecuaciones, parámetros, problemas.</li> <li>2. La Parábola: definición, ecuaciones, parámetros, propiedad intrínseca, problemas.</li> <li>3. La Elipse: definición, ecuaciones, parámetros, propiedad intrínseca, problemas.</li> <li>4. La Hipérbola: definición, ecuaciones, parámetros, propiedad intrínseca, problemas.</li> </ol>

## GEOMETRÍA PLANA

No.	UNIDADES DE ESTUDIO
1	<b>Unidad 1: GEOMETRÍA PLANA</b>
	<b>Contenidos de estudio:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Proposiciones, procesos de demostración.</li> <li>2. Operaciones con segmentos.</li> <li>3. Ángulos, definición, representación gráfica, elementos, denominación, medida, congruencia, clasificación, propiedades y paralelas.</li> <li>4. Triángulos: definición, representación gráfica, elementos, denominación, clasificación, ángulos en el triángulo.</li> <li>5. Triángulos: líneas y puntos notables, ángulos entre líneas fundamentales.</li> <li>6. Propiedades de los triángulos: Isósceles, equilátero y rectángulo.</li> <li>7. Triángulos: congruencia y semejanza.</li> <li>8. Resolución de triángulos rectángulos: relaciones métricas y trigonométricas.</li> <li>9. Resolución de triángulos: relaciones métricas y trigonométricas, Áreas.</li> <li>10. Círculos: Definiciones. Elementos. Ángulos en el círculo.</li> <li>11. Cuerdas, tangentes, secantes, propiedades. Posición relativa.</li> </ol>

	<p>12. Longitud de arco: Circunferencia. Área del círculo. Corona, sector, segmento circular. Áreas circulares.</p> <p>13. Definiciones básicas de polígonos y cuadriláteros.</p> <p>14. Líneas y puntos fundamentales de los polígonos regulares</p> <p>15. Clasificación de los cuadriláteros. Teoremas fundamentales.</p>
2	<b>Unidad 2: TRIGONOMETRÍA</b>
	<p><b>Contenidos de estudio:</b></p> <p>1. Sistemas de medición angular. Ángulo trigonométrico: Posición estándar, coterminales, de referencia, cuadrantales, círculo trigonométrico, razones trigonométricas.</p> <p>2. Triángulo rectángulo: Funciones trigonométricas de los ángulos de 45, 30 y 60 grados, Cofunciones</p> <p>3. Reducción de funciones.</p> <p>4. Gráficos de las funciones trigonométricas.</p> <p>5. Análisis trigonométrico: Identidades trigonométricas fundamentales. Suma y diferencia de ángulos. Ejercicios.</p> <p>6. Ángulos dobles, múltiples, mitad, suma a producto y de producto a suma.</p> <p>7. Ecuaciones Trigonométricas.</p> <p>8. Inecuaciones Trigonométricas.</p>
3	<b>Unidad 3: GEOMETRÍA DEL ESPACIO</b>
	<p><b>Contenidos de estudio:</b></p> <p>1. Cuerpos geométricos: Conceptos fundamentales.</p> <p>2. Poliedros, prismas, cilindros, pirámides, conos y esferas. Teoremas fundamentales.</p>

### 1.5. RESULTADOS DE APRENDIZAJE:

RESULTADO DEL APRENDIZAJE	NIVEL	FORMA DE EVIDENCIARLO
Identifica conceptos geométricos	A	Tareas, Lección escrita
Aplica las definiciones geométricas en la solución de ejercicios.	A	Tareas, Lección escrita
Utiliza adecuadamente las reglas geométricas	A	Tareas, Lección escrita
Identifica las posiciones relativas de las rectas	A	Tareas, Lección escrita
Representa de forma adecuada las gráficas	A	Tareas, Lección escrita
Identifica claramente la cónica y obtiene los parámetros respectivos.	A	Tareas, Lección escrita
Identifica las líneas notables de un triángulo cualquiera.	A	Tareas, Lección escrita

Grafica funciones trigonométricas	A	Tareas, Lección escrita
Realiza de forma efectiva el análisis trigonométrico	A	Tareas, Lección escrita
Identifica y resuelve ecuaciones trigonométricas	A	Tareas, Lección escrita
Resuelve inecuaciones trigonométricas	A	Tareas, Lección escrita
Entiende teoremas varios relacionados con la geometría del espacio	A	Tareas, Lección escrita

**A: alto**

**M: medio**

**B: bajo**

### 1.1. METODOLOGÍA:

#### a) Estrategias metodológicas:

- El estudiante deberá leer los artículos científicos, lecturas recomendadas, previa su asistencia a las sesiones, de acuerdo a la programación definida para cada sesión, a fin de que exista una interacción fundamentada.
- Consultas puntuales podrán ser hechas al profesor mediante el uso del correo electrónico.
- El profesor actuará como un facilitador, por lo tanto, es su obligación diseñar estrategias y actividades de aprendizaje, que oriente a los estudiantes en qué hacer con la información científica actualizada.
- Las tareas y actividades planteadas en la metodología permitirán el desarrollo de las capacidades mentales de orden superior en los estudiantes (análisis, síntesis, reflexión, pensamiento crítico, pensamiento sistémico, pensamiento creativo, manejo de información, investigación, metacognición, entre otros).

#### b) Orientaciones metodológicas:

- Se diagnosticará conocimientos y habilidades adquiridas al iniciar el periodo académico.
- A través de preguntas y participación de los estudiantes el docente recuerda los requisitos de aprendizaje previos que permite al docente conocer cuál es la línea de base a partir del cual incorporará nuevos elementos de competencia, en caso de encontrar deficiencias enviará tareas para atender los problemas individuales.
- Plantear interrogantes a los estudiantes para que den sus criterios y puedan asimilar la situación problemática.
- Se iniciará con explicaciones orientadoras del contenido de estudio, donde el docente plantea los aspectos más significativos, los conceptos, leyes y principios y métodos esenciales; y propone la secuencia de trabajo en cada unidad de estudio.
- Se buscará que el aprendizaje se base en el análisis y solución de problemas; usando información en forma significativa; favoreciendo la retención; la comprensión; el uso o aplicación de la información, los conceptos, las ideas, los principios y las habilidades en la resolución de problemas de química orgánica.
- Se buscará la lectura de papers para favorecer la realización de procesos de pensamiento complejo, tales como: análisis, razonamientos, síntesis, revisiones y profundización de diversos temas.
- Se realizan prácticas de laboratorio para desarrollar las habilidades proyectadas en función de las competencias.

- Se realizan ejercicios orientados a la carrera y otros propios del campo de estudio.
- La evaluación cumplirá con las tres fases: diagnóstica, formativa y sumativa, valorando el desarrollo del estudiante en cada tarea y en especial en las evidencias del aprendizaje de cada unidad.

## 1.2. COMPORTAMIENTO ÉTICO:

El comportamiento del estudiante está sujeto al Código de Ética que tiene la Escuela, del que hay que tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- Honestidad a toda prueba (La copia de exámenes, pruebas, informes, proyectos, capítulos, ensayos, entre otros, será severamente corregida, inclusive podría ser motivo de la pérdida automática del semestre, En los trabajos se deberán incluir las citas y referencias de los autores consultados (de acuerdo a normativas aceptadas, **APA**, Para evitar el plagio se utilizará el programa **Plagium, Duplichecker, Viper**). Si un plagio es evidenciado, podría ser motivo de la separación del curso del o los involucrados. (Código de Ética de la Universidad).
- Respeto a la libertad de pensamiento (Respeto en las relaciones docente- alumno y alumno-alumno será exigido en todo momento, esto será de gran importancia en el desarrollo de las discusiones en clase).
- Orden, puntualidad y disciplina conscientes (No se permitirá el ingreso de los estudiantes con un retraso máximo de 10 minutos, Los casos y trabajos asignados deberán ser entregados el día correspondiente).
- Búsqueda permanente de la calidad y excelencia.
- Igualdad de oportunidades.
- Respeto a las personas y los derechos humanos.
- Reconocimiento a la voluntad, creatividad y perseverancia.
- Práctica de la justicia, solidaridad y lealtad (Si es detectada la poca o ninguna participación en las actividades grupales de algún miembro de los equipos de trabajo y esto no es reportado por ellos mismos, se asumirá complicidad de ellos y serán sancionados con la nota de cero en todo el trabajo).
- Práctica de la verdadera amistad y camaradería.
- Cultivo del civismo y respeto al medio ambiente.
- Compromiso con la institución y la sociedad.
- Identidad institucional.
- Liderazgo y emprendimiento.
- Pensamiento crítico.
- Alta conciencia ciudadana.

## 1.3. RECURSOS:

Aula virtual, materiales propios de la asignatura, correo electrónico. Bibliotecas virtuales–ESPE: e-libro, ProQuest, Ebrary, GALE Cengage Learning, Ebsco, IEEEExplore Digital Library, SpringerLink, Taylor & Francis. Repositorios de tesis de grado y postgrado (Cobuec), Búsquedas avanzadas en Google y Altavista y todos los sitios que los profesores consideren confiables de acuerdo a la especialidad.

## 1.4. EVALUACIÓN:

El proceso de evaluación está sujeto a la normativa establecida por el SNNA:

- Reglamento del SNNA

## 1.5. FUENTES DE INFORMACIÓN:

### a) BIBLIOGRAFIA BÁSICA:

#### ALGEBRA

Algebra, SILVA, José, 2012, Español, López

#### GEOMETRIA PLANA

Geometría del Espacio, CALVACHE, Gonzalo, 2009, Español E.P.N

#### GOMETRIA ANALITICA

Geometría Analítica, IÑIGUEZ, Hugo, 2007, Español.

### b) FUENTES RECOMENDADAS:

#### ALGEBRA

Precalculo, 4ta edición Texto Guía, Michael Sullivan, 2003, Español, Prentice Hall.

Precalculo, Joe García, 2008, Español, López.

Precalculo, funciones y graficas, 4ta edición Raymond Barnett, 2003, Español, Prentice Hall.

Matemática Básica 2da edición Eduardo Espinoza Ramos, 2005, Español, San Marcos.

#### GEOMETRIA PLANA

Apuntes de Clase de Geometría y Trigonometría ABARCA, Hernán, 2009, Español, ESPE.

Geometría del espacio, ABARCA, Hernán, 2009, Español, ESPE.

Precalculo, SULLIVAN, Michael, 2003, Español, Prentice Hall.

Precalculo, JOE GARCIA, 2008, Español, ESPE.

#### GEOMETRIA ANALITICA

Geometría Analítica, CHARLES Lehmann, 1984, Español, LIMUSA.

Problemas de Geometría Analítica, D. KLETENIK, 1977, Español, MIR.

Precalculo, SULLIVAN, Michael, 2003, Español, Prentice Hall.

### c) LISTADO DE ARTÍCULOS CIENTÍFICOS, LECTURAS SELECCIONADAS Y SITIOS WEB RECOMENDADOS:

Cuaderno de Trabajo

Ejercicios

[www.espe.edu.ec](http://www.espe.edu.ec)

**ANEXO A5**

**REACTIVOS DE LA SEGUNDA FASE (APLICACIÓN METODOLÓGICA)**

**EVALUACIÓN 1 (3PTS)**

ESTRUCTURA DE LA PREGUNTA	
<b>ENUNCIADO.</b> 1. Hallar la ecuación de la circunferencia tangente a $3x-4y-4=0$ en $(0,-1)$ y que contenga al punto $(-2,-9)$	
<b>OPCIONES:</b>	A. $\left(x - \frac{51}{13}\right)^2 + \left(y + \frac{81}{13}\right)^2 = \frac{7225}{169}$
	B. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y - 3)^2 = \frac{45}{4}$
	C. $\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + (y - 4)^2 = \frac{25}{36}$
	D. $\left(x - \frac{18}{7}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{7}\right)^2 = \frac{45}{49}$
<b>OPCION CORRECTA:</b>	<b>JUSTIFICACION:</b>

ESTRUCTURA DE LA PREGUNTA	
<b>ENUNCIADO.</b> 2. Dada la ecuación de la parábola $x^2 - 4x - y + 3 = 0$ , hallar el vértice, el foco y la recta directriz.	
<b>OPCIONES:</b>	A. $V=(1,-2)$ , $F=(4/3,-2)$ , $x=2/3$
	B. $V=(2,-1)$ , $F=(2,-3/4)$ , $x=-5/4$
	C. $V=(1,-2)$ , $F=(1,-29/16)$ , $x=-35/16$
	D. $V=(1,-3)$ , $F=(1,-7/4)$ , $x=-5/4$
	E. $V=(2,-1)$ , $F=(-2,-3/4)$ , $x=25/4$
<b>OPCION CORRECTA:</b>	<b>JUSTIFICACION:</b>

### EVALUACIÓN 2 (3PTS)

ESTRUCTURA DE LA PREGUNTA	
<b>ENUNCIADO.</b> 1. Hallar la ecuación de la elipse cuyos focos son los puntos (2,0) y (-2,0) su excentricidad es igual a 2/3	
<b>OPCIONES:</b>	A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$
	B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$
	C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$
	D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$
	E. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$
<b>OPCION CORRECTA:</b>	C
	<b>JUSTIFICACION:</b>

ESTRUCTURA DE LA PREGUNTA	
<b>ENUNCIADO.</b> 2. Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por el punto (2,3), tiene su centro en el origen, su eje transversal está sobre el eje Y, y una de sus asíntotas es la recta $2y - \sqrt{7}x = 0$	
<b>OPCIONES:</b>	A. $x^2 - y^2 = 16$
	B. $4y^2 - 3x^2 = 48$
	C. $4y^2 - 7x^2 = 8$
	D. $2y^2 - 3x^2 = 48$
<b>OPCION CORRECTA:</b>	
	<b>JUSTIFICACION:</b>

**TALLER EN CLASE (1PT)**

ESTRUCTURA DE LA PREGUNTA	
<b>ENUNCIADO.</b> 1. Hallar la ecuación de la parábola cuyo eje es paralelo al eje X y que pasa por los tres puntos A(1,2), B(5,3) y C(11,4)	
<b>OPCIONES:</b>	A. $y^2 = 12(x - 3)$ B. $x^2 = -12(y + 3)$ C. $y^2 - y - x - 1 = 0$
<b>OPCION CORRECTA:</b>	<b>JUSTIFICACION:</b>

ESTRUCTURA DE LA PREGUNTA	
<b>ENUNCIADO.</b> 2. Hallar la ecuación de la elipse de centro (-1,-1), uno de los vértices es el punto (5,-1) y su excentricidad $e=2/3$ .	
<b>OPCIONES:</b>	A. $\frac{(x+1)^2}{36} + \frac{(y+1)^2}{20} = 1$ B. $\frac{(x-1)^2}{20} + \frac{(y-1)^2}{36} = 1$ C. $\frac{(x+1)^2}{20} + \frac{(y-1)^2}{36} = 1$
<b>OPCION CORRECTA:</b>	<b>JUSTIFICACION:</b>

**ANEXO A6**

**REACTIVOS APLICADO EN LA FASE FINAL**

**EVALUACIÓN FINAL (7PT)**

ESTRUCTURA DE LA PREGUNTA	
<b>ENUNCIADO.</b> 1. Una circunferencia pasa por los puntos A(-3,3) y B(1,4) y su centro está sobre la recta L: $3x - 2y - 23 = 0$	
<b>OPCIONES:</b>	A. $(x - 2)^2 + (y + \frac{17}{2})^2 = \frac{629}{4}$
	B. $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 8$
<b>OPCION CORRECTA:</b>	
	<b>JUSTIFICACION:</b>

ESTRUCTURA DE LA PREGUNTA	
<b>ENUNCIADO.</b> 2. El foco de una parábola es el punto A(4,0) y un punto sobre la parábola es el punto P(2,2), entonces, la distancia del punto P a la recta directriz de la parábola es:	
<b>OPCIONES:</b>	A. 2
	B. $2\sqrt{2}$
<b>OPCION CORRECTA:</b>	
	<b>JUSTIFICACION:</b>

ESTRUCTURA DE LA PREGUNTA	
3. El área de un cuadrado inscrito en una elipse con ecuación $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ es:	
OPCIONES:	A. $\frac{2a^2b^2}{a^2+b^2}$
	B. $\frac{4a^2b^2}{a^2+b^2}$
OPCION CORRECTA:	
	JUSTIFICACION:

ESTRUCTURA DE LA PREGUNTA	
ENUNCIADO.	
4. Hallar la excentricidad de la cónica siguiente: $9x^2 - 4y^2 - 36y - 24y - 36 = 0$	
OPCIONES:	A. $\frac{\sqrt{10}}{3}$
	B. $\frac{\sqrt{13}}{2}$
OPCION CORRECTA:	
	JUSTIFICACION:

## **ANEXO A7**

CD - guía. Contiene los archivos que se realizaron en la propuesta.