ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

“LA RESOLUCIÓN ORDENADA DE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS Y SU INCIDENCIA EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO EN LOS ESTUDIANTES DE LOS OCTAVOS AÑOS DE LA UNIDAD EDUCATIVA “SANTA ROSA” DE LA PARROQUIA DE SANTA ROSA DEL CANTÓN AMBATO”

AUTOR:
LCDO. EDWIN ROLANDO ASES CARGUAITONGO

Trabajo de titulación, presentado ante el Instituto de Postgrado y Educación Continua de la ESPOCH, como requisito parcial para la obtención del grado de MAGÍSTER EN MATEMÁTICA BÁSICA.

Riobamba – Ecuador

Agosto 2015

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

CERTIFICACIÓN

EL TRIBUNAL DEL TRABAJO DE TITULACIÓN CERTIFICA QUE:

El trabajo titulado **"LA RESOLUCIÓN ORDENADA DE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS Y SU INCIDENCIA EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO EN LOS ESTUDIANTES DE LOS OCTAVOS AÑOS DE LA UNIDAD EDUCATIVA "SANTA ROSA" DE LA PARROQUIA DE SANTA ROSA DEL CANTÓN AMBATO"**, de responsabilidad del Lcdo. Edwin Rolando Ases Carguaitongo, ha sido prolijamente revisado y se autoriza su presentación.

Tribunal:

Ing. William Pilco. Ms.C. ______________________________
PRESIDENTE

Mat. Marcelo Cortez B. Ms.C. ______________________________
TUTOR

Dr. Jorge Congacha. Ms.C. ______________________________
MIEMBRO

Lcda. Myriam Morales. Mgs. ______________________________
MIEMBRO

COORDINADOR SISBIB ESPOCH ______________________________

Riobamba, Agosto 2015

DERECHOS INTELECTUALES

Yo, Edwin Rolando Ases Carguaitongo, declaro que soy responsable de las ideas, doctrinas y resultados expuestos en el presente Proyecto de Investigación, y que el patrimonio intelectual generado por la misma pertenece exclusivamente a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Lcdo. Edwin R. Ases C.
CI: 1803394392

DEDICATORIA

La presente tesis de investigación dedico a Dios quién me guio por el buen camino, por darme fuerzas para seguir adelante, no desmayar en los problemas que se presentaban, enseñándome a encarar las adversidades sin perder nunca la dignidad, y me acompañó durante todo este proceso de estudio del postgrado.

A mis padres Víctor Manuel Ases M. y María Teresa Carguaitongo G, por el apoyo, consejos, comprensión, amor, y ayuda en todos los momentos difíciles; además, por darme valores, principios, carácter, empeño, perseverancia y coraje para conseguir todos mis objetivos.

A mis hermanos Hilda Jeannette y Víctor Fabián Ases; y a mi familia quienes me apoyaron en todo momento de mis estudios.

Edwin

AGRADECIMIENTO

A la **ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO -ESPOCH-** por darme la oportunidad de estudiar la Maestría.

A los tutores del Programa de Postgrado en Matemática Básica, docentes con amplia experiencia y vastos conocimientos quienes compartieron sus enseñanzas y sabios consejos en beneficio de mi formación profesional.

A mi director de tesis, Mat. Marcelo Cortez Ms.C. por su esfuerzo y dedicación, quien con sus conocimientos, su experiencia, su paciencia y su motivación ha logrado en mí que pueda terminar con éxito la presente tesis.

Al Dr. Jorge Congacha Ms.C. y a la Mgs. Myriam Morales miembros del tribunal de tesis quienes se esmeraron en guiarme de la mejor manera en el desarrollo del proyecto.

A las autoridades de la Unidad Educativa "Santa Rosa" Mgs. Byron Llerena y Lcda. Clara Rubio por su apoyo y autorización en permitir realizar mis estudios y el respectivo trabajo de investigación.

Edwin

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CAPÍTULO IV

CAPÍTULO V

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

RESUMEN

El presente trabajo de titulación **"LA RESOLUCIÓN ORDENADA DE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS Y SU INCIDENCIA EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO EN LOS ESTUDIANTES DE LOS OCTAVOS AÑOS DE LA UNIDAD EDUCATIVA "SANTA ROSA" DE LA PARROQUIA DE SANTA ROSA DEL CANTÓN AMBATO",** se realizó porque la mayoría de los estudiantes que ingresan a los octavos años no resuelven correctamente los problemas matemáticos, luego de una evaluación diagnóstica se observó que el 72% lo efectuaron erradamente. Se justifica que debido a la falta de investigaciones por parte de los docentes, para indagar sobre las dificultades que presentan los estudiantes en el desarrollo de las matemáticas y la construcción del pensamiento lógico-matemático. Se trabajó con problemas matemáticos modelo. Se aplicó los respectivos cuestionarios a 132 estudiantes, la hipótesis fue comprobada a través del método estadístico t-student, donde los promedios de las calificaciones del cuestionario inicial son inferiores a los promedios de las calificaciones del cuestionario final de 6,98 y 15,36 puntos respectivamente. Se concluye que la resolución ordenada de los problemas matemáticos incidió en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes. Se recomienda aplicar la propuesta diseñada para resolver ordenadamente los problemas matemáticos que permite mejorar las destrezas y las capacidades matemáticas.

Palabras claves:
<PROBLEMAS MATEMÁTICOS>, <UNIDAD EDUCATIVA "SANTA ROSA">, <AMBATO [Cantón]>, <RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS>, <PENSAMIENTO LÓGICO>, <PENSAMIENTO MATEMÁTICO>, <DESARROLLO DEL PENSAMIENTO>, <ENSEÑANZA - APRENDIZAJE>, <MATEMÁTICA BÁSICA>

ABSTRACT

This thesis is entitled **"THE ORDERLY RESOLUTION OF MATHEMATICAL PROBLEMS AND THE IMPACT ON THE DEVELOPMENT OF LOGICAL-MATHEMATICAL THINKING IN EIGHT-YEAR STUDENTS OF THE EDUCATIONAL UNIT "SANTA ROSA" OF SANTA ROSA PARISH IN CANTON AMBATO"** was made because most students of eight year are not able to solve mathematics problems correctly, after a diagnostic evaluation 72% of the participants did wrongly. This research is justified because of the lack of research by teachers to investigate the difficulties that the students have in the development of mathematics and construction of logical-mathematical thinking. Model Mathematical problems were used. The respective questionnaires was applied to 132students, the hypothesis was checked through the t-student statistical method, where the average ratings of the initial questionnaire are lower than the average of the scores of the final questionnaire 6,98 and 15,36 points respectively. It is concluded that the orderly resolution of mathematical problems affected the development of logical-mathematical thinking in students. It is recommended to implement the proposal designed to orderly solve mathematical problems which helps to improve math skills and abilities.

Keywords:
<MATH PROBLEMS>, <EDUCATIONAL UNIT "SANTA ROSA">, <AMBATO [Canton]>, <SOLUTION>, <LOGICAL THINKING>, <MATHEMATICAL THINKING>, <THINKING DEVELOPMENT>, <TEACHING - LEARNING>, < BASIC MATHEMATICS >

CAPÍTULO I

1. INTRODUCCIÓN

La resolución ordenada de los problemas matemáticos es considerada en la actualidad la parte más esencial del estudio de las matemáticas. Mediante la aplicación de estas actividades, se experimentan la creatividad y la utilidad de la materia en el mundo que les rodea.

Pone a prueba la capacidad de razonar. Cuando se les plantea problemas a los estudiantes, no lo resuelven correctamente y en muchas ocasiones no saben qué proceso seguir y qué algoritmo aplicar, de ahí que este trabajo de investigación ayudará a conseguir a desarrollar las capacidades matemáticas y de manera importante el pensamiento lógico-matemático, que permitirá emplear los medios, las estrategias y las herramientas necesarias para resolver con facilidad, efectividad y precisión.

Además, se ejecuta a grupos humanos que necesitan lograr un correcto pensamiento que permitirá mejorar sus promedios en la materia y servirá para su preparación futura; es por esto que se cree conveniente realizar una investigación que motive ampliar las habilidades y que en el proceso alcancen aprendizajes significativos con la aplicación de estrategias adecuadas.

Con este estudio, se contribuye a tener una sociedad preparada con estudiantes que entiendan la materia y sobre todo experiencias para dar resultados concretos a toda clase de problemas matemáticos que encuentre en su alrededor.

Debemos tomar en cuenta que estos recursos no se solucionan inmediatamente, se debe practicar todos los días, fomentando la concentración, dedicación, tiempo y aplicación del razonamiento lógico.

1.1. Problema de investigación

La Resolución Ordenada de los Problemas Matemáticos y su Incidencia en el Desarrollo del Pensamiento Lógico-Matemático en los Estudiantes de los Octavos Años de la Unidad Educativa “Santa Rosa” de la Parroquia de Santa Rosa del Cantón Ambato.

1.2. Planteamiento del problema

La resolución ordenada de los problemas matemáticos es un tema muy importante dentro del estudio de las matemáticas, esto permite a las personas desarrollar su pensamiento lógico-matemático.

Los estudiantes que ingresan al octavo año, poseen falencias en esta parte del conocimiento; es decir, no ponen en práctica los algoritmos correctos a la hora de dar solución, por lo tanto, la mayoría lo resuelven de manera incorrecta y también es un parámetro para tener bajos promedios es esta ciencia. Esto se debe a muchos factores entre ellos los que están relacionados con las estrategias metodológicas que se emplean.

Los docentes en su mayoría ponen en práctica métodos y técnicas que no motivan a los estudiantes, por lo cual se vuelven mecánicos y memorísticos, no tienen comprensión sobre cómo resolver. Además, no cuentan con todos los recursos didácticos para el fortalecimiento del pensamiento, por ello se observan alumnos con poco deseo de aprender y de resolver problemas matemáticos.

1.3. Formulación del problema

¿Cómo incide la resolución ordenada de los problemas matemáticos en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa “Santa Rosa” de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato?

1.4. Sistematización del problema

- ✓ ¿Por qué es importante resolver ordenadamente los problemas matemáticos?
- ✓ ¿Cuál es el papel de la resolución de los problemas matemáticos en el aprendizaje significativo?
- ✓ ¿Cómo motivar a los estudiantes a resolver problemas matemáticos?
- ✓ ¿Qué debemos realizar para desarrollar el pensamiento lógico-matemático?

1.5. Delimitación del problema

La presente investigación se realizó en la Unidad Educativa “Santa Rosa” de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato provincia de Tungurahua en los octavos años, durante el período febrero – julio de 2014.

1.6. Justificación

Las autoridades y los docentes de la institución no han investigado las dificultades que presentan los estudiantes y las causas del por qué no pueden resolver de manera correcta los problemas matemáticos que se les presenta al igual de las consecuencias que repercute con el pensamiento lógico-matemático; siendo esto uno de los puntos importantes y de partida para desarrollar la presente investigación.

En la sociedad actual, que experimenta un creciente desarrollo científico, tecnológico y social, se considera cada vez más importante tener una buena preparación matemática que opere como vía de acceso a dichos conocimientos. Sin embargo, no es sólo porque está presente en todos los órdenes de la vida por lo que se justifica estudiar esta disciplina. En general, se debe enseñar para resolver los diferentes problemas del entorno y contribuir al desarrollo intelectual e integral de la persona.

Las matemáticas están presente en todos los ámbitos de la sociedad, la cual exige a todo ciudadano que posea una variedad de conocimientos y mensajes matemáticos que le permitan interpretar, comprender y al mismo tiempo utilizar para solucionar cualquier tipo de problemas.

Se ha tomado con mucho interés este tema, la sociedad demanda personas que se superen en la vida, con metas grandes, con un pensamiento crítico, reflexivo y sobre todo solucionador de problemas. Por ello es importante preparar al estudiante para la nueva sociedad; así, cuando tenga algún problema pueda buscar el respectivo resultado, si es posible utilizando objetos para representar la actividad.

En muchas ocasiones los estudiantes no pueden ordenar las ideas y el planteamiento lo hace de forma incorrecta, los valores no son los esperados, y es ahí cuando los profesores deben guiarlos, orientarlos, promoviendo la reflexión, y haciéndoles entender cómo se debe realizar y buscar las soluciones de los problemas presentados.

Los docentes no son los únicos encargados en prepararles a los alumnos a resolver los problemas matemáticos, los padres de familia deben ser obligados a adentrarse en las actividades escolares de los hijos para que desde casa también se trabaje con el desarrollo del pensamiento lógico-matemático y así poder mejorar el rendimiento académico.

1.7. Viabilidad

De la experiencia como docente de matemáticas, se ha detectado que la resolución ordenada de los problemas matemáticos ayuda a desarrollar el pensamiento lógico-matemático de los estudiantes, por lo que resulta interesante estudiar este fenómeno.

Adicionalmente se contó con la bibliográfica necesaria para investigar las dos variables de la tesis: la resolución ordenada de los problemas matemáticos y el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, esencial para realizar el marco referencial y la propuesta.

1.8. Objetivos

1.8.1. *Objetivo General:*

Determinar la incidencia de la resolución ordenada de los problemas matemáticos en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa “Santa Rosa” de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato.

1.8.2. *Objetivos Específicos:*

- Diagnosticar de qué manera resuelven los estudiantes los problemas matemáticos.
- Identificar las diferentes estrategias que utilizan los alumnos para resolver los problemas matemáticos.

- Comparar las diversas maneras de resolver los problemas matemáticos y seleccionar las más adecuadas.
- Comprobar estadísticamente las distintas formas de resolución de problemas matemáticos.
- Proponer una guía con estrategias para la resolución ordenada de los problemas matemáticos en la institución.

1.9. Marco hipotético

La resolución ordenada de los problemas matemáticos pretende desarrollar en los estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa "Santa Rosa" las capacidades matemáticas y el pensamiento lógico-matemático, factores sumamente importantes para el aprendizaje de esta materia, la cual permite practicar la creatividad y la capacidad de razonar al momento que ejecuten, sin importar la dificultad que represente. Además se anhela con este estudio juegue un papel muy importante en beneficio de toda la comunidad educativa.

El trabajo puede definirse metodológicamente como explicativa, descriptiva e inductiva. Las técnicas que se pondrá en práctica para recolectar los datos son los cuestionarios. La muestra seleccionada de manera aleatoria se aplicará a 132 estudiantes.

1.10. Hipótesis

La resolución ordenada de los problemas matemáticos incide en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa "Santa Rosa" de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato.

CAPÍTULO II

2. MARCO DE REFERENCIA

En este capítulo se analizará de forma breve todos los conceptos necesarios para realizar el trabajo de investigación que busca tomar en cuenta las definiciones correctas sobre las dos variables de estudio.

2.1. Matemáticas

2.1.1. *Definición de matemáticas*

Según Charles S. Peirce (1902), define a las matemáticas como: "el estudio de lo verdadero de las situaciones hipotéticas"; mientras Francis Bacon (1596) la considera como "la puerta y la llave de las ciencias".

Las matemáticas nos enseñan a pensar, a razonar, sobre todo a resolver problemas, porque por medio de ellas cada día se descubren nuevas ideas. Además se entiende que el papel de esta asignatura es el de ayudar a las personas a desenvolverse por sí solos en cualquier ámbito de la vida aplicando correctamente los números, símbolos, figuras geométricas, formas, etc., en todas las áreas y campos del saber humano; también, es un instrumento muy indispensable para las demás ciencias.

En la actualidad no se debe pensar que se deje de lado al cálculo matemático, "al contrario, lo que se trata es de huir del cálculo rutinario sin comprender lo que se hace y, por otro, es necesario tratar de resolver problemas realmente prácticos". (Colomer, 2004; citado por: Palma Carmen, 2009, http://repositorio.ute.edu.ec)

Las matemáticas buscan patrones, fórmulas, conjeturas, etc., para intentar alcanzar la verdad mediante deducciones.

Esta ciencia sirve principalmente para desarrollar la capacidad del razonamiento a través de nuestra vida, aunque no estudie, es un proceso natural de los individuos que si lo practican llegan a realizar grandes cosas, no sólo en esta materia, sino en cualquier área. Las matemáticas en la educación tiene precisamente ese objetivo, el de enseñar, entrenar y capacitar el razonamiento en el individuo; pero en este proceso influye también la cultura, la familia, nivel social y costumbres.

2.1.2. *Importancia de las matemáticas*

Las matemáticas son importantes porque todos los días nos encontramos frente a ellas. Necesitamos esta materia en todo lugar, en cualquier momento: en la escuela, oficina, cocina, industria, en el deporte, hospital,… es la base de todos los conocimientos que el hombre va adquiriendo; por ejemplo, en el hogar: cuando se distribuye el sueldo para afrontar los gastos del mes, al realizar las compras en el mercado u otro lugar, para preparar una receta de cocina, o incluso para repartir una torta.

Esta área es fundamental para el desarrollo intelectual de las personas, les ayuda a ser lógicos, a razonar ordenadamente y a tener una mente preparada para el pensamiento, la crítica y la abstracción.

Todo lo que sentimos está hecho o compuesto con patrones matemáticos sencillos o complejos de acuerdo al entorno donde se encuentran. Las matemáticas son esenciales para el conocimiento; por ejemplo: una casa, un automóvil, una televisión, un reproductor de CD, un celular, etc., está hecho por un patrón matemático al igual que las hojas de un árbol, una piña, las montañas o cualquier tipo de animal.

2.1.3. *Aporte de las matemáticas*

Las matemáticas, ha contribuido desde el mejorar las formas del desarrollo intelectual, hasta transformar la vida del hombre; además, juega un papel importante en el progreso de las ciencias, en la tecnología y para interpretar problemas.

Esta materia, está abierta a una multitud de campos, la mayoría de las profesiones y los trabajos técnicos que hoy en día se ejecutan, requieren de conocimientos matemáticos. Las actividades industriales, la medicina, la química, la arquitectura, la ingeniería, la robótica, las artes, la música, entre otras, utilizan esta área para expresar muchas ideas en forma numérica; además, es considerada como un medio universal, el lenguaje de la ciencia y de la técnica. Las matemáticas pueden explicar y predecir situaciones en todo ámbito natural, económico y social.

Si vamos al supermercado a comprar, pagar los impuestos o al SRI, o cuando se necesita hacer alguna operación utilizando las matemáticas. Por esta razón los docentes deben incentivar a los estudiantes y crear nuevas metodologías para lograr estimular al estudio de esta ciencia y no exista una sociedad sin herramientas o peor aún adultos sin conocimientos matemáticos para entender el entorno que nos rodea. En la actualidad la tecnología está en todo lado en el hogar, el trabajo, la escuela o en nuestro entorno social y cada vez son más cómodas, rápidas, seguras y/o eficientes, todo esto gracias a las matemáticas.

2.2. Problemas matemáticos

2.2.1. *Definición de problemas matemáticos*

Un problema matemático, consiste en buscar una solución para situaciones que se desea conocer; comprendiendo, analizando, tomando todos los datos presentados y aplicando los conocimientos y las estrategias necesarias para dar con el camino correcto; además, se deben completar ciertos pasos que permitan llegar a la respuesta y que sirvan como demostración del razonamiento.

“Resolver un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata”. (Pólya, 1965-a, http://revistasuma.es/IMG/pdf/22/103-107.pdf)

En otras palabras, un problema matemático plantea una pregunta y fija ciertas condiciones. Para resolverlo, se debe hallar un número u otra clase de entidad matemática que, cumpliendo con las condiciones fijadas, posibilite la resolución de la incógnita.

Finalmente se puede decir, que un problema matemático es un determinado asunto o una cuestión que requiere de una solución apropiada.

2.2.2. *Importancia de los problemas matemáticos*

La resolución de problemas es un tema de gran importancia para el avance de las matemáticas y también para su comprensión y aprendizaje.

La enseñanza de las matemáticas por medio de la resolución de problemas es una estrategia que permite a los docentes no solo enseñar de manera repetitiva los algoritmos de las operaciones básicas, sino que permite a los estudiantes desarrollar la capacidad de análisis y comprensión.

La ejecución de estas actividades, permiten también a los estudiantes poner en práctica sus conocimientos, y su aplicabilidad en todo momento.

Una solución debe estar encaminada a tomar las debidas alternativas y así encontrar las respuestas que necesita saber. Lo importante no es obtener el resultado, sino el camino que lleva hacia ella, y para lograrlo, practicarlo continuamente. La habilidad para resolver es una de las herramientas básicas que los estudiantes deben tener a lo largo de sus vidas, y usarla frecuentemente cuando sea necesario.

2.2.3. *Los problemas matemáticos y su clasificación*

Por el momento no existe un criterio único ni una sola clasificación de los problemas matemáticos; para tener una clasificación debemos considerar nuestra experiencia y los requerimientos de la sociedad actual y del medio en que vivimos.

2.2.3.1. *Problemas aritméticos:*

Son los problemas donde se aplican los conceptos, las definiciones y teorías de las operaciones básicas de las matemáticas -suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación- para su resolución; y la encontramos en todo nuestro entorno.

Por ejemplo:

- ¿Cuántas ventanas hay en un edificio de seis pisos y cuatro fachadas, si en cada piso hay doce ventanas hacia cada una de las cuatro calles?

En cada piso hay cuatro fachadas:

4 × 12 = 48

Hay 48 ventanas en cada piso

Como son seis pisos:

6 × 48 = 288

Respuesta: El edificio tiene 288 ventanas.

- La distancia entre dos ciudades de la costa es de 35 km. En un mismo instante, un auto sale de la ciudad A hacia la ciudad B y otro sale de la segunda hacia la primera. Transcurridos 15 min, han recorrido respectivamente 3/5 y 3/7 de la carretera que une los dos pueblos. a) ¿Cuántos kilómetros ha recorrido cada automóvil? ¿Se han cruzado los dos autos?

a) ¿Cuántos kilómetros ha recorrido cada automóvil?

Debemos multiplicar la distancia y el recorrido que han realizado los dos autos:

Auto A	Auto B
$x = 35 * \frac{3}{5}$	$y = 35 * \frac{3}{7}$
$x = \frac{105}{5}$	$y = \frac{105}{7}$
$x = 21\ km$	$y = 15\ km$

Respuesta: el auto A ha recorrido 21 km y el auto B 15 km.

b) ¿Se han cruzado los dos autos?

Se debe ver donde es la mitad entre las dos ciudades, por lo tanto dividimos:

35 ÷ 2 = 17,5

La mitad de la carretera entre las dos ciudades es de 17,5 km.

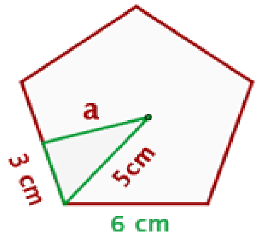
Respuesta: El auto A recorrió 21 km y el auto B 15 kilómetros, si la mitad del trayecto entre las dos ciudades es de 17,5 km; nos evidencia que los dos autos se cruzaron en algún lugar de la carretera.

2.2.3.2. *Problemas geométricos:*

Son aquellos problemas en que las situaciones presentadas nos encaminan a emplear los contenidos, conceptos y definiciones de carácter geométrico como: formas, figuras, áreas, perímetros, volúmenes,…

Ejemplo:

Calcular la apotema, el perímetro y el área de un pentágono regular de 6 cm de lado, su radio mide 5 cm.



Tengamos presente que:

La **apotema** es la distancia desde el centro de un polígono regular al punto medio de uno de sus lados; o también, es la distancia desde el centro de un círculo al punto medio de una cuerda.

El **área** es la superficie comprendida dentro de un perímetro.

El **perímetro** es la suma de todos los lados de una figura o de una superficie.

Apotema:

$$a = \sqrt{x^2 - y^2}$$

$$a = \sqrt{(5\ cm)^2 - (3\ cm)^2}$$

$$a = \sqrt{25\ cm^2 - 9\ cm^2}$$

$$a = \sqrt{16\ cm^2}$$

$$a = 4\ cm$$

Área:

$$A = \left(\frac{b \cdot a}{2}\right) \cdot n$$

$$A = \left(\frac{6\ cm \cdot 4\ cm}{2}\right) \cdot 5$$

$$A = \left(\frac{24\ cm^2}{2}\right) \cdot 5$$

$$A = 12\ cm^2 \cdot 5$$

$$A = 60\ cm^2$$

Perímetro:

$$P = \sum l$$

$$P = 6\ cm \cdot 5$$

$$P = 30\ cm$$

2.2.3.3. *Problemas de medida:*

Son todos los problemas donde los argumentos presentados y en todas sus dimensiones nos plantean estudios de índole relacionados a la obtención de resultados que se emplea en las medidas de longitud, superficie, capacidad, masa tiempo,...

Ejemplo:
Un depósito contiene 150 litros de agua; se consumen los 2/5 de su contenido. ¿Cuántos litros de agua queda en el depósito?

Si el depósito está lleno con los 5/5, lo que equivale a la unidad, restamos los 2/5 de lo que se consume; se tiene los litros que falta por consumir, es decir:

$$\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

Multiplicamos los 3/5 por los 150 litros que contiene el depósito:

$$\frac{3}{5} \cdot 150$$

$$3 \cdot 30$$

90

R: Nos queda por consumir 90 litros de agua.

2.2.3.4. *Problemas de probabilidad:*

La probabilidad es el conjunto de elementos de que un evento ocurra o no en un momento y tiempo determinado, en el cual se deben emplear metodologías manipulativas, participativas y creativas para su solución; además, nos permiten realizar predicciones en todo evento donde requieran las personas, y sirven para tomar las mejores decisiones. La probabilidad está presente en las actividades del quehacer humano.

Lo mejor es definir la probabilidad en términos de frecuencias relativas (porcentajes). La probabilidad “p” de que un hecho “A” ocurra, escrito como “p(A)”, se estima del siguiente modo:

$$p(A) = \frac{número\ de\ veces\ que\ ocurre\ A}{número\ de\ veces\ que\ puede\ ocurrir\ A}$$

Por ejemplo:

Si de cada 2000 mujeres de 50 años, 200 desarrollan cáncer de mama, la probabilidad de dicho cáncer en esta población es:

$$p(A) = \frac{200}{2000}$$

$$p(A) = 0{,}1$$

$$p(A) = 10\%$$

Respuesta: La probabilidad de desarrollar cáncer de mama es del 10%

2.2.3.5. *Problemas de razonamiento lógico:*

Son problemas en donde los contenidos permiten desarrollar todas las destrezas y capacidades matemáticas o no matemáticas de las personas, que servirán de base para afrontar las situaciones cotidianas tanto individual como grupal; y se los puede clasificar en:

2.2.3.5.1. *Problemas de razonamiento verbal:*

Son aquellos problemas que busca dotar a las personas los medios necesarios de la comunicación para que desarrolle las capacidades verbales y ser el ente de la transmisión de ideas o de información útil para todos sus allegados. Pueden ser:

- Sinonimia
- Antonimia
- Paronimia, homografía, homofonía y polisemia
- Holónimos, merónimos, hiperónimos y hipónimos
- Analogías
- Término excluido
- Oraciones incompletas
- Reestructuración oracional
- Valilexicón (Sinónimo y antónimos de palabras más usadas en ejercicios)

Ejemplo de sinonimia:

Identifique el sinónimo de RUTILANTE:

a) Opaco b) Refulgente c) Ordinario d) Refinado e) Apagado

RUTILANTE: adjetivo derivado de RUTILANCIA que significa brillo. Algunos sinónimos: fulgurante, fulgente, REFULGENTE.

Respuesta: b, Refulgente

Ejemplo de analogía

Elija la palabra para dar sentido a la siguiente analogía:

Dinamarca es a danés como España a...

a) Hispano b) Íbero c) Español d) Hebreo

Se refiere a gentilicios de países. El gentilicio de Dinamarca es danés, entonces el gentilicio de España es español.

Respuesta: c, Español

Ejemplo de oraciones

Complete la siguiente oración:

Los.................... pintan con la palabra; los............... hablan con el pincel.

a) pintores – artistas b) pintores – poetas c) artistas – literatos

d) poetas – pintores e) estultos – tontos

“Pintan con las palabras” lo relacionamos con poetas, no se puede decir “los pintores pintan con las palabras, el instrumento de los poetas para expresarse son las palabras. “Hablan con el pincel” se identifica con pintores, no mencionaremos “los poetas hablan con el pincel, el instrumento que emplean los pintores para pintar es el pincel.

Respuesta: d, poetas - pintores.

2.2.3.5.2. *Problemas de razonamiento numérico:*

Estos problemas permiten aplicar las operaciones básicas de aritmética (suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación), fórmulas y especialmente de la lógica que permite desarrollar las capacidades matemáticas y de resolver con rapidez y precisión. Entre ellos tenemos:

- Series o sucesiones
- Analogías
- Suficiencia de datos
- Probabilidad
- Razones y proporciones
- Regla de tres
- Porcentajes
- Resolución de ecuaciones
- Áreas
- Perímetros
- De medida, geometría, medida,…

Ejemplo de regla de tres simple directa:

El 32% de los asistentes a una reunión, eran hombres. Si el número de mujeres que asistió es 51. El número de hombres, fue:

a) 49 b) 17 c) 21 d) 24

32% son hombres, entonces las mujeres son el 68%, aplicando regla de tres:

32% $==> \ x \ (hombres)$

Si 68% $==> \ 51 \ (mujeres)$

$$x = \frac{32 \cdot 51}{68}$$

$$x = \frac{1632}{68}$$

$$x = 24$$

Respuesta: 24 hombres; opción d

Ejemplo de ecuaciones de primer grado:

Juan tiene 18 años más que José y, hace tres años tenía el doble. Calcular las edades de cada uno.

Solución:

Edad actual de José: x

Edad actual de Juan: x + 18

Edad de José hace 3 años: x – 3

Edad de Juan hace 3 años: x + 18 – 3 = x + 15

En síntesis tenemos:

Personas	Pasado	Presente
José	x – 3	x
Juan	x + 15	x + 18

Edad de José:

$x + 15 = 2\ (x - 3)$

$x + 15 = 2x - 6$

$x - 2x = -6 - 15$

$-x = -21$

$x = 21$ años

Edad de Juan:

$x + 18$

$21 + 18$

39 años

2.2.3.5.3. *Problemas de razonamiento abstracto*:

Son problemas que permite procesar la información del medio o del entorno tomando en cuenta sus características esenciales y no su forma real, emplea el análisis, la síntesis, la imaginación, el reconocimiento de patrones y la habilidad de trabajar con símbolos o situaciones no verbales. Para realizar esta actividad se puede aplicar:

- Memoria fotográfica
- Desdoblamiento de figuras
- Figuras ocultas
- Conteo de bloques
- Analogías por símbolos (dominó)
- Analogías de figuras
- Secuencias de gráficos
- Series de datos
- Formación de figuras

Ejemplo de analogías de figuras:

¿Cuál de las alternativas reemplaza al signo de interrogación?

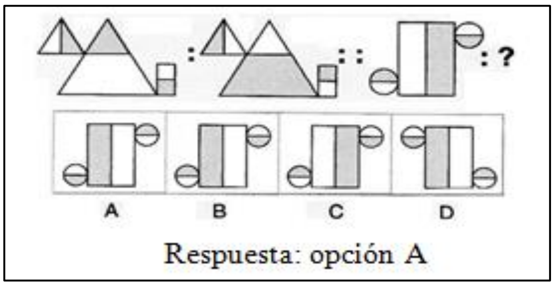


Gráfico 1-2. Analogía gráfica
Fuente: (Zevallos, 2013, http://profe-alexz.blogspot.com)

Solución: En la primera y en la segunda figura los colores blancos y plomos de los triángulos pequeños, triángulos grandes y de los rectángulos están opuestos; por tanto, la relación de la cuarta figura y siguiendo el patrón de las dos figuras anteriores, debemos buscar la figura en que sus colores blancos y plomos tanto del círculo de la parte superior como inferior y del rectángulo deben ser opuestos; la opción correcta es A, debido a que los colores están opuestos en relación a la tercera figura.

Ejemplo de secuencia de gráficos.

Encuentre la alternativa de la siguiente secuencia:

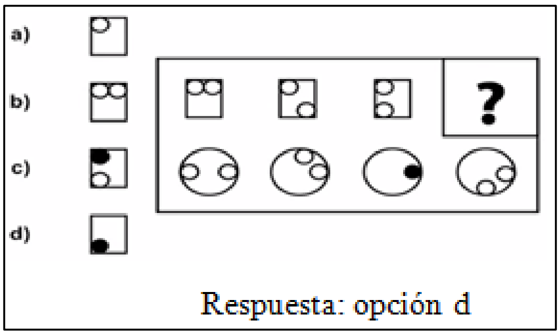


Gráfico 2-2. Secuencia gráfica 1
Fuente: (Zevallos, 2013, http://examen-senescyt.blogspot.com)

Solución: Se observa dos series de figuras, una en la parte superior y otra en la parte inferior, en la parte inferior en todas las figuras excepto en una se presenta dos circunferencias pequeñas dentro de la circunferencia grande, mientras una presenta la circunferencia pequeña dentro de la circunferencia grande pero como característica que la circunferencia pequeña es de color negro. En la parte superior todas tienen dos circunferencias pequeñas dentro de un rectángulo; por lo tanto, la alternativa que corresponde y de acuerdo al patrón de la parte inferior la opción que buscamos es que tenga una circunferencia pequeña dentro del rectángulo con la característica que la circunferencia sea de color negro. La opción correcta es la letra “d”.

2.3. Resolución de problemas matemáticos

“La resolución de problemas es una habilidad matemática que permite encontrar un método para conducir a la solución”. (Delgado R. , 1998; citado por: Mazario Triana Israel, http://monografias.umcc.cu)

Debemos decir que es resolver un determinado argumento real o ficticio por medio de diferentes estrategias modernas para encontrar una solución que satisfaga los resultados requeridos y las necesidades del estudiante, tomando en cuenta que tenga toda la compresión de los procesos de las estrategias a utilizar en la aplicación de los problemas para que no adquiera obstáculos al momento de encontrar los resultados.

Estas actividades no deben tratarse simplemente de un conocimiento inerte, más bien el de encontrar conocimientos reales, pero disponiendo los medios necesarios.

“Para resolver cualquier tipo de problemas se necesitan” (Pólya, 1965-b, http://revistasuma.es):

a) Comprender el problema: ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos y las condiciones?
b) Concebir un plan: ¿conoce un problema relacionado con el propuesto?, ¿conoce algún teorema que le pueda ser útil?, ¿podría enunciar el problema de otra forma?, ¿ha empleado todos los datos?
c) Ejecución del plan: comprobar cada uno de los pasos, ¿puede usted ver que el paso es correcto?
d) Visión retrospectiva: verificar el resultado.

Además se debe tomar en cuenta otros factores tales como:

1. Recursos: son los conocimientos previos que posee la persona, como conceptos, fórmulas, algoritmos y todas las nociones que se considere necesario saber para resolver un problema.
2. Control: que el alumno entienda de qué trata el problema, considere las posibles soluciones, revise varias veces el proceso planteado y los resultados obtenidos.
3. Sistema de creencias: ver como el estudiante se enfrenta a un problema matemático.

"Existen una serie de creencias sobre los problemas matemáticos que pueden interferir en los procesos de la resolución", estas pueden ser: (Schoenfeld, 1992; citado por: González Senovilla Laura, 2014, https://uvadoc.uva.es)

- Los problemas matemáticos tienen una y sólo una respuesta correcta.
- Existe una manera idónea para resolver cualquier problema, usualmente es la regla que el docente dio en la clase.
- La mayoría de estudiantes no pueden entender las matemáticas, simplemente esperan memorizar y aplicar mecánicamente los algoritmos y procesos matemáticos.
- La matemática es una actividad solitaria, por lo que no hay nada de trabajo en equipo.
- "La matemática aprendida en la escuela tiene poco o nada que ver con el mundo real". (Barrantes, 2006; citado por: Silva Laya Marisol, 2009, http://www.cimeac.com)

Los factores para la resolución de los problemas matemáticos, son:
- Datos plenamente establecidos en el enunciado, ¿qué dice?
- Análisis del texto del problema, ¿qué se va a encontrar?
- Aplicación de estrategias que permitan llegar a la solución, ¿cómo hacerlo?
- Verificación, monitoreo, evaluación o autoevaluación del proceso realizado, ¿es correcto lo que se hizo?, ¿existe otra vía?
- Socialización del resultado y de los pasos empleados para dar con el producto final, ¿se llegó al objetivo?

Al observar o verificar el desempeño de los estudiantes frente a la resolución de los problemas será preciso tomar en cuenta -en mayor o menor medida- los factores anteriores que ponen en práctica para realizar, el docente debe notar qué aplica y que argumentos le falta, con el propósito de poder ayudarlo y le sugiera que emplee el pensamiento reflexivo para encontrar las alternativas de solución que sean verdaderas y así, realzar las capacidades del individuo.

2.3.1. *El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje significativo*

En los últimos años, la resolución de problemas ha sido identificada como una actividad muy importante en el aprendizaje de las matemáticas.

Resolver problemas es esencial si queremos conseguir un aprendizaje significativo. No debemos pensar en esta actividad sólo como un contenido más del currículo matemático, sino como uno de los vehículos principales del aprendizaje de las matemáticas, y que sea una fuente de motivación para los estudiantes porque en la vida tendrán que resolver problemas por su propia cuenta.

En este proceso se pone especial interés en la interacción del estudiante con los problemas y la aplicación de las estrategias para su resolución. Todo esto contribuye a que desarrolle una importante y buena disposición hacia el estudio de esta área.

Además, intencionalmente busca los significados de las ideas de esta asignatura y discute el sentido de las soluciones de los problemas planteados.

La enseñanza a través de la resolución de problemas es actualmente un método muy usado para poner en práctica el aprendizaje activo y significativo. Pone interés para desarrollar el pensamiento lógico-matemático.

2.4. El pensamiento lógico-matemático

"Se entiende por pensamiento lógico-matemático al conjunto de habilidades que cada individuo debe tener para resolver operaciones básicas, analizar información, hacer uso del pensamiento reflexivo y del conocimiento del mismo mundo que lo rodea, para aplicarlo a su vida cotidiana. Se debe decir que esto no es posible si desde la infancia no se proporciona a los niños una serie de estrategias, que permitan el desarrollo de cada uno de los pre-requisitos necesarios para entender y practicar procesos de pensamiento lógico-matemático". (Rincón, 2011-a, http://www.corporacionsindromededown.org)

Pensar es la capacidad intelectual que diferencia al hombre del resto de los seres vivos de la naturaleza y es un don especial que permite interactuar de manera lógica frente a los distintos escenarios del entorno.

El pensamiento es el resultado de un conjunto de operaciones mentales como la observación, clasificación, razonamiento, discriminación, comparación, clasificación, predicción, análisis, generalización, identificación, emparejamiento, descripción, etc., para resolver operaciones y problemas matemáticos en todo momento, y aplicando el sistema simbólico, numérico y abstracto.

2.5. Desarrollo del pensamiento lógico-matemático

La capacidad de pensar es propia del ser humano, se desarrolla con el tiempo. Esta aptitud para pensar, que significa entenderse a sí mismo y al mundo que lo rodea, usando la percepción, atención, memoria, transferencia, etc., solucionando problemas que se presentan día tras día, recordando, imaginando y proyectando, puede estimularse mediante la educación y de los procesos biológicos, propias de las personas.

La importancia de desarrollar el pensamiento lógico-matemático, permite a todas las personas, de cualquier clase social, religiosa, educativa, económica, sexo y raza a satisfacer sus necesidades dentro del grupo humano en que se encuentre, aplicando la lógica y las reglas básicas de las matemáticas para poder resolver cualquier inquietud, fenómeno o cuestiones que el mundo necesita por resolver. Por esta razón es importante desarrollarlo para que los seres humanos puedan realizar por sí solos todas las actividades.

"En la actualidad se detectó la importancia de poner un mayor énfasis educativo en el perfeccionamiento de las habilidades del pensamiento de los estudiantes, en este sentido empezó a surgir una gran cantidad de programas innovadores cuyo objetivo principal consiste en proponer y reforzar la enseñanza de todas las destrezas que poseen las personas". (Pérez & al, 2011, http://www.eumed.net)

Para desarrollar el pensamiento del ser humano se debe realizar actividades de enseñanza-aprendizaje o de reforzamiento cognitivo y axiológico tales como:

conferencias, demostraciones, aplicación de técnicas de juego, dramatizaciones, trabajos en equipo, exposiciones, tácticas de interacción verbal, etc., en pequeños o grandes grupos tanto estudiante-estudiante o estudiante-docente.

"Desarrollar el pensamiento verbal, numérico y abstracto es uno de los temas más importantes en nuestros tiempos que permita tener personas con mentalidad favorable y exitosa que demanda la sociedad para el presente y para el futuro". (Chávez, 2009, http://www.mailxmail.com)

Los estudiantes con el paso del tiempo van adquiriendo una serie de capacidades tales como hablar, leer, calcular, razonar de manera mecánica; por lo tanto, no saben comprender cuál es el proceso y como se obtienen los resultados. Es muy importante que la educación de nuestros tiempos se encamine al desarrollo del pensamiento humano poniendo en práctica varias actividades de estimulación que sean novedosas y actualizadas que beneficien los atributos cognitivos, axiológicos y de crítica constructiva para lograr tener personas que sobresalgan en su vida futura y afronte todos los problemas que está en su entorno.

Hay numerosas actividades para desarrollar el pensamiento lógico-matemático que son muy sencillas -que se puede utilizar en el nivel básico- hasta las más complejas –para aplicar en el nivel medio o superior-, y estos recursos no se lo puede recibir o practicar exclusivamente en las instituciones educativas sino también en cualquier entorno del diario vivir; pueden ser un simple juego o un curso especializado, que permite estimular las destrezas de los individuos.

Las personas que tienen desarrollado lo suficiente esta inteligencia entienden, disfrutan y se motivan con las matemáticas, les agrada descubrir cómo funcionan las cosas y cómo están hechas; y sobre todo tienen alguna estrategia, método, algoritmo o modelo que pueden resolver con facilidad los ejercicios y problemas. Un modelo matemático es una construcción abstracta y simplificada relacionada con una parte de la realidad y creada para un propósito particular. Así, por ejemplo, un gráfico, una función o una ecuación; el objetivo es entender ampliamente el fenómeno y tal vez predecir su comportamiento en el futuro.

2.5.1. *Características del pensamiento lógico-matemático*

El pensamiento se enmarca en el aspecto sensomotriz y se desarrolla, principalmente, a través de los 5 sentidos. La multitud de experiencias que realiza cada persona, con los demás y con todos los objetos de su alrededor atrae a su mente varias ideas que le permita comprender cómo está compuesto el exterior. Estas ideas se convierten en conocimientos al compartir y relacionar con otros conocimientos, para verificar de lo que es verdad con lo que no es. El conocimiento matemático se va adquiriendo a través de las experiencias en el transcurso del tiempo.

El desarrollo de las capacidades matemáticas ayuda también a potenciar el pensamiento lógico-matemático, y estas son:

La observación: Es sumamente importante potenciarla y no debemos imponerla, debe ser libre y respetando la acción de las personas "ver lo que quiere ver, no lo que deseen que vea"; y es el paso inicial para relacionarse con el mundo externo. Ayudar a los estudiantes a fijarse en los detalles de todas las cosas del entorno beneficiará para que pueda diferenciar lo positivo y negativo, y en las clases de matemáticas ver todas las características que se presenta en la resolución de los ejercicios y problemas matemáticos; es decir, la observación nos permite adquirir información y ayuda también a desarrollar la atención.

"Hay que tener presente tres factores que intervienen de forma directa en el desarrollo de la observación: El factor tiempo, el factor cantidad y el factor diversidad". (Krivenko, 1990; citado por: Barrio José, 2004, http://revistas.ucm.es)

La imaginación: Es la capacidad que tienen las personas para representar las ideas y las imágenes del entorno y nos permite crear o proyectar los conocimientos, se potencia con actividades abstractas, para que ayuda al aprendizaje matemático a dar diversas soluciones e interpretaciones a los ejercicios y problemas que les presentan.

La intuición: Es la facultad de comprender las cosas al instante, sin necesidad de realizar actividades de razonamiento. En la resolución de ejercicios y problemas matemáticos debemos intuir de forma positiva y claramente al ver cómo está planteado los mismos ¿qué datos tenemos?, ¿qué operaciones debemos emplear? y ¿qué nos pide? Todo lo que se le ocurra al estudiante o proponga no se debe aceptar sin antes verificar los resultados. La intuición no debe provocar resultados adivinatorias.

El razonamiento lógico: El razonamiento es la forma del pensamiento mediante la cual, partiendo de uno o varios juicios verdaderos, se llega a una conclusión verdadera, falsa o posible, conforme a ciertas reglas de la lógica y de las matemáticas; y de métodos o estrategias que permitan aclarar las situaciones del entorno.

2.5.2. *Construcción del pensamiento lógico-matemático*

Debemos entenderla al pensamiento lógico-matemático desde tres categorías fundamentales:

a. **Capacidad para generar ideas matemáticas:** se debe enseñar al estudiante a que presente ideas por cuenta propia, el docente es el encargado de prepararlo para que realice estas acciones sin ninguna complicación; y no pretender confundir la idea con su representación. Las ideas son el conjunto de formas mentales para dar solución a un evento inesperado en ese instante; mientras que la representación de idea es una forma de ver la situación para sugerir las alternativas de solución a una situación presentada. No es necesario dar abundantes contenidos para que lleguen a generar ideas, mientras pocos conocimientos se den -eso sí los necesarios y adecuados- pero empleando estrategias activas y actualizadas se llegará a tener excelentes resultados.

b. **Utilización de las ideas para dar soluciones verdaderas:** el conjunto de ideas o acciones que se generen se utilizarán para satisfacer las necesidades del individuo y de los demás.

c. **Comprensión del entorno con mayor profundidad:** el alumno empleará las ideas de acuerdo donde se presenten los eventos, en este caso el ambiente de los problemas a resolver.

2.6. Determinación de la incidencia de la resolución ordenada de los problemas matemáticos

Para determinar la incidencia de la resolución ordenada de los problemas matemáticos en los estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa “Santa Rosa” de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato, se realizó el respectivo análisis con los promedios obtenidos de las calificaciones del cuestionario inicial con las del cuestionario final, luego de haber concluido con la investigación y de aplicar las respectivas estrategias para resolver ordenadamente los problemas matemáticos lo que nos permitió conseguir toda la información requerida, para el efecto se utilizó la siguiente fórmula matemática:

$$x = \frac{\mu_f - \mu_i}{\mu_i} * 100\%$$

Dónde:

μ_i: Promedio del cuestionario inicial

μ_f: Promedio del cuestionario final

$$x = \frac{15{,}36 - 6{,}98}{6{,}98} * 100\%$$

$$x = \frac{8{,}38}{6{,}98} * 100\%$$

$$x = 1{,}201 * 100\%$$

$$x = 120{,}01\%$$

La incidencia que se alcanzó con la aplicación de las estrategias para la resolución ordenada de los problemas matemáticos fue del 120,01%; por lo que se considera factible para lograr el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes.

CAPÍTULO III

3. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

El Diseño de la investigación es de validación del instrumento de evaluación, porque con este instrumento se evalúa a los estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa “Santa Rosa”, lo que nos permite tomar decisiones.

3.1. Modalidad de la investigación

El presente proyecto responde a una investigación de campo porque el estudio de los hechos se lo realizó donde se produce el problema, en este caso en la Unidad Educativa “Santa Rosa” de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato.

Se utilizó también una investigación bibliográfica para la elaboración del marco teórico y la propuesta, donde nos permite detectar, ampliar y profundizar diferentes enfoques, teorías, conceptos y criterios de diversos autores sobre el problema detectado, basándose en documentos, libros, tesis, revistas y otras publicaciones.

3.2. Tipos de investigación

Se aplicó una investigación descriptiva-explicativa, en la que se empleó dos cuestionarios con problemas matemáticos, el cuestionario inicial se desarrolló para realizar un estudio diagnóstico que nos permitió verificar cómo los estudiantes resuelven los problemas y qué estrategias utilizan para dar las respectivas soluciones.

Una vez procesados los resultados obtenidos en el cuestionario, se resolvió con los alumnos todos los problemas con el fin de comparar las respuestas.

En el transcurso de la investigación se trabajó con problemas matemáticos modelos que forman parte de la propuesta que se aplicó para cada clase de matemáticas, al igual de la complejidad, es decir, se empezó a realizar desde los problemas más sencillos hasta los más complejos, además se indicó los pasos que se deben seguir para su solución.

Los problemas que se propusieron también se trabajó en equipos que al final debían exponerlos para indicar los pasos que ejecutaron para llegar al resultado respectivo.

Finalmente se aplicó el cuestionario final que nos permitió verificar la relación que existe entre la resolución ordenada de los problemas matemáticos y el desarrollo del pensamiento lógico-matemático.

3.3. Métodos de investigación

Para realizar el presente proyecto, se utilizó los siguientes métodos:

3.3.1. *Método descriptivo*

Después de cuantificar estadísticamente los resultados obtenidos en los dos cuestionarios, se realizó un análisis detallado para saber el nivel del comportamiento del pensamiento lógico-matemático de los estudiantes.

3.3.2. *Método explicativo e inductivo*

Estos métodos nos permiten llegar al conocimiento de sus causas que nos conducirá a esclarecer el por qué de las diferencias entre los niveles de pensamiento lógico-matemático de los alumnos luego del análisis de la aplicación de los cuestionarios.

3.3.3. *Método estadístico*

Este método nos permite realizar la tabulación de los datos estadísticos obtenidos después de la aplicación de los dos cuestionarios, como también nos ayuda a validar la hipótesis de la investigación.

3.4. Técnicas e instrumentos

Se utilizó la técnica de la prueba.

Los instrumentos empleados son:

Dos cuestionarios con 20 problemas matemáticos cada uno para la obtención de la información que se requiere con la finalidad de validar la hipótesis de nuestra investigación.

La inferencia estadística que nos permitió sacar las respectivas conclusiones de los resultados obtenidos al finalizar con la aplicación de los dos cuestionarios de nuestro estudio.

3.5. Análisis de las variables estudiadas

Las variables de nuestra investigación son: la resolución ordenada de los problemas matemáticos (variable independiente), y el desarrollo del pensamiento lógico-matemático (variable dependiente).

3.6. Población y muestra

3.6.1. *Población*

El tamaño de la población es de 200 estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa "Santa Rosa" de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato.

3.6.2. *Muestra*

Para hallar el tamaño de la muestra se utilizó la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{n} = \frac{Nz^2\overline{pq}}{z^2\overline{pq} + e^2(N-1)}$$

Dónde:

n = Tamaño de la muestra

N = Tamaño de la población

z = Nivel de confianza con que se generaliza a la población (NC)

e = Margen de error o precisión con que se toma la muestra (ME)

p = Probabilidad de ocurrencia (homogeneidad del fenómeno, porcentaje de respuestas fiables o confiables, generalmente p = 0.5)

q = 1 – p = Probabilidad de no ocurrencia (respuestas no fiables)

Para la investigación se utilizó un nivel de confianza del 95% con un valor crítico z = 1,96; p = q = 0,5 y e = 0,05.

3.7. Planteamiento de las variables

Variable independiente: Resolución Ordenada de los Problemas Matemáticos.

Variable dependiente: Desarrollo del Pensamiento Lógico-Matemático.

3.8. Operacionalización conceptual de las variables

Variable Independiente:

En el presente estudio se entenderá por: **Resolución Ordenada de los Problemas Matemáticos** a la secuencia lógica de la resolución, la verificación, determinación e interpretación de los resultados; es decir, "buscar una determinada entidad matemática de entre un conjunto de ideas del mismo tipo que satisfaga las llamadas condiciones del problema". (Wikipedia, 2014, https://es.wikipedia.org)

Variable Dependiente

En esta investigación se entenderá por: **Desarrollo del Pensamiento Lógico-Matemático** "al conjunto de habilidades que cada individuo debe tener para resolver ciertas operaciones básicas, analizar información, hacer uso del pensamiento reflexivo y del conocimiento del mismo mundo que lo rodea, para aplicarlo a su vida cotidiana". (Rincón, 2011-b, http://www.corporacionsindromededown.org)

3.9. Operacionalización metodológica de las variables

Tabla 1-3. Operacionalización metodológica de las variables

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
VARIABLE INDEPENDIENTE: Resolución ordenada de los problemas matemáticos	Secuencia lógica	• Sensación • Percepción • Memoria • Motivación	¿Recuerdas los pasos para resolver los problemas matemáticos? ¿Te encuentras motivado para resolver problemas?	Encuestas Entrevistas Cuestionarios
	Verificación, determinación e interpretación de resultados	• Relación objetos-contenidos • Busca alternativas de solución • Comprueba resultados • Comenta resultados	¿Reconoces o relacionas los objetos para resolver los problemas matemáticos? ¿Buscas alternativas para resolver los problemas? ¿Compruebas los resultados de los problemas? ¿Expones el resultado final del problema?	
	Estrategias	• Métodos • Técnicas • Acciones • Procedimientos	¿Qué métodos utilizas para resolver los problemas matemáticos? ¿Con la aplicación de estrategias puedes resolver los problemas?	La palabra clave Lluvia de ideas Cocina matemática Creación de problemas matemáticos Buscar un patrón Trabajo en equipo Ensayo-Error Organización de la información en tablas, diagramas o figuras Buscar un problema semejante Modificar el problema Analogías Abstracción Tecnología matemática

Tabla 1-3. Continuación

VARIABLE DEPENDIENTE: Desarrollo del pensamiento lógico-matemático	Habilidades	• Creatividad matemática • Habilidad en el ámbito cognitivo	¿Tienes habilidades para crear problemas matemáticos?	Encuestas Entrevistas Cuestionarios
	Operaciones básicas	• Suma • Resta • Multiplicación • División	¿Entiendes cómo realizar los problemas matemáticos con suma, resta, multiplicación y división?	
	Análisis de información	• Discriminación • Generalización • Abstracción	¿Identificas los objetos para resolver los problemas matemáticos?	
	Pensamiento reflexivo	• Competencias del estudiante	¿Resuelves con lógica los problemas matemáticos?	
	Conocimiento	• Conceptos naturales • Conceptos formales • Conceptos de objeto-materia • Procedimientos	¿Conoce los procedimientos para resolver los problemas matemáticos?	

Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

3.10. Verificación de las hipótesis

Pasos para verificar las hipótesis de la investigación:

1. Planteamiento de las hipótesis

Establecemos la hipótesis nula (H_0) y la hipótesis alterna (H_1):

a) Hipótesis nula(H_0): El promedio de las calificaciones del cuestionario inicial es igual al promedio de las calificaciones del cuestionario final.

b) Hipótesis alterna(H_1): El promedio de las calificaciones del cuestionario inicial es menor al promedio de las calificaciones del cuestionario final.

Es decir:

$H_0: \mu_{Ci} = \mu_{Cf}$
$H_1: \mu_{Ci} < \mu_{Cf}$

2. Nivel de significancia

Se desea probar las hipótesis de la investigación con un nivel de significancia del 5%; es decir, α = 0,05.

3. Tamaño de la muestra y cálculos estadísticos

El tamaño de la muestra es de 132 estudiantes, se conoce la media aritmética y la desviación estándar de la muestra, por lo que se trata de una prueba unilateral izquierda de la media; luego se aplicará el estadístico t-student, que es la siguiente:

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{sd}{\sqrt{n}}} \qquad \bar{d} = \frac{\sum d}{n} \qquad sd = \sqrt{\frac{\sum\left(d - \bar{d}\right)^2}{n-1}}$$

Dónde:

t = Estadístico t-student

$\bar{d}$ = Media aritmética de las diferencias

sd = Desviación estándar de las diferencias

n = Tamaño de la muestra

$\sum d$ = Sumatoria de las diferencias

$\sum(d - \bar{d})^2$ = Sumatoria de las diferencias al cuadrado

n – 1 = Tamaño de la muestra menos 1

4. Regiones de aceptación y rechazo

Las regiones de aceptación y rechazo de la hipótesis nula H_O se definen por el valor crítico t, según la tabla t-student, a una cola (izquierda) con un nivel de significancia del 0,05 y con 131 grados de libertad (132– 1).

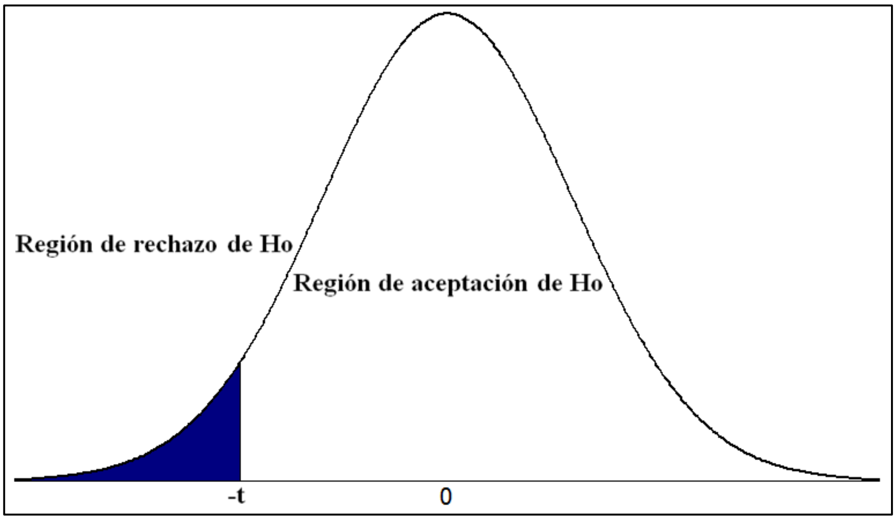


Gráfico 1-3. Representación gráfica del estadístico chi-cuadrado
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C.

5. Decisión estadística

Si el estadístico t-student se encuentra en la región de aceptación, se rechazará la hipótesis alterna H_1 y se aceptará la hipótesis nula H_0; es decir, aceptamos que los promedios de las calificaciones del cuestionario inicial es igual a los promedios del cuestionario final. Este resultado implicará que la resolución ordenada de los problemas matemáticos NO incide en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes de los Octavos Años de la Unidad Educativa "Santa Rosa" de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato.

Si el estadístico t-student se encuentra en la región de rechazo, la hipótesis nula H_0 se rechaza y se acepta la hipótesis alterna H_1, es decir, que los promedios de las calificaciones del cuestionario inicial es menor a los promedios del cuestionario final; este resultado implicará que la resolución ordenada de los problemas matemáticos SI incide en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes de los Octavos Años de la Unidad Educativa "Santa Rosa" de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato.

CAPÍTULO IV

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Resultados de la encuesta dirigida a los estudiantes de los Octavos Años

La recopilación de la información de la encuesta del Anexo A, se aplicó a los 132 estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa "Santa Rosa" del cantón Ambato con el objetivo de verificar sobre aspectos importantes que tienen acerca de la resolución ordenada de los problemas matemáticos; las preguntas planteadas están relacionadas con la investigación así también con los objetivos y las hipótesis, donde se quiere conocer cómo determinar y cuál es la incidencia de la resolución ordenada de los problemas matemáticos en el pensamiento lógico-matemático.

Las preguntas planteadas en la encuesta son las siguientes:

1. ¿Solo con memorizar definiciones y fórmulas puedes resolver los problemas matemáticos?
2. ¿Has obtenido bajas calificaciones al no poder resolver los problemas matemáticos?
3. ¿Tienes dificultades de relacionar los objetos matemáticos para resolver los problemas?
4. ¿Tu profesor te ayuda a desarrollar tus habilidades matemáticas para resolver y entender los problemas?
5. ¿Resuelves de manera rápida los problemas matemáticos?
6. ¿Identificas los procedimientos matemáticos para la resolución de problemas con suma y resta?
7. ¿Identificas los procedimientos matemáticos para la resolución de problemas con multiplicación y división?
8. ¿Tu profesor te explica de manera detenida los pasos necesarios para resolver un problema matemático?
9. ¿La resolución de problemas matemáticos te ayudan a desarrollar tu creatividad?
10. ¿Te gustaría que tu maestro implemente estrategias innovadoras para mejorar la resolución de problemas matemáticos?

Los resultados obtenidos de la encuesta fueron:

Tabla 1-4. Resultados de la encuesta dirigida a los estudiantes

Items / Preguntas	Siempre	Con frecuencia	A veces	Casi nunca	Nunca
P 1	31	50	37	11	3
P 2	10	32	79	3	8
P 3	13	51	59	7	2
P 4	13	26	70	18	5
P 5	12	36	64	16	4
P 6	14	10	76	25	7
P 7	11	13	73	29	6
P 8	11	7	95	16	3
P 9	17	37	30	43	5
P 10	85	35	12	0	0

Fuente: Encuesta dirigida a los estudiantes de los octavos años
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

4.1.1. *Prueba de bondad de ajuste de la encuesta dirigida a los estudiantes de los octavos años*

a. Frecuencias observadas (datos obtenidos de la encuesta)

Tabla 2-4. Frecuencias observadas de la encuesta dirigida a los estudiantes

Items / Preguntas	Siempre	Con frecuencia	A veces	Casi nunca	Nunca	TOTAL
P 1	31	50	37	11	3	**132**
P 2	10	32	79	3	8	**132**
P 3	13	51	59	7	2	**132**
P 4	13	26	70	18	5	**132**
P 5	12	36	64	16	4	**132**
P 6	14	10	76	25	7	**132**
P 7	11	13	73	29	6	**132**
P 8	11	7	95	16	3	**132**
P 9	17	37	30	43	5	**132**
P 10	85	35	12	0	0	**132**
TOTAL	**217**	**297**	**595**	**168**	**43**	**1320**

Fuente: Resultados encuesta dirigida a los estudiantes de los octavos años
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

b. Frecuencias esperadas

Tabla 3-4. Frecuencias esperadas de la encuesta dirigida a los estudiantes

Items / Preguntas	Siempre	Con frecuencia	A veces	Casi nunca	Nunca	TOTAL
P 1	21,7	29,7	59,5	16,8	4,3	**132**
P 2	21,7	29,7	59,5	16,8	4,3	**132**
P 3	21,7	29,7	59,5	16,8	4,3	**132**
P 4	21,7	29,7	59,5	16,8	4,3	**132**
P 5	21,7	29,7	59,5	16,8	4,3	**132**
P 6	21,7	29,7	59,5	16,8	4,3	**132**
P 7	21,7	29,7	59,5	16,8	4,3	**132**
P 8	21,7	29,7	59,5	16,8	4,3	**132**
P 9	21,7	29,7	59,5	16,8	4,3	**132**
P 10	21,7	29,7	59,5	16,8	4,3	**132**
TOTAL	**217,0**	**297,0**	**595,0**	**168,0**	**43,0**	**1320**

Fuente: Resultados encuesta dirigida a los estudiantes de los octavos años
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

4.1.2. *Verificación de las hipótesis de la encuesta dirigida a los estudiantes*

Pasos para verificar las hipótesis de la encuesta dirigida a los estudiantes:

1. Planteamiento de las hipótesis

Establecemos la Hipótesis Nula (H_0) y la Hipótesis Alterna (H_1) de la encuesta dirigida a los estudiantes:

a) Hipótesis Nula (H_0): Las preguntas de la encuesta NO guardan relación con los ítems.
b) Hipótesis Alterna (H_1): Las preguntas de la encuesta SI guardan relación con los ítems.

2. Nivel de significancia

Se comprobó la hipótesis de la encuesta dirigida a los estudiantes con un nivel de significancia del 5%; es decir, $\alpha = 0,05$.

3. Tamaño de la muestra y cálculos estadísticos

La encuesta se realizó a una muestra de 132 estudiantes.

Cálculo del estadístico Chi-cuadrado X^2:

$$X^2 = \sum \left[\frac{(FO - FE)^2}{FE} \right]$$

Dónde:

$X^2 =$ Chi-cuadrado

$\sum$ = Sumatoria

FO = Frecuencia Observada

FE = Frecuencia Esperada

Grados de libertad:

Para el cálculo de los grados de libertad se estableció un número de columnas y filas.

$gl = (f - 1)(c - 1)$

Dónde:

$gl =$ Grados de libertad

$f =$ Fila de la tabla

$c =$ Columna de la tabla

Remplazando los valores en la ecuación obtenemos los grados de libertad:

$gl = (5 - 1)(10 - 1)$

$gl = (4)(9)$

$gl = 36$

Resultados de la prueba Chi-cuadrado X^2 (ver tabla Anexo E)

$$X^2 = \sum \left[\frac{(FO - FE)^2}{FE} \right]$$

$X^2 = 494{,}31$

4. **Regiones de aceptación y rechazo**

Las regiones de aceptación y rechazo de la hipótesis nula se definen por el valor crítico X^2 calculado según la tabla es de 51 con 36 grados de libertad.

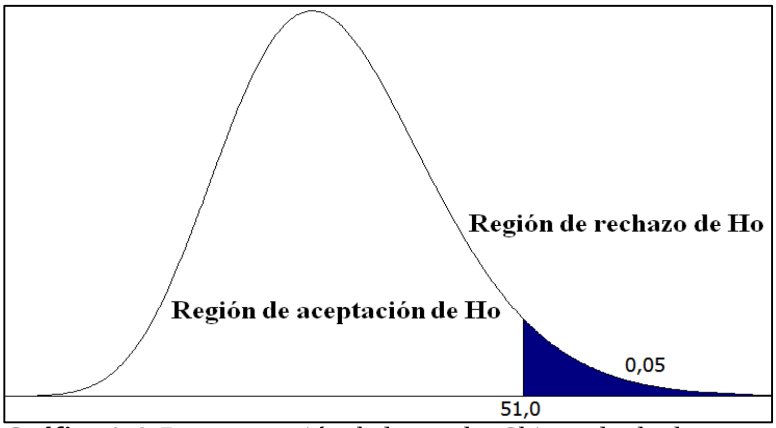


Gráfico 1-4. Representación de la prueba Chi-cuadrado de las encuestas dirigidas a los estudiantes
Realizado por: Edwin R. Ases C.

5. **Decisión estadística**

El estadístico calculado X^2 = 494,31 se encuentra en la región de rechazo de la hipótesis nula H_0 por lo tanto se acepta la hipótesis alterna H_1; es decir, las preguntas de la encuesta SI guardan relación con los ítems.

4.2. Entrevista al docente de matemáticas

La recopilación de la información de la entrevista del Anexo B, se aplicó al único docente que imparte la materia de matemáticas a los 5 paralelos que conforman los octavos años de la Unidad Educativa "Santa Rosa" de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato con el objetivo de verificar sobre aspectos importantes que tienen los estudiantes acerca de la resolución ordenada de los problemas matemáticos.

Las preguntas planteadas en la entrevista son las siguientes:

1. ¿Los estudiantes recuerdan los procedimientos para resolver los problemas matemáticos?

2. ¿Los estudiantes solo con memorizar definiciones y fórmulas pueden resolver los problemas matemáticos?
3. ¿Los estudiantes han obtenido bajas calificaciones al no poder resolver los problemas matemáticos?
4. ¿Ayuda a desarrollar las habilidades matemáticas de los estudiantes para resolver los problemas?
5. ¿Los estudiantes resuelven de manera rápida los problemas matemáticos?
6. ¿Los estudiantes entienden los procedimientos matemáticos para la resolución de los problemas con suma y resta?
7. ¿Los estudiantes entienden los procedimientos matemáticos para la resolución de los problemas con multiplicación y división?
8. ¿Explica de manera detenida los pasos necesarios para resolver los problemas matemáticos?
9. ¿Apoya a los estudiantes para que descubran como resolver un problema matemático?
10. ¿Cree Ud. que los problemas matemáticos ayuda a desarrollar el pensamiento lógico-matemático de los estudiantes?

Las respuestas de la entrevista fueron las siguientes:

Tabla 4-4. Resultados de la entrevista dirigida al docente de matemáticas

Items / **Preguntas**	**RESPUESTAS**
P 1	No Los estudiantes siempre necesitan que el docente les recuerde los procedimientos para resolver los problemas matemáticos
P 2	Si La mayoría de estudiantes necesitan memorizar definiciones y fórmulas para resolver los problemas matemáticos
P 3	Si La mayoría de estudiantes tienen bajas calificaciones al no poder resolver los problemas matemáticos
P 4	Si Siempre ayudo a desarrollar las habilidades matemáticas de los estudiantes para resolver los problemas
P 5	No La mayoría de estudiantes no resuelven de manera rápida los problemas matemáticos, se demoran en realizarlo
P 6	No La mayoría de estudiantes no entienden los procedimientos matemáticos para resolver los problemas con suma y resta

Tabla 4-4. Continuación

P 7	No La mayoría de estudiantes no entienden los procedimientos matemáticos para resolver los problemas con multiplicación y división
P 8	Si Siempre explico a los estudiantes de manera detenida los pasos necesarios para resolver los problemas matemáticos
P 9	Si Siempre apoyo a los estudiantes descubrir cómo resolver los problemas matemáticos
P 10	Si Los problemas matemáticos ayuda a desarrollar el pensamiento lógico-matemático de los estudiantes

Fuente: Entrevista al docente de matemáticas
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

4.2.1. *Prueba de bondad de ajuste de la entrevista dirigida al docente de la materia de matemáticas de los octavos años*

a. Frecuencias observadas (datos obtenidos de la entrevista)

Tabla 5-4. Frecuencias observadas de la entrevista dirigida al docente

Items / Preguntas	RESPUESTAS		TOTAL
	SI	NO	
P 1	0	1	**1**
P 2	1	0	**1**
P 3	1	0	**1**
P 4	1	0	**1**
P 5	0	1	**1**
P 6	0	1	**1**
P 7	0	1	**1**
P 8	1	0	**1**
P 9	1	0	**1**
P 10	1	0	**1**
TOTAL	**6**	**4**	**10**

Fuente: Entrevista al docente de matemáticas
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

b. Frecuencias esperadas

Tabla 6-4. Frecuencias esperadas de la entrevista dirigida al docente

Items / Preguntas	RESPUESTAS		TOTAL
	SI	NO	
P 1	0,6	0,4	**1**
P 2	0,6	0,4	**1**
P 3	0,6	0,4	**1**
P 4	0,6	0,4	**1**
P 5	0,6	0,4	**1**

Tabla 6-4. Continuación

P 6	0,6	0,4	**1**
P 7	0,6	0,4	**1**
P 8	0,6	0,4	**1**
P 9	0,6	0,4	**1**
P 10	0,6	0,4	**1**
TOTAL	**6,0**	**4,0**	**10**

Fuente: Entrevista al docente de matemáticas
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

4.2.2. *Verificación de las hipótesis de la entrevista al docente de matemáticas*

Pasos para verificar la hipótesis de la entrevista al docente de matemáticas:

1. Planteamiento de las hipótesis

Establecemos la Hipótesis Nula (H_0) y la Hipótesis Alterna (H_1) de la entrevista dirigida al docente de matemáticas:

a) Hipótesis Nula (H_0): Las preguntas de la entrevista NO guardan relación con los ítems.
b) Hipótesis Alterna (H_1): Las preguntas de la entrevista SI guardan relación con los ítems.

2. Nivel de significancia

Se comprobó la hipótesis de la entrevista dirigida al docente de matemáticas con un nivel de significancia del 5%; es decir, α = 0,05.

3. Tamaño de la muestra y cálculos estadísticos

La entrevista se realizó a un solo docente, quien imparte la materia a todos los cinco paralelos que conforman los octavos años.

Cálculo del estadístico Chi-cuadrado X^2:

$$X^2 = \sum \left[\frac{(FO - FE)^2}{FE} \right]$$

Grados de libertad: Para el cálculo de los grados de libertad se estableció un número de columnas y filas.

$$gl = (f-1)(c-1)$$

Dónde:

$gl =$ Grados de libertad
$f =$ Fila de la tabla
$c =$ Columna de la tabla

Remplazando los valores en la ecuación obtenemos los grados de libertad:

$$gl = (10-1)(2-1)$$
$$gl = (9)(1)$$
$$gl = 9$$

Resultados de la prueba Chi-cuadrado X^2 (ver tabla Anexo F)

$$X^2 = \sum \left[\frac{(FO-FE)^2}{FE}\right]$$
$$X^2 = 9{,}96$$

4. Regiones de aceptación y rechazo

Las regiones de aceptación y rechazo de la hipótesis nula se definen por el valor crítico X^2 calculado según la tabla es de 16,9 con 9 grados de libertad.

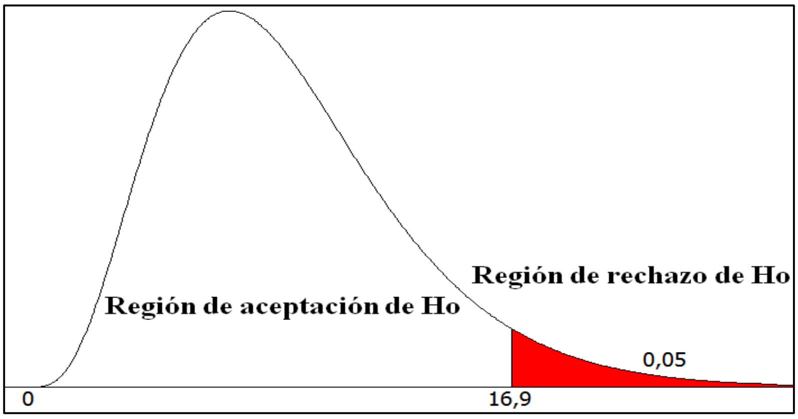


Gráfico 2-4. Representación del Chi-cuadrado de la entrevista dirigida al docente de matemáticas
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C.

5. Decisión estadística

El estadístico calculado X^2 = 9,96 se encuentra en la región de aceptación de la hipótesis nula H_0 por lo tanto se acepta la hipótesis nula H_0; es decir, las preguntas de la encuesta NO guardan relación con los ítems.

4.3. Evaluación de los cuestionarios inicial y final aplicado a los estudiantes

Se aplicaron dos evaluaciones para determinar y conocer de qué manera resuelven los problemas matemáticos y el nivel del pensamiento lógico-matemático que tienen los estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa “Santa Rosa” de la parroquia Santa Rosa del cantón Ambato al inicio y al final de la investigación.

El primer cuestionario del Anexo C se aplicó al inicio del estudio, el objetivo de la misma es el de verificar, diagnosticar el nivel de pensamiento lógico-matemático y los métodos que aplican para dar solución. El instrumento consta de 20 problemas matemáticos, los estudiantes tuvieron que resolverlo en 120 minutos. Luego de realizada la evaluación inicial, se procedió a resolver para verificar y constatar en qué fallaron con la finalidad que en futuras evaluaciones no cometan los mismos errores.

Al procesar los datos de la evaluación inicial, se comprobó también que el 80% de los estudiantes que obtuvieron calificaciones de 4 a 10 puntos no tenían ningún método para resolver los problemas matemáticos, en este caso lo realizaban de manera improvisada, es decir: sumaban, retaban, multiplicaban o dividían todos los valores que encontraban. Se evidenció que el 20% alcanzaron las calificaciones más altas en este caso 11 y 12 puntos, tenían un método o estrategia para dar solución, el único procedimiento que aplicaron fue el de la palabra clave, que los alumnos saben este mecanismo porque es el que más utilizan los docentes de los años inferiores, el cual consiste en identificar qué pide el problema, qué datos se tiene y qué operación o algoritmo se debe aplicar para encontrar el resultado correcto.

Para aplicar este método de resolución con éxito, sobre todo en un principio, es fundamental que el enunciado del mismo sea claro y conciso y se ajuste a la capacidad de abstracción de los estudiantes. Además, permite asociar el significado de determinadas palabras como “total”, “repartir”, “quedan”, “al cabo de”, “al final de”, “resto”, “más…que”, etc. a las operaciones matemáticas básicas de sumar, restar, multiplicar o dividir. Podemos afirmar que la resolución de problemas es fundamental para que los estudiantes puedan enfrentarse a situaciones cotidianas y para que tomen decisiones correctas y precisas.

Resultados obtenidos en la evaluación del cuestionario inicial

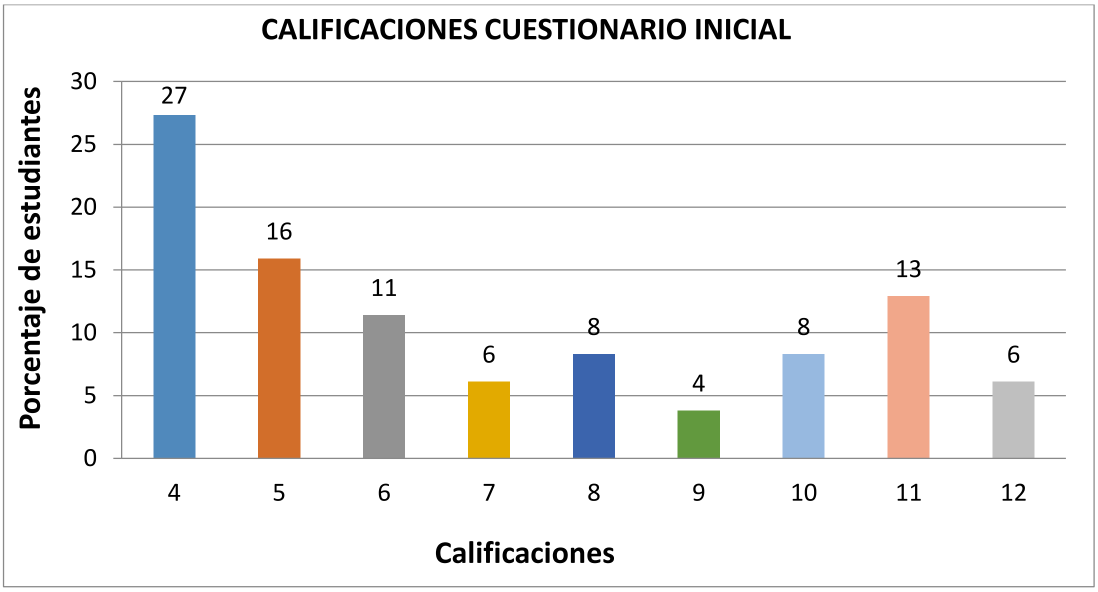


Gráfico 3-4. Resultados de la evaluación inicial
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C.

En el gráfico anterior se observa que un 27% de los estudiantes obtuvieron una nota de 4 y el 4% 9. Además el 16% tienen una valoración de 5, el 13% una nota de 11, el 11% tienen una calificación de 6, el 8% notas de 8 y 10, y el 6% tienen calificaciones de 7 y 12 puntos.

En el transcurso de la investigación se procedió a trabajar con problemas sencillos, posteriormente se aumentó la complejidad, también se resolvieron en forma individual y en equipo para que puedan tener otros criterios de cómo solucionar y sobre todo para que los estudiantes que saben dominar enseñen a los que todavía no lo pueden realizar correctamente. Además, para procesar, se puso en práctica las estrategias que forman parte de la propuesta. Cada problema planteado y resuelto en clases, al final de realizarlo se detallaba los pasos para llegar al resultado respectivo.

Las estrategias aplicadas durante el proceso a los alumnos de los octavos años para resolver de forma ordenada los problemas matemáticos con el propósito de desarrollar el pensamiento lógico-matemático, fueron los siguientes: ensayo-error, patrón numérico, la palabra clave, analogías y abstracción. Cada estrategia se desarrolló de la siguiente manera: presentación, exposición de la conceptualización, detalle de los pasos para realizar y aplicación con ejemplos prácticos.

A continuación se presenta los resultados de la aplicación de las estrategias propuestas al inicio y al final de las mismas:

Estrategia "Ensayo – Error"

Pasos para la aplicación de la estrategia "Ensayo – Error":

1. Presentación del problema
2. Análisis del problema
3. Asignación de valores a las condiciones dadas en el problema
4. Comprobación si se ha alcanzado el objetivo esperado
5. Resolución del problema

Resultados de la aplicación de la evaluación inicial y final de la estrategia "Ensayo – Error"

Tabla 7-4. Resultados de la evaluación estrategia ensayo-error

RESULTADOS DE LAS EVALUACIONES DE LA ESTRATEGIA ENSAYO – ERROR				
CALIFICACIONES	EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
	NÚMERO DE ESTUDIANTES	%	NÚMERO DE ESTUDIANTES	%
1	14	10,61	0	0,00
2	35	26,52	0	0,00
3	30	22,73	0	0,00
4	33	25,00	8	6,06
5	20	15,15	12	9,09
6	0	0,00	43	32,58
7	0	0,00	55	41,67
8	0	0,00	14	10,61
9	0	0,00	0	0,00
10	0	0,00	0	0,00
TOTAL	**132**	**100,00**	**132**	**100,00**

Fuente: Resultados de la prueba ensayo-error
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

Con la información de la tabla anterior, debemos mencionar que en el cuestionario inicial los resultados obtenidos no fueron los deseados, porque el 100% de los estudiantes tienen notas de 1, 2, 3, 4 y 5 puntos, no pudieron conseguir el puntaje mínimo de 7. En el cuestionario final las calificaciones reflejan un gran cambio, el 52,28% 69 evaluados poseen una valoración de 7 y 8 puntos en cambio el resto su puntuación fue de 4, 5 y 6 que representa el 47,72% 63 escolares. Cabe indicar que esta estrategia superó con los objetivos propuestos.

Estrategia "Patrón Numérico"

Pasos para la aplicación de la estrategia "Patrón Numérico":

1. Presentación del problema
2. Observación
3. Análisis de lo observado
4. Aplicación de fórmulas de solución (si el caso lo permite)
5. Resolución del problema

Resultados de la aplicación de la evaluación inicial y final de la estrategia "Patrón Numérico"

Tabla 8-4. Resultados de la evaluación estrategia patrón numérico

RESULTADOS DE LAS EVALUACIONES DE LA ESTRATEGIA PATRÓN NUMÉRICO				
CALIFICACIONES	EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
	NÚMERO DE ESTUDIANTES	%	NÚMERO DE ESTUDIANTES	%
1	17	12,88	0	0,00
2	16	12,12	0	0,00
3	37	28,03	0	0,00
4	30	22,73	10	7,58
5	21	15,91	20	15,15
6	11	8,33	32	24,24
7	0	0,00	47	35,61
8	0	0,00	21	15,91
9	0	0,00	2	1,52
10	0	0,00	0	0,00
TOTAL	**132**	**100,00**	**132**	**100,00**

Fuente: Resultados de la prueba patrón numérico
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

De acuerdo con la información de la tabla anterior, señalamos que en el cuestionario inicial las calificaciones obtenidas no fueron los anhelados, el 100% de los alumnos tienen puntajes de 1, 2, 3, 4, 5 y 6 puntos, no alcanzaron llegar al promedio requerido de 7. En el cuestionario final los resultados expresan el cambio, estos son: el 53,04% que representa 70 escolares poseen una puntuación de 7, 8 y 9 puntos frente al 46,96% 62 evaluados que lograron tener 4, 5 y 6. Esta estrategia también cumple con las metas establecidas.

Estrategia "La Palabra Clave"

Pasos para la aplicación de la estrategia "La Palabra Clave":

1. Presentación del problema
2. Lectura del problema
3. Análisis del problema
4. Resolución del problema

Resultados de la aplicación de la evaluación inicial y final de la estrategia "La Palabra Clave"

Tabla 9-4. Resultados de la evaluación estrategia la palabra clave

RESULTADOS DE LAS EVALUACIONES DE LA ESTRATEGIA LA PALABRA CLAVE				
CALIFICACIONES	EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
	No. DE ESTUDIANTES	%	No. DE ESTUDIANTES	%
1	13	9,85	0	0,00
2	24	18,18	0	0,00
3	19	14,39	0	0,00
4	30	22,73	8	6,06
5	28	21,21	21	15,91
6	17	12,88	32	24,24
7	1	0,76	45	34,09
8	0	0,00	26	19,70
9	0	0,00	0	0,00
10	0	0,00	0	0,00
TOTAL	**132**	**100,00**	**132**	**100,00**

Fuente: Resultados de la prueba la palabra clave
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

La información de la tabla anterior, nos indica que en el cuestionario inicial los resultados obtenidos no fueron los esperados, el 99,24% de los estudiantes tienen notas de 1, 2, 3, 4, 5, y 6 puntos, solamente uno superó el puntaje mínimo de 7 que es el 0,76%. En el cuestionario final las calificaciones revelan el cambio por parte de los alumnos para resolver los problemas matemáticos, el 53,79% 71 escolares poseen una valoración de 7 y 8 puntos en cambio el resto su puntuación fue de 4, 5 y 6 que representa el 46,21% 63 evaluados. La estrategia aplicada logró con los propósitos deseados.

Estrategia “Abstracción”

Pasos para la aplicación de la estrategia “Abstracción”:

1. Presentación del problema
2. Análisis del problema
3. Resolución del problema

Resultados de la aplicación de la evaluación inicial y final de la estrategia “Abstracción”

Tabla 10-4. Resultados de la evaluación estrategia abstracción

RESULTADOS DE LAS EVALUACIONES DE LA ESTRATEGIA ABSTRACCIÓN				
CALIFICACIONES	EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
	No. DE ESTUDIANTES	%	No. DE ESTUDIANTES	%
1	9	6,82	0	0,00
2	19	14,39	0	0,00
3	33	25,00	0	0,00
4	35	26,52	4	3,03
5	25	18,94	8	6,06
6	8	6,06	34	25,76
7	3	2,27	53	40,15
8	0	0,00	31	23,48
9	0	0,00	2	1,52
10	0	0,00	0	0,00
TOTAL	**132**	**100,00**	**132**	**100,00**

Fuente: Resultados de la prueba abstracción
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

La información de la tabla anterior, revela que en el cuestionario inicial las calificaciones obtenidas no fueron los esperados, el 97,73% de los estudiantes tienen puntajes de 1, 2, 3, 4, 5 y 6, solo 3 lograron con el promedio requerido de 7 puntos que es el 2,27%. En el cuestionario final los resultados proporcionan un cambio muy notorio por parte de los escolares, el 65,15% que representa 86 alumnos poseen una puntuación de 7, 8 y 9, en cambio el 34,85% 62 evaluados lograron tener 4, 5 y 6 puntos. La estrategia que se presentó cumplió muy satisfactoriamente con los resultados esperados.

Estrategia “Analogías”

Pasos para la aplicación de la estrategia “Analogías”:

4. Presentación del problema
5. Análisis del problema
6. Resolución del problema

Resultados de la aplicación de la evaluación inicial y final de la estrategia “Analogías”

Tabla 11-4. Resultados de la evaluación estrategia analogías

RESULTADOS DE LAS EVALUACIONES DE LA ESTRATEGIA ANALOGÍAS				
CALIFICACIONES	EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
	NÚMERO DE ESTUDIANTES	%	NÚMERO DE ESTUDIANTES	%
1	18	13,64	0	0,00
2	38	28,79	0	0,00
3	43	32,58	11	8,33
4	33	25,00	14	10,61
5	0	0,00	14	10,61
6	0	0,00	24	18,18
7	0	0,00	47	35,61
8	0	0,00	22	16,67
9	0	0,00	0	0,00
10	0	0,00	0	0,00
TOTAL	**132**	**100,00**	**132**	**100,00**

Fuente: Resultados de la prueba analogías
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

La tabla anterior, nos informa que en el cuestionario inicial las calificaciones que se obtuvieron no fueron los requeridos, el 100% de los alumnos tienen puntuaciones de 1, 2, 3, y 4. En el cuestionario final los resultados se aprecian con notoriedad, los estudiantes pueden resolver los problemas matemáticos con facilidad, el 52,28% 69 evaluados tienen una valoración de 7 y 8 puntos en cambio el resto su puntuación fue de 3, 4, 5 y 6 que representa el 47,72% 63 escolares. La estrategia que se aplicó consiguió los planes propuestos.

Luego de trabajar con las estrategias para resolver ordenadamente los problemas matemáticos, se aplicó el cuestionario final (Anexo D), la misma que tuvo como objetivo determinar y verificar el nivel del pensamiento lógico-matemático que tiene los estudiantes al momento de ser evaluados y ver si aplicaban las estrategias aprendidas durante el proceso. El instrumento contiene 20 problemas matemáticos, los alumnos tuvieron que resolverlo en 120 minutos.

A continuación se presentan los resultados de la evaluación del cuestionario final.

Resultados obtenidos en la evaluación del cuestionario final

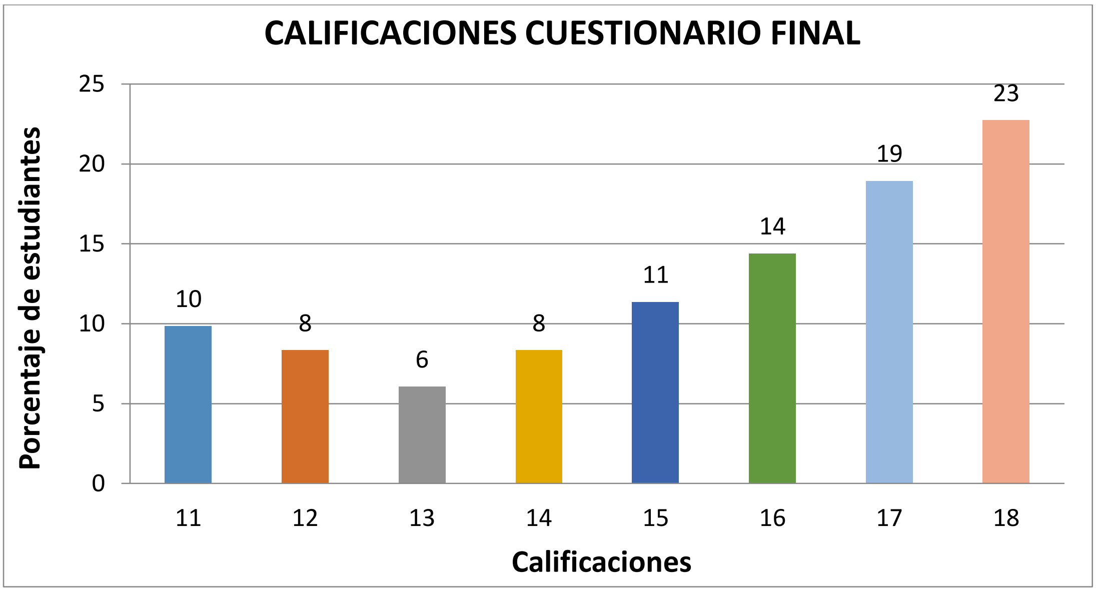


Gráfico 4-4. Resultados del cuestionario final
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C.

Según el gráfico anterior, se observa que un 23% de los estudiantes obtuvieron una nota de 18 puntos el 6% 13. Además el 19% tienen 17, el 14% consiguieron un puntaje de 16, el 11% alcanzaron una nota de 15, el 10% lograron una calificación de 11 y el 8% adquirieron notas de 12 y puntos.

4.4. Análisis e interpretación de los resultados de las evaluaciones inicial y final

Resultados obtenidos de la evaluación inicial y final por estudiante

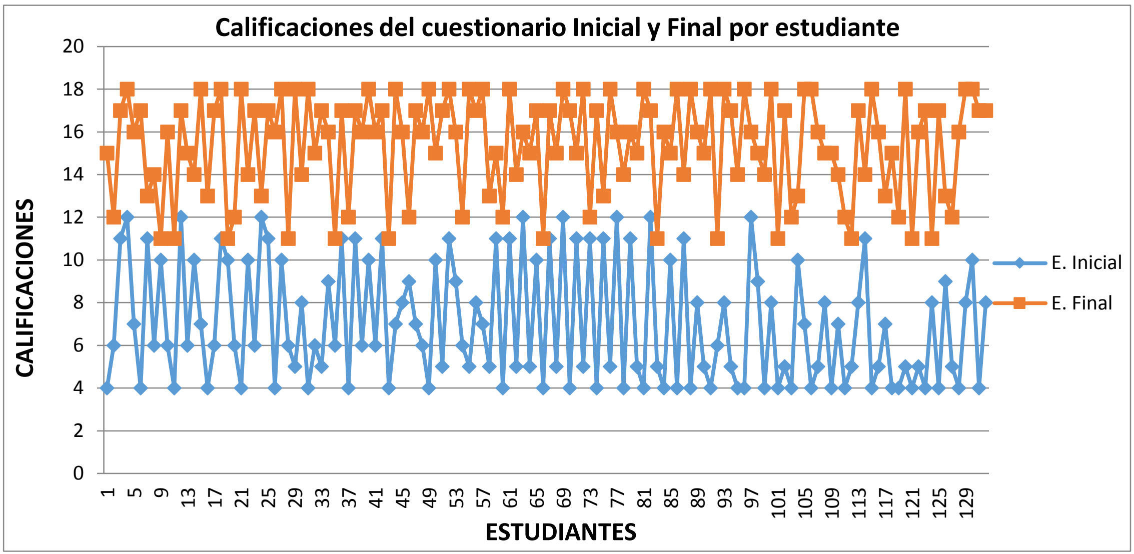


Gráfico 5-4. Resultados de la evaluación inicial y final por estudiante
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C.

Del gráfico anterior se observa que las calificaciones del cuestionario final son superiores a las calificaciones del cuestionario inicial, debido a que el 76% de estudiantes obtuvieron notas de 14 a 18 puntos en el cuestionario final, mientras que en el inicial el 100% de estudiantes consiguieron puntajes de 4 a 12 puntos que no llegaron al valor mínimo requerido que es el de 14 puntos sobre 20; además debemos decir, que los resultados superaron en el cuestionario final, esto se debe a la aplicación de las estrategias que se puso en práctica para resolver los problemas matemáticos.

Estadística descriptiva de las calificaciones del cuestionario inicial y final:

Tabla 12-4. Estadística descriptiva de las calificaciones de los cuestionarios

Medidas	Calificaciones cuestionario	
	Inicial	Final
Media	6,98	15,36
Error típico	0,24	0,20
Mediana	6	16
Moda	4	18
Desviación estándar	2,80	2,35
Varianza de la muestra	7,82	5,51
Curtosis	-1,28	-0,96

Tabla 12-4. Continuación

Coeficiente de asimetría	0,48	-0,57
Rango	8	7
Mínimo	4	11
Máximo	12	18
Suma	921	2027
Cuenta	132	132

Fuente: Resultados de la estadística descriptiva de las evaluaciones
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

La tabla anterior expresa los resultados de las dos evaluaciones, inicial y final, aplicados a los 132 estudiantes; donde, se comprueba que la media aritmética del cuestionario final supera al del inicial de 6,98 a 15,36 puntos. El valor de la mediana se incrementó de 6 a 16 puntos; el mismo caso sucede con la moda, en la evaluación inicial la mayoría de estudiantes obtuvieron 4 puntos, mientras en la final se consiguió 18 puntos. El resultado mínimo al inicio fue de 4 puntos, en la final de 11 puntos. La nota máxima aumentó de 12 a 18 puntos.

4.5. Prueba de hipótesis de las evaluaciones inicial y final

Para comprobar la hipótesis de la investigación, se siguieron los siguientes pasos:

1. Establecimiento de las hipótesis

Hipótesis nula(H_0): El promedio de las calificaciones del cuestionario inicial es igual al promedio de las calificaciones del cuestionario final.

Hipótesis alterna(H_1): El promedio de las calificaciones del cuestionario inicial es menor al promedio de las calificaciones del cuestionario final.

Es decir:

$\mathrm{H}_0\colon \mu_{\mathrm{Ci}} = \mu_{\mathrm{Cf}}$

$\mathrm{H}_1\colon \mu_{\mathrm{Ci}} < \mu_{\mathrm{Cf}}$

$\mu =$ Promedio de las calificaciones del cuestionario inicial y final

2. Nivel de significancia

Para comprobar las hipótesis de la investigación tomamos el nivel de significancia del 5%; es decir, $\alpha = 0{,}05$.

3. Tamaño de la muestra y cálculos estadísticos

Tamaño de la muestra

$$\boldsymbol{n} = \frac{Nz^2\,\overline{pq}}{z^2\,\overline{pq} + e^2(N-1)}$$

$$\boldsymbol{n} = \frac{200(1{,}96)^2(0{,}5)(0{,}5)}{(1{,}96)^2(0{,}5)(0{,}5) + (0{,}05)^2(200-1)}$$

$$\boldsymbol{n} = \frac{200\,(3{,}8416)(0{,}25)}{(3{,}8416)(0{,}25) + (0{,}0025)(199)}$$

$$\boldsymbol{n} = \frac{192{,}08}{0{,}9604 + 0{,}4975}$$

$$\boldsymbol{n} = \frac{192{,}08}{1{,}4579}$$

$$\boldsymbol{n} = \mathbf{132}$$

El tamaño de la muestra es de 132 estudiantes

Cálculo del estadístico t-student (ver los resultados en el anexo 09)

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{sd}{\sqrt{n}}}$$

Media aritmética de las diferencias:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} \qquad \bar{d} = \frac{-1106}{132} \qquad \boldsymbol{\bar{d} = -8{,}37}$$

Desviación estándar de las diferencias:

$$sd = \sqrt{\frac{\sum\left(d - \bar{d}\right)^2}{n-1}} \qquad sd = \sqrt{\frac{1574{,}48}{132-1}} \qquad sd = \sqrt{\frac{1574{,}48}{131}}$$

$$sd = \sqrt{12{,}01} \qquad \boldsymbol{sd = 3{,}46}$$

t-student:

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{sd}{\sqrt{n}}} \qquad t = \frac{-8{,}38}{\frac{3{,}46}{\sqrt{132}}} \qquad t = \frac{-8{,}37}{\frac{3{,}46}{11{,}48}} \qquad t = \frac{-8{,}37}{0{,}30} \qquad \boldsymbol{t = -27{,}76}$$

Tabla 13-4. Resultados de la prueba t para medias de dos muestras emparejadas

Prueba t para medias de dos muestras emparejadas		
	Calificaciones cuestionarios	
	Inicial	**Final**
Media	6,98	15,36
Varianza	7,82	5,51
Observaciones	132	132
Coeficiente de correlación de Pearson	0,10	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	131	
Estadístico t	-27,76	
P(T<=t) una cola	4,99211E-57	
Valor crítico de t (una cola)	1,66	
P(T<=t) dos colas	9,98422E-57	
Valor crítico de t (dos colas)	1,98	

Fuente: Prueba t-student
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

4. Regiones de aceptación y rechazo

Las regiones de aceptación y de rechazo de la hipótesis nula H_O se definen por el valor crítico t, según la tabla t-student a una cola (izquierda) es de -1,66 con 131 grados de libertad.

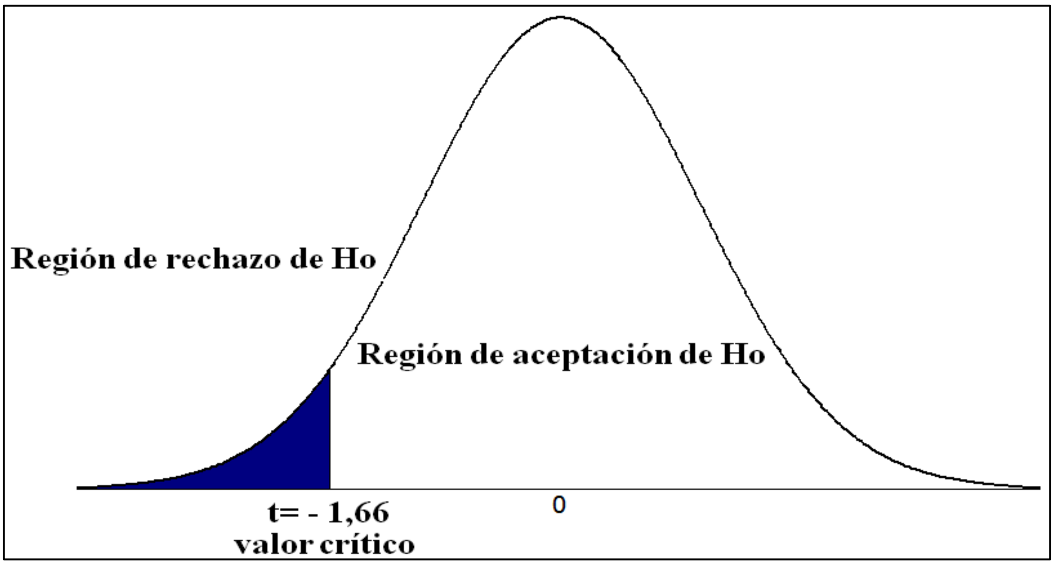


Gráfico 6-4. Representación gráfica de la prueba t-student
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C.

5. Decisión estadística

El estadístico calculado t = -27,76 se encuentra en la región de rechazo de la hipótesis nula $H_0: \mu_{Ci} = \mu_{Cf}$ por lo tanto se acepta la hipótesis alterna $H_1: \mu_{Ci} < \mu_{Cf}$; es decir, que los promedios de las calificaciones del cuestionario inicial es menor a los promedios de las calificaciones del cuestionario final, lo que nos verifica que la resolución ordenada de los problemas matemáticos SI incide en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa "Santa Rosa" de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato.

CAPITULO V

5. PROPUESTA

5.1. Tema

Guía de Estrategias de Resolución Ordenada de los Problemas Matemáticos para el Desarrollo del Pensamiento Lógico-Matemático en los Estudiantes de los Octavos Años de la Unidad Educativa “Santa Rosa” de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato.

5.2. Datos informativos

Institución: Unidad Educativa “Santa Rosa”

Sostenimiento: Fiscal

Beneficiarios: Estudiantes y Docentes

Ubicación:

Provincia: Tungurahua

Cantón: Ambato

Parroquia: Santa Rosa

Barrio: Centro

Dirección: Calle Vicente Rocafuerte s/n

Teléfono: 032754259

Email: uesantarosa13@gmail.com

Fecha estimada de inicio: Febrero de 2014

Fecha estimada de finalización: Julio de 2014

Responsable: Lcdo. Edwin Rolando Ases Carguaitongo

5.3. Antecedentes

Las matemáticas son una de las primeras ciencias y la más antigua en la faz de la tierra, ha sido utilizada con fines diversos y está en todos los saberes del hombre. Esta área es muy dinámica y sobre todo versátil; también es un fenómeno cultural, universal y social; toda civilización o grupo humano ha utilizado y ha creado matemáticas a lo largo de la historia.

La resolución de problemas matemáticos es uno de los temas más importantes dentro del aprendizaje de las matemáticas. Cuando se habla de problemas no debe referirse a las actividades que se encuentran en los libros y que solamente utilizando un algoritmo se lo resuelve.

El término problema se refiere a buscar soluciones de situaciones reales de nuestro entorno y son capaces de potenciar el desarrollo del pensamiento lógico-matemático de los estudiantes al proporcionar diferentes modos de planteamiento para enfrentar los retos modernos de la ciencia, la tecnología y la sociedad. “Ha estado siempre en evolución, todos los conocimientos surgen de la necesidad de practicar cuestiones tanto individual como grupal, que al final se transforma en la única salida para progresar”. (Vergnaund, 1998, http://estatico.buenosaires.gov.ar)

El ser humano desde sus orígenes ha jugado un papel importante en el desarrollo de las sociedades; resolver los conflictos, problemas, dificultades, inconvenientes, complicaciones, desigualdades,… y tomar las decisiones correctas para afrontarlos en cada situación han beneficiado el buen vivir de las personas.

Está inmersa en el desarrollo de las sociedades, todo lo que vemos y tocamos en el diario vivir sea natural o físico es matemáticas, los números es la pieza clave y fundamental para la transformación de todos los momentos; por ejemplo, en las comunicaciones por telefonía móvil, las cámaras digitales, el uso de los cajeros automáticos de un banco, la predicción del tiempo, la televisión vía satélite, los ordenadores, internet, el scanner, etc. y todo esto no sería posible sin la aplicación de la numeración.

En las instituciones educativas la resolución de problemas matemáticos es muy escasa, podemos decir que es nula, con esta situación los docentes deberían estar preocupados por la educación matemática que presentan los estudiantes en el momento que los resultados de las diferentes evaluaciones en las que tienen que ver con esta materia son sumamente bajas en comparación con las otras ciencias de estudio, esto sucede a que los profesores de los años inferiores no aplican estrategias para resolver las actividades de aprendizaje y además porque no son didácticos, lo único que emplean es la memorización y la mecánica para el estudio de esta materia.

Durante el proceso académico de aprendizaje del alumno vemos que el enorme interés de esta materia se desvanece o se pierde al transcurrir el tiempo. La curiosidad y el interés en el período inicial es realmente muy agradable sin embargo con el paso de los años se convierte en un problema y las matemáticas se vuelve en una materia monótona. El fracaso escolar en esta área es sumamente grave por lo que no es una novedad reciente ni un hecho aislado, es un fenómeno general que abarca a todas las culturas del mundo; desde hace años se ha venido teniendo dificultad en el aprendizaje de esta área del saber que en la actualidad todavía se sigue luchando.

Según el Ministerio de Educación del Ecuador, los resultados de la prueba "Ser Estudiante" del año 2013, el Instituto de Evaluación Educativa (INEVAL), evaluó a cerca de 45 mil estudiantes a escala nacional de cuartos, séptimos, décimos de básica y a los terceros de bachillerato. Las cifras revelan que la materia con mayor déficit de aprendizaje es matemáticas; en cuarto de educación básica, el 25% de los estudiantes tiene una calificación insuficiente, en séptimo el 30%, y en décimo el 43%. Mientras que en tercero de bachillerato el 31% de los alumnos obtuvieron una calificación insuficiente. Quienes rindieron las evaluaciones creen que esto se debe, por un lado, a la falta de interés de los estudiantes y también a que los profesores utilizan métodos desactualizados de enseñanza.

Los docentes, la metodología, y el currículo en la actualidad deben satisfacer la importancia al buen estudio de las matemáticas en la formación del ser humano. Los contenidos en su totalidad deberían ayudar a resolver los problemas matemáticos; desde todos estos puntos de vista, la resolución de las actividades de aprendizaje debe ser el motor principal de esta materia y lograr que los estudiantes desarrollen su pensamiento.

5.4. Justificación

El conocimiento matemático del mundo moderno y globalizado está avanzando más rápido que nunca. Teorías que eran completamente distintas y diferentes a esta materia se han unificado para formar nuevas teorías más completas y abstractas para lograr transformar y desarrollar el rumbo de las sociedades, por ejemplo:

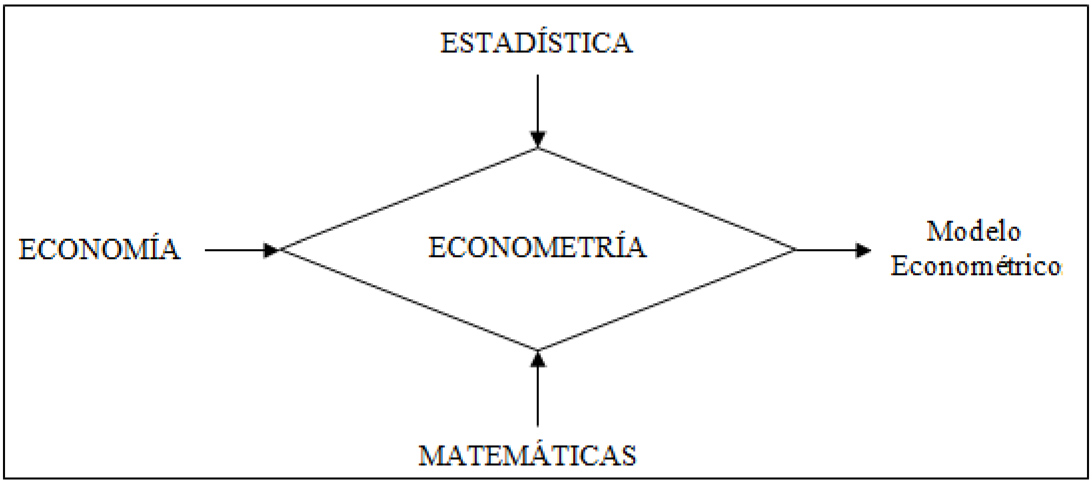


Gráfico 1-5. Esquema de un modelo econométrico
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C.

En el esquema anterior observamos que la estadística, las matemáticas y la economía han dado paso a otra rama de las ciencias del estudio que es la econometría; en este caso, un modelo económico.

Las civilizaciones pasadas pudieron desarrollarse gracias a la utilización de las matemáticas. En el mercado, en la agricultura, la ganadería, la política, en los hospitales, los estadios, en las vías públicas, etc., se aplica esta ciencia del saber.

Pitágoras decía: “el universo está hecho de números”, en cambio Galileo afirmaba que “el universo está escrito en lenguaje matemático”; y verificamos que tenían toda la razón, con sencillos ejemplos:

¿Cuántos años tienes? números
¿Cuánto mides? números
¿Qué hora es? números
¿Cuánto pesas? números

¿Cuántos planetas tiene el sistema solar? números

La resolución de problemas matemáticos constituye el eje principal de las matemáticas y debe ser fuente y soporte principal del proceso enseñanza-aprendizaje de la materia. Ejecutar un problema se requiere y se utilizan varias capacidades formales del ser humano: leer comprensivamente, reflexionar, establecer planes de trabajo y la comunicación; y, el de emplear métodos, estrategias, y técnicas actualizadas.

Sin embargo, al observar al ciudadano común, se advierte una profunda carencia en esos términos, al no responder adecuadamente frente a muchas situaciones del diario vivir; por ejemplo, le pedimos al Sr. Marco Córdova de 30 años profesión mensajero, al Sr. Antonio Pilamunga de 33 años profesión zapatero y a la Sra. Gloria Caiza de 34 años profesión costurera, padres de familia de la institución, que resuelvan el siguiente problema: Ana compra 5 kg de patatas, si 2 kg cuestan 0,80 centavos de dólar, ¿cuánto pagará?, verificamos de los tres resultados solamente una persona dio la respuesta verdadera, y las dos restantes fueron incorrectas, debido a que multiplicaron 5 por 0,80; y es aquí que el docente y el sistema educativo deben utilizar todos los recursos para mejorar el rendimiento de los estudiantes para dar las respectivas respuestas. La resolución de problemas matemáticos es una función principal del pensamiento crítico, analítico y creativo.

En matemáticas los recursos (métodos, estrategias y técnicas) permiten resolver problemas, identificando: conflictos, recopilando la información necesaria, analizando e interpretando datos hasta llegar a una solución. En estudios sociales, estas habilidades ayudan a los estudiantes a aprender y recordar los acontecimientos del pasado, por ejemplo: ¿En qué fecha fue la independencia de Ambato?, ¿Hace cuántos años se independizó la ciudad de Riobamba? En ciencias naturales, a fomentar el análisis y la experimentación, por ejemplo: ¿A cuántos ºF y K está la temperatura de la ciudad de Guayaquil?, ¿Cuántos pares de patas tiene una hormiga y un cien pies? En lengua y literatura a entender y a comunicarse correctamente con los demás grupos humanos: por ejemplo: la mitad de 20 dólares, si pasamos del lenguaje coloquial al lenguaje matemático será $\frac{20}{2} = 10$.

En el aula de clase, especialmente en las horas de matemáticas, observamos cómo la mayoría de nuestros estudiantes demuestran una actitud de rechazo hacia el estudio de esta materia. Con gran desilusión notamos que nuestros esfuerzos son en vanos al tratar que ellos desarrollen competencias y habilidades para la resolución de los problemas matemáticos, y apliquen en su diario vivir.

Innovar maneras de cómo llegar al estudiante en la aplicación de las matemáticas nos ayudará a conseguir a que se tenga entes reflexivos, analíticos, críticos, investigativos, creadores y sobre todo aprendan a resolver los problemas del entorno.

La presente guía de estrategias para la resolución de problemas matemáticos trata de romper el esquema tradicional y enmarcarnos a un estudio más atractivo, dinámico e integrador.

5.5. Objetivos

5.5.1. *Objetivo General*

Proponer una guía de estrategias para la resolución ordenada de los problemas matemáticos realizando actividades de motivación e integrando la participación para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático de los estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa "Santa Rosa" de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato.

5.5.2. *Objetivos Específicos*

- Identificar estrategias para la resolución ordenada de problemas matemáticos.
- Aplicar estrategias para la resolución ordenada de problemas matemáticos.
- Comprobar la habilidad de la propuesta, mediante un análisis estadístico.
- Desarrollar en los estudiantes competencias, capacidades y destrezas matemáticas.

5.6. Análisis de factibilidad

El desarrollo, la ejecución y evaluación de la propuesta cuenta con el aporte, la experiencia, los conocimientos y el interés de las autoridades y docentes de la institución. De igual manera existen interés y apoyo por parte de los estudiantes quienes desean contar con un material novedoso y actualizado que motive la adquisición de aprendizajes significativos. Además, es factible su aplicación porque no se necesita de recursos económicos muy altos, solamente se requiere de predisposición y de motivación para poner en práctica todas las estrategias expuestas en la presente guía.

5.7. Fundamentación científica

5.7.1. *Estrategias*

5.7.1.1. *Definición de estrategia*

Hace miles de años los seres humanos para su supervivencia en la faz de la tierra han planeado varias alternativas de solución para satisfacer sus necesidades de alimentación, vestimenta y de supervivencia; estas actividades hoy en el siglo XXI se la conoce como estrategia.

Durante la historia, estas habilidades sirvieron y se establecieron en diversos contextos de la sociedad como: el deporte, la agricultura, la ganadería, las comunicaciones, la tecnología, los conflictos militares,… y sobre todo en la empresa.

"La estrategia es el patrón de objetivos, propósitos o metas y de las principales políticas y planes para alcanzarlos, planteados de tal manera que definen en qué negocio está o va a estar la compañía y la clase de compañía que es o que va a ser". (Andrews, 1971; citado por: López López Paula; & Calderón Camilo, 2012, http://www.scielo.org.com)

Las estrategias no solamente estarán en el ámbito empresarial o a nivel organizacional, debe ser utilizada en todas las áreas y actividades del ser humano sea simple o compleja que permite alcanzar los objetivos, metas o propósitos propuestos. Las personas todo el tiempo deben estar pensando en proponer y practicar una o varias estrategias para poder resolver problemas que encuentra en el diario vivir, o al tomar decisiones.

"Una estrategia es un conjunto de acciones planificadas sistemáticamente en el tiempo que se llevan a cabo para lograr un determinado fin o misión. Proviene del idioma griego stratos, «ejército», y agein, «conducir», «guiar»; siendo su significado" (Wikipedia, 2014, http://es.wikipedia.org/wiki/Estrategia):

- El arte de dirigir operaciones militares.
- La habilidad para dirigir un asunto.
- En un proceso regulable, el conjunto de las reglas que aseguran una decisión óptima en cada momento.

En un mundo globalizado, las estrategias son métodos que se utiliza para realizar cualquier actividad; es decir, son guías de acciones o tácticas que hay que seguir para aprender con facilidad los conocimientos, y son importantes a la hora de conseguir los objetivos. Si no se tiene un plan estratégico los objetivos no serán los esperados y por lo tanto, se perderá recursos y tiempo.

5.7.1.2. *Importancia de estrategia*

En la actualidad estamos inmersos en cambios de orden social, económico, político, y tecnológico. La estrategia es el factor más importante a tener en cuenta a la hora de resolver cualquier actividad. La elección de esta herramienta determinará los objetivos a largo plazo, así como la adopción de medidas y utilización de los recursos necesarios para lograr lo establecido. Además, debe satisfacer las demandas de las personas.

El hombre es un ser social que depende en gran parte de sus semejantes para lograr el desarrollo integral de sus potencialidades, por ello, una de las metas de la educación está relacionada con la formación total del hombre.

Las estrategias deben ayudar a las personas a ser competitivos, críticos, reflexivos, investigadores y sobre todo solucionadores de problemas, así alcanzar el éxito deseado.

El objetivo principal de esta destreza es asegurar la capacidad de desarrollar las habilidades del conocimiento a largo plazo; y, debe responder a la pregunta: ¿Cómo se va hacer?

5.8. Estrategia de aprendizaje

Como docentes o facilitadores del conocimiento, la tarea es conseguir que los estudiantes aprendan todo lo que se les enseña, pero es sumamente imposible, tienen diferentes estilos y ritmos de aprendizajes; por tanto, el resultado no siempre va a responder a las expectativas y a los esfuerzos que se requiere; y es aquí que la aplicación de las estrategias surja efecto para que todos aprendan por igual pero eligiendo las más adecuadas y necesarias para su realización, y así los resultados sean los mejores.

Para llegar al estudiante, todo docente debe crear, conocer y practicar al máximo varias estrategias para desarrollar el conocimiento y sobre todo el pensamiento lógico-matemático.

Las estrategias de aprendizaje son fórmulas que se emplean para realizar todas las actividades escolares dentro y fuera del aula con facilidad, pero teniendo en cuenta el tiempo y los recursos necesarios para aplicar; el objetivo principal es hacer más efectivos los procesos educativos.

Estas herramientas deben ayudar a los estudiantes de cualquier modo en su vida académica, además deben contener métodos, técnicas, actividades y procesos bien definidos que estén de acuerdo con sus necesidades para que los objetivos de la enseñanza-aprendizaje sean los esperados y duraderos.

5.8.1. *Tipos de estrategias de aprendizaje*

No existen definidas un solo tipo de estrategias de aprendizaje para su implementación en el aula de clases, hay varios y de acuerdo a la crítica de estudiosos; sin embargo, detallaremos las que más se aproximan a desarrollar el conocimiento de los estudiantes.

“Las estrategias de aprendizaje pueden ser”: (Wikipedia, 2014, http://www.estrategiasdeaprendizaje.com/)

Estrategias de ensayo: se fundamenta principalmente en poner en práctica de manera repetitiva la lectura, la caligrafía, la ortografía y la resolución de operaciones y problemas matemáticos con el propósito de perfeccionar las actividades propuestas; mediante la toma de apuntes, la redacción, la copia de textos, el repaso de las operaciones básicas, etc.

Estrategias de elaboración: plantea en crear textos, informes, preguntas, operaciones y problemas matemáticos de forma precisa y correcta, aplicando los conocimientos previos con los nuevos; recurriendo con el subrayado, la lluvia de ideas, etc.

Estrategias de organización: se basa en agrupar la información en una serie de esquemas gráficos para que los contenidos sean más sencillos de comprender y estudiarlas; empleando el subrayado, el resumen, etc.

Estrategias de comprensión: la comprensión es la base del estudio. Se debe practicar regularmente los contenidos, las operaciones básicas matemáticas y de la literatura; para utilizar estas estrategias se realizará distintas pruebas para la verificación del conocimiento.

Estrategias de apoyo: Este tipo de tarea se basa en mejorar la eficacia de las estrategias de aprendizaje estudiadas, modificando o estructurando cuando sea necesario, para enfocar de mejor manera la atención y la concentración.

5.9. Estrategia educativa

La estrategia educativa es una definición muy amplia, donde la aplicación de los métodos, técnicas, actividades y procesos están muy organizados y formalizados que se encaminan a la producción de los objetivos claramente establecidos, y la responsabilidad depende de cómo el docente lo resuelva.

Es en sí un conjunto de conocimientos y de instrucciones para entregar a los estudiantes de una manera eficiente y ellos pongan en práctica con seguridad y precisión al realizar cualquier tarea, con el propósito de llevar el proceso enseñanza-aprendizaje por buen camino y así alcanzar las metas propuestas. Además el profesor debe tener consigo una planificación de las actividades que enfocará para llegar al éxito del curso.

El docente tiene el reto de cambiar el pensamiento del estudiante, ser memorista, mecánico y repetitivo con el aprendizaje no es propio del ser humano todo se llega a olvidar con este esquema; para lo cual, se lo debe guiar y orientar aplicando estrategias activas y motivadoras donde los contenidos retengan por más tiempo y permitir abandonar los modelos tradicionales de la educación.

En síntesis diremos que las estrategias educativas es un trabajo funcional donde se utilizan los recursos y las herramientas académicas necesarias en beneficio del desarrollo de las competencias matemáticas y no matemáticas de los estudiantes.

5.10. Estrategias para resolver problemas matemáticos en el aula

Los docentes se encuentran a diario con el dilema que los estudiantes no saben aplicar la operación u operaciones, ni los procesos al resolver los problemas.

El mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es un problema central del sistema educativo por ello la búsqueda de métodos, estrategias y técnicas es el fundamento primordial para controlar el rendimiento de esta materia.

La resolución de problemas de matemáticas puede ser complicada sino utilizamos el método adecuado. Algunas falencias se dan por falta de datos. Utilizar una variedad de formas o estrategias para resolver ayudará a comprender de mejor manera, tomar una decisión, diseñar una solución eficaz y ver si es la correcta.

“Entre las finalidades de la resolución de problemas tenemos” (Minedu, 2013, http://www2.minedu.gob.pe):

- ✓ Hacer que el estudiante piense productivamente.
- ✓ Desarrollar su razonamiento.
- ✓ Enseñarle a enfrentar situaciones nuevas.
- ✓ Darle la oportunidad de involucrarse con las aplicaciones de la matemática.

- ✓ Hacer que las sesiones de aprendizaje de matemática sean más interesantes y desafiantes.
- ✓ Equiparlo con estrategias para resolver problemas.
- ✓ Darle una buena base matemática.

No es fácil aplicar las estrategias para la resolución de problemas, cada una de ellas se puede subdividir en otras o por el contrario varias se pueden englobar en una más general. Encontrar un tipo de problema en el que solo intervenga una estrategia sería excepcional y fuera de lo normal; sin embargo, en un problema con frecuencia intervienen más de una.

5.11. Metodología

Existen diversas estrategias para resolver los problemas, la presente guía está orientada a satisfacer las necesidades tanto de los estudiantes como de los docentes para desarrollar las capacidades matemáticas y que los problemas presentados sean de fácil comprensión.

Las estrategias son modelos para ser utilizados en la resolución de problemas matemáticos, unos son ya conocidos, otras son nuevas, pero lo importante es aplicarlos con el fin que todos los estudiantes resuelvan de manera correcta.

La presente propuesta tiene el siguiente esquema:

- ✓ Presentación de la estrategia
- ✓ Exposición de la conceptualización
- ✓ Detalle de los pasos para realizar
- ✓ Aplicación con ejemplos prácticos

5.12. Estrategias propuestas

5.12.1. *La palabra clave*

En matemáticas al igual que en otras materias de estudio es muy importante que las personas tengan la capacidad de saber leer y entender textos cotidianos; por lo tanto, aplicar correctamente este recurso nos permitirá obtener resultados favorables a la hora de dar una solución a los problemas matemáticos. El estudiante debe tener en cuenta el significado de palabra clave. Diremos que esta herramienta no es otra cosa que la frase o el término que utilizamos para encontrar cualquier tipo de información.

En lengua y literatura se puede decir que es la idea principal de una oración, párrafo o escrito y nos facilita crear nuevos textos. En matemáticas señalaremos que es la expresión que nos ayuda a identificar el tipo de operación que emplearemos para resolver cualquier tipo de actividad; es decir, si utilizamos la suma, la resta, la multiplicación, la división u otra operación aritmética e incluso la potencia y radicación.

Las palabras claves tienen la capacidad de abrir nuevas puertas para poder responder todas las preguntas que nos presentan, también son frases "mágicas" que nos permite comprender y solucionar los problemas de manera más fácil.

Se tomará en cuenta toda la descripción que esta técnica proporciona porque es de vital importancia para comprender y dar a conocer los resultados precisos del problema que todos esperan; es decir, los valores apropiados. Si no se entiende y lo que nos pide, se tendrá pocas posibilidades de dar solución.

¿Cómo aplicar la "palabra clave" en la resolución de problemas matemáticos?

1. **Presentación del problema**
   Un empleado gana al día 16 dólares, de los cuales gasta 9. ¿Cuánto dinero tendrá en 30 días?

2. **Lectura del problema**
   Se debe leer el problema una o varias veces según sea el caso para poder entender y averiguar lo que se va a encontrar y qué operación se empleará.

3. **Análisis del problema**
   Identificación de las palabras claves.
   Datos proporcionados: **Gana** 16 dólares diarios, **gasta** 9.

¿Qué pide el problema?: ¿Cuánto dinero tendrá en 30 días?

¿Qué operación u operaciones se debe emplear?: resta y multiplicación o viceversa.

4. Resolución del problema

Con todos los estudiantes se dará solución al respectivo problema propuesto.

Gana en 30 días:	Gasta en 30 días:	Tendrá en 30 días
$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 30 \\ \hline 480 \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ \times\ 30 \\ \hline 270 \end{array}$	$\begin{array}{r} 480 \\ -\ 270 \\ \hline 210 \end{array}$

Respuesta: Tendrá en 30 días, 210 dólares

5.12.2. *Lluvia de ideas*

La lluvia de ideas es una de las estrategias más antigua, popular y la más utilizada para la recolección de datos.

En matemáticas es de gran ayuda la generación de ideas cuando se requiere resolver cualquier tipo de actividad. Esta herramienta nos permite crear un ambiente de trabajo interesante para mejorar la creatividad y el pensamiento lógico de los estudiantes.

Esta destreza es efectiva para involucrar a todas las personas que participen en el proceso, se requiere de mucha habilidad y paciencia por parte del docente para conducir al grupo y evitar que se aleje del objetivo planteado, resolver el problema; además, es una técnica sumamente participativa, en donde cualquier idea es bienvenida.

Todas las personas ven desde su propia perspectiva diferentes resultados a la hora de dar una respuesta concreta, aunque parezca que se va a caer en el desorden o en el caos; todas las ideas o resultados servirán para que los estudiantes entiendan el problema. Esta fase permite plantear de manera específica lo que hay que conocer para encontrar la solución.

Para aplicar esta técnica se puede ir guiando con las siguientes preguntas: qué, quién, cómo, dónde, cuándo, por qué y para qué.

Al realizar la estrategia de la lluvia de ideas debemos considerar los siguientes aspectos:

- ✓ Todas las respuestas deben ser validos: No se debe criticar, reprochar, discriminar, reprender o evaluar ninguna de las ideas hasta que se llegue a las más relevantes.
- ✓ Las ideas sin sentido, exageradas o que no sean referentes al tema se aceptan: -aunque se tenga la tentación de descartarlas al momento de escucharlas- puesto que son muy difíciles de generar, lo más importante es que todos los estudiantes deban aprender a hablar en público y dejar de ser tímidos frente al grupo de personas.
- ✓ Se quiere cantidad y calidad. Nos interesan que todos aporten con sus ideas porque una probablemente será la alternativa o alternativas que nos ayuden a obtener los resultados que se requiere.
- ✓ Seleccionar o buscar las mejores ideas y trabajar con mayor detalle en ellas: Si no se tiene buenas ideas se las debe combinar con otras para así tener alguna alternativa de solución.
- ✓ Tomar nota de todas las ideas: Si es posible en la pizarra. Una vez que se tienen, es recomendable separarlas en categorías, las que se descartan y las que se van a utilizar.

¿Cómo aplicar la "lluvia de ideas" en la resolución de problemas matemáticos?

1. **Presentación del problema**

   Una familia ha consumido en un día de verano: dos botellas de litro y medio de agua, 4 botes de 1/3 de litro de zumo de naranja y 10 fundas de limonadas de 1/4 de litro. ¿Cuántos litros de líquido han consumido? Exprese el resultado con un número mixto.

2. **Lectura del problema**

   Se leerá el problema una o varias veces para entender y ver que se va a buscar y las operaciones a emplear.

3. **Análisis del problema**

   Lluvia de ideas.

El docente realizará varias preguntas a los estudiantes sobre el problema planteado, cada uno tendrá su propia respuesta y se lo escribirá en la pizarra.

a) ¿En qué estación del año están?
b) ¿Cuántas botellas de agua consumen?
c) ¿Cuántos litros de agua contiene cada botella?
d) ¿Cuántos litros de agua consumen?
e) ¿Cuántos botes de zumo de naranja consumen?
f) ¿Cuántos litros de zumo de naranja contiene cada bote?
g) ¿Cuántos litros de zumo de naranja consumen?
h) ¿Cuántas fundas de limonada consumen?
i) ¿Cuántos litros de limonada contiene cada funda?
j) ¿Cuántos litros de limonada consumen?
k) ¿Qué operación u operaciones se debe emplear?

4. Evaluación de respuestas

En este momento se evaluará cada una de las respuestas de la lluvia de ideas y escoger las más relevantes que satisfagan al problema, las demás que son erróneas se eliminarán.

5. Contestación correcta de las respuestas

Todos los presentes contestarán las preguntas planteadas; en este caso:

a) ¿En qué estación del año están?
   Están en la estación de verano.
b) ¿Cuántas botellas de agua consumen?
   Consumen dos botellas.
c) ¿Cuántos litros de agua contiene cada botella?
   Cada botella contiene litro y medio.
d) ¿Cuántos litros de agua consumen?
   Consumen tres litros.
e) ¿Cuántos botes de zumo de naranja consumen?
   Consumen 4 botes.

f) ¿Cuántos litros de zumo de naranja contiene cada bote?

Contiene 1/3 de litro.

g) ¿Cuántos litros de zumo de naranja consumen?

Consumen 4/3 de litro.

h) ¿Cuántas fundas de limonada consumen?

Consumen 10 fundas.

i) ¿Cuántos litros de limonada contiene cada funda?

Cada funda contiene ¼ de litro.

j) ¿Cuántos litros de limonada consumen?

Consumen 10/4 de litro.

k) ¿Qué operación u operaciones se debe emplear?

Se empleará la multiplicación para saber cuántos litros consumen de cada líquido, y una suma de fracciones para encontrar el total de líquido que consume la familia.

6. Ejecución del problema

Todos resolverán la actividad de forma aritmética.

Agua: $2\left(1\frac{1}{2}\right)$ Zumo de naranja: $4\left(\frac{1}{3}\right)$ Limonada: $10\left(\frac{1}{4}\right)$

$$2\left(\frac{3}{2}\right) + 4\left(\frac{1}{3}\right) + 10\left(\frac{1}{4}\right) =$$

$$3 + \frac{4}{3} + \frac{5}{2} = \frac{18 + 8 + 15}{6} = \frac{41}{6}$$

dividimos: $\frac{41}{6} = 6\ \frac{5}{6}$

Respuesta: La familia consume $6\frac{5}{6}$ litros de líquido.

5.12.3. *Cocina matemática*

Esta estrategia se pone en consideración porque en la institución se está aplicando los clubes escolares que el Ministerio de Educación implementó en los establecimientos educativos públicos y privados del país, dentro de estas actividades se tiene el club de cocina, nutrición y dietética; se evidenció que los docentes y los estudiantes que están en este campo, utilizan las matemáticas para preparar los ingredientes que serán utilizados en la elaboración de los diferentes platos.

Sabían que: ¿preparando las recetas favoritas de la familia y usando los utensilios y equipos de cocina podemos tener un gran aliado a la hora de enseñar matemáticas a los estudiantes?, se preguntarán: ¿qué tiene que ver la cocina con el estudio de esta ciencia del saber?

En la actualidad donde las ideas sobrepasan las fronteras de los países, las sociedades han cambiado su modo de vivir y están progresando, las matemáticas juegan un papel importante ante estas situaciones, para que el hombre cambie su forma de pensar, de decidir y de lograr los objetivos que se proponen.

Desde hace tiempos esta área se ha adaptado a las demás ciencias de estudio, incluso está presente en todas las actividades del quehacer humano, como ejemplo podemos decir que encontramos las matemáticas en las actividades culinarias.

En la cocina hay varios elementos que están relacionados con el estudio de esta materia, todo depende de cómo lo miremos. Las formas, cantidad, orden, tiempo, tamaños, organización espacial, peso, precio, colores, volumen,… son referentes para encontrar una fuente inagotable de actividades de aprendizaje donde los alumnos pueden aprender y usar informalmente la estimación, la medida, la proporción, la fracción, los decimales, la geometría… a la hora de preparar algún tipo de alimento.

Los estudiantes no tienen lo suficientemente desarrollado la capacidad de pensar abstractamente y en las instituciones educativas fiscales por lo general no se trabaja con materiales específicos, lo que dificulta notablemente a acercarse a los conceptos de esta asignatura. Por esta situación presentar problemas matemáticos relacionados con la cocina permitirá a los alumnos a poner en práctica la abstracción y de pensar de este modo cuando manipulan, organizan, preparan y presentan algún plato.

Las frutas, verduras y legumbres pueden ayudar a agilitar el cálculo mental con precisión y rapidez; por ejemplo, al cortar una naranja para repartir a cuatro personas, estamos introduciendo las fracciones; también cuando queremos medir una libra y media de harina, etc., se requiere de cálculos matemáticos. Las jarras, vasos, balanzas, tarros, botellas, ollas, envases nos permiten practicar las medidas. Los moldes, cajas, recipientes, platos,… utilizamos para repasar la geometría; estas actividades lo pueden hacer los estudiantes de todos los años básicos.

Las recetas nos pueden ayudar a resolver ecuaciones sencillas al relacionar los ingredientes con la cantidad de comensales que disfrutarán los platos preparados, mientras más personas más ingredientes, pocos comensales menor cantidad de ingredientes porque se pondrá en práctica la proporcionalidad. Además permite: clasificar ingredientes y utensilios, entender la noción de número, identificar unidades de medida, saber contar, realizar operaciones matemáticas de: suma, resta, multiplicación y división.

La cocina también vitaliza a desarrollar el pensamiento lógico-matemático cuando se empieza a preparar las diferentes recetas, los problemas matemáticos surgen inesperadamente, el tiempo de cocción, la cantidad y distribución de los de los ingredientes, la cantidad de platos preparados para los comensales, el precio de los ingredientes, el valor total de cada plato,… son problemas que se presenta a la hora de cocinar y son totalmente reales.

Aprender las matemáticas en la cocina, es una estrategia innovadora, integradora, participativa y sobre todo muy activa, que nos asegura un aprendizaje significativo.

¿Cómo aplicar la “cocina matemática” en la resolución de problemas matemáticos?

1. **Presentación del problema**

   Para preparar una docena de galletas se necesita: ½ litro de leche, harina 300g, azúcar 170g, mantequilla 200g, un huevo, una cucharadita de sal y extracto de vainilla, y 1½ cucharadita de extracto de almendra (opcional). ¿Qué cantidad de ingredientes se necesitará para preparar 5 docenas de galletas?

2. **Formación de los equipos de trabajo**

   Todos los estudiantes participarán en la elaboración de la receta; por lo tanto, el docente con anterioridad debe formar los respectivos equipos de trabajo, en lo posible de 4 o 5 integrantes.

3. **Selección de los utensilios e ingredientes a utilizar**

   El profesor pedirá con anterioridad los utensilios y los ingredientes que se utilizará en la elaboración de la receta.

4. **Presentación de los ingredientes**

   Los ingredientes presentará el docente y cada equipo lo tendrá.

   Ingredientes:

   Según la página web http://www.pequerecetas.com/receta/galletas-caseras/

   ½ litro de leche

   300g. de harina para todo uso
   170g. taza de azúcar
   200g. de mantequilla
   1 huevo
   1 cucharadita de sal
   1 cucharadita de extracto de vainilla
   1½ cucharadita de extracto de almendra (opcional)

5. **Resolución del problema**

   Todos ejecutarán el problema antes de preparar la receta para ver qué cantidad se utilizará de cada ingrediente en la elaboración de las 5 docenas de galletas. Podemos aplicar cualquier algoritmo para encontrar los resultados, en este caso para calcular los litros de leche, gramos de harina, azúcar, mantequilla, la cantidad de huevos, las cucharaditas de sal, vainilla y almendras que se necesita, utilizaremos las siguientes ecuaciones matemáticas:

Litros de leche:

$y = \frac{1}{2}x \qquad y = \frac{1}{2}(5) \qquad y = \frac{5}{2} \qquad y = 2{,}5 \qquad y = 2\frac{1}{2}$

R = Se necesitará 2 ½ litros de leche.

Gramos de harina:

$y = 300x \qquad y = 300(5) \qquad y = 1500g \qquad y = \frac{1500 \cdot 2{,}2}{1000} \qquad y = 3{,}3l$

R = Se necesitará 1500 gramos o 3,3 libras de harina.

Gramos de azúcar:

$y = 150x \qquad y = 150(5) \qquad y = 750g \qquad y = \frac{750 \cdot 2{,}2}{1000} \qquad y = 1{,}65l$

R = Se necesitará 750 gramos o 1,65 libras de harina.

Gramos de mantequilla:

$y = 200x \qquad y = 200(5) \qquad y = 1000g \qquad y = \frac{1000 \cdot 2{,}2}{1000} \qquad y = 2{,}2l$

R = Se necesitará 1000 gramos o 2,2 libras de mantequilla.

Cantidad de huevos: $y = x \qquad y = 1(5) \qquad y = 5$

R = Se necesitará 5 huevos.

Cucharaditas de sal: $y = x \qquad y = 1(5) \qquad y = 5$

R = Se necesitará 5 cucharaditas de sal.

Cucharaditas de extracto de vainilla: $y = x \qquad y = 1(5) \qquad y = 5$

R = Se necesitará 5 cucharaditas de extracto de vainilla.

Cucharaditas de extracto de almendras:

$y = x \qquad y = 1\frac{1}{2}(5) \qquad y = \frac{3}{2}(5) \qquad y = \frac{15}{2} \qquad y = 7{,}5 \qquad y = 7\frac{1}{2}$

R = Se necesitará 7 ½ cucharaditas de extracto de almendras.

En todas las ecuaciones *"x"* representa el número de docenas y *"y"* la cantidad que se requiere.

6. Indicaciones generales antes de la preparación

Se indicará a todos los participantes que sigan paso a paso las instrucciones, tener listo los utensilios, los ingredientes, la receta y sobre todo llevar la higiene en todo momento de la preparación.

7. **Lectura de la preparación de la receta**

   Se dará lectura de la preparación antes de su elaboración, todos los equipos de trabajo tendrán por escrito para que conozcan con anterioridad de lo que realizarán y no cometan errores durante el proceso.

8. **Preparación de la receta**

   "Mezclar la mantequilla y el azúcar con una batidora. Añadir los huevos y seguir mezclando. Añadir el extracto o extractos y mezclar. Mezclar la harina y la sal en una taza y añadir poco a poco a la mezcla húmeda, batir a baja velocidad para combinar. Cubrir y dejar reposar la masa en el frigorífico 20 minutos. Precalentar el horno a 180ºC. Amasar brevemente sobre una superficie enharinada y extender la masa con un rodillo dejando un espesor de 6-7 mm aproximadamente. Cortar las galletas con un cortador de galletas y hornear en una bandeja forrada con papel aluminio o de horno durante 14-16 minutos hasta que los bordes estén dorados. Las galletas más pequeñas pueden necesitar menos tiempo y si son más grandes pueden necesitar hasta 18 minutos. Esta receta de galletas caseras rinde para 10 o 12 galletas grandes o 20-25 pequeñas". (Pequerecetas, 2010)

9. **Conclusiones sobre lo realizado**

   Pedir a los estudiantes que indiquen las observaciones de la elaboración de la receta: sencilla, fácil, entretenida, les gustó, nos les gustó, colaboraron todos los integrantes del equipo, la elaboración fue un éxito, las galletas salieron como se esperaba,…

10. **Recomendaciones**

    Si el caso lo permite: los integrantes del equipo fueron los suficientes, las indicaciones fueron las necesarias,…

5.12.4. *Creación de problemas matemáticos*

Esta estrategia permite que los estudiantes pongan en práctica su imaginación. Además, al crear un problema se convierte en uno nuevo a partir del conocido; por lo tanto, estarán en condiciones de conocer con anticipación el resultado del mismo y del procedimiento que hay que seguir para encontrar la solución.

Antes de empezar con esta técnica, el docente debe plantear un problema modelo -si es posible sencillo y de la vida cotidiana- para que se dé solución y conozcan todos los parámetros que lo componen.

No todos pueden crear de manera fácil los problemas matemáticos, en su mayoría presentan algún tipo de bloqueo que puede ser: cognitivo, afectivo, inercial, cultural y ambiental, por estos factores les cuestan entender y resolverlos; para fomentar esta estrategia también se debe poner en práctica la comprensión lectora que es muy importante a la hora de leer y de comprender las actividades de esta materia, para no tener resultados erróneos.

Para crear un problema es muy importante leer y entender el problema modelo en su totalidad; tratar de resolver sin haberlo leído completamente puede conducir a tener valores falsos. Además se debe analizar el contenido por lo menos dos veces o más si lo requiere, de esta forma se asegurará que ha captado correctamente; también, ver qué información es la que se tiene y cuál es la que falta.

Señalar lo que buscamos es proponer, plantear o crear un problema de tal manera que todos se sienta motivado para desarrollarlo, lo entienda y recuerde, así como también la estrategia que empleó, y aprenda algo del arte de resolver problemas, que le servirá tanto en sus estudios posteriores como en las relaciones que hará entre su conocimiento y de lo que le esperará en la vida real.

Proponer problemas que sean cercanos al entorno del estudiante o de situaciones que le interese es una fuente de motivación para adentrarse a la creación y solución.

No se puede trabajar en forma individual, en parejas o equipos sería práctico para que creen los problemas -dos cabezas piensan mejor que una- y así todos puedan contribuir con ideas que beneficien en la formulación de las actividades.

Para estimular la creación de problemas el tutor debe trabajar en varias sesiones proponiendo ejemplos que orienten a los participantes en cómo lo deben hacer, es conveniente iniciar con problemas sencillos pero con argumentos lógicos e ir poco a poco o en el transcurso del tiempo incrementando la dificultad.

¿Cómo aplicar la “creación de problemas” en la resolución de problemas matemáticos?

1. **Presentación de las palabras claves**

   Se pondrá en práctica la primera estrategia de la propuesta; es decir, presentar las palabras claves para que los alumnos se guíen y planteen sus propios problemas.

   Ejemplo. Palabras claves: Rectángulo, base, altura, perímetro, área.

2. **Análisis de las palabras claves**

   Se analizará una o varias veces según sea el caso para poder entender cómo plantear, qué operación u operaciones se empleará y qué encontrar.

3. **Creación de problemas por parte de los estudiantes**

   Los escolares crearán los problemas matemáticos a partir de las palabras claves; estos pueden ser:

   a) Un rectángulo mide de base 70 cm y de altura 40 cm, ¿cuál es su área?
   b) Un mural rectangular tiene un área de 1200 cm^2 y una altura de 30 cm, ¿cuál es la base?
   c) Si un rectángulo tiene una base de 20 m y una altura de 10 m, ¿cuál es su área?
   d) ¿Cuál es el perímetro de un rectángulo que tiene de base 50 m y 30 m de altura?
   e) Juan desea saber ¿cuál es la altura de un terreno rectangular que tiene una base de 70 m y un área de 3500 m^2?

4. **Resolución de los problemas creados**

   Todos los presentes deben resolver cada uno los problemas, con el propósito que observen los procesos empleados.

   a) Un rectángulo mide de base 70 cm y de altura 40 cm, ¿cuál es su área?

   Fórmula de área del rectángulo: $A = b \ x \ h$

   $A = 70 \ cm \ x \ 40 \ cm$

   $A = 2800 \ cm^2$

   R = El área del rectángulo mide $2800 \ cm^2$.

b) Un mural rectangular tiene un área de 1200 cm^2 y una altura de 30 cm, ¿cuál es la base?

Fórmula del área del rectángulo: $A = b\ x\ h$

El problema da el valor del área y de la altura, falta conocer la base, de la fórmula del área despejamos la base "b":

$A = b\ x\ h$

$b = \frac{A}{h}$

Reemplazamos valores:

$b = \frac{1200\ cm^2}{30\ cm}$

Dividimos o simplificamos:

$b = 40\ cm$

R = La base del mural mide 40 cm.

c) Si un rectángulo tiene una base de 20 m y de altura 10 m, ¿cuál es su área?

$A = b\ x\ h$
$A = 20\ m\ x\ 10\ m$
$A = 200\ m^2$
R = El área del rectángulo es de $200\ m^2$.

d) ¿Cuál es el perímetro de un rectángulo que tiene de base 50 m y 30 m de altura?

Fórmula del perímetro del rectángulo: $P = \sum l$ *o* $P = 2l + 2a$

$P = 2l + 2a$
$P = 2(70\ m) + 2(40\ m)$
$P = 140\ m + 80\ m$
$P = 220\ m$
R = El perímetro del rectángulo mide 220 m.

e) Juan desea saber ¿cuál es la altura de un terreno rectangular que tiene una base de 70 m y un área de 3500 m^2?

Fórmula del área del rectángulo: $A = b\ x\ h$

El problema da el valor del área y de la base, falta conocer la altura, de la fórmula del área despejamos la altura "h":

$A = b\ x\ h$

$$h = \frac{A}{b}$$

Reemplazamos valores:

$$h = \frac{3500\ m^2}{70\ m}$$

Dividimos o simplificamos:

$$h = 50\ m$$

R = La altura del terreno es de $50\ m$.

5.12.5. *Buscar un patrón*

Lo primero que se puede hacer antes de empezar a resolver un problema matemático es jugar con él, hay que acostumbrarse a analizar sus elementos. La idea general de buscar un patrón es ayudar a las personas a desarrollar el pensamiento abstracto y las habilidades analíticas, y poner en práctica algunas conjeturas de solución.

En la vida cotidiana se presentan situaciones donde aparecen secuencias numéricas, es decir objetos y formas matemáticas ordenadas. En la actualidad los problemas matemáticos que buscan un patrón de cambio son los más utilizados en las pruebas de conocimientos para ingresar a una institución educativa o para encontrar un puesto de trabajo, estos problemas a más de ser recreativos o divertidos como opinan algunos, nos permite también desarrollar el pensamiento lógico-matemático; estos patrones toman un poco de lógica, algunas habilidades de observación y conocimientos matemáticos básicos para resolverlo.

El término patrón se refiere a algo que se repite constantemente y que sigue una determinada ley de formación por lo tanto no se puede permitir resolver por intuición; es decir, no adivinar el resultado. Algunos son fáciles que incluso la solución se lo tiene en la mente, pero hay otros que pueden ser difíciles de formular al instante, que se necesita realizar las operaciones en una hoja o con la ayuda de otras herramientas como la utilización de la calculadora -siempre y cuando se lo requiera-.

Los patrones pueden ser finitos o infinitos según la propiedad que obedezcan. Identificar patrones matemáticos desde la educación básica inicial puede ayudar a los estudiantes a desarrollar sus habilidades en suma, resta, multiplicación y división; permite también integrar estrategias de conteo, operatoria, divisibilidad, proporcionalidad, que ayudará a dar soluciones a varias situaciones problemáticas de la vida cotidiana cuando esté preparado y conozca todas las reglas para la aplicación de esta técnica.

En matemática el estudio de buscar patrones debe surgir de diversas situaciones simples que constituye en el fundamento importante para el estudio de los conceptos posteriores de funciones, ecuaciones y sucesiones.

Un patrón puede ser creciente, decreciente o combinación de las dos, depende del problema que se presente, estos pueden ser: numéricos, alfanuméricos, geométricos, de razones trigonométricas, relaciones, gráficos y cuadros, proporciones y porcentajes, operaciones con números. El docente debe saber cuáles son las reglas o leyes para buscar el resultado y exponer a sus estudiantes de forma correcta, y las veces que creyera conveniente.

¿Cómo aplicar "buscar un patrón" en la resolución de problemas matemáticos?

1. **Presentación del problema**

   Complete la sucesión: 4, 6, 8, 10, ?

2. **Observación**

   Los estudiantes deben observar y leer bien el problema para encontrar el patrón de la secuencia.

3. **Análisis de lo observado**

   Se empleará la suma, resta, multiplicación, división u otro algoritmo para encontrar el patrón de cambio. En este caso, restamos el número posterior 6 con el número anterior 4: 6 – 4 = 2, 8 – 6 = 2, 10 – 8 = 2, nos damos cuenta que siempre dará resultado 2. Por lo tanto, si sumamos cada números más 2 nos dará el siguiente número y así sucesivamente. Como conclusión diremos que se trata de una sucesión que va ascendiendo de valor al anterior + 2.

4. **Aplicación de fórmulas de solución (si el caso lo permite)**

La solución es: 12 Fórmula: $n = x + 2$

5. **Resolución del problema**

$n = 4 + 2 = 6;$ $n = 6 + 2 = 8;$ $n = 8 + 2 = 10;$ $n = 10 + 2 = 12$

4, 6, 8, 10, ?

4, 6, 8, 10, 12

6.12.6. *Trabajo en equipo*

En nuestros días trabajar en equipo es de vital importancia para el adelanto de las sociedades. En una empresa el éxito depende de la comunicación, el compromiso y de la interrelación que puedan existir entre los empleados y los jefes; cuando se aplica todo fluye de manera más rápida y eficiente para lograr los objetivos propuestos. En un equipo deportivo poner en práctica este recurso es uno de los ejemplos más reales, y realizar esta estrategia en las actividades cotidianas que realizan las personas, llegará a un mismo fin, el de ganar.

"El trabajo en equipo es una destreza de trabajo colectivo y coordinado, en que los participantes intercambian sus experiencias, respetan sus roles y funciones, para lograr objetivos comunes al realizar una tarea conjunta". (Viel, 2010, http://tdv8.blogspot.com)

No se debe confundir trabajo en equipo que equipo de trabajo, son dos enunciados diferentes; el trabajo en equipo es el conjunto de personas que en forma unida realizan las actividades aportando con sus habilidades y destrezas y así alcanzar los objetivos deseados. En cambio el equipo de trabajo es la reunión de personas en la que las responsabilidades lo distribuyen de mejor manera en forma individual y de acuerdo a sus capacidades y habilidades para lograr alcanzar con los objetivos deseados.

Para poner en práctica esta estrategia dentro del aula, el docente debe motivar, guiar a cada instante para lograr que los estudiantes se interesen en trabajar en equipo y poder salir de la monotonía y en algunos casos del aburrimiento que presenta en la hora de la materia de matemáticas y los resultados en la resolución de los problemas sean los esperados.

El tutor también debe fortalecer y practicar los valores en los estudiantes como el respeto, amabilidad, honestidad, sinceridad, paciencia, seguridad, empatía, generosidad, comprensión, crítica constructiva, humildad, y otros valores humanos que se emplee para tener un adecuado ambiente de trabajo. Es importante explicar que un equipo de trabajo no es sólo un agrupamiento de personas, sino que tienen una tarea, algo por resolver entre ellos.

Hay algunos estudiantes que no les gusta trabajar con otras personas y prefieren hacer las cosas por sí solos; en cambio, a la mayoría les agrada interrelacionarse con otros compañeros para compartir sus ideas, sentimientos, emociones y conocimientos principales. Debemos tomar en cuenta que es mucho más productivo y eficiente que los seres humanos realicen sus actividades en equipo y no individualmente.

“El trabajo en equipo debe eliminar las falencias que algunas personas lo mencionan para no trabajar de esta manera, entre esos problemas tenemos” (De Gerencia, 2009, http://www.degerencia.com/tema/trabajo_en_equipo):

- No existe un clima agradable de trabajo
- Se planifica incorrectamente
- Existe negatividad y egoísmo en el equipo
- Los miembros están desmotivados y no son perseverantes
- Los involucrados no se sienten parte del equipo
- No se da la confianza mutua
- Los objetivos a cumplir no están claros

Los docentes deben motivar que el trabajar con otras personas beneficiará tanto a la personalidad, la actitud y la inteligencia; y, nos enseña a aceptar críticas, vencer temores y debilidades, respetar opiniones disidentes, aprender a escuchar, ser flexibles, autocríticos y desarrollar el compañerismo.

El profesor antes de poner en práctica el trabajo en equipo, propondrá problemas modelos para observar el proceso y la resolución.

¿Cómo aplicar el "trabajo en equipo" en la resolución de problemas matemáticos?

Inicio

1. **Presentación del problema**

   A un encuentro deportivo asisten 1 200 personas entre general y tribuna, el costo a general es de USD 5 y a tribuna de USD 8 y al final del encuentro se tiene una recaudación de USD 7 740. ¿Cuál es el número de personas que asistieron a tribuna?

2. **Formación de los equipos de trabajo**

   El docente formará los equipos de trabajo; es recomendable 3 o 4 integrantes. Los estudiantes elegirán a un coordinador.

Nudo

3. **Lectura del problema**

   Se leerá el problema una o varias veces según sea el caso para poder entender qué pide el problema y qué operaciones se empleará.

4. **Análisis del problema**

   El coordinador tomará la palabra para que motive a los integrantes del equipo a que identifique los datos del problema y busquen posibles soluciones; en este caso:

   Asistentes: 1 200 personas, entre general y tribuna

   General: USD 5

   Tribuna: USD 8

   Recaudación: USD 7 740

   Pregunta: ¿Cuál es el número de personas que asistieron a tribuna?

   Operaciones: División, multiplicación, suma, resta.

5. **Búsqueda de resultados**

   Todos los integrantes del equipo aportarán con sus ideas para encontrar la solución al problema, entre ellas tenemos:

   Dividir 1 200 para 2 (número de grupos: general, tribuna)

   El resultado obtenido multiplicar por 5 y 8 dólares

Sumar el resultado de las dos multiplicaciones, si es mayor, restar personas a un grupo (general) y sumar la misma cantidad de personas al otro grupo (tribuna); o viceversa

6. Comprobación de resultados

Se comprueba la posible o posibles soluciones.

7. Resolución del problema

Dividir 1 200 personas para los 2 grupos (general, tribuna) = 600

Multiplicar el resultado de la división por el valor de las entradas (5 y 8 dólares)

$$\begin{array}{r} 600 \\ \times \quad 5 \\ \hline 3000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 600 \\ \times \quad 8 \\ \hline 4800 \end{array}$$

Sumar el resultado de las dos multiplicaciones

$$\begin{array}{r} 3000 \\ +\ 4800 \\ \hline 7800 \end{array}$$

El resultado es de USD 7 800, es mayor a USD 7 740, por lo tanto debemos restar personas a un grupo y la misma cantidad que se restó, sumar al otro grupo; en este caso se le sumó 20 a las 600 de tribuna y se le restó la misma cantidad a los de la general

$$\begin{array}{r} 620 \\ \times \quad 5 \\ \hline 3100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 580 \\ \times \quad 8 \\ \hline 4640 \end{array}$$

Si al sumar los dos resultados de las multiplicaciones da 7 740 dólares, es la solución al problema

$$\begin{array}{r} 3100 \\ +\ 4640 \\ \hline 7740 \end{array}$$

R = 620 personas asistieron a tribuna.

Desenlace

8. Exposición del problema

Todos los equipos de trabajo socializarán su actividad para saber cómo desarrollaron el problema y ver si los resultados son correctos.

5.12.7. *Ensayo-Error*

Las matemáticas ha contribuido a resolver diferentes problemas que se encuentra en el diario vivir; por esta razón, el ser humano tiende a buscar innumerables soluciones aplicando diversas estrategias y reflexionando cómo se procedió para llegar al resultado. El pensamiento humano no debe centrarse en una sola explicación sino en varios argumentos.

"La expresión ensayo y error, también conocida como prueba y error, es un método heurístico para la obtención de conocimientos, tanto proposicional como procedural. Consiste en probar una alternativa y verificar si funciona. Si es así, se tiene una solución. En caso contrario -resultado erróneo- se intenta una alternativa diferente". (Wikipedia, 2014, http://es.wikipedia.org/wiki/Ensayo_y_error)

Con lo anterior expuesto se manifiesta que esta estrategia consiste en ensayar o experimentar una o varias veces con todos los datos del problema propuesto y de esta manera buscar una solución factible eligiendo una operación ya conocida o eligiendo un valor próximo a nuestro problema; si en el primer intento se obtiene una respuesta no favorable, se repite el ensayo las veces que sea necesario hasta llegar al objetivo requerido. Si no es posible encontrar lo que deseamos, se debe acudir a una persona con experiencia para ver en qué se está fallando.

Cuando los resultados aparecen una y otra vez, toman forma los conceptos, que a su vez se estructuran las teorías.

La estrategia es factible aplicar a problemas tanto reales como imaginarios, concretos como abstractos; lo único que no garantiza en un cien por ciento es la resolución inmediata; se puede decir, que es costoso en esfuerzo personal, recursos y tiempo.

Los docentes deberían comenzar intentando resolver problemas matemáticos por ensayo y error en vez de hacerlo de forma mecánica, para que los alumnos aprendan a razonar y así desarrollar más el pensamiento lógico-matemático como sus habilidades y actitudes.

Del error se aprende, si se cometen tropezones a cada instante se debe guiar, corregir y reflexionar de tal manera que las falencias sea una fuente de aprendizajes significativos y no de rechazo o castigo.

Se pondrá mucho énfasis en salir del prototipo en donde se tenía que memorizar los conceptos y las definiciones; hoy nos damos cuenta que la práctica lleva a potenciar las capacidades del individuo, por esta razón hay que tratar que ellos aprendan a enfrentar problemas de manera creativa y por si solos para que descubran sus propios mecanismos.

¿Cómo aplicar el "ensayo-error" en la resolución de problemas matemáticos?

1. **Presentación del problema**

   Una persona que pesa 62 kg., sube a un ascensor llevando 3 cajas iguales. El marcador electrónico del peso del ascensor marca 77 kg. ¿Cuánto pesa cada caja?

2. **Análisis del problema**

   El profesor guiará a los alumnos a que lean y entiendan el problema para encontrar lo que nos pide y las operaciones que hay que emplear.

   Palabras claves

   Cajas: 3

   Peso de la persona: 62 kg.

   Peso total: 77 kg.

   Pregunta: ¿Cuánto pesa cada caja?

   Operaciones: multiplicación, suma

3. Asignación de valores a las condiciones dadas en el problema

Tabla 1-5. Resolución del problema con la estrategia ensayo-error

Peso de la caja kg. x	Cajas 3x	Peso de las cajas más el peso de la persona 3x + 62	Ensayo – Error
1	3(1) = 3	3 + 62 = 65	Error
2	3(2) = 6	6 + 62 = 68	Error
3	3(3) = 9	9 + 62 = 71	Error
4	3(4) = 12	12 + 62 = 74	Error
5	3(5) = 15	15 + 62 = 77	Ensayo

Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

4. Comprobación si se ha alcanzado el objetivo esperado

Si cada caja pesa 5 kg., como son 3, el peso total de las cajas es de 15 kg., sumado el peso de la persona de 62 kg., da un peso total de 77 kg.

5. Resolución del problema

Una persona que pesa 62 kg. sube a un ascensor llevando 3 cajas iguales. El marcador electrónico del peso del ascensor marca 77 kg. ¿Cuánto pesa cada caja?

Cajas: 3x

Peso de la persona: 62 Kg.

Peso total: 77 kg.

$3x + 62 = 77$

$3x = 77 - 62$

$3x = 15$

$x = \frac{15}{3}$

$x = 5$

R = Cada caja pesa 5 kg.

Peso de las tres cajas:

$3x = ?$

$3(5) = 15$

Peso total de las cajas 15 kg

Peso de la persona más el peso de las cajas: 62 kg. + 15 kg. = 77 kg.

R = El peso total es de 77 kg.

5.12.8. *Organización de la información en tablas, diagramas o figuras*

En la resolución de problemas matemáticos es de gran utilidad organizar la información en tablas, diagramas, figuras o en una representación visual en la que se integren todos los elementos que intervienen en el problema, por lo que resulta mucho más fácil pensar, razonar, aprender y comprender con la ayuda de imágenes en vez de aplicar solamente las operaciones que pueden ser hasta muy complicadas.

Una tabla es la representación ordenada de datos en un espacio pequeño. Los diagramas son espacios geométricos delimitados por líneas o planos, las figuras son gráficos diseñados para transmitir las relaciones de manera amena los conceptos. Las tablas, diagramas o figuras recogen la información del problema para procesarlos y posteriormente se tenga un producto más vistoso y atractivo que pueda ayudar a clarificar las situaciones.

Nuevas formas de enseñanza-aprendizaje nos permite tener estudiantes muy interesados en aprender y de poder desarrollar su pensamiento lógico-matemático.

Organizar los datos de los problemas en cualquier clase de gráficos nos permite aclarar el planteamiento del problema; esta estrategia se ha trabajado especialmente en los temas de geometría y de estadística, pero hay varios problemas a los que también se los puede aplicar esta actividad si ningún inconveniente.

Los seres humanos desde la antigüedad para realizar cualquier tipo de operación matemática se ha ingeniado en representar los valores o cantidades mediante la utilización de gráficos o dibujos, la cual ha sido de gran ayuda aplicar estos recursos para establecer la relación matemática con el objeto de estudio. El tutor debe emplear gráficos para dar solución a los problemas matemáticos y así los escolares se acostumbren a plantear en esta clase de herramienta, que tiene como propósito buscar los resultados de manera fácil y sencilla.

La elaboración de cualquier tipo de tabla, diagrama o forma es una tarea muy sencilla y sin complicaciones, pero por el desconocimiento de algunas normas, el alumno se puede encontrar con ciertas dificultades al momento de elaborarlas o interpretarlas; y es ahí que el profesor debe guiar para que no cometan errores. La matemática creativa y motivadora permite que el educando no se desilusione por el estudio, en este caso, de las matemáticas.

¿Cómo aplicar la "organización de la información en tablas, diagramas o en figuras" en la resolución de problemas matemáticos?

1. **Presentación del problema**

   Por dos horas de trabajo, Pedro recibe 6 dólares. ¿Cuánto recibirá por 12 horas de trabajo?

2. **Lectura del problema**

   Se leerá el problema una o varias veces para poder entender, encontrar lo que nos hace falta y buscar la operación a aplicar.

3. **Análisis del problema**

   Identificación de las palabras claves.

   Horas de trabajo: 2

   Dinero recibido: 6 dólares

   Pregunta: ¿cuánto recibirá por 12 horas?

4. **Elección de tablas, diagramas o figuras**

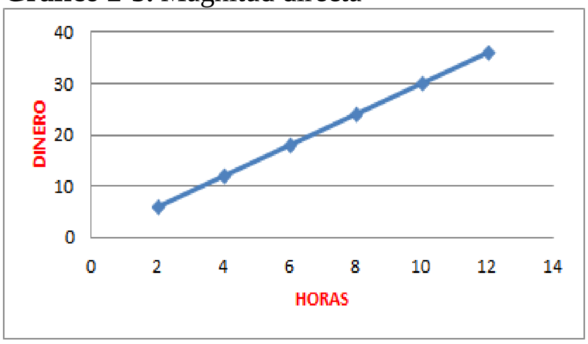
   Se realizará una tabla y un diagrama.

Tabla 2-5. Magnitud directa

Horas	Dinero
2	6
4	12
6	18
8	24
10	30
12	36

Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

Gráfico 2-5. Magnitud directa



Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C.

5. **Planteamiento del problema**

Se trata de una regla de tres simple directa (más tiempo, más dinero; menos tiempo, menos dinero).

6. **Resolución del problema**

Horas	Dinero
2	6
12	x

La regla de tres simple directa se fundamenta en una relación de proporcionalidad, en este caso tenemos:

$2 : 12 :: 6 : x$

$$\frac{2}{12} = \frac{6}{x}$$

$$x = \frac{6 \cdot 12}{2}$$

$$x = \frac{72}{2}$$

$$x = 36$$

R = Por 12 horas de trabajo, Pedro recibirá 36 dólares.

5.12.9. *Buscar un problema semejante*

En el transcurso del tiempo el solucionar problemas ha dejado huellas importantes en el cambio de las sociedades y el progreso se ha evidenciado.

Normalmente a cada instante se están resolviendo problemas y en mucho de los casos son los mismos pero vemos que cada día se han ido perfeccionando y las soluciones incluso son más variadas y con excelentes resultados.

El buscar problemas parecidos es muy útil en la resolución de problemas matemáticos porque proporciona al estudiante la sensación de estar en terreno conocido y familiarizado, que les ayuda a afrontar con mayor confianza y sobre todo los resultados serán los óptimos y los esperados por los docentes.

Recordar lo que se ha realizado con anterioridad estamos despertando al pensamiento lógico-matemático a que nos permita despejar las dudas y complejidades con mayor facilidad en la resolución de los diversos problemas.

El docente al presentar las actividades debe ir desde lo más fácil o sencillo hasta lo más complicado y no apresurarse, si lo hace la gran mayoría de participantes no captarán ni comprenderán los procesos realizados -en un salón de clases se tiene alumnos con diferentes ritmos y estilos de aprendizaje-; es decir, si se realiza pausas entre problema y problema y con el tiempo suficiente y necesario, aprenderán y comprenderán mejor los pasos que se emplea en la resolución, de esta manera cuando se los plantea, estarán en condiciones de responder a todos.

Buscar problemas semejantes sea en cualquier medio de comunicación escrito -libros, internet- beneficiará tanto a los profesores en tener un recurso humano pensante con todas las capacidades desarrolladas, como a los escolares que les permitirá leer, analizar y comprender las actividades de aprendizaje; y, estos son las futuras personas encargadas de tomar decisiones cuando respondan a los problemas de las sociedades.

¿Cómo aplicar "buscar problemas semejantes" en la resolución de problemas matemáticos?

1. **Presentar el problema**

   ¿Cuál de las alternativas reemplaza al signo de interrogación?

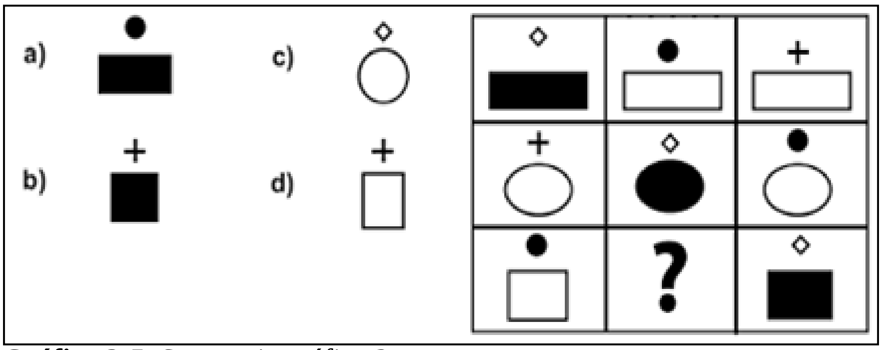


Gráfico 3-5. Secuencia gráfica 2

Fuente: (Foros Ecuador, 2013, http://www.forosecuador.ec)

2. **Análisis del problema**

   Los estudiantes leerán u observarán el problema e identificarán las palabras claves para guiarse y resolver correctamente.

3. Buscar problemas similares

Se puede buscar problemas semejantes en otros textos o en el internet.

- Encuentre los dominós correctos:

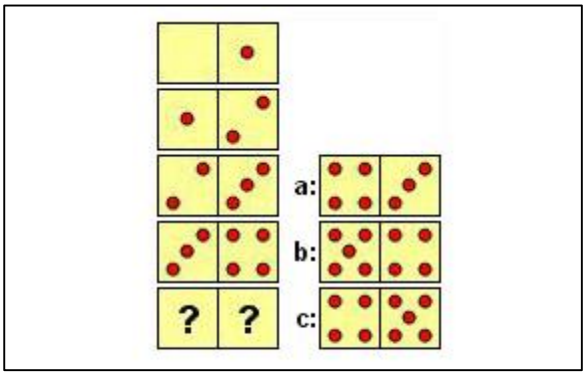


Gráfico 4-5. Secuencia gráfica 3
Fuente: Mentes en blanco, 2013, http://www.mentesenblanco-razonamientoabstracto.com

- Encuentre la figura que remplace a la incógnita:

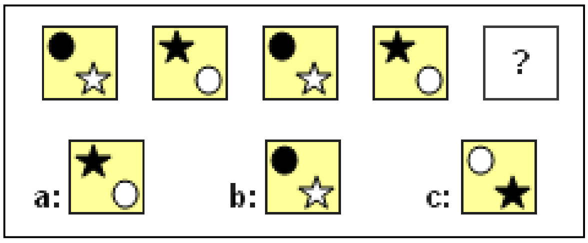
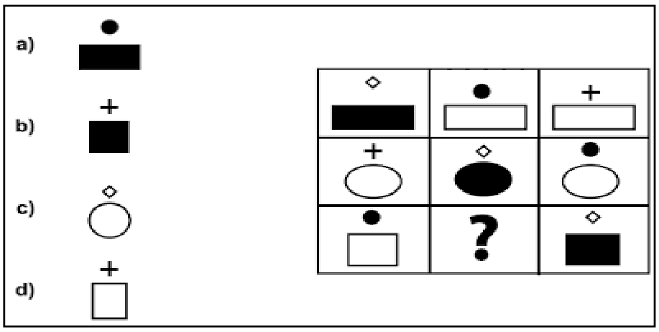


Gráfico 5-5. Secuencia gráfica 4
Fuente: Mentes en blanco, 2013, http://dc378.4shared.com/doc/1t72r5ci/preview.html

4. Resolución de los problemas

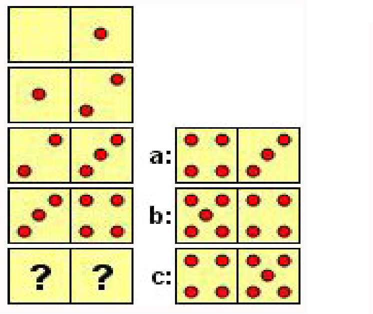
¿Cuál de las alternativas reemplaza al signo de interrogación?



Respuesta: opción "d"

Gráfico 6-5. Solución de la secuencia gráfica 2
Fuente: (Foros Ecuador, 2013, http://www.forosecuador.ec)

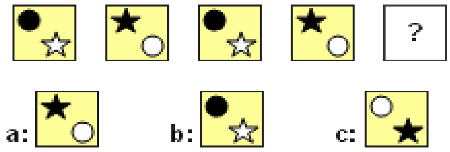
- Encuentre los dominós correctos:



R = opción "c"

Gráfico 7-5. Solución de la secuencia gráfica 3
Fuente: Mentes en blanco, 2013, http://www.mentesenblanco-razonamientoabstracto.com

- Encuentre la figura que remplace a la incógnita:



R = opción "b"

Gráfico 8-5. Solución de la secuencia gráfica 4
Fuente: Mentes en blaco, 2013, http://dc378.4shared.com/doc/1t72r5ci/preview.html

5. Verificar los resultados

El instructor verificará los resultados de los problemas que encontraron los estudiantes, sean de textos o del internet.

Ejemplo. ¿Cuál de las alternativas reemplaza al signo de interrogación?

Características del problema: Observamos que en cada fila hay tres figuras grandes (rectángulo, esfera, cuadrado; dos de ellas blancas y una negra), en la parte superior una figura pequeña (un círculo negro, un rombo blanco o una cruz); por tanto, la alternativa correcta es la opción "d" porque en la fila de la incógnita se tiene dos alternativas conocidas la primera el cuadrado grande blanco con el círculo pequeño negro, la otra alternativa el cuadrado grande negro con el rombo blanco pequeño; como son dos figuras grandes blancas y una negra con una figura pequeña en la parte superior, la alternativa que nos falta es el cuadrado blanco grande con la cruz en la parte superior.

- Encuentre los dominós correctos. Características del problema: Observamos que tanto la parte izquierda, como la parte derecha de las fichas va aumentando (0-1-2-3/1-2-3-4) y cada pieza inicia con los mismos puntos con que termina la anterior. En este caso, la respuesta es "c".

- Encuentre la figura que remplace a la incógnita. Características del problema: Observamos que en cada casilla hay una estrella blanca o negra y un círculo blanco o negro -en la parte superior izquierda se encuentra las figuras de color negro y en la parte inferior derecha las figuras de color blanco-. En este caso: círculo negro-estrella blanca, estrella negra-círculo blanco, círculo negro-estrella blanca, estrella negra-círculo blanco; por tanto, la opción correcta es la opción "b" círculo negro-estrella blanca.

5.12.10. *Modificar el problema*

Modificar, variar, cambiar, restringir, delimitar o alterar el problema consiste en dividirlo en partes más pequeñas sin perder la sintaxis ni la configuración y de esta forma resolver cada una de los fragmentos, pero que no sean equivalentes en su totalidad; si esto sucede, serán similares.

Esta estrategia se lo puede realizar con problemas difíciles, de mayor complejidad o dificultad, sin embargo también se lo puede aplicar con enunciados fáciles o sencillos, lo importante es conocer nuevas formas para resolver las actividades propuestas.

El docente en lo posible debe modificar cada uno de los problemas que presenta, explicarlo con claridad, repitiendo el proceso varias veces según sea el caso, y evaluando para que la destreza sea comprendida por los estudiantes y de esta manera poner en práctica de manera correcta cuando sea el momento de dar un resultado.

Modificar también permite analizar, razonar y sobre todo desarrollar el pensamiento lógico-matemático al verificar qué partes debe separar del problema para poder modificarlo y de esta manera encontrar las opciones favorables.

Los sub-problemas que hemos dividido al problema general deben ser precisos; es decir, sin alterar sus cualidades o características esenciales. Las respuestas que se encuentre para cada uno, deben ser analizadas y de esta manera llegar a una sola alternativa de solución global.

¿Cómo aplicar "modificar el problema" en la resolución de problemas matemáticos?

1. **Presentación del problema**

   Encuentre el área del siguiente cuerpo geométrico:

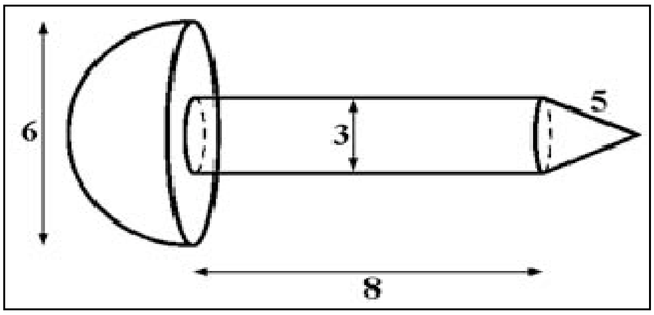


Gráfico 9-5. Cuerpo geométrico con diversos objetos
Fuente: (Ciber Educa, 2005, http://sedici.unlp.edu.ar)

2. **Análisis del problema**

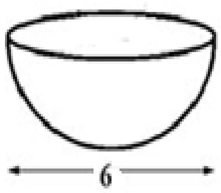
   El docente guiará a los estudiantes a que lean u observen el problema para hallar lo que pide y las operaciones que hay que emplear.

   El problema visto de esta manera se podrá decir que es muy complejo pero si nos damos cuenta se observa que el cuerpo geométrico está compuesto por otros, como: la esfera, el cilindro y el cono.

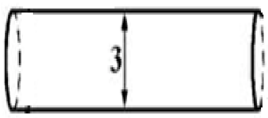
3. **Modificar el problema**

   El problema se lo puede modificar en los siguientes sub-problemas:

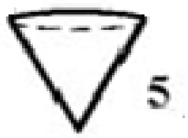
- Encuentre el área de una esfera de 6 cm de diámetro.



- Encuentre el área de un cilindro de 3 cm de diámetro y 8 cm de altura.



- Encuentre el área del cono de 3 cm de diámetro y 5 cm de generatriz.



4. **Resolver los sub-problemas**

   - Encuentre el área de una esfera de 6 cm de diámetro.

     Área de la esfera: $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$$A = 4 \cdot 3{,}14 \cdot (3\ cm)^2$$

$$A = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 9\ cm^2$$

El estudiante puede tomar los decimales que creyera conveniente, debemos recordar que en el resultado los decimales cambiarán.

$$A = 113{,}04\ cm^2$$

Como es la mitad de la esfera dividimos el resultado para 2:

$$A = \frac{113{,}04\ cm^2}{2}$$

$$A = 56{,}52\ cm^2$$

R = el área de la mitad de la esfera es de $56{,}52\ cm^2$.

- Encuentre el área de un cilindro de 3 cm de diámetro y 8 cm de altura.

Área del cilindro: $A = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (h + r)$

$$A = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5\ cm \cdot (8\ cm + 1{,}5\ cm)$$

$$A = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5\ cm \cdot (9{,}5\ cm)$$

$$A = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 14{,}25\ cm^2$$

$$A = 89{,}49\ cm^2$$

Respuesta: el área del cilindro es de $89{,}49\ cm^2$.

- Encuentre el área del cono de 3 cm de diámetro y 5 cm de generatriz.

Área del cono: $A = \pi \cdot r \cdot (\mathrm{g} + r)$

$$A = 3{,}14 \cdot 1{,}5\ cm \cdot (5\ cm + 1{,}5\ cm)$$

$$A = 3{,}14 \cdot 1{,}5\ cm \cdot (6{,}5\ cm)$$

$$A = 3{,}14 \cdot 9{,}75\ cm^2$$

$$A = 30{,}62\ cm^2$$

R = el área del cilindro es de $30{,}62\ cm^2$

5. **Combinación de los resultados hasta lograr una solución del problema global**

En este momento combinamos los resultados de las áreas de la mitad de la esfera, del cilindro y del cono para encontrar el área total de la figura presentada.

$At = 56{,}52\ cm^2 + 89{,}49\ cm^2 + 30{,}62\ cm^2$

$At = 176{,}63\ cm^2$

El área total de la figura es de $176{,}63 cm^2$

5.12.11. *Analogías*

Para desarrollar el pensamiento lógico-matemático de las personas, uno de los ejercicios es la resolución de problemas con analogías que está en auge en nuestros días y ha demostrado con hechos que realza las capacidades matemáticas.

Esta habilidad se lo consideraba parte de la literatura, con los cambios sociales y de los sistemas educativos, también lo encontramos formando parte del área de matemáticas y en otras ciencias del saber humano.

Las analogías son comparaciones, asimilaciones, equivalencias o relaciones lógicas entre dos o más conceptos, cosas, experiencias o hechos distintos, pero señalando características generales y particulares de los significados que se está tomando en cuenta para su relación. Esta herramienta sirve para aclarar las definiciones y satisfacer las ideas de los individuos.

En la vida cotidiana utilizamos frecuentemente razonamientos analógicos y en todo nuestro alrededor encontramos problemas relacionados a este tema. En síntesis, esta estrategia prueba la habilidad en las personas para identificar y entender una relación entre dos o varias palabras.

Los problemas con analogías están presentes en las pruebas de conocimientos a nivel internacional y en todas las ramas de estudio, forma parte de las evaluaciones de razonamiento verbal y matemático.

Es importante enseñar a los estudiantes a realizar comparaciones desde edades tempranas con diferentes objetos, cosas o con lo que se tenga en el instante para que puedan establecer los elementos de cómo están compuestos o formados los conceptos y así tener una o varias ideas del enunciado y al resolver los problemas que el mundo real presenta, tener las soluciones adecuadas.

Este tipo de actividades de aprendizajes evalúa tanto las habilidades de razonamiento como el vocabulario. Las analogías deben estar incluidas en todas las materias y durante la etapa estudiantil.

Para realizar los problemas con esta técnica es importante y de mucha ayuda el tener a mano el diccionario, para poder encontrar la definición, el sinónimo o antónimo de las palabras, con el fin de entender fácilmente el enunciado propuesto y que su resolución sea al instante.

"Las analogías se pueden diferenciar de varias clases, entre ellas tenemos" (Salón hogar, 2009, http://www.salonhogar.net):

- Analogías con opuestos. Ej. "cerca es a lejos como rápido es a despacio"
- Analogías funcionales. Ej. "los botones son al abrigo como los cordones son a los zapatos."
- Analogías de género y especie. Ej. "cucaracha es a insecto como rosa es a flor".
- Analogías que involucran cosas y sus propiedades. Ej. "el azúcar es a dulce como la sal es a salado."
- Analogías causa-efecto. Ej. "perseguir es a capturar como buscar es a encontrar."
- Analogías que involucran acciones correctivas. Ej. "comer es a hambre como beber es a sed."
- Analogías en gramática. Ej. "yo escribo es a yo no escribo como tú escribes es a tú no escribes."

¿Cómo aplicar "las analogías" en la resolución de problemas matemáticos?

1. **Presentación del problema**

   Bostezo : Aburrimiento ::

   A Soñar: Dormir
   B Ira: Locura
   C Sonrisa: Diversión
   D Rostro: Expresión
   E Impaciencia: Rebelión

2. **Análisis del problema**

   Para analizar el problema en lo posible se debe contar con la ayuda de un diccionario para que los conceptos sean entendibles, en el caso de tener dificultad con la definición.

En este problema, la relación analógica es de causa y efecto, la primera palabra, bostezo, puede ser un efecto de la segunda palabra, aburrimiento. Al leer las opciones A, B y C, establecen el mismo patrón analógico: soñar puede ser un efecto de dormir; ira resultado de locura, sonrisa consecuencia de diversión. En el caso de las opciones D y E, al aplicar la relación analógica, se descartan con facilidad: el rostro no es un efecto de la expresión, y la impaciencia no es fruto de la rebelión.

3. Resolución del problema

Para hallar la opción que contenga la relación similar a las palabras Bostezo-Aburrimiento, se debe precisar aún más la relación analógica. ¿Qué distingue la relación de causa y efecto que sea similar a una de las opciones? Se llega entonces a entender que bostezo es una señal física que ocurre como efecto del aburrimiento, lo que permite descartar la A y la B e identificar la C como la respuesta correcta: la sonrisa es una señal física que surge como efecto de la diversión.
Bostezo : Aburrimiento :: Sonrisa : Diversión

5.12.12. *Abstracción*

La abstracción se ha vuelto en un indispensable medio e instrumento para pensar y explicar todas las cosas de nuestro alrededor, cada día las personas consigue información de las actividades que realiza y esto beneficia a nuestra inteligencia en cuanto se aprende nuevos conocimientos, destrezas, habilidades.

“La palabra abstracción viene (Del lat. abstractĭo, -ōnis). f. Acción y efecto de abstraer o abstraerse; a su vez abstraer (Del lat. abstrahĕre). tr. Separar por medio de una operación intelectual las cualidades de un objeto para considerarlas aisladamente o para considerar el mismo objeto en su pura esencia o noción”. (Diccionario Real Academia Española de la Lengua, 2014, http://lema.rae.es)

En los últimos años la abstracción ha sido una de las estrategias y eje importante dentro de la materia de matemáticas, cada objeto o suceso en el mundo puede ser visto de diferentes maneras según las cualidades o características de los objetos presentados. Este concepto nos permite memorizar información de lo que observamos y las personas definen de acuerdo a su conocimiento. Sin abstracción los seres humanos serían incapaces de abordar y resolver los problemas cotidianos; además, nos permite ver cómo funcionan las cosas para tomar las mejores decisiones.

En la actualidad los problemas de razonamiento abstracto son muy comunes en los test psicométricos, pruebas de ingreso a las universidades, entrevistas laborales, etc.

Esta capacidad es fundamental para planificar, organizar, inventar, crear… y se desarrolla según la experiencia, el entorno y de las actividades que se realice; también, permite encontrar soluciones a los problemas por medio del razonamiento práctico o visual, sin depender de las habilidades lingüísticas.

El pensamiento abstracto debe estar completamente desarrollado en los estudiantes al finalizar la preparación estudiantil; según estadísticas de la SENESCYT del año 2014, es en esta sección donde peor les va a los estudiantes que participan en la prueba del ENES., se debe a que no practican permanentemente.

Las dificultades que se aprecian en la resolución de problemas de abstracción es el déficit en detectar la idea principal, seguir secuencias, resolver ejercicios y problemas, comprensión de conceptos, realización de resúmenes, generar situaciones nuevas, etc.

Para desarrollar la abstracción se realiza actividades centrándose en la práctica, trabajos manuales, armado de rompecabezas, jugar con bloques de construcción, juguetes, laberintos, lectura de cuentos, dibujos de situaciones cotidianas, etc. Esta técnica evalúa la capacidad de concebir, relacionar e imaginar figuras en el espacio.

¿Cómo aplicar la “abstracción” en la resolución de problemas matemáticos?

1. **Presentación del problema**

   Complete la secuencia del gráfico:

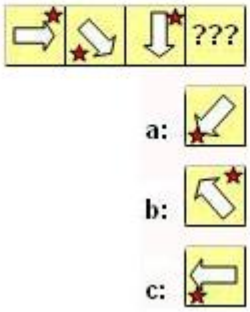


Gráfico 10-5. Secuencia gráfica 5
Fuente: Mentes en blanco, 2013,
http://www.mentesenblanco-razonamientoabstracto.com

2. **Análisis del problema**

   Se observará el problema de manera rigurosa varias veces para poder resolver correctamente.

   En el primer cuadro, la estrella está en la parte superior-derecha, la flecha apunta al centro-derecha; en el segundo cuadro, la estrella está en la parte inferior-izquierda, la flecha apunta a la esquina-derecha-abajo; en el tercer cuadro, la estrella está en la parte superior-derecha, la flecha apunta en el centro-abajo.

3. **Resolución del problema**

   Para hallar la opción que contenga la relación similar a los gráficos; en este caso, la respuesta correcta es la letra "a"; es decir en el cuarto cuadro, la estrella debe estar en la parte inferior-izquierda, la flecha debe apuntar a la esquina-izquierda-abajo.

5.12.13. *Tecnología matemática*

¿Cuál es el papel de la tecnología en la resolución de problemas matemáticos?, ¿qué tipo de problemas y objetos matemáticos resultan importantes para utilizar la tecnología?, ¿qué tipo de razonamiento matemático pueden desarrollar los estudiantes cuando utilizan herramientas tecnológicas?, ¿qué requisitos debe tener el docente de matemáticas para utilizar la tecnología dentro del aula de clases? Estas preguntas deben ser aclaradas con detenimiento; en la actualidad existen varios programas de computación para realizar operaciones y problemas matemáticos, pero ¿la estamos utilizando de manera correcta?

Tradicionalmente la resolución de ejercicios y problemas se ha trabajado de forma rutinaria con soluciones mecánicas y memorísticas, por esto las matemáticas ha provocado en el estudiante desinterés y en mucho de los casos miedo a esta materia.

El profesor no ha dado la oportunidad para que los estudiantes reflexionen, analicen y den sus criterios oportunos sobre los procesos aplicados. Además, ha sido el ente que impone las condiciones para dar soluciones a las prácticas matemáticas al seleccionar métodos, procedimientos y las operaciones; por lo tanto, los alumnos se ven obligados a retener dicha información y utilizar todo lo que dice el tutor.

La introducción de la tecnología en la educación es muy necesaria en este mundo globalizado y competitivo. Su presencia está transformando la forma de hacer matemáticas, mediante la utilización de software matemáticos como: de estadística y probabilidad, geométricos, de medida, aritmética, de programación lineal, etc., que permitirá verificar los resultados de los problemas planteados; para esto las instituciones educativas deben contar con el equipamiento necesario y con un personal docente preparado y capacitado en el área de la informática. La tecnología ofrece la oportunidad de explorar, analizar, verificar y conjeturar todas las actividades matemáticas.

El desarrollo de las herramientas tecnológicas como: computadores, software, redes sociales, videoconferencias, celulares, correo electrónico, plataformas virtuales, Skype, etc. ha generado el progreso de la mayoría de los países del mundo, todo lo que vemos y tocamos en el transcurso de nuestro diario vivir pasa por un proceso tecnológico. La tecnología aporta desde hace varios años con grandes experimentos científicos que ha mejorado el bienestar de las personas. En estos avances científicos las matemáticas también juega un papel muy importante; en todo procedimiento tecnológico y experimental está presente algún cálculo, concepto, método o modelo matemático que ayude a entender los fenómenos de toda índole sea social, físico o natural, y así permitir cambiar el nivel de vida, de conocimiento y de personalidad de toda la generación humana.

Desde hace varios años se viene utilizando la tecnología dentro del campo de las matemáticas, la computadora y la calculadora han sido las herramientas más utilizadas en la materia, las computadoras en un nivel avanzado que se encuentra en el quehacer científico y experimental y la calculadora en un nivel inferior que ha pasado por manos de toda persona; pero ambos cumplen un mismo fin, el de facilitar los cálculos matemáticos.

La variedad de programas y herramientas tecnológicas para las distintas áreas de estudio puede en su gran mayoría potenciar el conocimiento de las matemáticas que es un reto de la actualidad no solo de los docentes de la asignatura, también de la comunidad educativa y de la sociedad que necesitan ver que la utilización de la tecnología puede desarrollar el pensamiento lógico-matemático y de la personalidad de los estudiantes; es decir, es importante conocer el potencial o las ventajas que ofrece cada herramienta de la informática en la construcción de las capacidades matemáticas.

Los programas que ofrece la tecnología para el estudio o enseñanza de las matemáticas pueden resolver sencillas operaciones aritméticas hasta muy complejas, y el de realizar cualquier gráfico que se requiera, como: geogebra, poly, cabri, winstats, winplot, prolin, mathrapid, xcal, kitsune, SPSS statistics, etc.

El aprendizaje del estudiante especialmente en esta área se ve afectado por varios casos como: maestros, teorías educativas, padres, currículos, intereses del alumno, expectativas culturales, tecnología, creencias,... que se vea a las matemáticas como una materia imposible de ser estudiada.

La tecnología nos permite escoger qué problemas debemos resolver con la ayuda de los programas informáticos y cuál procesar sin la ayudas de los software matemáticos que solamente utilizando el criterio, la lógica y los recursos básicos se lo puede hacer.

Se destacará que la tecnología dentro del campo de las matemáticas se utilice con mucho cuidado; es decir, dentro de la formación humana en el campo educativo y sobre todo en la escuela primaria, el docente tiene que aclarar al estudiante sobre las consecuencias que origina el uso excesivo de este recurso en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático.

Las ventajas y desventajas que proporciona al utilizar la tecnología dentro de la educación y sobre todo en el área de matemáticas son varias, lo único es poner en alto el exceso. Mientras utilicen de manera inadecuada los estudiantes no podrá desarrollar lo suficiente su pensamiento lógico-matemático. El uso debe ser la adecuada, moderada y cuando en verdad se lo requiera, sobre todo si los problemas matemáticos sean muy complejos o para verificar los resultados obtenidos con anterioridad.

Los ambientes escolares deben proporcionar las condiciones necesarias para implementar las herramientas tecnológicas para tener un estudio significativo de la materia, donde puedan identificar, examinar, explorar y comunicar ideas.

La computadora enmarca al docente en diseñar actividades lúdicas, motivadoras para que el aprendizaje dure y sea retenida con facilidad. Las herramientas tecnológicas puede llegar a ser poderosos instrumentos de conocimientos para crear, procesar y resolver distintos problemas matemáticos; pero, varios de los profesores todavía no se interesan en implementar la tecnología en sus clases porque creen que se perderá las habilidades o destrezas de esta asignatura; si esto sucede, se estará apartando a los estudiantes de la realidad de la sociedad, donde se estará desaprovechando de la computación para desarrollar el conocimiento y el entorno de las personas.

¿Cómo aplicar la "tecnología matemática" en la resolución de problemas matemáticos?

1. **Presentación del problema**

   Dibuje un triángulo escaleno, grafique las mediatrices, bisectrices, medianas y las alturas, con sus respectivos puntos (circuncentro, incentro, baricentro, ortocentro) en cada caso.

2. **Análisis del problema**

   El docente debe guiar a los estudiantes en reconocer qué contenido de estudio presenta el problema y las palabras claves. En este caso el tema es rectas y puntos notables de un triángulo. Primero se realizará un pequeño repaso sobre el texto, para que la actividad pueda resolverse de manera correcta.

   <u>Mediatrices</u>: Las mediatrices de un triángulo son cada una de las rectas perpendiculares trazadas a un lado por su punto medio. Se cortan en un punto

denominado circuncentro, que está a la misma distancia de cada vértice, por lo que es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.

Bisectrices: Las bisectrices de un triángulo son las rectas que dividen a los ángulos internos del triángulo en dos ángulos iguales. Se cortan en un punto denominado incentro, que está a la misma distancia de cada lado del triángulo, por lo que es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.

Medianas: Las medianas de un triángulo son los segmentos que unen un vértice con el punto medio del lado opuesto. Se cortan en un punto denominado baricentro, que divide cada mediana en dos segmentos, uno cuya longitud es el doble de la del otro.

Alturas: Las alturas de un triángulo son los segmentos perpendiculares a un lado, que unen dicho lado con el vértice opuesto. Se cortan en un punto denominado ortocentro. Si el triángulo es obtusángulo, es exterior. Si es acutángulo, es interior y si es rectángulo, coincide con el vértice del ángulo recto.

3. Resolución del problema

Luego de hacer un repaso de las palabras claves del problema, se procede a resolver, con la ayuda de la regla y el compás. La solución es la siguiente:

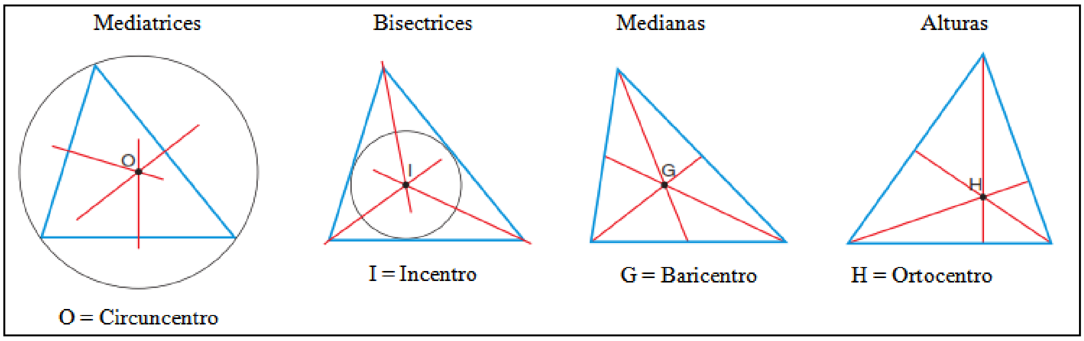


Gráfico 11-5. Líneas y puntos notables del triángulo
Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C.

4. Resolución del problema en programas informáticos

Existen diversos programas matemáticos libres como comerciales y de acuerdo a la necesidad del problema como: excel, geogebra, capri, poly, entre otros; lo importante es saber utilizarlos correctamente. Para esta actividad nos ayudamos con el programa Geogebra que es uno de los más utilizados y gratuitos.

Tabla 3-5. Instrucciones para construir los puntos y rectas notables del triángulo

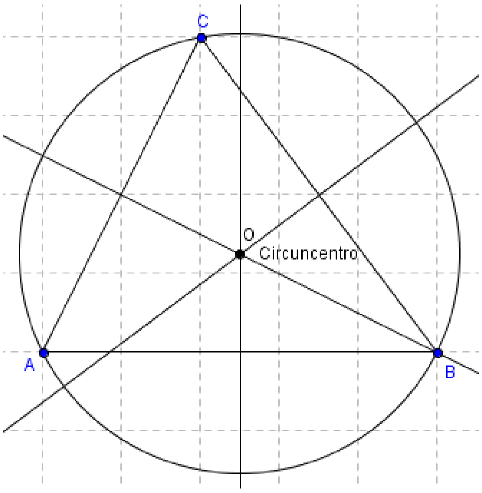
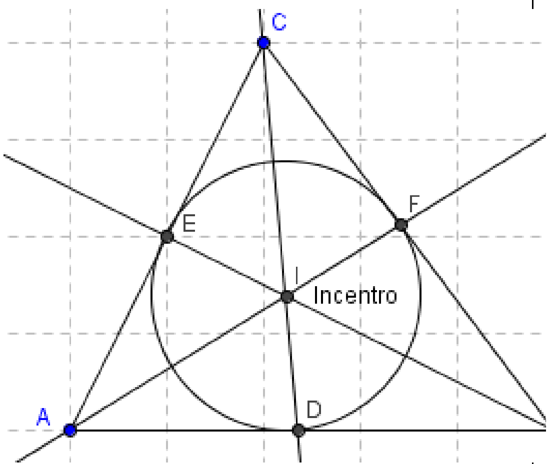
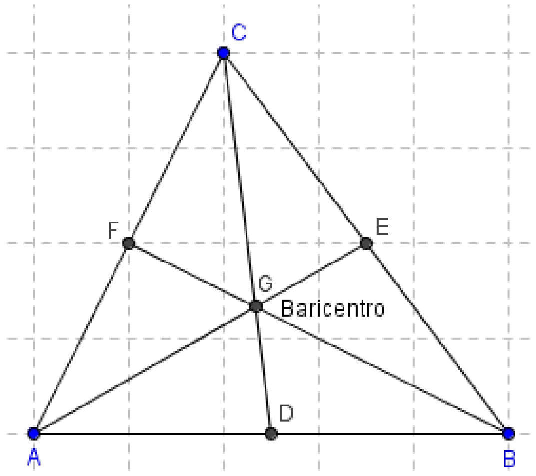
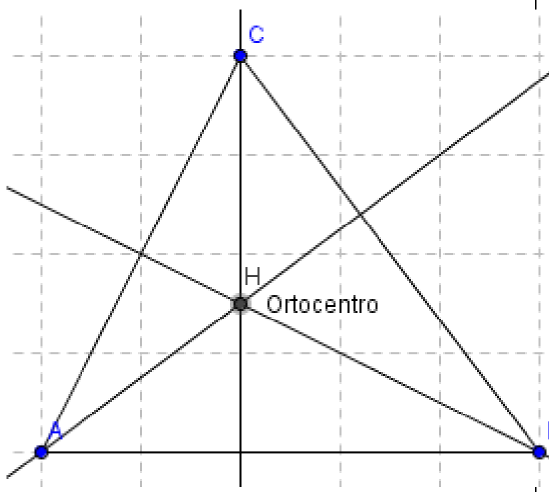
Mediatrices	**Bisectrices**
1. De la barra de herramientas -que se encuentra en la parte superior izquierda- seleccionamos la opción polígonos y en la hoja gráfica insertamos un triángulo isósceles 2. Nuevamente de la barra de herramientas elegimos la opción mediatriz y sobre cada segmento del triángulo damos clic, automáticamente aparece la mediatriz de cada lado 3. Escogemos de la barra de herramientas la opción nuevo punto e insertamos un punto donde se intersecan las tres mediatrices, este punto se llama circuncentro 4. Seleccionamos la opción circunferencia dados su centro y uno de sus puntos de la barra de herramientas para dibujar una circunferencia que haga centro en el circuncentro y con cualquier vértice del triángulo A, B o C, damos clic y automáticamente aparece la circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo 	1. Seleccionamos la opción polígonos y en la hoja gráfica insertamos un triángulo isósceles 2. De la barra de herramientas escogemos la opción bisectriz y sobre los vértices A,B,C; B,C,A; C,A,B; damos clic, automáticamente aparece la bisectriz de cada vértice 3. Elegimos de la barra de herramientas la opción nuevo punto e insertamos un punto donde se unen las tres bisectrices, este punto se llama incentro. Además, insertamos nuevo punto en las intersecciones de la bisectriz con el lado del triángulo, estas intersecciones son D, E y F 4. Escogemos la opción circunferencia dados su centro y uno de sus puntos de la barra de herramientas para dibujar una circunferencia que haga centro en el incentro y con cualquier intersección D, E o F, damos clic y automáticamente aparece la circunferencia que pasa por las tres intersecciones D, E y F 

Tabla 3-5. Continuación

Medianas	**Alturas**
1. De la barra de herramientas seleccionamos la opción polígonos y en la hoja gráfica insertamos un triángulo isósceles 2. Nuevamente de la barra de herramientas elegimos la opción punto medio o centro y sobre los segmentos damos clic y automáticamente divide al segmento en dos partes iguales, en este caso los puntos son D, E y F 3. Escogemos de la barra de herramientas la opción segmento entre dos puntos y unimos con una recta cada vértice con el punto medio del lado opuesto, A,E; B,F y C,D 4. Seleccionamos la opción nuevo punto e insertamos un punto donde se intersecan las tres medianas, este punto se llama baricentro  	1. Seleccionamos la opción polígonos y en la hoja gráfica insertamos un triángulo isósceles 2. De la barra de herramientas escogemos la opción recta perpendicular y sobre cada vértice junto con el lado opuesto damos clic, automáticamente aparece las alturas, el que divide al triángulo en dos triángulos rectángulos 3. Elegimos de la barra de herramientas la opción nuevo punto e insertamos un punto donde se unen las tres alturas, este punto se llama ortocentro 

Realizado por: Lcdo. Edwin R. Ases C., 2014

5. Verificación de los resultados

Finalmente se debe comparar los resultados obtenidos del problema planteado, junto con la explicación del tema en este caso las rectas y puntos notables del triángulo. Si los resultados no coinciden, nuevamente se realizará la actividad.

CONCLUSIONES

- ✓ Se aplicó pruebas de diagnóstico para observar de qué manera resuelven los estudiantes los problemas matemáticos y qué estrategias utilizan, se comprobó que no emplean ninguna estrategia ni aplican correctamente las operaciones básicas.

- ✓ Se desarrolló varias estrategias para resolver ordenadamente los problemas matemáticos con el propósito de desarrollar el pensamiento lógico-matemático de los estudiantes, lo que nos dio resultados aceptables, estos fueron: estrategia ensayo-error el 52% 69 estudiantes poseen valoraciones de 7 y 8. Patrón numérico el 53,04% 70 alumnos lograron promedios de 7, 8 y 9 puntos. En abstracción el 65,15% 86 escolares obtuvieron notas de 7, 8 y 9. En analogías el 52,28% 69 estudiantes tienen puntuaciones de 7 y 8. En la palabra clave el 53,79% 71 alumnos obtuvieron notas de 7 y 8 puntos.

- ✓ Se demostró estadísticamente los resultados de la aplicación de cada estrategia propuesta al inicio y al final de las mismas mediante la utilización de pruebas, la cual nos permitió analizar que los estudiantes al inicio de la evaluación sus calificaciones sobre 10 son inferiores a 7; mientras que al final de cada proceso los promedios son mayores a 7 puntos.

- ✓ Se propuso una guía de estrategias para la resolución ordenada de los problemas matemáticos, que ayudó a los estudiantes a fortalecer sus destrezas y capacidades matemáticas para resolver correctamente y con facilidad.

- ✓ Mediante la aplicación de la prueba de hipótesis con el estadístico t-student, con $\alpha = 0,05$ y varianza conocida nos proporcionó que el estadístico calculado t = -27,76 se encuentra en la región de rechazo de la hipótesis nula $H_0: \mu_{Ci} = \mu_{Cf}$ por lo tanto se acepta la hipótesis alterna t = -1,66 $H_1: \mu_{Ci} < \mu_{Cf}$; es decir, que los promedios de las calificaciones del cuestionario inicial es menor a los promedios de las calificaciones del cuestionario final de 6,98 a 15,36 puntos respectivamente, lo que nos verifica que la resolución ordenada de los problemas matemáticos SI incide en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa “Santa Rosa” de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato.

- ✓ La incidencia que se alcanzó con la aplicación de las estrategias para la resolución ordenada de los problemas matemáticos es del 120,01%; por lo que se considera factible para lograr el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los alumnos.

RECOMENDACIONES

En base a las conclusiones señaladas, se establecen las siguientes recomendaciones:

- ✓ Fomentar el desarrollo del pensamiento lógico-matemático mediante juegos matemáticos que ayuden a mejorar la comprensión de las estrategias para resolver los problemas propuestos en el aula de clase.

- ✓ Implementar técnicas innovadoras en el proceso enseñanza-aprendizaje, para motivar el interés de los estudiantes y la creatividad en la materia, que permita ayudar a desarrollar el pensamiento lógico-matemático.

- ✓ Incentivar el aprendizaje significativo mediante el uso de tecnologías de la información, que permitan que los alumnos desarrollen sus capacidades para resolver los problemas pero de manera razonada, crítica y precisa.

- ✓ Aplicar la propuesta diseñada para resolver ordenadamente los problemas matemáticos que permite mejorar las destrezas y las capacidades matemáticas de los estudiantes y de esta manera desarrollar el pensamiento lógico-matemático.

BIBLIOGRAFÍA:

BARRIO, José. "Análisis y valoración del razonamiento lógico y la abstracción matemática en las personas adultas". *Revista Complutense de Educación* [en línea], 2004, (España), 15 (1), pp. 186 – 188. [Consulta: 13 de junio de 2014]. ISSN 1130-2496. Disponible en: http://revistas.ucm.es/index.php/RCED/article/viewFile/RCED0404120185A/16317

Ciber Educa. *El alumnado de secundaria ante los problemas Matemáticos* [en línea]. Rafael Conde Caballero, Yolanda Conde Caballero, 2005. [Consulta: 2 de octubre de 2014]. Disponible en: http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/24662/Documento_completo.pdf?sequence=1

Centro de Investigación de Modelos Educativos. *Método y estrategias de resolución de problemas matemáticos utilizadas por alumnos de 6to grado de primaria* [en línea]. México: Marisol Silva Laya, 2009. [Consulta: 3 de mayo de 2014]. Disponible en: http://www.cimeac.com/images/2a_parte_reporte_final_inide.pdf

Corporación Síndrome de Down. *Desarrollo del pensamiento lógico matemático* [en línea]. Bogotá: Ana Milena Rincón Vega, 2011. [Consulta: 11 de mayo de 2014]. Disponible en: http://www.corporacionsindromededown.org/userfiles/Pensamiento.pdf

De Gerencia. *Trabajo en equipo* [en línea]. [Consulta: 24 de agosto de 2014]. Disponible en: http://www.degerencia.com/tema/trabajo_en_equipo

Diccionario Real Academia Española de la Lengua. *Abstracto* [en línea]. [Consulta: 19 de octubre de 2014]. Disponible en: http://lema.rae.es/drae/srv/search?key=abstracto

Foros Ecuador. *Ejercicios resueltos de razonamiento abstracto* [en línea]. 6 de diciembre de 2013. [Consulta: 12 de septiembre de 2014]. Disponible en: http://www.forosecuador.ec/forum/ecuador/educaci%C3%B3n-y-ciencia/3722-ejercicios-resueltos-de-razonamiento-abstracto

GONZÁLEZ SENOVILLA, Laura. Estrategias para la resolución de problemas [en línea]. (Tesis pregrado) Universidad de Valladolid, Facultad de Educación y Trabajo Social, Departamento de Matemáticas. Valladolid – España. 2014. pp. 16 – 17. [Consulta: 24 de abril de 2014]. Disponible en: https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/7617/1/TFG-G%20838.pdf

LÓPEZ LÓPEZ, Paula Andrea; & CALDERÓN, Camilo. *"Caracterización de la formación de la estrategia en organizaciones del mercado forex"* [en línea], 2012, (Colombia) 20 (1), pp. 38 – 40. [Consulta: 19 de julio de 2014]. ISSN 0121-6805. Disponible en: http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0121-68052012000100004&script=sci_arttext

Mail por mail. *Pedagogía. Procesos pedagógicos y cognitivos. Desarrollo del pensamiento* [en línea]. Álvaro Chávez Saldaña, 2009. [Consulta: 4 de junio de 2014]. Disponible en: http://www.mailxmail.com/curso-pedagogia-procesos-pedagogicos-cognitivos/desarrollo-pensamiento

Mentes en blanco. *Ejercicios de Razonamiento Abstracto* [en línea]. [Consulta: 20 de septiembre de 2014]. Disponible en: http://www.mentesenblanco-razonamientoabstracto.com/razonamiento2.html

Monografías. La resolución de problemas: un reto para la educación matemática contemporánea [en línea]. [Consulta: 11 de abril de 2014]. Disponible en: http://monografias.umcc.cu/monos/2004/OTROS/um04otr05.pdf

Mundomate. *Estrategias metodológicas para la enseñanza de la matemática* [en línea]. [Consulta: 4 de agosto de 2014].
Disponible en: http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/wp-descargas/mundomate/pdf/001_Mundomate_estrategias_de_matematica.pdf

PALMA ÁLVAREZ, Carmen. Estrategias activas, creativas y recreativas y su incidencia en el desarrollo del razonamiento lógico en el área de matemática en el séptimo año de educación básica de la escuela de aplicación pedagógica del ISPED "23 de octubre" [en línea]. (Tesis posgrado) (Maestría). Universidad Tecnológica

Equinoccial, Portoviejo, Ecuador. 2009. pp. 12 – 13. [Consulta: 15 de marzo de 2014]. Disponible en: http://repositorio.ute.edu.ec/bitstream/123456789/12767/1/39020_1.pdf

PÉREZ, Rafael; et al. *Resolución de problemas matemáticos* [en línea]. Chaparra – Cuba: Eumed, 2011. [Consulta: 30 de mayo de 2014]. Disponible en: http://www.eumed.net/libros-gratis/2011d/1058/indice.htm

PÓLYA, George. "Pólya, un clásico en resolución de problemas". *Revista Suma* [en línea], 1996, (México), pp. 103-107. [Consulta: 28 de marzo de 2014]. Disponible en: http://revistasuma.es/IMG/pdf/22/103-107.pdf

Salón Hogar. *Las analogías/comparaciones* [en línea]. [Consulta: 12 de octubre de 2014]. Disponible en: http://www.salonhogar.net/salones/espanol/4-6/analogia.htm

VERGNAUD, Gérard. *El niño, las matemáticas y la realidad* [en línea]. Buenos Aires – Argentina: Trillas Editorial, 1998. [Consulta: 10 de julio de 2014]. Disponible en: http://estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/cepa/vergnaud.pdf

VIEL, Benjamín. *Trabajo en equipo* [blog]. 1 de noviembre de 2010. [Consulta: 15 de agosto de 2014]. Disponible en: http://tdv8.blogspot.com/2010/11/trabajo-en-equipo-segun-prof-benjamin.html

Wikipedia. *Problema matemático* [en línea]. [Consulta: 20 de junio de 2014]. Disponible en: https://es.wikipedia.org/wiki/Problema_matem%C3%A1tico

Wikipedia. *Estrategia* [en línea]. [Consulta: 22 de julio de 2014]. Disponible en: http://es.wikipedia.org/wiki/Estrategia

Wikipedia. *Estrategias de aprendizaje* [en línea]. [Consulta: 27 de julio de 2014]. Disponible en: http://www.estrategiasdeaprendizaje.com/

Wikipedia. *Estrategia ensayo-error* [en línea]. [Consulta: 1 de septiembre de 2014]. Disponible en: http://es.wikipedia.org/wiki/Ensayo_y_error

ZEVALLOS, Alex. *Razonamiento Abstracto, ejercicios resueltos* [blog]. 10 de abril de 2013. [Consulta: 31 de marzo de 2014]. Disponible en: http://profe-alexz.blogspot.com/2013/04/razonamiento-abstracto-ejercicios.html

ZEVALLOS, Alex. *Banco de preguntas para el examen SENESCYT-SNNA-ENES* [blog]. 3 de abril de 2013. [Consulta: 7 de abril de 2014]. Disponible en: http://examen-senescyt.blogspot.com/2013/04/pregunta-63-razonamiento-abstracto.html

ANEXOS

Anexo A.

ENCUESTA DIRIGIDA A LOS ESTUDIANTES

Objetivo: Determinar la incidencia de la resolución ordenada de los problemas matemáticos en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes de los octavo años de la Unidad Educativa "Santa Rosa" de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato.

Instructivo:

- ✓ Procure ser lo más objetivo y veraz
- ✓ Seleccione solo una de las alternativas que se propone
- ✓ Marque con una X en el paréntesis la alternativa que Ud. eligió

Fecha de la encuesta……………………………………………………………………

Preguntas	Ítems	Código
1. ¿Solo con memorizar definiciones y fórmulas puedes resolver los problemas matemáticos?	• Siempre • Con frecuencia • A veces • Casi Nunca • Nunca	1. ( ) 2. ( ) 3. ( ) 4. ( ) 5. ( )
2. ¿Has obtenido bajas calificaciones al no poder resolver los problemas matemáticos?	• Siempre • Con frecuencia • A veces • Casi Nunca • Nunca	1. ( ) 2. ( ) 3. ( ) 4. ( ) 5. ( )
3. ¿Tienes dificultades de relacionar los objetos matemáticos para resolver los problemas?	• Siempre • Con frecuencia • A veces • Casi Nunca • Nunca	1. ( ) 2. ( ) 3. ( ) 4. ( ) 5. ( )
4. ¿Tu profesor te ayuda a desarrollar tus habilidades matemáticas para resolver y entender los problemas?	• Siempre • Con frecuencia • A veces • Casi Nunca • Nunca	1. ( ) 2. ( ) 3. ( ) 4. ( ) 5. ( )
5. ¿Resuelves de manera rápida los problemas matemáticos?	• Siempre • Con frecuencia • A veces • Casi Nunca • Nunca	1. ( ) 2. ( ) 3. ( ) 4. ( ) 5. ( )
6. ¿Identificas los procedimientos matemáticos para resolver los problemas con suma y resta?	• Siempre • Con frecuencia • A veces • Casi Nunca • Nunca	1. ( ) 2. ( ) 3. ( ) 4. ( ) 5. ( )
7. ¿Identificas los procedimientos matemáticos para resolver los problemas con multiplicación y división?	• Siempre • Con frecuencia • A veces • Casi Nunca • Nunca	1. ( ) 2. ( ) 3. ( ) 4. ( ) 5. ( )

Preguntas	Ítems	Código
8. ¿Tu profesor te explica de manera detenida los pasos para resolver un problema matemático?	• Siempre • Con frecuencia • A veces • Casi Nunca • Nunca	1. ( ) 2. ( ) 3. ( ) 4. ( ) 5. ( )
9. ¿La resolución de problemas matemáticos te ayudan a desarrollar tu creatividad?	• Siempre • Con frecuencia • A veces • Casi Nunca • Nunca	1. ( ) 2. ( ) 3. ( ) 4. ( ) 5. ( )
10. ¿Te gustaría que tu maestro implemente estrategias innovadoras para mejorar la resolución de problemas matemáticos?	• Siempre • Con frecuencia • A veces • Casi Nunca • Nunca	1. ( ) 2. ( ) 3. ( ) 4. ( ) 5. ( )

Gracias por su colaboración

Anexo B.

ENTREVISTA DIRIGIDA AL DOCENTE DE MATEMÁTICAS

Objetivo: Determinar la incidencia de la resolución ordenada de los problemas matemáticos en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa "Santa Rosa" de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato.

Fecha de la entrevista……………..……………………………………………………...

Preguntas	Respuesta
1. ¿Los estudiantes recuerdan los procedimientos para resolver los problemas matemáticos?	
2. ¿Los estudiantes solo con memorizar definiciones y fórmulas pueden resolver los problemas matemáticos?	
3. ¿Los estudiantes han obtenido bajas calificaciones al no poder resolver los problemas matemáticos?	
4. ¿Ayuda a desarrollar las habilidades matemáticas de los estudiantes para resolver los problemas?	
5. ¿Los estudiantes resuelven de manera rápida los problemas matemáticos?	
6. ¿Los estudiantes entienden los procedimientos matemáticos para la resolución de los problemas con suma y resta?	
7. ¿Los estudiantes entienden los procedimientos matemáticos para la resolución de los problemas con multiplicación y división?	
8. ¿Explica de manera detenida los pasos necesarios para resolver los problemas matemáticos?	
9. ¿Apoya a los estudiantes para que descubran como resolver un problema matemático?	
10. ¿Cree Ud. que los problemas matemáticos ayuda a desarrollar el pensamiento lógico-matemático de los estudiantes?	

Gracias por su colaboración

Anexo C.

CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN INICIAL

Resuelva los siguientes problemas:

1. ¿Cuánto recibirá un pintor por 21 días de trabajo, si su salario es de $8,95 al día?

2. Yadira ha juntado 31 fundas vacías de un detergente. Si con siete fundas vacías puede canjear una bolsa llena de dicho detergente, y si utiliza el máximo número de fundas, ¿cuántas fundas vacías de detergente le sobran?

3. Ana compra 5 kg de patatas, si 2 kg cuestan 0,80 centavos de dólar, ¿cuánto pagará?

4. ¿Cuál es el siguiente número de la sucesión 34, 27, 20, 13, ____?

5. La proposición verdadera es:
12/6 = 3
$5/3 < 3/2$
$(-9)^2 = -81$
$\sqrt{81} = 8$

6. La suma de dos números consecutivos es 27. ¿Cuál es el menor de ellos?

7. Tenía 86 canicas y le di una parte a mi hermano. Ahora mi hermano tiene 12 canicas más, si antes él tenía 50 canicas. ¿Con cuántas canicas me quedé?

8. ¿Cuántas ventanas hay en un edificio de seis pisos y cuatro fachadas, si en cada piso hay doce ventanas hacia cada una de las cuatro calles?

9. El kilogramo de azúcar costaba $2,20 y su precio aumentó $0,50 más. ¿Cuánto costará ahora 3 kilogramos de azúcar?

10. Si comparamos las fracciones 3/4 y 2/5 por medio de los signos >, =, <; la comparación correcta es:

11. Un libro tiene 516 páginas. Si le han arrancado 12 hojas, ¿cuántas hojas le quedan al libro?

12. Si el día tiene 24 horas y una persona duerme la cuarta parte de él, ¿cuántas horas duerme?

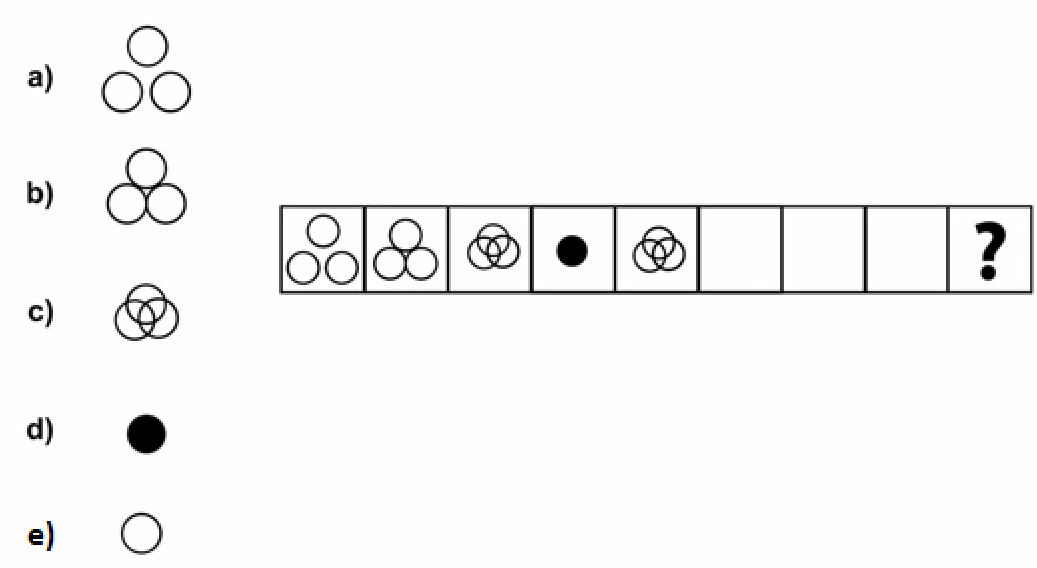
13. La suma de dos números es 21 y su diferencia es de 5, dichos números son:

14. Hallar el número que falta:

20 (14) 8
16 (x) 2

15. Si un saco de azúcar pesa 40 kg y otro 25 kg y paso azúcar del primer saco al segundo hasta igualarlos en peso, ¿cuánto pesará cada saco?

16. ¿Cuál de las alternativas reemplaza al signo de interrogación?



17. Si un litro de café está a una temperatura de 82º C y se lo mezclas con un litro de leche que está a 40º C, ¿qué temperatura alcanza la mezcla?

18. ¿Cuál es el precio total de un terreno rectangular que mide 120 m por 40 m, si cada metro cuadrado tiene un valor de $12?

19. ¿Cuánto deberán de dar de cambio a Fabián si paga con 14 monedas de $0,25 un helado que cuesta $3,35?

20. El salario mensual de un empleado es de $600, ¿cuánto pagará de renta al mes si para ello ocupa el 20% de su salario mensual?

Anexo D.

CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN FINAL

Resuelva los siguientes problemas:

1. Se le pregunta la hora a un señor y este contesta: "Dentro de 20 minutos mi reloj marcará las 10 y 32". Si el reloj está adelantado de la hora real 5 minutos, ¿qué hora fue hace 10 minutos exactamente?

2. Vladimir trabaja 4 días seguidos y descansa el quinto día. Si empieza su trabajo el lunes, ¿cuántos días tienen que transcurrir para que le corresponda descansar un domingo?

3. ¿Cuántos cortes se deben de hacer como mínimo para que un pastel quede dividido en ocho partes iguales?

4. La fábrica de leche “Luna Azul”, aumentó el precio de cada litro un 5%, si el costo anterior era de $7,20, ¿cuál es el precio actual del litro de leche?

5. En una tienda se reciben 7 cajas de refrescos 3 veces a la semana. Si cada caja contiene 24 refrescos, ¿cuántos refrescos se reciben en un mes?

6. Una bicicleta avanza 144 m en un minuto, a velocidad constante. ¿Qué distancia recorrerá en 5 horas y media?

7. Un albañil cobra $300 por cubrir de mosaico un piso de forma rectangular de 3,50 m por 3,75 m. ¿Cuánto cobrará por m^2?

8. Cinco amigos se encuentran en la calle y se saludan de mano. ¿Cuántos apretones de mano hubo en total?

9. ¿Cuál es el menor número de caramelos de 0,65 centavos que se pueden comprar con monedas de $1, sin recibir cambio?

10. Felipe tiene tres docenas y media de canicas; al jugar pierde 18 y posteriormente le regalan una docena, ¿cuántas le quedaron?

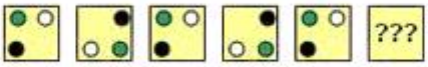
11. El número que sigue en la serie 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, _______ es:

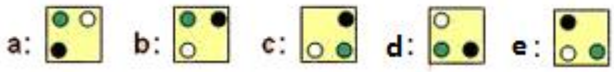
12. En la serie 81, 27^4, 9^7,… el número siguiente es:

13. Hay una promoción de gaseosas; por tres tapas dan una gaseosa de regalo, si Paola tiene 19 tapas, ¿cuántas gaseosas puede canjear Paola como máximo?

14. Hay tres cuadernos: A, B y C; dos de ellos son azules y uno es blanco. Si A y B son de diferente color, ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es totalmente cierta?
A es blanco
B es azul
C es blanco
C es azul

15. ¿Cuál de las alternativas reemplaza al signo de interrogación?





16. Un automóvil recorre 240 km en 3 horas. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 2 horas?

17. Un pintor cobra 25 dólares por escribir A VOLAR CAMISA. ¿Cuántos dólares cobrará por escribir VALORA MI CASA?

18. A un número se le extrae la raíz cuadrada. Después de agregarle uno, el resultado se multiplica por tres y se obtiene 12. ¿Cuál es el número?

19. El orden ascendente de menor a mayor, en el siguiente conjunto de números -4, 4, -3, 3, -2, 2 es:

20. Hallar el número que falta:
36 (14) 22
18 (x) 7

Anexo E.

Cálculo del estadístico Chi-cuadrado de la encuesta dirigida a los estudiantes de los octavos años.

fo	***fe***	***fo – fe***	***(fo – fe)²***	$\frac{(fo-fe)^2}{fe}$
31	21,7	9,3	86,49	3,98
10	21,7	-11,7	136,89	6,30
13	21,7	-8,7	75,69	3,48
13	21,7	-8,7	75,69	3,48
12	21,7	-9,7	94,09	4,33
14	21,7	-7,7	59,29	2,73
11	21,7	-10,7	114,49	5,27
11	21,7	-10,7	114,49	5,27
17	21,7	-4,7	22,09	1,01
85	21,7	63,3	4006,89	184,64
50	29,7	20,3	412,09	13,87
32	29,7	2,3	5,29	0,17
51	29,7	21,3	453,69	15,27
26	29,7	-3,7	13,69	0,46
36	29,7	6,3	39,69	1,33
10	29,7	-19,7	388,09	13,06
13	29,7	-16,7	278,89	9,39
7	29,7	-22,7	515,29	17,34
37	29,7	7,3	53,29	1,79
35	29,7	5,3	28,09	0,94
37	59,5	-22,5	506,25	8,50
79	59,5	19,5	380,25	6,39
59	59,5	-0,5	0,25	0,00
70	59,5	10,5	110,25	1,85
64	59,5	4,5	20,25	0,34
76	59,5	16,5	272,25	4,57
73	59,5	13,5	182,25	3,06
95	59,5	35,5	1260,25	21,18
30	59,5	-29,5	870,25	14,62
12	59,5	-47,5	2256,25	37,92
11	16,8	-5,8	33,64	2,00
3	16,8	-13,8	190,44	11,33
7	16,8	-9,8	96,04	5,71
18	16,8	1,2	1,44	0,08
16	16,8	-0,8	0,64	0,03
25	16,8	8,2	67,24	4,00

29	16,8	12,2	148,84	8,85
16	16,8	-0,8	0,64	0,03
43	16,8	26,2	686,44	40,85
0	16,8	-16,8	282,24	16,80
3	4,3	-1,3	1,69	0,39
8	4,3	3,7	13,69	3,18
2	4,3	-2,3	5,29	1,23
5	4,3	0,7	0,49	0,11
4	4,3	-0,3	0,09	0,02
7	4,3	2,7	7,29	1,69
6	4,3	1,7	2,89	0,67
3	4,3	-1,3	1,69	0,39
5	4,3	0,7	0,49	0,11
0	4,3	-4,3	18,49	4,30
			$\sum$	**494,31**

Anexo F.

Cálculo del estadístico Chi-cuadrado de la entrevista dirigida al docente de matemáticas.

fo	***fe***	***fo – fe***	***(fo – fe)²***	$\frac{(fo-fe)^2}{fe}$
0	0,6	-0,6	0,36	0,60
1	0,6	0,4	0,16	0,26
1	0,6	0,4	0,16	0,26
1	0,6	0,4	0,16	0,26
0	0,6	-0,6	0,36	0,60
0	0,6	-0,6	0,36	0,60
0	0,6	-0,6	0,36	0,60
1	0,6	0,4	0,16	0,26
1	0,6	0,4	0,16	0,26
1	0,6	0,4	0,16	0,26
1	0,4	0,6	0,36	0,90
0	0,4	-0,4	0,16	0,40
0	0,4	-0,4	0,16	0,40
0	0,4	-0,4	0,16	0,40
1	0,4	0,6	0,36	0,90
1	0,4	0,6	0,36	0,90
1	0,4	0,6	0,36	0,90
0	0,4	-0,4	0,16	0,40
0	0,4	-0,4	0,16	0,40
0	0,4	-0,4	0,16	0,40
			$\sum$	**9,96**

Anexo G.

Resultados del cuestionario inicial y el número de estudiantes que contestaron correctamente cada pregunta.

PREGUNTAS	ESTUDIANTES QUE CONTESTARON CORRECTAMENTE EN EL CUESTIONARIO INICIAL
1	15
2	67
3	76
4	85
5	86
6	9
7	18
8	106
9	102
10	16
11	118
12	8
13	16
14	9
15	120
16	4
17	15
18	17
19	21
20	13

Anexo H.

Tabla de frecuencias de las calificaciones del cuestionario inicial

TABLA DE FRECUENCIAS DEL CUESTIONARIO INICIAL			
CALIFICACIONES	**FRECUENCIA**	**FR**	**FA**
4	36	27	27
5	21	16	43
6	15	11	55
7	8	6	61
8	11	8	69
9	5	4	73
10	11	8	81
11	17	13	94
12	8	6	100
TOTAL	**132**	**100**	

Anexo I.

Resultados del cuestionario final y el número de estudiantes que contestaron correctamente cada pregunta.

PREGUNTAS	ESTUDIANTES QUE CONTESTARON CORRECTAMENTE EN EL CUESTIONARIO FINAL
1	102
2	92
3	103
4	94
5	107
6	96
7	104
8	95
9	100
10	101
11	111
12	104
13	96
14	101
15	108
16	101
17	99
18	111
19	98
20	104

Anexo J.

Tabla de frecuencias de las calificaciones del cuestionario final.

TABLA DE FRECUENCIAS DEL CUESTIONARIO FINAL			
CALIFICACIONES	**FRECUENCIA**	**FR**	**FA**
11	13	10	10
12	11	8	18
13	8	6	24
14	11	8	33
15	15	11	44
16	19	14	58
17	25	19	77
18	30	23	100
TOTAL	**132**	**100**	

Anexo K.

Cálculo del estadístico t-student.

No.	Cuestionario inicial	Cuestionario final	d	$d-\bar{d}$	$(d-\bar{d})^2$
1	4	15	-11	-2,62	6,86
2	6	12	-6	2,38	5,66
3	11	17	-6	2,38	5,66
4	12	18	-6	2,38	5,66
5	7	16	-9	-0,62	0,38
6	4	17	-13	-4,62	21,34
7	11	13	-2	6,38	40,70
8	6	14	-8	0,38	0,14
9	10	11	-1	7,38	54,46
10	6	16	-10	-1,62	2,62
11	4	11	-7	1,38	1,90
12	12	17	-5	3,38	11,42
13	6	15	-9	-0,62	0,38
14	10	14	-4	4,38	19,18
15	7	18	-11	-2,62	6,86
16	4	13	-9	-0,62	0,38
17	6	17	-11	-2,62	6,86
18	11	18	-7	1,38	1,90
19	10	11	-1	7,38	54,46
20	6	12	-6	2,38	5,66
21	4	18	-14	-5,62	31,58
22	10	14	-4	4,38	19,18
23	6	17	-11	-2,62	6,86
24	12	13	-1	7,38	54,46
25	11	17	-6	2,38	5,66
26	4	16	-12	-3,62	13,10
27	10	18	-8	0,38	0,14
28	6	11	-5	3,38	11,42
29	5	18	-13	-4,62	21,34
30	8	14	-6	2,38	5,66
31	4	18	-14	-5,62	31,58
32	6	15	-9	-0,62	0,38
33	5	17	-12	-3,62	13,10
34	9	16	-7	1,38	1,90
35	6	11	-5	3,38	11,42
36	11	17	-6	2,38	5,66
37	4	12	-8	0,38	0,14
38	11	17	-6	2,38	5,66
39	6	16	-10	-1,62	2,62
40	10	18	-8	0,38	0,14
41	6	16	-10	-1,62	2,62
42	11	17	-6	2,38	5,66
43	4	11	-7	1,38	1,90
44	7	18	-11	-2,62	6,86
45	8	16	-8	0,38	0,14
46	9	12	-3	5,38	28,94

47	7	17	-10	-1,62	2,62
48	6	16	-10	-1,62	2,62
49	4	18	-14	-5,62	31,58
50	10	15	-5	3,38	11,42
51	5	17	-12	-3,62	13,10
52	11	18	-7	1,38	1,90
53	9	16	-7	1,38	1,90
54	6	12	-6	2,38	5,66
55	5	18	-13	-4,62	21,34
56	8	17	-9	-0,62	0,38
57	7	18	-11	-2,62	6,86
58	5	13	-8	0,38	0,14
59	11	15	-4	4,38	19,18
60	4	12	-8	0,38	0,14
61	11	18	-7	1,38	1,90
62	5	14	-9	-0,62	0,38
63	12	16	-4	4,38	19,18
64	5	15	-10	-1,62	2,62
65	10	17	-7	1,38	1,90
66	4	11	-7	1,38	1,90
67	11	17	-6	2,38	5,66
68	5	15	-10	-1,62	2,62
69	12	18	-6	2,38	5,66
70	4	17	-13	-4,62	21,34
71	11	15	-4	4,38	19,18
72	5	18	-13	-4,62	21,34
73	11	12	-1	7,38	54,46
74	4	17	-13	-4,62	21,34
75	11	13	-2	6,38	40,70
76	5	18	-13	-4,62	21,34
77	12	16	-4	4,38	19,18
78	4	14	-10	-1,62	2,62
79	11	16	-5	3,38	11,42
80	5	15	-10	-1,62	2,62
81	4	18	-14	-5,62	31,58
82	12	17	-5	3,38	11,42
83	5	11	-6	2,38	5,66
84	4	16	-12	-3,62	13,10
85	10	15	-5	3,38	11,42
86	4	18	-14	-5,62	31,58
87	11	14	-3	5,38	28,94
88	4	18	-14	-5,62	31,58
89	8	16	-8	0,38	0,14
90	5	15	-10	-1,62	2,62
91	4	18	-14	-5,62	31,58
92	6	11	-5	3,38	11,42
93	8	18	-10	-1,62	2,62
94	5	17	-12	-3,62	13,10
95	4	14	-10	-1,62	2,62
96	4	18	-14	-5,62	31,58
97	12	16	-4	4,38	19,18
98	9	15	-6	2,38	5,66
99	4	14	-10	-1,62	2,62

100	8	18	-10	-1,62	2,62
101	4	11	-7	1,38	1,90
102	5	17	-12	-3,62	13,10
103	4	12	-8	0,38	0,14
104	10	13	-3	5,38	28,94
105	7	18	-11	-2,62	6,86
106	4	18	-14	-5,62	31,58
107	5	16	-11	-2,62	6,86
108	8	15	-7	1,38	1,90
109	4	15	-11	-2,62	6,86
110	7	14	-7	1,38	1,90
111	4	12	-8	0,38	0,14
112	5	11	-6	2,38	5,66
113	8	17	-9	-0,62	0,38
114	11	14	-3	5,38	28,94
115	4	18	-14	-5,62	31,58
116	5	16	-11	-2,62	6,86
117	7	13	-6	2,38	5,66
118	4	15	-11	-2,62	6,86
119	4	12	-8	0,38	0,14
120	5	18	-13	-4,62	21,34
121	4	11	-7	1,38	1,90
122	5	16	-11	-2,62	6,86
123	4	17	-13	-4,62	21,34
124	8	11	-3	5,38	28,94
125	4	17	-13	-4,62	21,34
126	9	13	-4	4,38	19,18
127	5	12	-7	1,38	1,90
128	4	16	-12	-3,62	13,10
129	8	18	-10	-1,62	2,62
130	10	18	-8	0,38	0,14
131	4	17	-13	-4,62	21,34
132	8	17	-9	-0,62	0,38
		$\sum$	**-1106**	**-1097,62**	**1574,48**

Sumatoria de las diferencias: $\sum d = -1106$

Media aritmética de las medias: $\bar{d} = \frac{\sum d}{n}$ $\bar{d} = \frac{-1106}{132}$ $\bar{d} = -8{,}37$

Sumatoria de las diferencias menos la media aritmética de las medias:

$$\sum(d - \bar{d}) = -1097{,}62$$

Sumatoria de las diferencias menos la media aritmética de las medias al cuadrado:

$$\sum(d - \bar{d})^2 = 1574{,}48$$

Anexo L.

Cálculo del estadístico z-normalizado

Prueba de hipótesis de las evaluaciones inicial y final

Para comprobar la hipótesis de la investigación con el estadístico z normalizado, se siguieron los siguientes pasos:

1. Establecimiento de las hipótesis

Hipótesis nula(H_0): El promedio de las calificaciones del cuestionario inicial es igual al promedio de las calificaciones del cuestionario final.

Hipótesis alterna(H_1): El promedio de las calificaciones del cuestionario inicial es menor al promedio de las calificaciones del cuestionario final.

Es decir:
$\mathrm{H_0}: \mu_{\mathrm{Ci}} = \mu_{\mathrm{Cf}}$
$\mathrm{H_1}: \mu_{\mathrm{Ci}} < \mu_{\mathrm{Cf}}$
$\mu =$ Promedio de las calificaciones del cuestionario inicial y final

2. Nivel de significancia

Para comprobar las hipótesis de la investigación tomamos el nivel de significancia del 5%; es decir, $\alpha = 0{,}05$.

3. Tamaño de la muestra y cálculos estadísticos

El tamaño de la muestra es de 132 estudiantes.

Cálculo del estadístico z-normalizado

$$z_c = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}}$$

Varianza:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (xi - \bar{x})^2 \cdot fi}{n}$$

Dónde:

$z =$ Estadístico z normalizado

$\bar{x} =$ Media aritmética

$\sigma^2 =$ Varianza

$n =$ Tamaño de la muestra

$xi =$ Variable o dato estadístico

$fi =$ Frecuencias absolutas

Tabla de frecuencias del cuestionario inicial

$\boldsymbol{xi}$	$\boldsymbol{fi}$	$\boldsymbol{xi \cdot fi}$	$\boldsymbol{xi - \bar{x}}$	$\boldsymbol{(xi - \bar{x})^2}$	$\boldsymbol{(xi - \bar{x})^2 \cdot fi}$
4	36	144	-2,98	8,88	319,69
5	21	105	-1,98	3,92	82,33
6	15	90	-0,98	0,96	14,41
7	8	56	0,02	0,00	0,00
8	11	88	1,02	1,04	11,44
9	5	45	2,02	4,08	20,40
10	11	110	3,02	9,12	100,32
11	17	187	4,02	16,16	274,73
12	8	96	5,02	25,20	201,60
TOTAL	**132**	**921**			**1024,93**

Media aritmética:

$$\bar{x}_A = \frac{\sum xi \cdot fi}{n} \qquad \bar{x}_A = \frac{921}{132} \qquad \bar{x}_A = 6{,}98$$

Varianza:

$$\sigma_A^2 = \frac{\sum(xi - \bar{x})^2 \cdot fi}{n} \qquad \sigma_A^2 = \frac{1024,93}{132} \qquad \sigma_A^2 = 7,82$$

Tabla de frecuencias del cuestionario final

$\boldsymbol{xi}$	$\boldsymbol{fi}$	$\boldsymbol{xi \cdot fi}$	$\boldsymbol{xi - \bar{x}}$	$\boldsymbol{(xi - \bar{x})^2}$	$\boldsymbol{(xi - \bar{x})^2 \cdot fi}$
11	13	143	-4,36	19,01	247,12
12	11	132	-3,36	11,29	124,19
13	8	104	-2,36	5,57	44,56
14	11	154	-1,36	1,85	20,35
15	15	225	-0,36	0,13	1,94
16	19	304	0,64	0,41	7,78
17	25	425	1,64	2,69	67,24
18	30	540	2,64	6,97	209,09
TOTAL	**132**	**2027**			**722,27**

Media aritmética:

$$\bar{x}_B = \frac{\sum xi \cdot fi}{n} \qquad \bar{x}_B = \frac{2027}{132} \qquad \bar{x}_B = 15,36$$

Varianza:

$$\sigma_B^2 = \frac{\sum(xi - \bar{x})^2 \cdot fi}{n} \qquad \sigma^2 = \frac{722,27}{132} \qquad \sigma^2 = 5,51$$

z-normalizado:

$$z_c = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} \qquad z_c = \frac{6,98 - 15,36}{\sqrt{\frac{7,82}{132} + \frac{5,51}{132}}} \qquad z_c = \frac{-8,38}{\sqrt{\frac{13,33}{132}}}$$

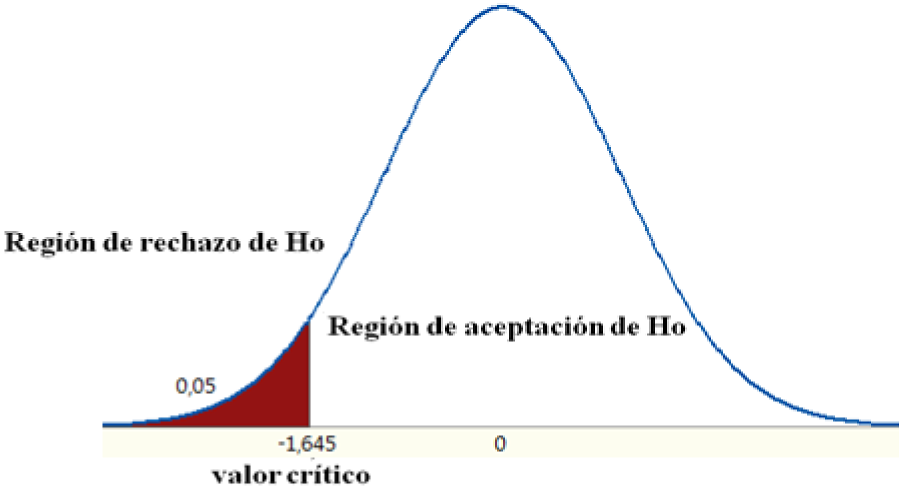
$$z_c = \frac{-8,38}{\sqrt{0,10098}} \qquad z_c = \frac{-8,38}{0,32} \qquad z_c = -26,37$$

Resultados de la prueba z-normalizado:

Prueba z para medias de dos muestras		
	CALIFICACIONES CUESTIONARIOS	
	INICIAL	FINAL
Media	6,98	15,36
Varianza (conocida)	7,82	5,51
Observaciones	132	132
Diferencia hipotética de las medias	0	
z	-26,37	
P(Z<=z) una cola	0	
Valor crítico de z (una cola)	1,64	
Valor crítico de z (dos colas)	0	
Valor crítico de z (dos colas)	1,96	

4. Regiones de aceptación y rechazo:

Las regiones de aceptación y de rechazo de la hipótesis nula H_O se definen por el valor crítico z, según la tabla z-normalizado a una cola (izquierda) es de -1,64.



5. Decisión estadística:

El estadístico calculado z = -26,37 se encuentra en la región de rechazo de la hipótesis nula $H_0: \mu_{Ci} = \mu_{Cf}$ por lo tanto se acepta la hipótesis alterna $H_1: \mu_{Ci} < \mu_{Cf}$; es decir, que los promedios de las calificaciones del cuestionario inicial es menor a los promedios de las calificaciones del cuestionario final, lo que nos verifica que la resolución ordenada de los problemas matemáticos SI incide en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes de los octavos años de la Unidad Educativa “Santa Rosa” de la parroquia de Santa Rosa del cantón Ambato.