

RESUMEN

El Grupo de Energías Alternativas y Ambiente en convenio al proyecto “MÉTODOS PARA EL CONTROL DE CALIDAD Y COMPLEMENTACIÓN DE DATOS FALTANTES EN PARÁMETROS METEOROLÓGICOS RELACIONADOS CON LA UTILIZACIÓN DE ENERGÍAS RENOVABLES”, requiere describir el comportamiento de radiación solar global (RSG) registrada en la Estación Meteorológica ESPOCH, durante el 2011, fenómeno tratable con el Método Análisis de Datos Funcionales (ADF), objetivo de esta investigación.

Se seleccionó ADF por su confiabilidad en resultados, se aplicó software libre R con su librería *fda.usc*, que facilitó la detección de funciones atípicas producidas los días 14 de febrero, 26 de febrero, 8 de abril y 20 de octubre, se calculó la media funcional de RSG anual, mensual y por período de invierno (octubre-mayo), y verano (junio-septiembre), mostrando un comportamiento acampanado alcanzando 1239.4 W/m^2 ; marzo, abril y mayo muestran comportamiento similar a los meses de verano; en invierno el comportamiento de RSG es semiacampanada debido a que de 12:40 a 12:50 la RSG baja a 594 W/m^2 y en verano es totalmente acampanado, en promedio los registros de RSG inician en invierno a las 05:50 y finaliza a las 18:40, mientras que en verano inicia a las 06:00 y finaliza a las 18:30, revelando una diferencia de 20 minutos entre períodos, se identificó verano como el período con más horas de RSG elevada. El método de Análisis de Datos Funcionales (ADF) si permite una mejor descripción del comportamiento de RSG al 95% de confiabilidad (Chi-cuadrado) para analizar los datos meteorológicos.

Palabras Clave:

/MÉTODO DE ANÁLISIS DE DATOS FUNCIONALES//ANÁLISIS ESTADÍSTICO//RADIACIÓN SOLAR GLOBAL//DATOS METEOROLÓGICOS//GRUPO ENERGÍAS ALTERNATIVAS Y AMBIENTE (GEAA)//ENERGÍA ALTERNATIVA/

SUMMARY

The Alternative Energy and Environment Group in agreement to the "Methods for Quality Control and Complementation of Missing Data on Meteorological Parameters related to the Use of Renewable Energy" project, requires to describe the behavior of global solar radiation (GSR) recorded at ESPOCH Meteorological Station, during 2011, treatable phenomenon with the Functional Data Analysis Method (ADF), an objective of this research.

ADF was selected for its reliability in results, R free software was applied with its `fda.usc` library, which facilitated the detection of atypical functions produced on February 14th, February 26th, April 8th and October 20th, the RSG functional average was calculated annually, monthly and in the winter period (October-May), and summer (June-September), showing a bell-shaped behavior reaching 1239.4 W/m²; March, April and May show similar behavior during the summer months; in winter the RSG is semi-flared because from 12:40 to 12:50 the RSG goes down to 594 W/m² and in summer is fully flared, on average RSG records begin at 5:50 and ends at 18:40 in winter, while in summer starts at 06:00 and ends at 18:30, showing a difference of 20 minutes between periods, summer was identified as the period with more hours of high RSG. The Functional Data Analysis Method (ADF) allows a better description of the RSG behavior with 95% reliability (Chi-squared) to analyze meteorological data.

Keywords:

/ Functional Data Analysis Method // Statistical Analysis // Global Solar Radiation // Meteorological Data // Alternative Energy and Environment Group (GEAA) // Alternative Energy/.



INTRODUCCIÓN

Las fuentes energéticas que se consumen en su gran mayoría están basadas en combustibles fósiles un gran contaminante ambiental, sumado a esto los costos elevados por consumo de energía hace que surja la necesidad de buscar fuentes de energías limpias, accesibles y rentables que permitan reducir estos daños. El INAMHI (Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología) cuenta con varias estaciones meteorológicas distribuidas en diferentes cantones del territorio ecuatoriano (INAMHI, Red de estaciones Meteorológicas), pero existen pocos registros de análisis estadístico de éstos datos.

El Grupo de Energías Alternativas y Ambiente (GEAA) de la Facultad de Ciencias de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH) viene trabajando en diferentes líneas de investigación enmarcas en la generación de energías limpias y el cuidado del medio ambiente, estudios que van muy de la mano con el tratamiento estadístico de datos. En el año 2007 el GEAA instaló una estación meteorológica ubicada junto a la escuela de Física y Matemática, que cuenta con 9 sensores para medir: velocidad de viento a tres alturas diferentes (10, 30 y 40 m), precipitación, dirección de viento, temperatura, presión atmosférica, humedad y radiación solar; de los cuales se tomó para esta investigación la radiación solar en W/m^2 con el fin de investigar métodos que se ajusten a las características complejas de estos datos.

El tratamiento de grandes masas de datos de cualquier índole se vincula con el método funcional (SILVERMAN J, RAMSAY B. , 1997), trabajos que muestran su aplicación como en la Economía en cotizaciones de bolsa, ingeniería en producción y demanda de energía eléctrica, medio ambiente en redes de vigilancia atmosférica, fluvial o

meteorológica, que responden a las mismas necesidades que la estadística clásica (FEBRERO, 2009).

En esta investigación se dio tratamiento estadístico funcional L^2 a los datos de radiación solar en W/m^2 , variable dependiente del tiempo. El proceso de tratamiento funcional consiste en tomar los datos discretizados $(t_i, R(t_i))$ en donde t_i es el tiempo (10 minutos) y $R(t_i)$ es la radiación solar con $i = 0, 1, 2, \dots, 144$ y se transformó en funciones $f(x_i)$ mediante el suavizado por splines cúbicos (GARETH JAMES, SOOD ASHISH, 2006). Se identificó los datos atípicos mediante el remuestreo de Bootstrap (FEBRERO BANDE, OVIEDO DE LA FUENTE MANUEL, 2012), basado en contraste de hipótesis al 95% de confiabilidad, encontrándose en esta investigación como funciones atípicas el comportamiento de radiación solar global los días 14 de febrero, 26 de febrero, 8 de abril, 20 de octubre.

En este trabajo se halló la media funcional en L^2 (FEBRERO BANDE, OVIEDO DE LA FUENTE MANUEL, 2012) anual, mensual y de acuerdo a la clasificación temporal en la región interandina o sierra que se clasifica como el período lluvioso o invierno (octubre – mayo) y el período seco o verano (junio – septiembre) (INAMHI, Condiciones Climáticas en Ecuador), en donde se encuentra que el período de verano y los meses de diciembre, enero, febrero tienen comportamiento totalmente acampanado, mientras que los meses de octubre, noviembre, marzo, abril y mayo presenta comportamiento parcialmente en forma de campana, debido a que a partir de las 12:30 a 13:30 la potencia de la radiación solar global disminuye, siendo mayo el mes con mayor caída de la radiación solar, otros de los resultados significativos se tiene que, en promedio en el período de invierno inicia la radiación solar global a las 05:50 y finaliza a las 18:40, mientras que en el período de verano inicia a las 06:00 y finaliza a las 18:30, mostrando que en el período de invierno las noches son más cortas (20 minutos) que en el período de

verano. Además se pudo identificar en la media funcional que la radiación solar de invierno es muy variable, ya que en cortos periodos de tiempo como: de (05:50 a 06:50), de (10:00 a 12:00), a las 13:30, 17:30, y de (17:40 a 18:40) supera la radiación solar global de verano. En verano la radiación tiene un comportamiento más estable, totalmente en forma de campana.

El tratamiento de datos funcionales permitió identificar detalles específicos sobre el comportamiento de radiación solar global como la posible relación entre los meses de diciembre, enero y febrero con el período de verano puesto que las estaciones en nuestro país no están fuertemente definidas.

CAPÍTULO I:

PRELIMINARES

1.1 JUSTIFICACIÓN

Por razones económicas, ambientales y políticas, es necesario buscar otras fuentes alternativas de energía que sean a la vez económicas, abundantes, limpias y que preserven el equilibrio ecológico. La energía proveniente del Sol, Viento y de la Tierra (geotérmica) son las opciones, pero la energía del sol tiene una ventaja extra, ya que se pueden construir dispositivos solares de cualquier tamaño y simular su comportamiento con mayor precisión, expandiendo de esta forma las posibilidades de su buen aprovechamiento, por esta razón se hace énfasis en analizar los datos de radiación solar con métodos que permitan describir su comportamiento debido a su complejidad.

Durante el recorrido en la maestría de “Matemática Básica” de la ESPOCH se ha desarrollado módulos de matemática y estadística que han servido como base para la investigación y el análisis de datos; herramientas que permiten contribuir a los objetivos de proyectos de investigación como el proyecto “MÉTODOS PARA EL CONTROL DE CALIDAD Y COMPLEMENTACIÓN DE DATOS FALTANTES EN PARÁMETROS METEOROLÓGICOS RELACIONADOS CON LA UTILIZACIÓN DE ENERGÍAS RENOVABLES” a cargo del GRUPO DE ENERGÍAS ALTERNATIVAS Y AMBIENTE de la ESPOCH financiado por el SENECYT, mismo que requiere de un tratamiento estadístico de datos meteorológicos con mejores resultados.

Gracias a los avances computacionales el tratamiento de grandes masas de datos desemboca en nuevos métodos como el Tratamiento de Datos

Funcionales que identifica a los datos como funciones en intervalos continuos, método de gran realce en la comunidad científica en Europa (FEBRERO, 2009).

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo General

Analizar de forma funcional el comportamiento de los datos de radiación solar global registrados en la estación meteorológica ESPOCH durante el año 2011.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Unificar los datos de radiación solar en una matriz legible para su tratamiento en el software estadístico R.
- Analizar los datos en forma exploratoria con la librería fda.usc del software R y con el método tradicional.
- Discutir y presentar los resultados obtenidos.

1.3 HIPÓTESIS

El análisis exploratorio funcional permite una mejor y más completa descripción del comportamiento de la radiación solar que el análisis exploratorio tradicional.

CAPÍTULO II:

MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL DE REFERENCIA

2.1 ANTECEDENTES Y ESTUDIOS PREVIOS

La estadística ha estado presente en la vida del hombre perennemente, y con el pasar del tiempo evolucionan nuevos métodos para el tratamiento de la información como es el método de datos funcionales (ADF). Los primeros trabajos sobre ADF inician en los años setenta, siendo la escuela francesa precursora en su estudio, cabiendo destacar de manera especial los trabajos de Jean Claude Deville (1974) continuados posteriormente por Gilbert Saporta (1981) y Philippe Besse (1991). De forma paralela Jim Ramsey (1982), profesor de Psicometría en la McGill University de Montreal y Bernard Silverman (1982) profesor de Estadística en la Universidad de Bath, aunque posteriormente en la de Bristol y actualmente en el St Peter's College de Oxford, dieron cuerpo de doctrina a esta teoría que se materializó en su obra *Functional Data Analysis* cuya primera edición data de 1997, y que tuvo extensión en el manual de orientación práctica *Applied Functional Data Analysis: Methods and Case Studies* de 2002, en el que detalla las aplicaciones del ADF en diversos campos. (BONNET, 2009), contribuyendo de este modo en el desarrollo de técnicas estadísticas descriptivas, inferenciales y multivariadas compatibles al ADF que responde a las mismas necesidades que la estadística clásica, esto se refleja en el número de publicaciones teóricas y aplicativas como: Prueba de hipótesis para

datos funcionales, realiza un ANOVA funcional para dos tipos de tratamientos cardiológicos (CUEVAS ANTONIO, FEBRERO MANUEL, FRAIMAN RICARDO , 2004); Estadística no paramétrica pasado, presente y futuro, habla sobre las bondades del tratamiento de datos funcionales (GONZÁLEZ MANTEIGA WENCESLAO, CRUJEIRAS CASAIS ROSA MARÍA, 2006); Pruebas de hipótesis para datos funcionales, muestra cómo realizar prueba de hipótesis con datos funcionales con la metodología basado en la regla empírica y estimación mediante splines cúbicos (GARETH JAMES, SOOD ASHISH , 2006); Análisis exploratorio con variables regionalizadas con métodos funcionales, en donde usa como medidas de profundidad la media, varianza, desviación estándar, covarianza y correlación, y para identificar la tendencia espacial utiliza un análisis de componentes principales funcional (GIRALDO, 2007); Panorama actual del análisis de dato funcionales, que sintetiza las técnicas estadísticas para exploración y descripción de conjuntos de datos funcionales resaltando sus características más importantes, modelos de regresión, métodos de clasificación supervisada o no supervisada de un conjunto de datos respecto a alguna característica, contraste validación y predicción (FEBRERO, 2009); Influencia de la adición de nano y microsílíce en la estabilidad térmica de una resina epoxi. Aplicaciones del ANOVA funcional, realiza un suavizado con splines cúbicos y mediante un diseño experimental estudia la profundidad de los datos para identifica si la influencia es significativa. (TARRÍO JAVIER, NAYA SALVADOR, 2011); Estadística computacional para análisis de datos funcionales: Librería fda.usc de R, que hace una descripción de cómo trabaja el software para hallar la media funcional, intervalos de confianza, detección de datos atípicos con el método de Bootstrap, regresión, métodos de predicción (FEBRERO BANDE , OVIEDO DE LA FUENTE MANUEL, 2012); Detección de atípicos en datos funcionales dependientes, en donde se detalla los métodos de Bootstrap para detección de datos atípicos, entre ellos el métodos de contraste de hipótesis, tomando como medida de

profundidad de curvas la media y la moda (RAÑA PAULA, VILAR JUAN MANUEL, ANEIRO GERMÁN, 2013). Varias de éstas publicaciones fueron presentadas en los congresos que periódicamente realiza la Sociedad de Estadística e Investigación Operativa (SEIO) España y publicados en su revista científica cuatrimestralmente.

El tratamiento de grandes masas de datos mediante el ADF especialmente en el campo de la salud, medio ambiente y biología, lo muestran publicaciones como: Predicción del riesgo de sequía anual a partir de la evolución de las temperaturas a lo largo del año y determinación de la relación entre la evolución continua de la temperatura y la sequía (Escabias, 2005). Estimación del riesgo de sequía a partir de la evolución del niño en el océano pacífico (Aguilera, 2008). Predicción del riesgo de padecer un brote de lupus a partir del nivel de estrés observado durante un periodo de tiempo continuo (Aguilera, 2008). Predicción de la concentración de polen de ciprés a partir de la evolución de la temperatura del aire (Valderrama, 2010, Escabias, 2013). Modeling environmental data by functional principal component logistic regression (ESCABIAS, AGUILERA, VALDERRAMA, 2005), mismos que tienen un costo entre 30 y 40 euros, pero no son los únicos puesto que en los últimos años 222 artículos han sido publicados, sin contar con los que se añade cada año (ESCABIAS, VALDERRAMA, AGUILERA M CARMEN, 2012). Literatura específicamente sobre tratamiento de datos meteorológicos con el objeto de identificar potencial energético es escasa.

Además existen múltiples trabajos de culminación de Master de universidades de España como: la Universidad Autónoma de Madrid, Universidad de Catalunya, Universidad de Zaragoza, Universidad Santiago de Compostela en Madrid. En Ecuador la Escuela Superior Politécnica del Litoral hace un análisis de media, varianza, covarianza y correlación funcional para medir el efecto de recubrimientos revestibles

de almidón en características físico-químicas de papayas de la especie carica papaya, durante las dos primeras semanas del período de maduración post-cosecha (2012), además en las decimosextas jornadas de Estadística e Informática de la ESPOL se dio un cursillo introductorio sobre Análisis Geoestadístico de Datos Funcionales (2010).

En vista de las versiones antes mencionadas sobre las características de los resultados que muestra ésta técnica con grandes masas de datos, la ESPOCH por medio del grupo de energías alternativas conformado por docentes investigadores de varias facultades, el Instituto Nacional de Eficiencia Energética y Energías Renovables (INEER), la Universidad Politécnica Salesiana (UPS) y el Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología (INAMHI) en convenio específico de cooperación para el desarrollo del proyecto de investigación “MÉTODOS PARA EL CONTROL DE CALIDAD Y COMPLEMENTACIÓN DE DATOS FALTANTES EN PARÁMETROS METEOROLÓGICOS RELACIONADOS CON LA UTILIZACIÓN DE ENERGÍAS RENOVABLES”, intensifica los análisis estadísticos de datos meteorológicos debido a sus características complejas con nuevas herramientas matemáticas y estadísticas como el análisis de datos funcionales con el objetivo de caracterizar las fuentes naturales con potencial energético, motivando de este modo el uso de energías renovables

2.2 RADIACIÓN SOLAR

Radiación solar no es más que la energía que emite el sol, energía recibida en la superficie terrestre, fuente de casi todos los fenómenos meteorológicos y de sus variaciones en el curso del día durante todo el año. Cuando esta radiación alcanza el límite superior de la atmósfera está formada por rayos de distinta longitud de onda:

- **Los rayos ultravioletas UV:** no son visibles y tienen una longitud de onda entre 380 y 10 nanómetros.
- **Los rayos luminosos:** son los únicos visibles; su longitud de onda corresponde al violeta y al rojo, respectivamente, ya que varía entre 0,36 y 0,76 micrones.
- **Los rayos térmicos o caloríferos:** tampoco son visibles y su longitud de onda es mayor de 0,76 micrones. Son los rayos infrarrojos.

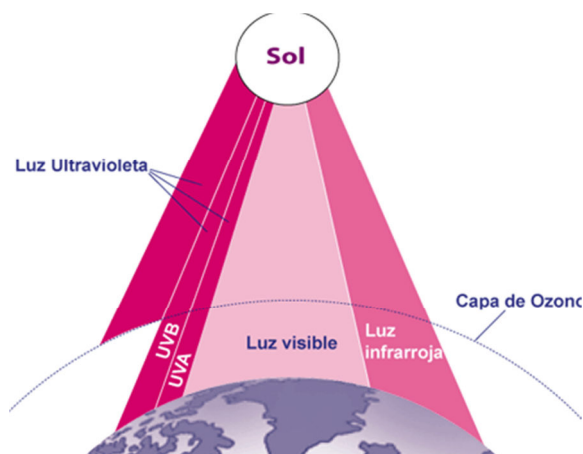


Ilustración 1: Longitud de Onda Rayos Solares

La intensidad calorífica de la radiación solar, medida en el límite superior de la atmósfera, es por lo general constante en el tiempo.

2.2.1 Variaciones de la radiación solar

No toda la radiación solar incidente en el límite de la atmósfera llega a la superficie terrestre; esto se debe a que la capa gaseosa actúa sobre ella produciendo distintos fenómenos:

Absorción: El flujo de radiación penetra en la atmósfera y transformada en energía térmica, aumenta su temperatura y la hace irradiar calor hacia la Tierra y el espacio interplanetario. Las radiaciones térmicas de la atmósfera que alcanzan la superficie terrestre atenúan el enfriamiento

de la misma, especialmente durante la noche; este fenómeno se conoce como amparo térmico de la atmósfera.

Reflexión: se produce cuando parte de la radiación solar al incidir sobre un cuerpo es desviada o devuelta, sin modificar sus caracteres, la atmósfera refleja la radiación que incide sobre gases y partículas sólidas en suspensión; la que llega a la superficie de la tierra en parte se absorbe y en parte se refleja.

Dispersión: fenómeno similar a la reflexión, pero la radiación modifica sus caracteres al ser devuelta o desviada. En la alta atmósfera la radiación solar es dispersada por las moléculas de los gases del aire, los rayos luminosos de onda más corta (violeta y azul) son más fácilmente dispersados, dando el color azulado al cielo. El rojo, anaranjado, amarillo, llegan casi directamente al suelo sin dispersarse y se dispersan cuando atraviesan capas atmosféricas de espesor considerable como ocurre en los crepúsculos, en estos casos el cielo presenta un color que va del amarillo al rojo intenso.

Reflexión y dispersión de los rayos solares dan como resultado la radiación solar difusa, a ella corresponden las primeras luces antes de la salida del sol y gracias a su existencia el paisaje del día a la noche y viceversa se hace en forma gradual.

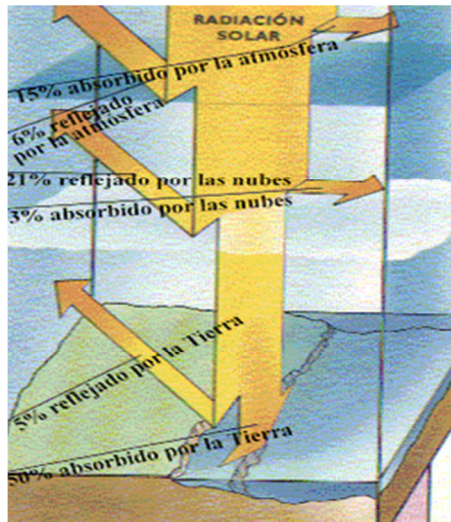


Ilustración 2: Acción de la Capa Gaseosa sobre la Radiación Solar

2.2.2 Movimiento del sol

La Tierra describe un movimiento de traslación alrededor del Sol en una trayectoria que se denomina órbita y tiene forma de elipse; al plano que la contiene se le designa como *eclíptica*. El plano ecuatorial y la eclíptica forman entre sí un ángulo de 23.5° , esta inclinación se conoce como *oblicuidad* y es la misma todo el tiempo y hacia el mismo lado; o sea, respecto de las estrellas, el eje de rotación de la Tierra (que va de polo a polo, perpendicular al ecuador) siempre está en la misma dirección y su extremo norte apunta a la Estrella Polar.

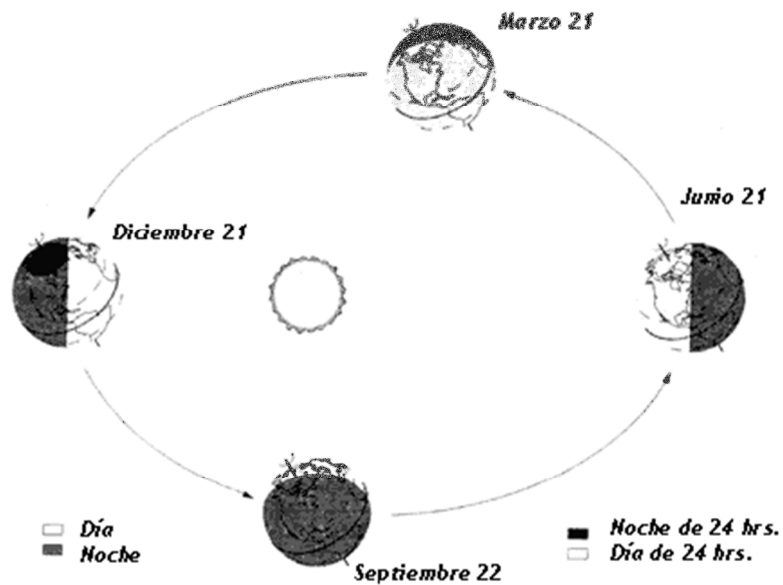


Ilustración 3: Posiciones de la tierra en su órbita y sus orientaciones respecto del Sol en los solsticios y equinoccios

Viendo las cosas desde la Tierra, los rayos del sol llegan verticales a mediodía en distintos lugares según la época del año, o sea que el sol "viaja" de N a S entre junio y diciembre, y de regreso durante la otra mitad del año; los puntos extremos de este viaje son los trópicos. Por consiguiente, cualquier lugar del planeta cuya latitud sea menor que 23.5° tiene el sol exactamente vertical dos veces al año, momentos en los que no hacemos sombra al mediodía; más allá de los trópicos (o sea, al N del de Cáncer y al S del de Capricornio) el sol nunca se halla verticalmente (GADUÑO, 1994).

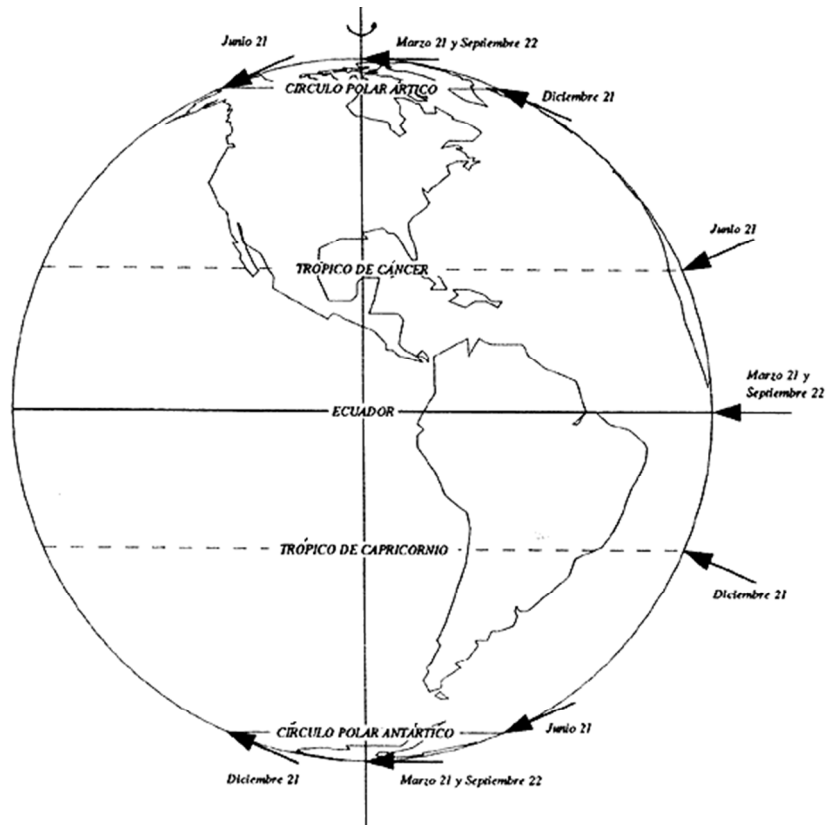


Ilustración 4: Radiación Solar en la Línea Ecuatorial

Ecuador es un país privilegiado en lo que a recurso solar se refiere. Esto se debe a que el ángulo de incidencia de la luz solar, es perpendicular a nuestra superficie durante todo el año.

2.2.3 Condiciones climáticas Riobamba

Riobamba se halla en el centro geográfico del Ecuador en la cordillera de los Andes a 2.750 msnm, en el centro de la hoya del Chambo rodeada por el Chimborazo, Tungurahua, el Altar y el Carihuairazo.

Según los registro del INAMHI en la *región interandina o sierra el período lluvioso o invierno inicia el mes de octubre y finaliza el mes de*

mayo y el período seco o verano se extiende desde el mes de junio a septiembre (INAMHI, Condiciones Climáticas en Ecuador)

2.2.4 Unidades de medida

Las cantidades de radiación son expresadas en términos de exposición radiante o irradiancia, siendo esta última una medida del flujo de energía recibida por unidad de área en forma instantánea como $\frac{Energía}{Área}$ y cuya unidad es el $\frac{Watt}{m^2}$.

2.2.5 Instrumentos de medida

Para medir la radiación solar se utilizan instrumentos según los requerimientos, por ejemplo para medir la radiación solar global (directa más difusa), la directa (procedente del rayo solar), la difusa, la neta y el brillo solar se usan los radiómetros solares como los piranómetros o solarímetros y los pirheliómetros. Los datos de radiación solar que se usarán en esta investigación fueron medidos por un piranómetro, y almacenados en el DATALOGGER que es alimentado con la misma radiación solar.



Ilustración 5: Estación meteorológica Facultad de Ciencias ESPOCH



Ilustración 6: Dataloger

2.3 TEORÍA DEL ANÁLISIS DE DATOS FUNCIONALES.

En Análisis de datos funcionales (ADF) o más conocido por sus siglas en ingles FDA (Functional Data Analysis) es una rama de la matemática, específicamente del análisis, que trata del estudio de espacios de funciones. Esta rama se inició con los estudios de transformaciones tales como la transformación de Fourier, las ecuaciones diferenciales y las ecuaciones integrales. Desde el punto de vista matemático se conoce como análisis funcional pero desde el punto de vista estadístico toma el nombre de **tratamiento o análisis de datos funcionales**.

El tratamiento de datos funcionales es aquella parte de la estadística que trabaja con muestras de funciones aleatorias, es decir en un espacio funcional, puede ser L^p (el más usado es para $p = 2$, funciones de cuadrado integrable).

2.3.1 Espacios de Hilbert

Sea V un espacio vectorial real provisto de un producto escalar notado $\langle \cdot, \cdot \rangle$ y norma asociada $\|\cdot\|$. Sea (x_n) una sucesión en V . Recordemos que (x_n) es una sucesión de Cauchy en V si y solo si (x_n) cumple con la siguiente propiedad:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{Z}^+ / \forall m, n \in \mathbb{Z}^+ \quad \text{con} \quad m, n \geq n_0 \Rightarrow \|x_m - x_n\| < \varepsilon$$

Además, (x_n) es convergente en V si y solo si existe $x \in V$ tal que $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$, o lo que es lo mismo $x_n \rightarrow x$ y $n \rightarrow \infty$ y esto a su vez $\|x_n - x\| \rightarrow 0$. Toda sucesión convergente en V es una sucesión de Cauchy en V .

Definición: Sea V un espacio prehilbertiano. Se dice que V es un espacio de Hilbert si y solo si toda sucesión de Cauchy en V es convergente en V .

El espacio vectorial V es un espacio de Hilbert si y solo si para cada sucesión de Cauchy (x_n) de V , existe $x \in V$ tal que $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$.

El espacio de las funciones continuas $C([a, b])$ en donde se define un producto escalar $\langle \cdot, \cdot \rangle$ dado por:

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(t)g(t)dt \quad \forall f, g \in C([a, b]) \quad (2.3-1)$$

provisto de la norma $\|\cdot\|_2$ definida como:

$$\|f\|_2 = \left(\int_a^b |f(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \quad \forall f \in C([a, b]) \quad (2.3-2)$$

o también llamado $L^2([a, b])$ (BENALCÁZAR, 2005)

2.4 HERRAMIENTA DE R PARA ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE DATOS

R es un software estadístico potente y flexible, este software compila sobre una gran variedad de plataformas UNIX, Windows y MacOS. Además, proporciona una amplia variedad de técnicas estadísticas y gráficas, entre las que se incluyen las metodologías básicas de análisis de datos funcionales (técnicas de reducción de dimensión y modelos lineales funcionales); es el paquete más usado por los investigadores en ADF, ya que es libre y permite el desarrollo de código propio para aquellos métodos no implementados directamente en sus librerías (AGUILERA DEL PINO A. MARÍA, AGUILERA MORILLO CARMEN, 2013).

El programa permite interactuar con el computador, pasos a paso, según los resultados que son mostrados en la consola, es decir que puede uno monitorear los procesos. Una lista de ordenes pueden ser escritos en un archivo en ASCII con extensión “.R” y ser ejecutado mediante la orden source (nombre programa.R). Las órdenes de ejecución de los procedimientos son las mismas en cada plataforma, la diferencia está en la instalación y en algunas funciones de menú que presenta cada versión.

El proyecto **R** dispone de una cantidad muy grande de paquetes lo necesario para realizar un análisis estadístico. R también provee toda la documentación mediante manuales y libros de todos los paquetes propuestos y está disponible en la dirección: <http://www.r-project.org/>.

2.4.1 Librerías para Análisis de Datos Funcionales (ADF)

Las librerías para ADF son varias en el software R, por lo cual se describen algunas de ellas brevemente.

- **Librería fda:** implementa las técnicas de análisis de datos funcionales del libro de Ramsay y Silverman (2007).
- **Librería fda.usc:** integra y complementa la librería fda con medidas de profundidad, detección de datos atípicos (outliers) funcionales, modelos de regresión funcional y métodos de clasificación de un conjunto de datos funcionales.
- **Librería fds:** conjuntos de datos funcionales.
- **Librería far:** modelización de procesos autoregresivos hilbertianos.
- **Librería ftsa:** análisis de series de tiempo funcionales
- **Librería MFDF:** modelización funcional de datos de finanzas.
- **Librería refund:** regresión con datos funcionales.
- **Librería nfda:** análisis de datos funcionales no paramétrico.
- **Librería rainbow:** gráficos para análisis exploratorio de datos funcionales.

Para el desarrollo de esta investigación se usó la librería **fda.usc** (Análisis de datos Funcionales Universidad Santiago de Compostela) debido a los requerimientos específicos de los datos de radiación solar, además de la aplicación Tinn-R para la programación y R-Commander para facilitar el análisis tradicional.

2.4.2 Tinn- R

Tinn-R es una pequeña aplicación compatible con el software estadístico R, facilita la edición del código básico de programación.

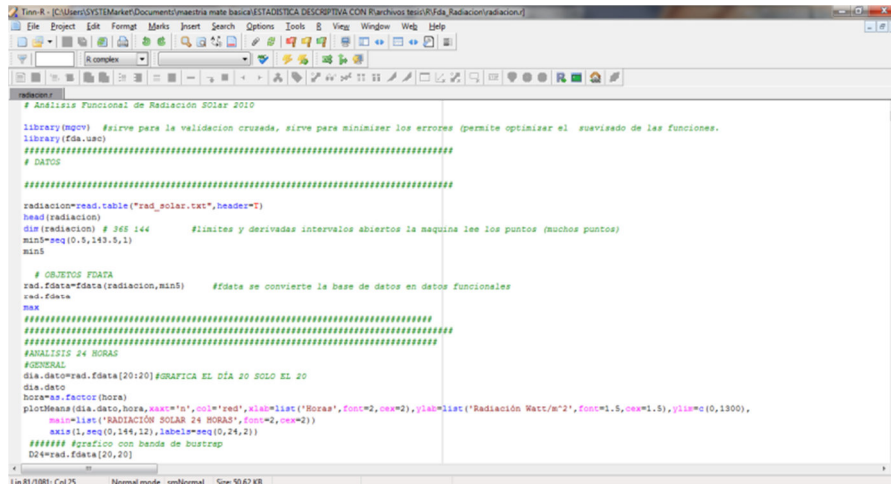


Ilustración 7: Ventana de digitación de Tinn-R

Una vez digitado el código requerido, en la barra de herramientas bajo el menú principal se encuentra el icono de enlace para compilarlo en R (ilustración 8).

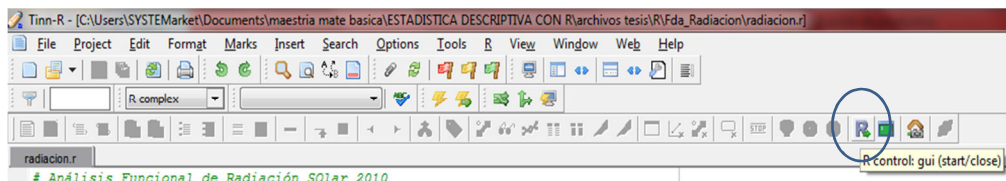
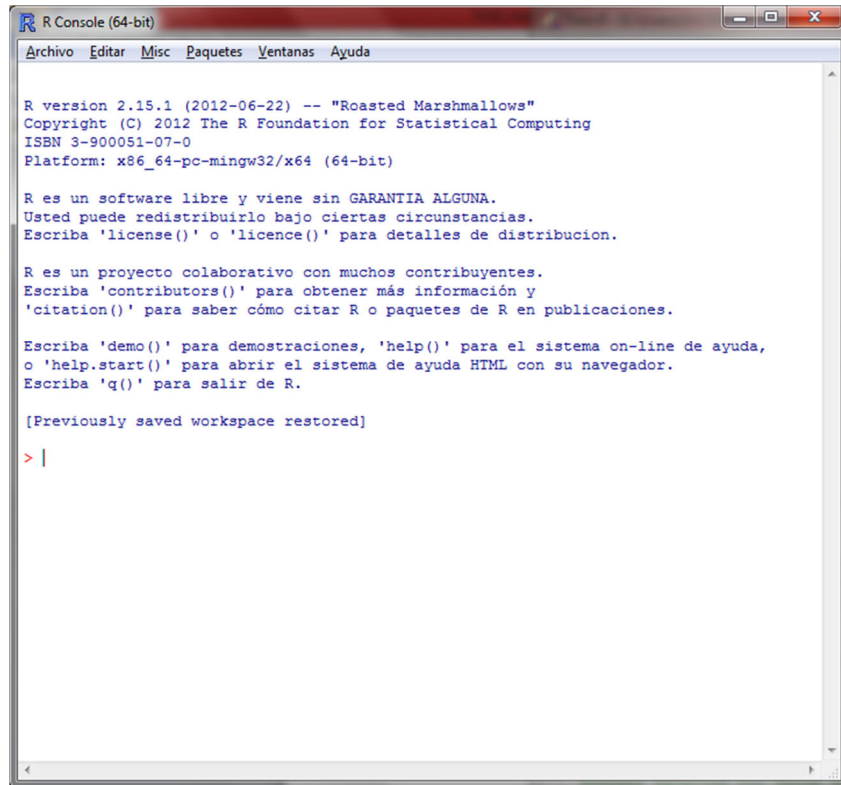


Ilustración 8: Icono de enlace con la consola de R

Con un clic se abre la consola de R para visualizar la ejecución de las líneas programadas de Tinn-R.



```
R Console (64-bit)
Archivo  Editar  Misc  Paquetes  Ventanas  Ayuda

R version 2.15.1 (2012-06-22) -- "Roasted Marshmallows"
Copyright (C) 2012 The R Foundation for Statistical Computing
ISBN 3-900051-07-0
Platform: x86_64-pc-mingw32/x64 (64-bit)

R es un software libre y viene sin GARANTIA ALGUNA.
Usted puede redistribuirlo bajo ciertas circunstancias.
Escriba 'license()' o 'licence()' para detalles de distribucion.

R es un proyecto colaborativo con muchos contribuyentes.
Escriba 'contributors()' para obtener más información y
'citation()' para saber cómo citar R o paquetes de R en publicaciones.

Escriba 'demo()' para demostraciones, 'help()' para el sistema on-line de ayuda,
o 'help.start()' para abrir el sistema de ayuda HTML con su navegador.
Escriba 'q()' para salir de R.

[Previously saved workspace restored]

> |
```

Ilustración 9: Consola de R

2.4.2.1 Características importantes de Tinn-R

- Resalta la sintaxis que facilita la identificación de comandos propios del programa.
- Es compatible con Latex
- Trabaja con líneas de código ilimitados
- Trabaja al mismo tiempo con varios documentos.
- Permite editar códigos de programación de: HTML, PHP, Java, JavaScript, C/C++, C#, Ruby, Perl, Python entre otros.

2.4.3 R- Comander

R-commander es un paquete de R que proporciona al usuario una manera conveniente de uso de los comandos de entrada.

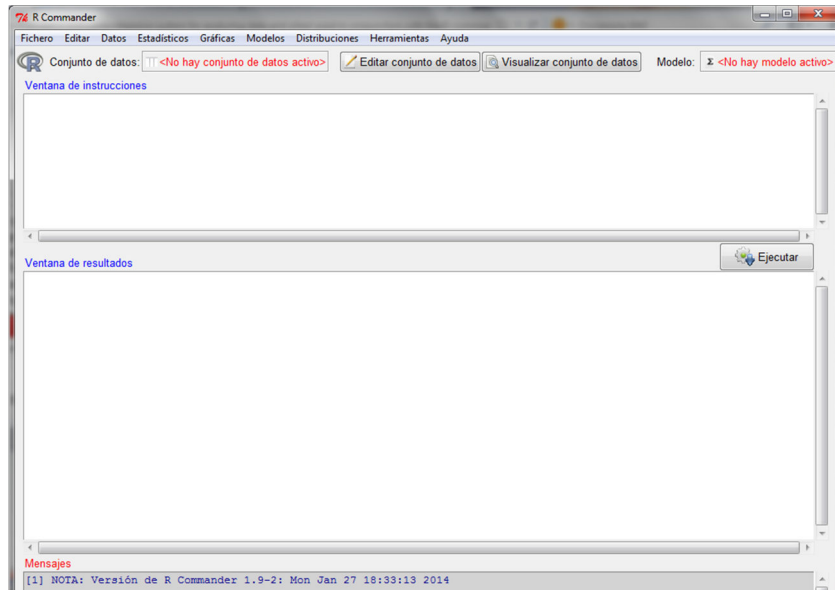


Ilustración 10: Ventana R-Commander

Tiene dos ventanas, en la ventana superior se visualiza los comandos usados y en la ventana inferior se muestra los resultados de la compilación de cada línea.

El R-Commander tiene varias ventajas entre las más relevantes tenemos que se lo activa mediante la consola de R y tiene una interfaz gráfica similar al SPSS, statgraphics entre otros. Y una de las desventajas es que realiza análisis estadísticos básicos.

2.4.4 Funciones usadas en el tratamiento de datos

Comandos clave de R usadas para realizar el análisis exploratorio de los datos de radiación solar:

- *library(mgcv)*
- *library(fda.usc)*
- *read.table*
- *seq(a,b,c)*

- fdata
- fdata.bootstrap
- func.mean
- outliers.depth.trim

Otros comandos usados se especifican en el anexo 3 de la sección 8.

2.5 VISIÓN EPISTEMOLÓGICA

2.5.1 Punto de Vista Filosófico

La presente investigación se identifica con la corriente filosófica POSITIVISTA.

En el siglo XX el positivismo y el neopositivismo han dominado el campo de la investigación social, fue impulsado por Augusto Comte, Bacon, Hum, Newton, Poincaré, Russel, Ángel, Hempel y otros.

Para los positivistas el criterio de verdad es sinónimo al de experiencia; es decir:

- Para saber si un juicio es verdadero o falso es suficiente observar directamente la realidad y ver si ésta coincide o se ajusta a lo expresado en el juicio. Las ideologías no deben influenciar los procesos de la ciencia.
- El conocimiento se produce mediante la experiencia de la realidad y se justifica con la precisión estadística y la replicabilidad de los resultados. Impera la razón instrumental, esto es, instrumentos teórico-metodológicos del saber, el criterio de verdad es la adecuación del pensamiento o juicio con la realidad.

El método usado para el análisis de los datos de radiación solar de esta investigación nace con el análisis funcional en las dos primeras décadas del siglo XX en torno a la resolución de problemas de ecuaciones diferenciales con los matemáticos Fredholm, Volterra, Hilbert y Riesz, a partir de ello ha venido evolucionando y aplicándose en varias áreas como: ecuaciones integrables, superficies minimales, ecuaciones de derivadas parciales, análisis armónico, problemas de momentos, teoría de operadores, entre otros, específicamente en el área de las matemáticas, reconociéndose así los teoremas de extensión de Hahn-Banach, teorema de Banach-Steinhaus y el teorema de la aplicación abierta, como los tres principios básicos del análisis funcional. La estadística como parte de las matemáticas encargada del tratamiento de datos, también se ha desarrollado bajo estos principios, buscando técnicas estadísticas e informáticas que motiven a los usuarios al tratamiento de grandes masas de datos de acuerdo a sus necesidades, es así como surge el análisis de datos funcionales, que no es más que, la estadística que trabaja con datos que son funciones aleatorias

La guía para conocer la evolución, el método mismo y las aplicaciones de este nuevo tratamiento de datos está en las publicaciones de Ramsay y Silverman tituladas: "Functional Data Analysis (1997) y "Applied Functional Data Analysis: Methods and Case Studies" (2002); en donde se pueden apreciar la técnica y sus aplicaciones en los diversos campos dando muy buenos resultados, según artículos publicados en la página web de la Sociedad de Estadística e Investigación Operativa (SEIO) y en las diversas universidades dedicadas a la estadística.

Los resultados expuestos en este trabajo de investigación han mostrado ajustarse al fenómeno real del comportamiento de la radiación solar global en el sector en donde se encuentra el

piranómetro, mostrando en forma detallada su comportamiento y llevando a conclusiones específicas de su comportamiento de forma anual, mensual y por períodos.

2.5.2 Psicopedagógico

Debido a las características de la investigación puede decirse que la visión epistemológica desde el punto de vista Psicopedagógico se clasifica dentro de los paradigmas:

- Cognitivista que tiene como autor a Bruner, es de tipo Aprendizaje por descubrimiento, las características de este paradigma son: participa activamente el estudiante, trata al estudiante con la lógica y el lenguaje apropiado para su edad, El material debe ser organizado por el estudiante.

Tiene como objetivos:

- Hablar más de metas generales que de objetivos en sí.
- Estar relacionados con la solución de un problema
- Considerar principalmente a mediano y largo plazo.

La evaluación sirve para proporcionar retroalimentación en un momento y en una forma que sea útil para preparar materiales y para que el alumno la utilice.

- Ecléctico: Conductista-cognitivista cuyo autor es Gagné, es de tipo acumulativo, sistémico, cambio de comportamiento, se caracteriza por ser un modelo que consiste en un proceso que debe cumplir las siguientes fases: motivación, aprehensión, adquisición, retención, recuerdo, generalización, desempeño y retroalimentación.

Sus objetivos son:

- Identificar objetivos generales
- Especificar de forma que sean operacionalmente mesurables
- Relacionar el desempeño
- Aprender a aprender

Se lo evalúa mediante el desempeño relacionándolo directamente con los objetivos establecidos para una unidad de aprendizaje.

CAPÍTULO III:

MARCO METODOLÓGICO

3.1 DISEÑO Y TIPO DE ESTUDIO

La investigación que se realizó es de tipo exploratorio descriptivo, y el diseño de investigación califica como:

- Por el nivel de profundidad es de tipo solución de problemas.
- Por la secuencia del estudio es de tipo transversal.
- Por el tipo de datos por analizar es de tipo cuantitativo.
- Por las condiciones de estudio es de campo.
- Por la utilización del conocimiento es de tipo aplicativo.
- Por la rigurosidad del método implementado es de tipo cuasi experimental.

3.2 DETERMINACIÓN DE LA POBLACIÓN Y MUESTRA

La estación meteorológica en la ESPOCH se instaló en mayo del 2006 con sensores de velocidad de viento a tres alturas, temperatura, presión, precipitación y radiación e inició su recolección de datos desde junio del 2007, en el dataloger se almacena los promedios, desviación estándar, máximos y mínimos cada 10 minutos de cada uno de estos sensores.. Para esta investigación se tomará los datos del año 2011, debido a que, de este año no se identificó perdida de información de radiación solar global (52.560 datos), característica necesaria para un análisis descriptivo funcional.

Con relación a la comprobación de la hipótesis planteada en esta investigación se tomó como población los estudiantes de tercero a décimo nivel y docentes de la Escuela de Física y Matemática (265 personas), carreras de Ingeniería en Estadística Informática y Biofísica debido a su gran relación con datos meteorológicos y tratamiento estadístico de datos.

3.3 MÉTODO, TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.

3.3.1 Métodos

Esta investigación surge debido a la necesidad de dar tratamiento estadístico a la información recolectada en el dataloger de la estación meteorológica de la Facultad de Ciencias instalada en el 2007, cuenta con 9 sensores los cuales miden: velocidad de viento a tres alturas diferentes (10, 30 y 40 m), precipitación, dirección de viento, temperatura, radiación, presión atmosférica y humedad. El dataloger registra y almacena: la media, desviación estándar, máximos y mínimos cada 10 minutos, las 24 horas, durante los 365 días del año, formando una base con 52560 datos por año aproximadamente, sin considerar la pérdida de información por causas climáticas o mantenimiento de los sensores.

La revisión bibliográfica para tratamiento de grandes masas de datos se vincula con el tratamiento de datos funcionales, método de gran realce y aplicación en el campo de la estadística que permite dar tratamiento a datos de cualquier índole, por ello se realiza el análisis exploratorio funcional de los datos de radiación solar del año 2011 en el software con

licencia libre R, que cuenta con una librería llamada **fda.usc** que facilita el análisis.

Para esta investigación se tomó los datos medios de radiación solar (W/m^2) del año 2011 debido a que durante este tiempo no se registraron perdida de datos. Una vez descargados los datos del *dataloger* al computador, se visualizan en el software *NRG systems* (código cerrado) se migra a una base de datos legible para R mediante una conversión a formato .txt con el software *Symphonie Data Retriever* o *Excel*, formando una matriz de 365 filas con 144 columnas.

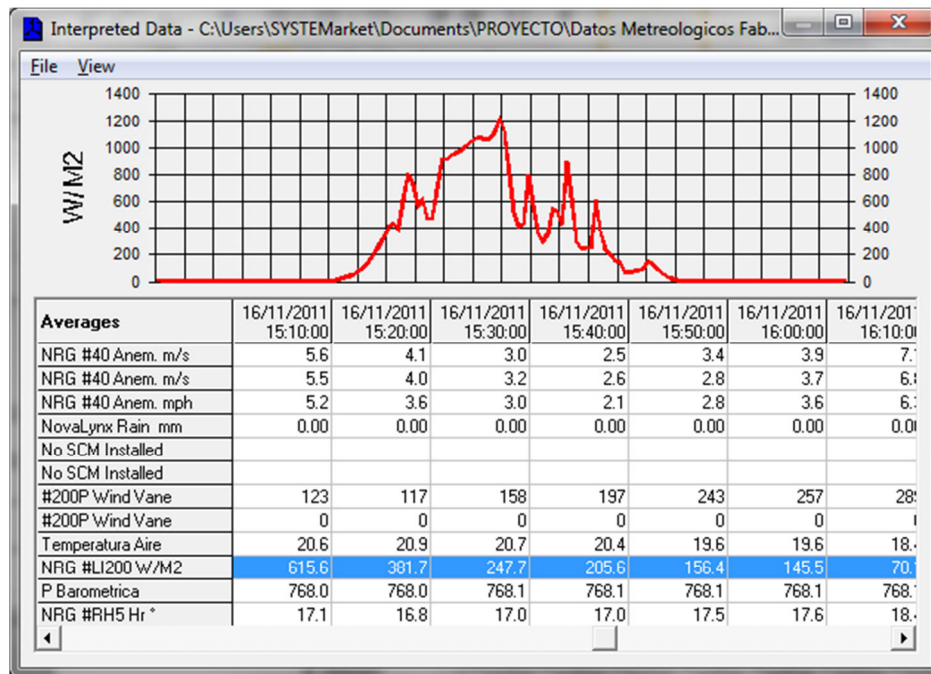


Ilustración 11: Visualización Datos de Radiación Solar en NRG systems.

Para el estudio se toma como dato funcional la curva diaria discretizada en 144 puntos igualmente espaciados que corresponden a intervalos de 10 minutos, es decir se tienen 365 datos funcionales.

El proceso inicia con la llamada de la librería *fda.usc* en R y con la herramienta *fdata* que trasforma las observaciones (datos) $(t_i, R(t_i))$ en donde t_i es el tiempo y $R(t_i)$ es la radiación solar global con $i =$

0, 1, 2, ..., 144 en funciones $X_i(t)$, es decir se trabajó en un espacio vectorial L^2 (funciones de cuadrado integrable).

Se calcula media funcional:

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t) \quad (3.3.1.1)$$

En donde N es el número de funciones (365) y $X_i(t)$ las funciones.

Con **outliers.depth.trim** se detectan los datos atípicos mediante el método de arranque o también llamado reemuestreo de Bootstrap que consiste en hallar $nb = 100$ remuestras $X_1^*(t), X_2^*(t), X_3^*(t), \dots, X_n^*(t)$ halladas mediante $X_i^*(t) = X_i(t) + Z(t)$ en donde $Z(t)$ tiene una distribución normal con media 0 y covarianza la matriz $\gamma \Sigma_x$, en donde Σ_x es la matriz de covarianza de $X_1(t), X_2(t), X_3(t), \dots, X_n(t)$ y γ es parámetro de suavizado (profundidad) que puede ser cualquier estadístico descriptivo, en este caso se usó la mediana al 95% de confiabilidad. (FEBRERO BANDE, OVIEDO DE LA FUENTE MANUEL, 2012). Del mismo modo se halla la banda de confianza con `fdata.bootstrap()` que no es más que un conjunto de curvas que siguen la misma distribución que los datos originales cuya distancia funcional $d(T, T^{*j})$ es inferior a $\alpha\%$ en donde:

$$T = T(X_1(t), X_2(t), X_3(t), \dots, X_n(t)) \quad (3.3.1.2)$$

y

$$T^{*j} = X_1^{*j}(t), X_2^{*j}(t), X_3^{*j}(t), \dots, X_n^{*j}(t) \quad (3.3.1.3)$$

con j indicador para volver a muestrear, en éste estudio se hizo nb (1000) remuestras de Bootstrap usando la media como parámetro de suavizado y el cuantil 95 como ancho de banda. (GARCÍA, 2011)

Para medir la distancia $d(T, T^*)$ se usará una métrica L^2 la cual para una curva $X(t)$ está dada por:

$$\|X(t)\|_2 = \left(\int_{t_{min}}^{t_{max}} X(t)^2 dt \right)^{1/2} \quad (3.3.1.4)$$

Que se halla mediante el suavizado con splines cúbicos (polinomios cúbicos a trozos), método más utilizado ya que ajusta un conjunto de datos de manera más adecuada.

A continuación se muestra el proceso ejemplificado para hallar la norma dos.

Si se tiene $n + 1$ puntos en donde $x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n$ y se desea encontrar polinomios cúbicos que interpolen la función para cada intervalo de tiempo $[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, x_n]$ se define un polinomio cúbico diferente. Si S_i es el polinomio cúbico que representa a S en el intervalo $[x_i, x_{i+1}]$; es decir:

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) & x \in [x_0, x_1] \\ S_1(x) & x \in [x_1, x_2] \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ S_{n-1}(x) & x \in [x_{n-1}, x_n] \end{cases} \quad (3.3.1.5)$$

Estos polinomios deben cumplir las siguientes condiciones:

- a) Los valores de la función debe ser igual a los nodos interiores.
- b) Los polinomios $S_k(x): k = 0, 1, 2, \dots, n$ tiene la misma pendiente y la misma concavidad en los nodos que las unen, es decir:

$$S'_{k-1}(x_k) = S'_k(x_k) \quad (3.3.1.6)$$

$$S''_{k-1}(x_k) = S''_k(x_k) \quad (3.3.1.7)$$

con $k = 1, 2, \dots, n - 1$

Estas condiciones aseguran que $S(x)$ tienen primera y segunda derivada continuas en $[x_0, x_n]$. Ya que cada par de nodos está unido a

un polinomio cúbico, la segunda derivada dentro de cada intervalo es lineal. A esta segunda derivada se puede expresar mediante un polinomio de interpolación de Lagrange de primer grado; esto es:

$$S''(x) = S''(x_k) \frac{x-x_{k+1}}{x_k-x_{k+1}} + S''(x_{k+1}) \frac{x-x_k}{x_{k+1}-x_k} \quad (3.3.1.8)$$

con $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$

Denotamos con: $h_k = x_{k+1} - x_k \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1$

$$Y \sigma_k = S''(x_k); \quad k = 0, 1, 2, \dots, n \quad (3.3.1.9)$$

Por lo que

$$S''(x) = \frac{\sigma_k}{h_k}(x_k - x) + \frac{\sigma_{k+1}}{h_k}(x - x_k) \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.3.1.10)$$

Donde h_k y σ_k son constantes

Integrando 2 veces * se tiene:

$$S_k(x) = \frac{\sigma_k}{6} \left[\frac{(x_{k+1} - x)^3}{h_k} - h_k(x_{k+1} - x) \right] + \frac{\sigma_{k+1}}{6} \left[\frac{(x - x_k)^3}{h_k} - h_k(x - x_k) \right] + y_k \left[\frac{(x_{k+1}-x)}{h_k} \right] + y_{k+1} \left[\frac{(x-x_k)}{h_k} \right] \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.3.1.11)$$

Que es la ecuación del spline $S(x)$

Tomando los datos de radiación solar de 6:30 a 7:00 se tiene:

T	6:30	6:40	6:50	7:00
R(t) (W/m^2)	2.3	3.5	11.3	36

$$h_0 = 6:40 - 6:30 = 0.1$$

$$h_1 = 6:50 - 6:40 = 0.1$$

$$h_2 = 7:00 - 6:50 = 0.1$$

Para determinar los valores de $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_n$ (n+1) incógnitas consideramos:

$$h_{k-1}\sigma_{k-1} + 2(h_{k-1} + h_k)\sigma_k + h_k\sigma_{k+1} = 6 \left[\frac{y_{k+1}-y_k}{h_k} - \frac{y_k-y_{k-1}}{h_{k-1}} \right] \quad (3.3.1.12)$$

con $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$ formamos un sistema de orden n-1.

c) Considerando $\sigma_0 = S''(x_0)$ y $\sigma_n = S''(x_n)$ entonces $\sigma_0 = 0$ y $\sigma_n = 0$

Reemplazando los datos se tiene:

Con $k = 1$

$$0.1\sigma_0 + 2(0.1 + 0.1)\sigma_1 + 0.1\sigma_2 = 6 \left[\frac{11.3-3.5}{0.1} - \frac{3.5-2.3}{0.1} \right] \quad (3.3.1.13)$$

$$0.1\sigma_0 + 0.4\sigma_1 + 0.1\sigma_2 = 396 \quad (3.3.1.14)$$

Con $k = 2$

$$0.1\sigma_1 + 2(0.1 + 0.1)\sigma_2 + 0.1\sigma_3 = 6 \left[\frac{36-11.3}{0.1} - \frac{11.3-3.5}{0.1} \right] \quad (3.3.1.15)$$

$$0.1\sigma_1 + 0.4\sigma_2 + 0.1\sigma_3 = 1014 \quad (3.3.1.16)$$

Obtenemos el sistema $\begin{cases} 0.1\sigma_0 + 0.4\sigma_1 + 0.1\sigma_2 = 396 \\ 0.1\sigma_1 + 0.4\sigma_2 + 0.1\sigma_3 = 1014 \end{cases} \quad (3.3.1.17)$

Que resolviendo se tiene que: $\sigma_1 = 380$ y $\sigma_2 = 2440$ por lo que los splines en cada intervalo serán:

$$S_0(x) = 633.33(x - 6.5)^3 + 28.67(x - 6.3) + 23(6.4 - x) \quad (3.3.1.18)$$

$$S_1(x) = 633.33(6.5 - x)^3 + 2867(6.5 - x) + 72.33(x - 6.4) + 4066.67(x - 6.4)^3 \quad (3.3.1.19)$$

$$S_2(x) = 4066.67(7 - x)^3 + 72.33(7 - x) + 360(x - 6.5) \quad (3.3.1.20)$$

Hasta culminar con el último intervalo, de mismo modo se obtiene las demás funciones. Para el ejemplo demostrativo se halló la segunda función en el primer intervalo

$$S_0(x) = 1353.33(x - 6.3)^3 + 54.47(x - 6.3) + 24(6.4 - x) \quad (3.3.1.21)$$

Al final del proceso se tendrá un sistema de 576 ecuaciones con igual número de incógnitas que gracias a los avances computacionales algebraicamente tienen solución.

Una vez obtenido los splines cúbicos $S(x)$ en cada intervalo $[x_i, x_{i+1}]$ se halla la norma dos de la siguiente manera:

$$\|f\|_2 = \sqrt{\int_a^b |f(t)|^2 dt} \quad (3.3.1.22)$$

$$\|f\|_2 = \sqrt{\int_{6.3}^{6.4} [720(x - 6.3)^3 + 25.8(x - 6.3) + (6.4 - x)]^2 dx} \quad (3.3.1.23)$$

sobre el número de funciones.

$$\|f\|_2 = 4.12 W/m^2$$

Misma que representa la distancia entre funciones (primer intervalo).

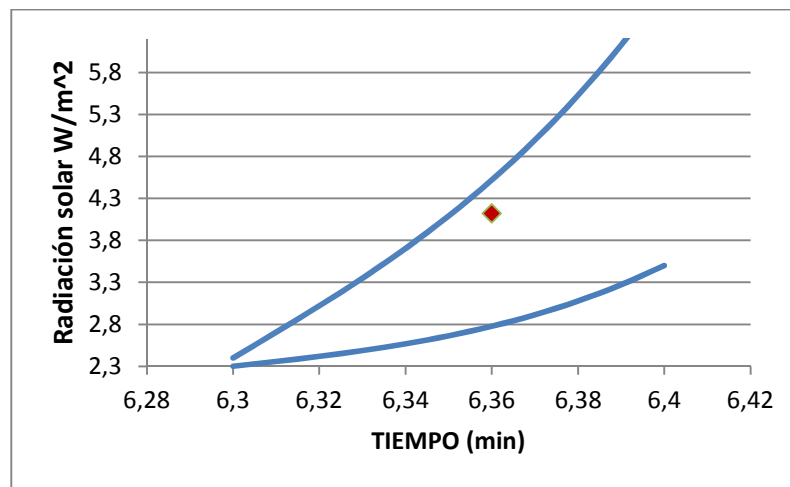


Ilustración 12: Distancia entre funciones en el intervalo (6:30-6:40)

Con el proceso antes mencionado se analizó la radiación solar global anual, mensual y por períodos de invierno (octubre-mayo) y verano (junio-septiembre) (INAMHI, Condiciones Climáticas en Ecuador) y las diferencias entre períodos. Se hizo un análisis estadístico tradicional en R-comander para valorar las bondades de los dos métodos y probar las hipótesis planteadas, resultados que se presentó en la “Jornada Cultural y Científica FI-MA 2014” convocado a estudiantes de las carreras de Biofísica e Ingeniería en Estadística Informática que están estrechamente relacionados con los temas meteorológicos y tratamiento de datos, al finalizar la charla se aplicó una pequeña encuesta sobre las

bondades de los resultados, mediante una prueba Chi-cuadrado se prueba la hipótesis planteada al 95% de confiabilidad.

CAPÍTULO IV:

RESULTADOS

A continuación se muestran los resultados del comportamiento de radiación solar global en forma general, y luego por período, más conocidos en nuestro país como período de invierno y verano que permita describir de mejor manera el comportamiento de la radiación solar en cada uno de estos.

4.1 ANÁLISIS METODO FUNCIONAL

4.1.1 Análisis General

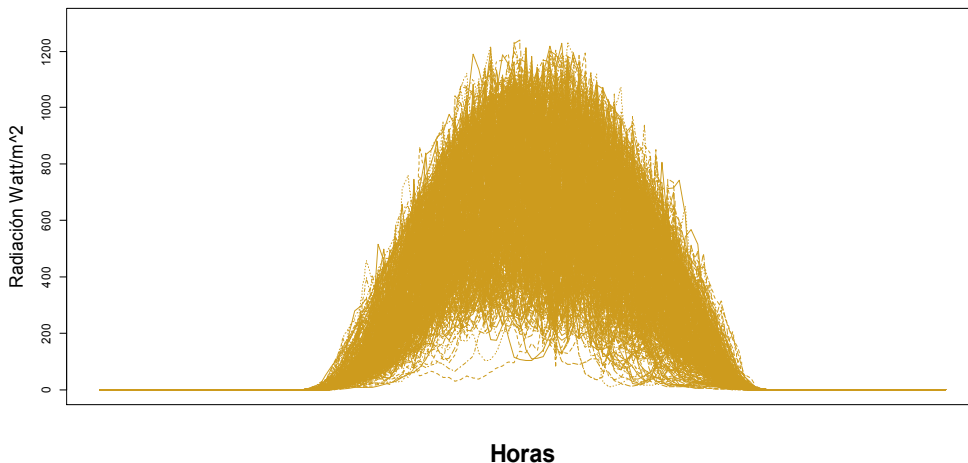


Ilustración 13: Radiación Solar diaria durante todo el año 2011

El comportamiento de la radiación solar durante las horas luz tiene forma de campana, el registro de radiación solar inicia a partir de las 06:00 con una radiación solar de 0.05 W/m^2 , finaliza a las 18:50 con 0.11 W/m^2 y durante el día alcanza máximo 1239.4 W/m^2 , además observe que hay registros en donde la radiación está por debajo de la gran mayoría.

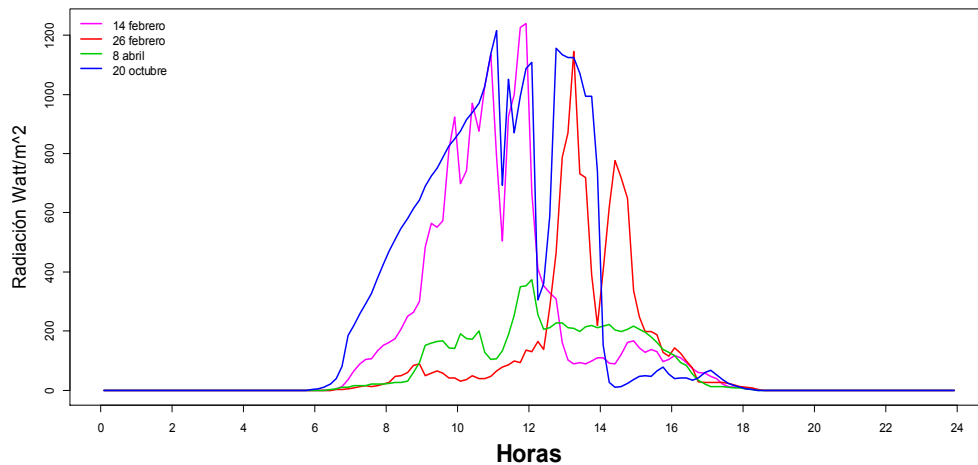


Ilustración 14: Curvas de los días atípicos de Radiación Solar.

Las curvas atípicas corresponden a:

- 14 de febrero (11:50 – 12:00 sobrepasa 1200 W/m² y a las 12:10 cae a 607.2 W/m²)
- 26 de febrero a partir de las 12:30 presenta alzas y caídas bruscas cada 10 minutos.
- 8 de abril se mantiene muy baja durante todo el año.
- 20 de octubre (a las 14:30 cae a 09.3 W/m² muy cercano a la radiación que se registra a las 06:30)

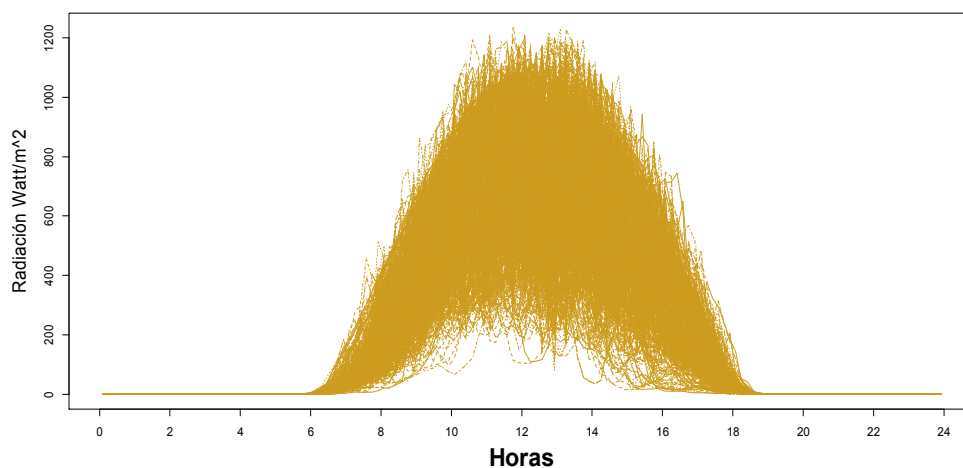


Ilustración 15: Radiación solar sin datos atípicos.

En comparación con la ilustración 13, los días atípicos fueron los que mostraban comportamiento de radiación solar global muy por debajo de su mayoría.

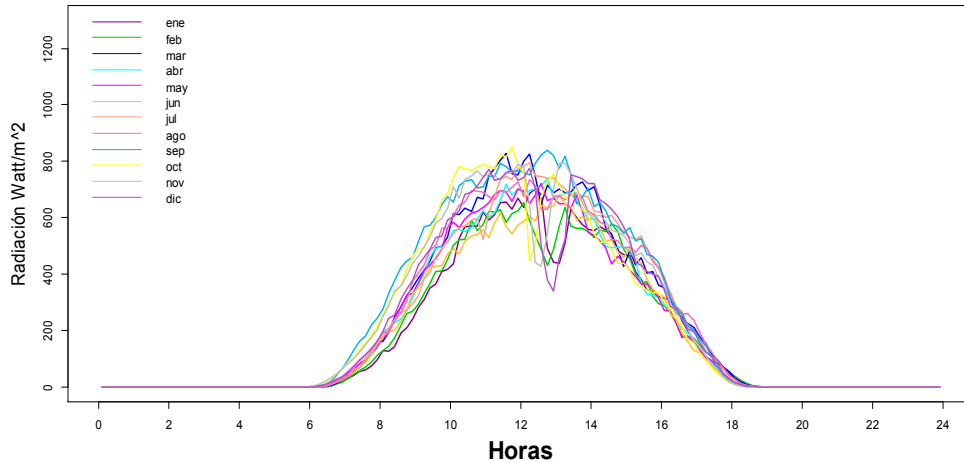


Ilustración 16: Curvas medias mensuales de radiación solar global 2011

Las curvas medias mensuales de la radiación solar muestran en forma general un comportamiento parcialmente en forma acampanada, observe que en el mes de octubre, noviembre, diciembre, enero y febrero tienen una caída de radiación solar aproximadamente de 12:00 a 13:30, notando que diciembre es el mes que más bajo llega, en cuanto a los otros meses son totalmente en forma acampanada.

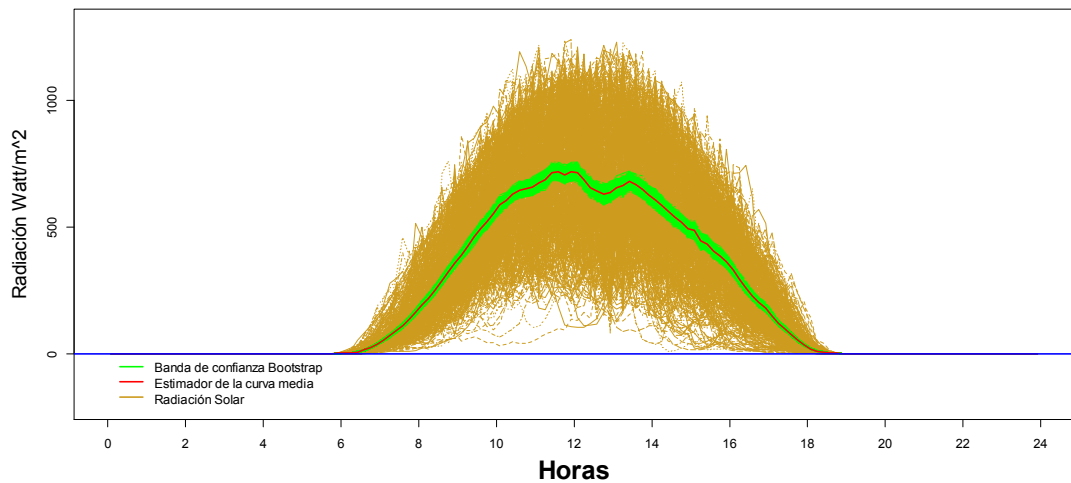


Ilustración 17: Media funcional de radiación solar 2011

La media funcional de la radiación solar en el año 2011 inicia a las 06:00 de la mañana con 0.053 W/m^2 , finaliza a las 18:40 con 0.115 W/m^2 y su máxima radiación solar alcanza a 717.614 W/m^2 . Las horas con mayor radiación solar son de 11:30 a 12:10 superando los 700 W/m^2 , se puede notar que la radiación cae aproximadamente de 12:20 a 13:10, pero no es inferior a 620 W/m^2 .

4.1.2 Análisis por Períodos

4.1.2.1 Período de invierno

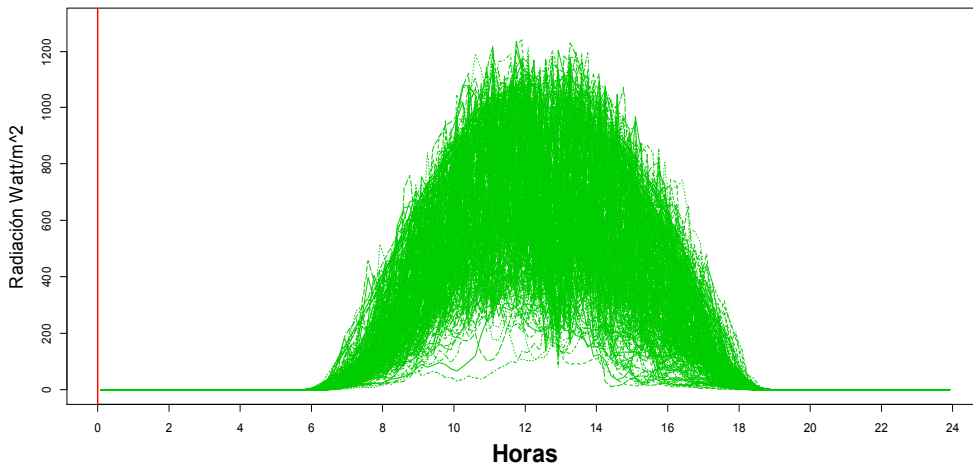


Ilustración 18: Radiación Solar período de invierno

En el periodo de invierno (de octubre a mayo) son los meses más lluviosos en nuestra zona, en este período la radiación inicia a las 6:10 con una radiación solar de 0.006 W/m^2 , finaliza a las 18:50 con 0.229 W/m^2 , alcanza máximo de 1239.4 W/m^2 (14 de febrero), relacionando con los resultados de datos atípicos (ilustración 9) este dato de máxima radiación corresponde a un dato atípico), sin olvidar que todos los datos atípicos corresponden a este período.

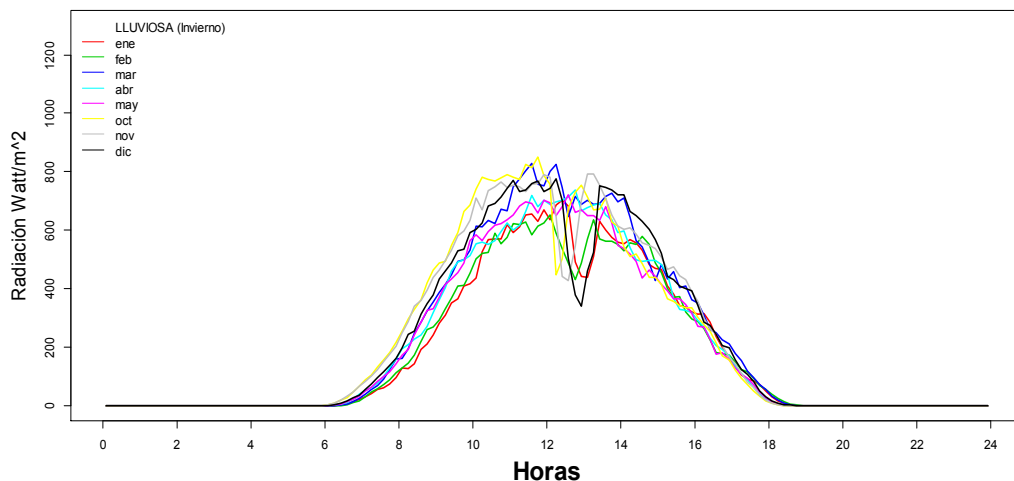


Ilustración 19: Promedio mensual de radiación solar en invierno

Los meses con media funcional de radiación solar más elevados en el período de invierno son: octubre, noviembre, diciembre y marzo, de 11:00 – 13:50 sobrepasan los 600 W/m² pero no llegan a 700 W/m². Su comportamiento es en forma parcialmente acampanada, puesto que muestran caída de la radiación aproximadamente de 12:30 a 13:30. Los meses de marzo, abril y mayo no muestran caída de intensidad de la radiación solar, son más estables.

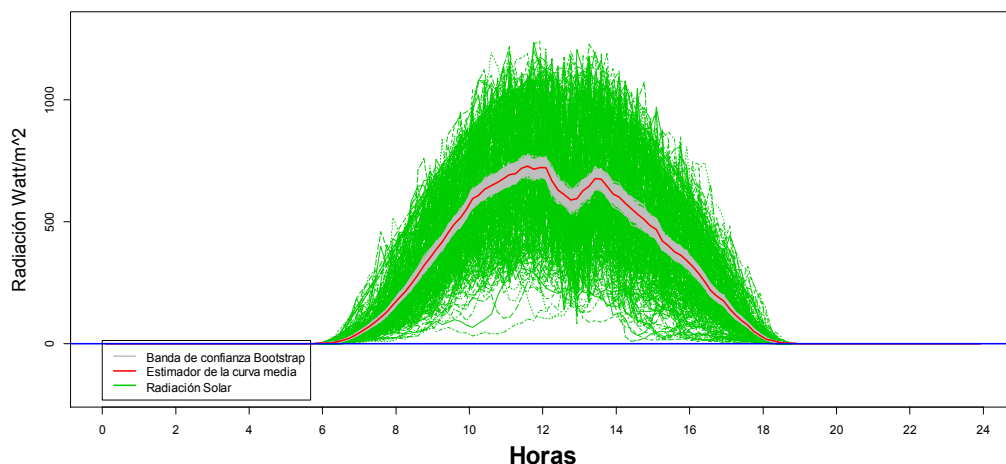


Ilustración 20: Media funcional en invierno

La media funcional en invierno inicia a las 05:50 am. Con un promedio de 0.079 W/m², finaliza a las 18:40 con un promedio de 0.173 W/m² y alcanza un máximo de 727.64 W/m². De 11:10 a 14:00 no es inferior a

600 W/m^2 a excepción desde las 12:40 a 12:50 cae aproximadamente a 597 y 594 W/m^2 respectivamente.

4.2.1.1. Período de verano

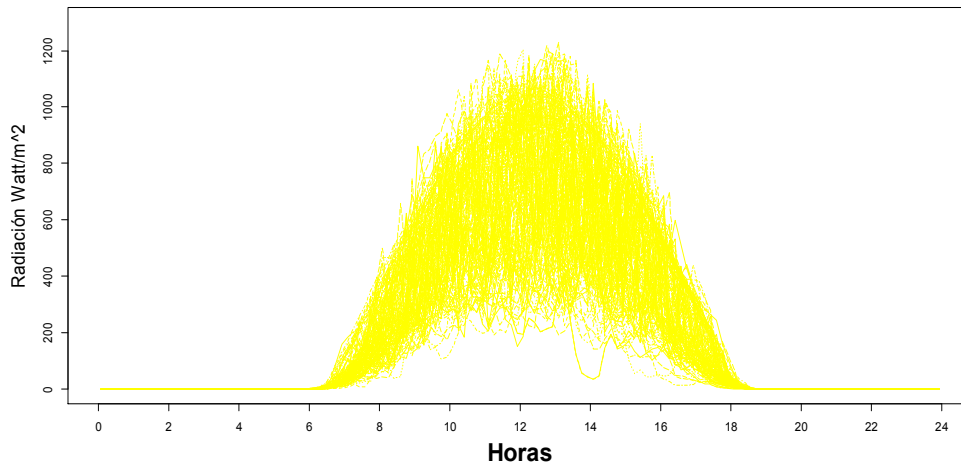


Ilustración 21: Radiación solar período de verano

En el período de verano (de junio a septiembre) son los meses secos, en este período la radiación solar global inicia a las 6:00 con 0.106 W/m^2 , finaliza a las 18:40 con 0.348 W/m^2 y alcanza máximo 1230.2 W/m^2 específicamente el 4 de agosto. A simple vista se puede notar que hay días que en horas de la tarde están por debajo de la gran mayoría de curvas.

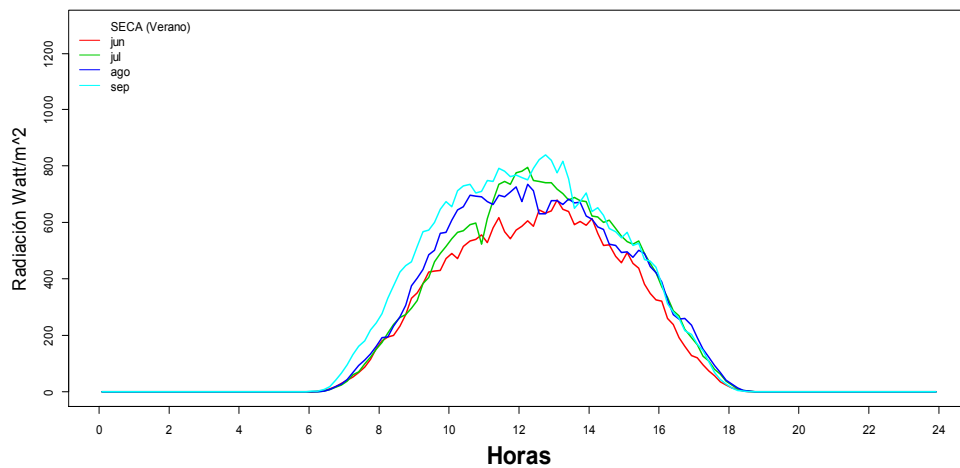


Ilustración 22: Promedio mensual de radiación solar en verano

Los meses con media funcional de radiación solar más elevados son los meses de julio y septiembre, de 10:40 – 12:10 sobrepasan los 700 W/m², y muy claramente se puede notar el comportamiento en forma acampanada.

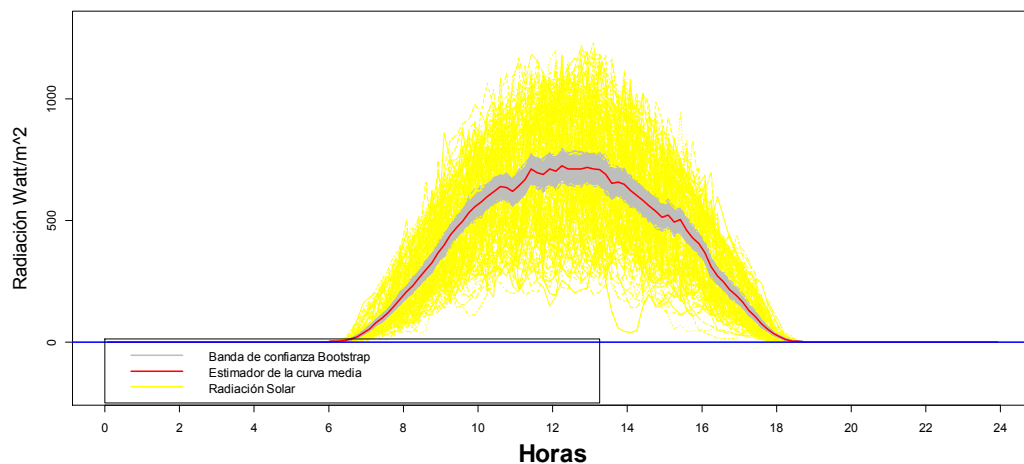


Ilustración 23: Media Funcional Verano

La media funcional en verano, inicia a las 06:00 de la mañana con un promedio de 0.096 W/m², finaliza a las 18:30 con un promedio de 0.455 W/m² y alcanza 722.67 W/m². De 11:50 a 13:10 no es inferior a 700 W/m² y de 10:20 a 14:10 se mantiene sobre los 600 W/m².

4.1.3 Comparación Período de Invierno y Verano

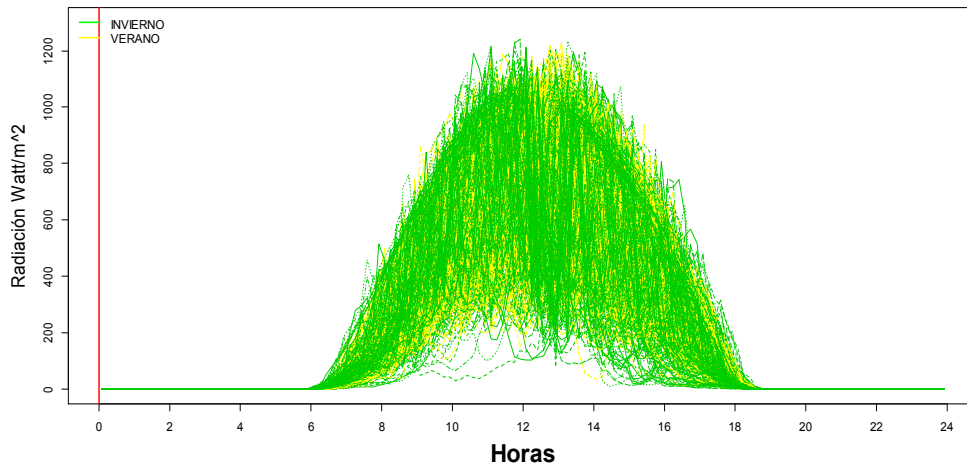


Ilustración 24: Radiación solar en invierno y verano

A simple vista se identifica que en invierno hay más variación de la radiación solar que en verano, puesto que en horas del día sobrepasa la radiación de verano, de la misma forma que en horas del día está por debajo de la misma.

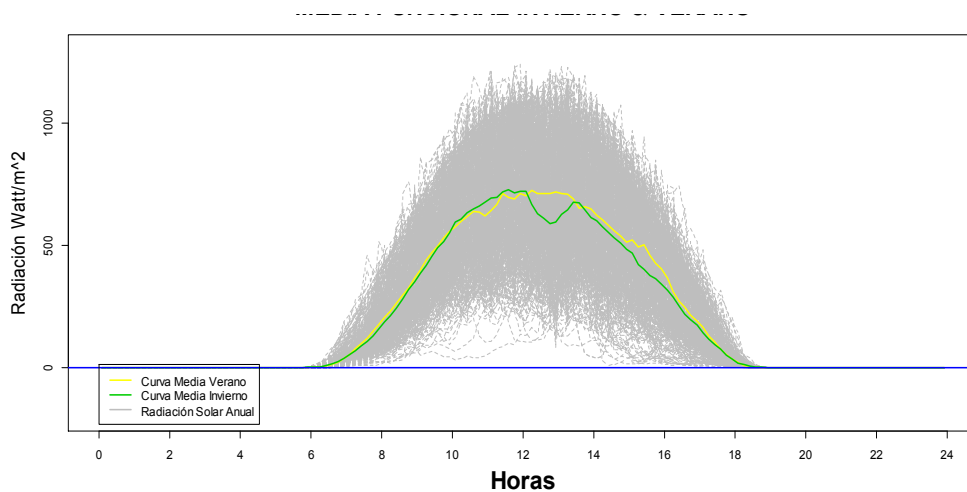


Ilustración 25: Media Funcional en invierno y verano

La media funcional en verano es mayor que la de invierno en la mayoría de horas y tan solo de 05:50 a 06:50, de 10:00 a 12:00, 13:30, 17:30, 17:40 a 18:40 la radiación de invierno es mayor que la de verano.

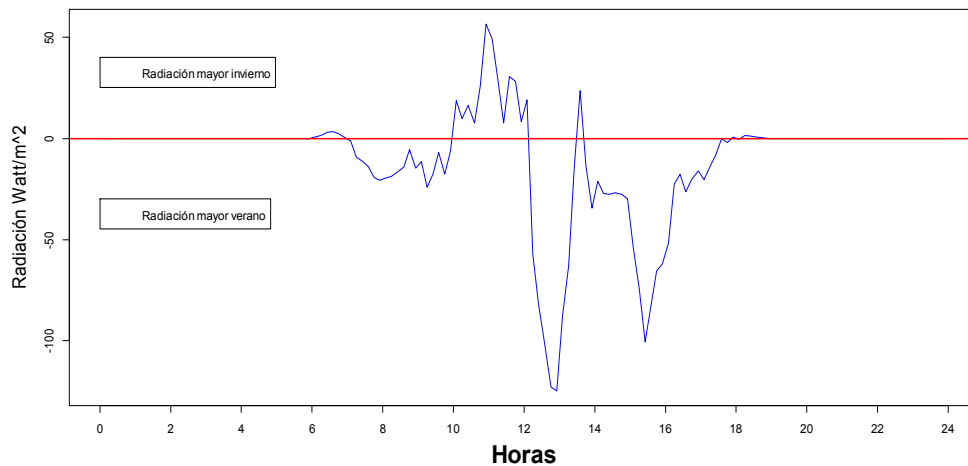


Ilustración 26: Comparación de medias funcionales entre los dos períodos.

La línea roja corresponde a radiación solar global idéntica en los dos períodos, los sectores de la curva que están por debajo de la línea roja corresponden a las horas en que la radiación media funcional de verano son mayores a las de invierno, Note que en la mayoría de horas la radiación solar está debajo de la línea roja, es decir en la mayoría de horas la radiación solar de verano es mayor a la de invierno.

CAPÍTULO V: DISCUSIÓN

5.1 “ANÁLISIS FUNCIONAL- ANÁLISIS TRADICIONAL”

5.1.1 Análisis 24 horas 2011.

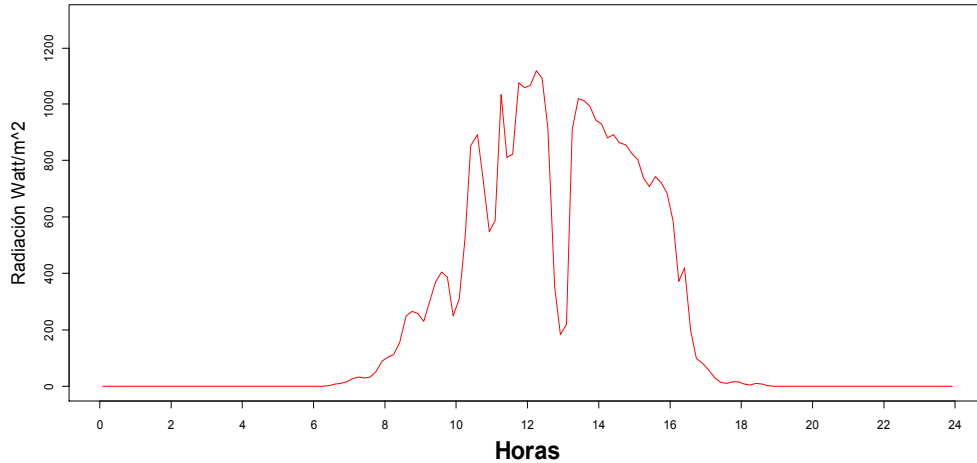


Ilustración 27: Función de Radiación solar 24 horas

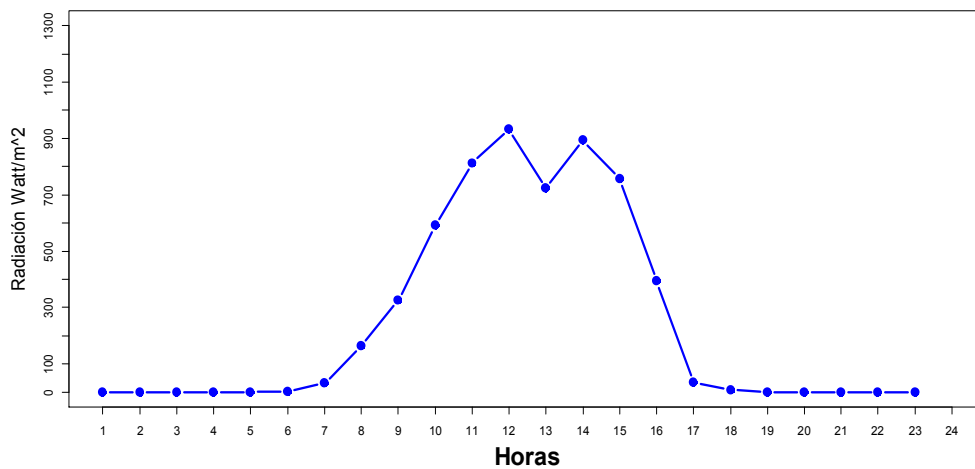


Ilustración 28: Promedio por hora de radiación solar 24 horas

Las ilustraciones 27 y 28 muestran el comportamiento de la radiación solar global, observe que en la primera ilustración el comportamiento es en forma acampanada muy irregular con una notoria caída de radiación a las 12:40, mientras que en la segunda ilustración muestra un comportamiento de radiación en forma acampanada bastante regular a excepción de una pequeña caída de radiación a las 13:00.

5.1.2 Radiación solar global media año 2011

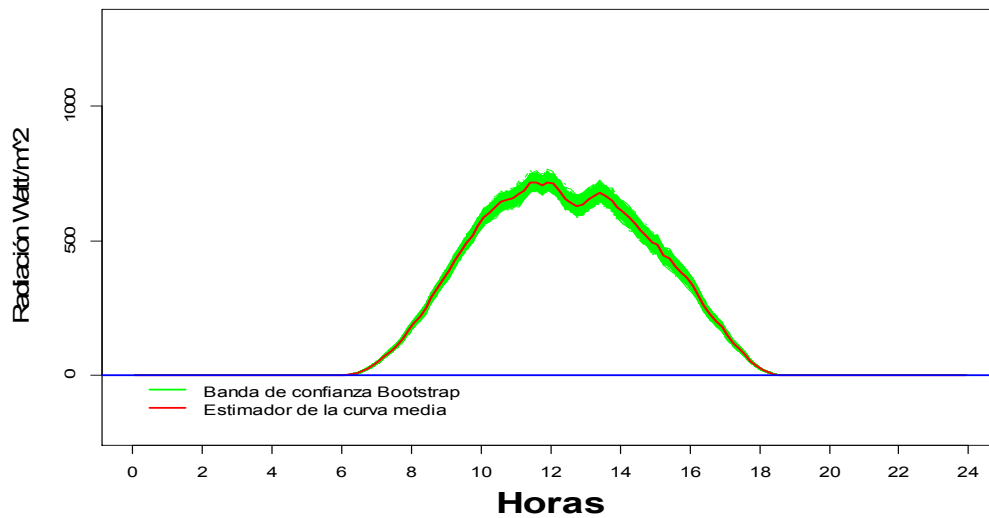


Ilustración 29: Función media de radiación solar 2011 con su banda de confianza

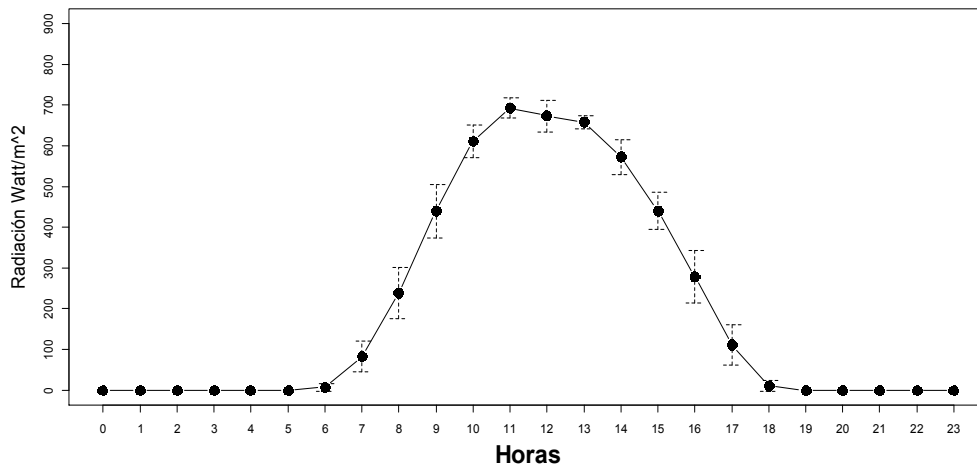


Ilustración 30: Media por hora de radiación solar 2011 con su intervalo de confianza

En las ilustraciones 29 y 30 se muestra un análisis del comportamiento medio de la radiación solar, en la primera ilustración se muestra la media funcional con su banda de confianza en la que se puede observar que tiene un comportamiento en forma acampanada con tres modas, a las 11:10, a las 11:40 y a las 13:40, si comparamos con el análisis tradicional muestra un comportamiento en forma acampanada con mínima visibilidad bimodal a las 11:00 y a las 13:00, con respecto al resto del comportamiento es regular.

5.1.3 Análisis 24 horas periodo de invierno

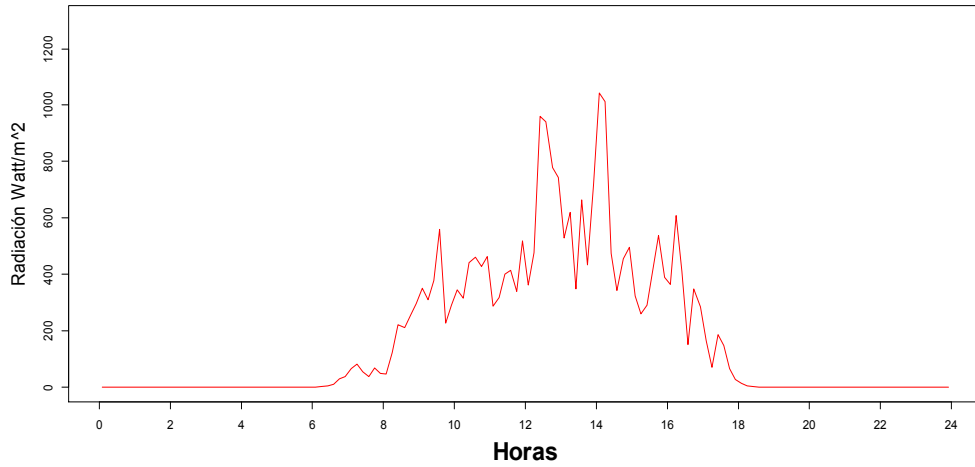


Ilustración 31: Función de radiación solar 24 horas, periodo de invierno

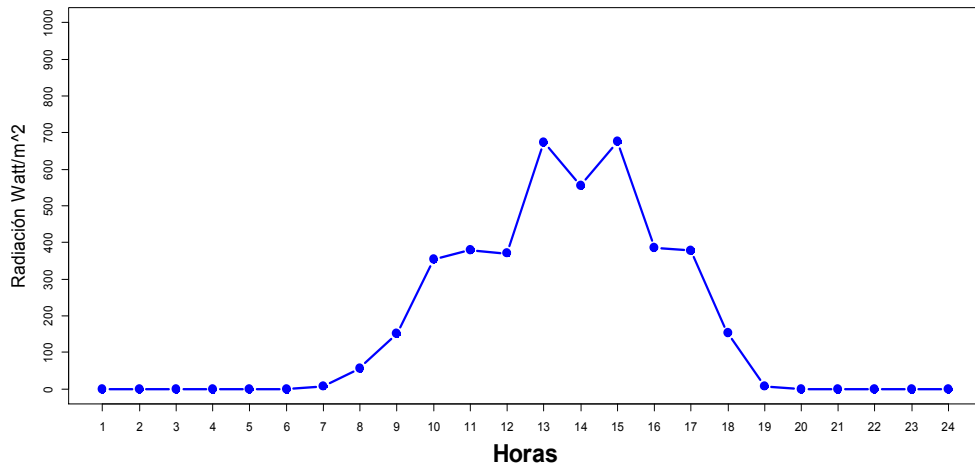


Ilustración 32: Promedio por hora de radiación solar 24 horas invierno

Las ilustraciones 31 y 32 muestra el comportamiento de la radiación durante las 24 horas en el período de invierno, la ilustración 31 muestra una particularidad a las 07:20, tiene un comportamiento muy irregular durante todo el día, mientras que en la ilustración 32 muestra irregularidad pero podría decirse que es bimodal. El análisis tradicional no muestra el comportamiento de la radiación solar en forma real, existe perdida de información.

5.1.4 Análisis de la media funcional y puntual durante el período de invierno

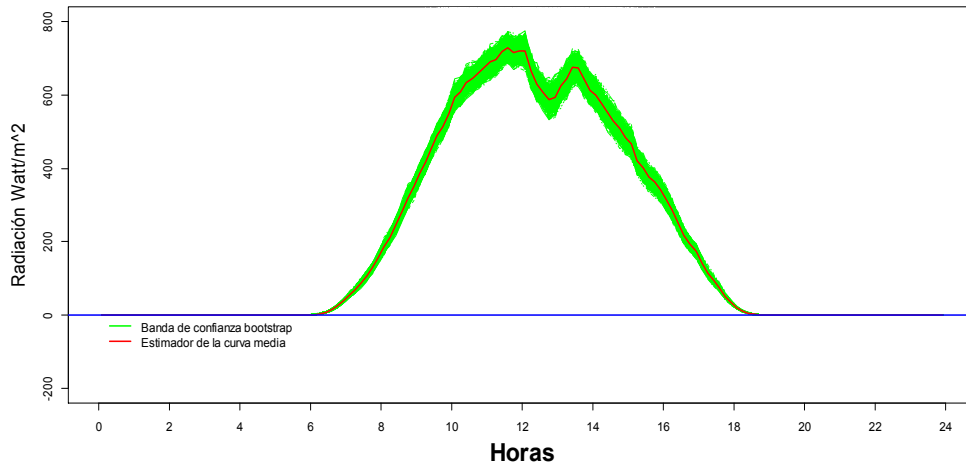


Ilustración 33: Función media período de invierno

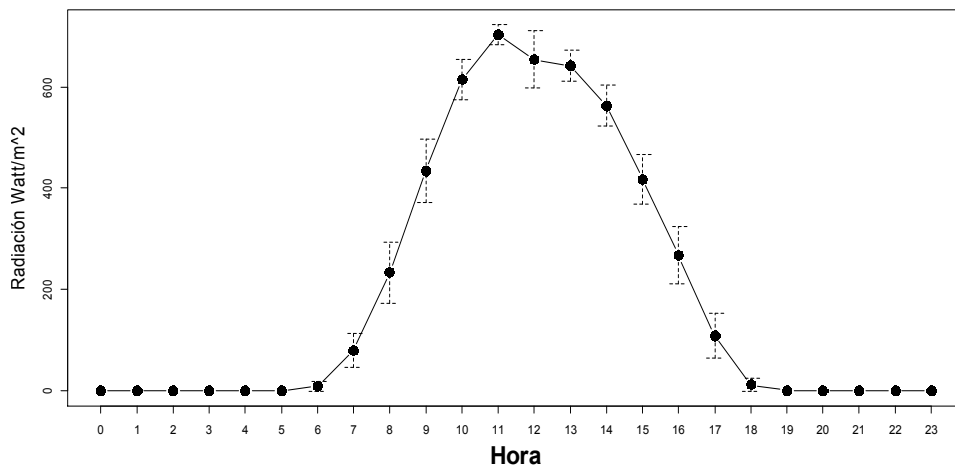


Ilustración 34: Promedio por hora radiación solar período de invierno

El comportamiento medio en la época de invierno tanto en el gráfico funcional como en el tradicional son aproximadamente similares a primera vista, pero si nos detenemos en la confiabilidad, los intervalos de confianza son muy distintos en cuanto al ancho de banda del análisis funcional.

5.1.5 Análisis de un día periodo de verano

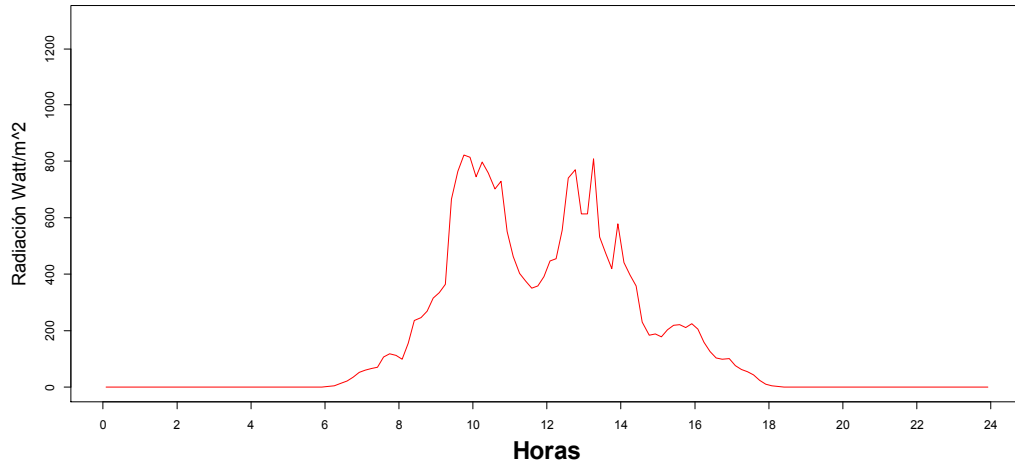


Ilustración 35: Función de radiación solar 24 horas periodo de verano

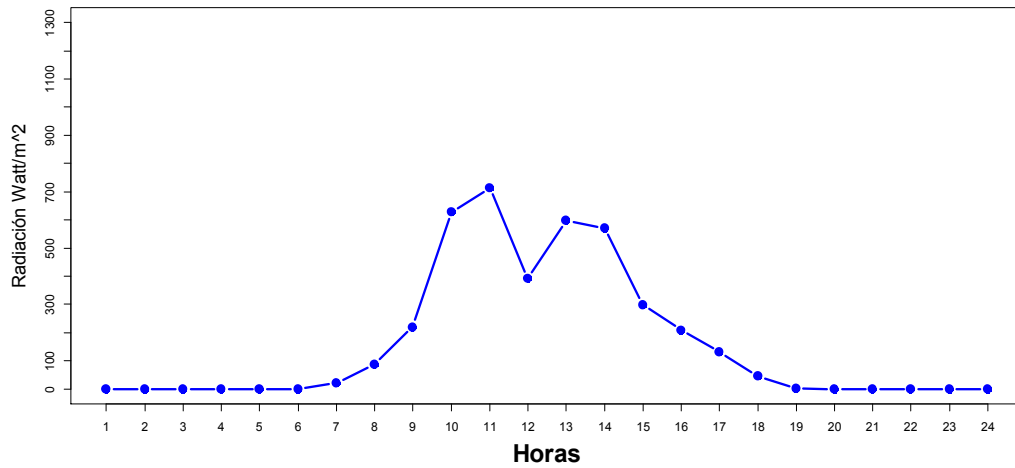


Ilustración 36: Promedio por hora de radiación solar 24 horas periodo de verano

En la ilustración 35 el comportamiento de la radiación solar en un día en el periodo de verano muestra dos grandes picos en la parte central y uno a la derecha muy pequeño, y cada uno tiene características distintas. En la ilustración 26 solo muestra dos picos regulares.

5.1.6 Análisis media funcional y puntual en el período de verano

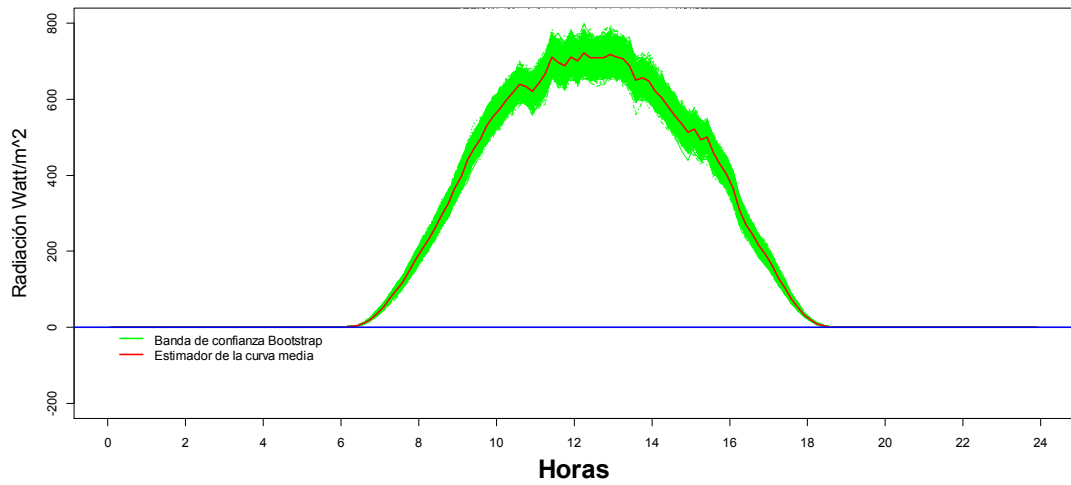


Ilustración 37: Media funcional de radiación solar en el período de verano

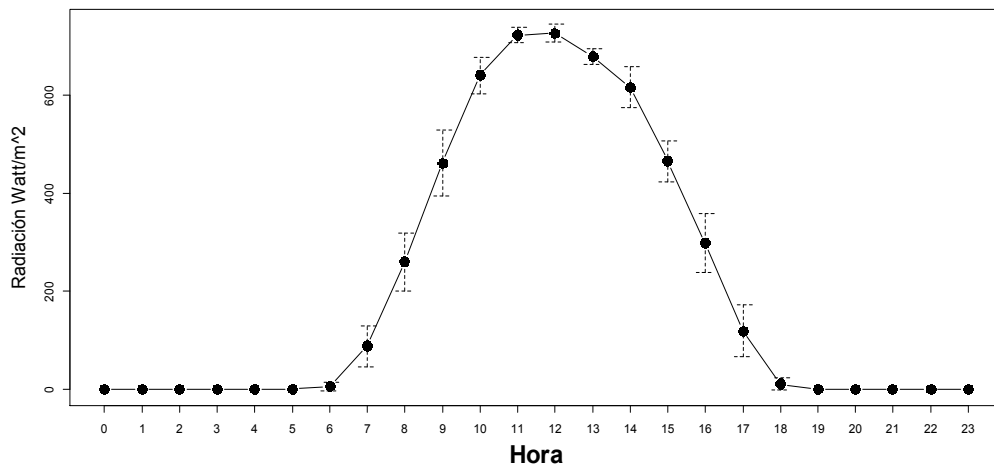


Ilustración 38: Promedio por hora de radiación solar en el período de verano

No se puede notar los pequeños cambios en las horas con mayor radiación solar como en la ilustración 37 que muestra cambios instantáneos de la radiación solar durante todo el día.

5.2 VENTAJAS Y DESVENTAJAS

5.2.1 Análisis funcional

VENTAJAS

- Se ajusta a la complejidad de los datos.
- Muestra el comportamiento de la radiación solar durante todo el año en función de las horas del día.
- Se puede observar el comportamiento de la radiación solar en forma continua durante las 24 horas.
- Ayuda a identificar los días con comportamiento de radiación solar atípicas.
- Existe la tecnología necesaria que permite tratar datos funcionales.

DESVENTAJAS

- Para tratar los datos en forma funcional es necesario disponer de una base con gran cantidad de datos.
- Necesita conocer de un software con librerías para tratamiento de datos funcionales.

5.2.2 Análisis Tradicional

VENTAJAS

- Cuando se trabaja con una base de datos pequeña permite una mejor descripción de los datos.

- En algunos casos se lo puede realizar sin necesidad de software.

DESVENTAJAS

- En el análisis de datos en forma tradicional se pierde mucha información, por ello no muestra la forma real del comportamiento de la radiación solar global.
- Para identificar la radiación solar en una hora específica en el análisis tradicional se debe interpolar los datos, esto implica realizar otro análisis.

5.3 PRUEBA DE HIPÓTESIS

Para probar la hipótesis planteada en esta tesis se elaboró una encuesta de 5 preguntas (anexo 8.3) que se aplicó al final de la charla sobre Análisis Funcional de datos de radiación solar global que se dio dentro la Jornada Cultural Científica FI-MA 2014 convocado a estudiantes de las carreras de Biofísica e Ingeniería en Estadística Informática que están estrechamente relacionados con los temas meteorológicos y tratamiento de datos, evento que está orientado a informar a los estudiantes y docentes de esta escuela sobre las actividades que realizan los graduados de la misma, con el fin de orientar a los futuros profesionales sobre su campo ocupacional.

Dentro del tema “El rol de los ingenieros estadísticos dentro de los proyectos de investigación” se dio a conocer las funciones de un estadístico dentro de cada tema de investigación, y cómo también se puede aportar con la utilización de nuevas metodologías para el tratamiento de datos, en este caso sobre el tratamiento de datos de

radiación solar global en forma funcional, tema que causó interés a ambas carreras sobre todo a los estudiantes de últimos semestres.

A continuación se hará un breve análisis de los resultados obtenidos en la encuesta.

CARRERAS	ENCUESTADOS
BIOFÍSICA	34
ESTADISTICA INFORMÁTICA	36
TOTAL GENERAL	70

Tabla 1: Número de personas encuestadas por carrera

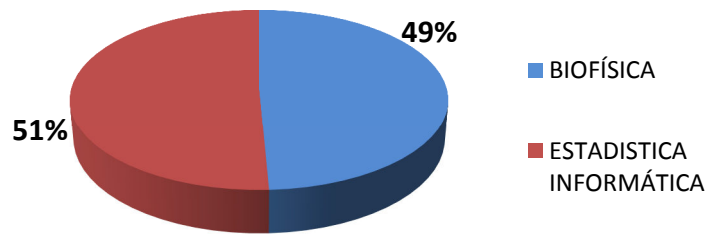


Ilustración 39: Porcentaje de encuestados por carrera

El ciclo de charlas realizadas el 14 de enero 2014 asistieron 70 personas entre estudiantes y docentes de los cuales el 51% pertenecían a la carrera de Ingeniería en Estadística Informática y el 49% restantes de la carrera de Biofísica.

Resultados obtenidos en la encuesta por pregunta:

PREGUNTAS	RESULTADOS			TOTAL
	NO	SI	no contesta	
1. ¿Es la primera vez que escucha sobre el tratamiento de datos funcionales?	17	53		70
2. Con un tratamiento de datos funcionales se disminuye la perdida de información, en relación al tratamiento tradicional.	18	52		70
3. El tratamiento de datos funcionales muestra el comportamiento de la radiación	8	62		70

solar más apegados a la realidad, con respecto al análisis tradicional.				
4. Considera que el tratamiento de datos funcionales permite conocer con más detalle el comportamiento de la radiación solar, en comparación con el tradicional.	9	60	1	70
5. Considera que es importante conocer métodos que permitan una mejor descripción de los datos.	2	67	1	70

Tabla 2: Resultados encuesta

Para probar las hipótesis se siguió los siguientes pasos:

1) Planteamiento de las hipótesis estadísticas

H_0 : El estudio mediante datos Funcionales no describe mejor el comportamiento de la radiación solar comparado con el estudio de datos en forma tradicional.

H_1 : El estudio mediante datos Funcionales describe mejor el comportamiento de la radiación solar comparado con el estudio de datos en forma tradicional.

2) Nivel de significancia

Se aplica una prueba con un nivel de significancia del 0.05

3) Estadístico de prueba

RESPUESTAS	FRECUENCIAS OBSERVADAS	FRECUENCIAS ESPERADAS	$\frac{(F_o - F_e)^2}{F_e}$
NO	17	10.80	3.56
NO	18	10.80	4.80
NO	8	10.80	0.73
NO	9	10.80	0.30
NO	2	10.80	7.17

SI	53	58.80	0.57
SI	52	58.80	0.79
SI	62	58.80	0.17
SI	60	58.80	0.02
SI	67	58.80	1.14
$\chi^2 =$			19.26

Tabla 3: Cálculo de estadístico Chicuadrado

El valor crítico calculado de la prueba chi-cuadrado es 19.26 con un valor de $p = 0.0007008$.

4) Regla de decisión

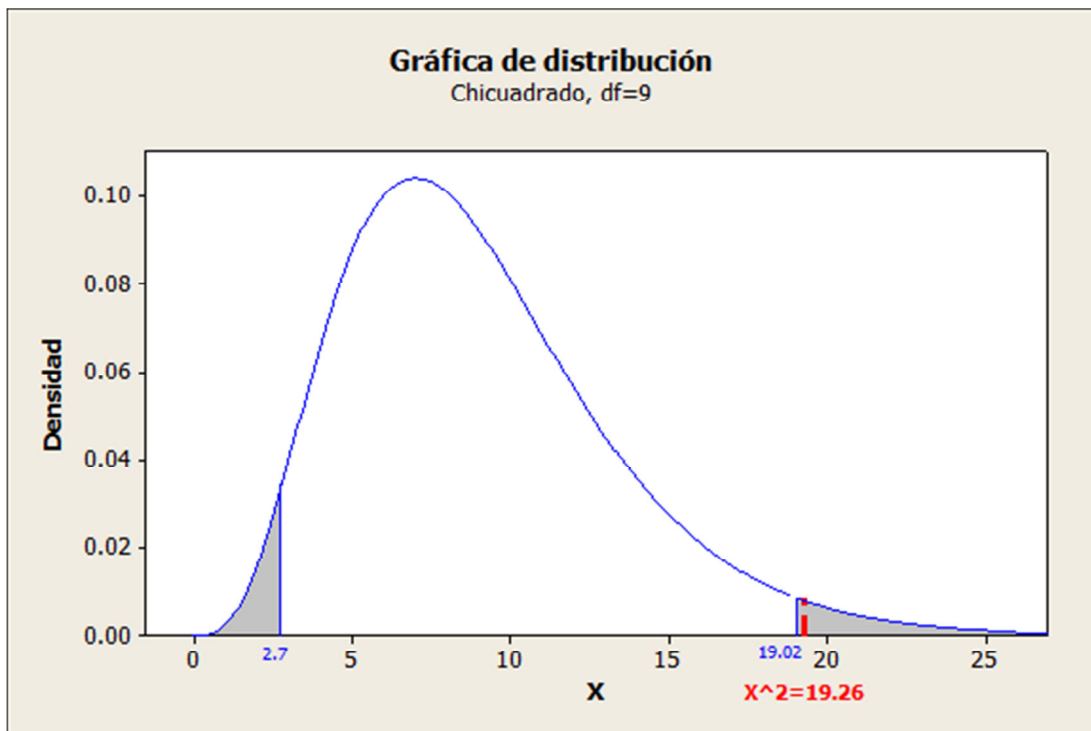


Ilustración 40: Distribución Chi-cuadrado

Observe que el valor calculado crítico identificado con el guion rojo cae en la zona de rechazo, a más de que el valor de p es menor que el nivel de significancia, por ello se rechaza la hipótesis nula.

$$p < \alpha$$

$$0.0007008 < 0.025$$

$$H_0 \text{ se rechaza}$$

$$\text{entonces } H_1 \text{ se acepta.}$$

5) Decisión

No existe suficiente evidencia para aceptar la hipótesis nula, por ello se acepta la hipótesis alterna, es decir, el estudio descriptivo mediante datos Funcionales es mejor y más completo comparado con el estudio de datos en forma tradicional al 95 % de confiabilidad.

CAPÍTULO VI:

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1. CONCLUSIONES

- La base de datos de radiación solar global es de dimensiones 144*365 (52560), cantidad de datos que facilitan el tratamiento de datos en forma funcional
- .La descarga y conversión de la base de datos a .txt proporciona reconocimiento inmediato en R.
- Se identificó 4 días del año como funciones atípicas, el 14 de febrero, 26 de febrero, 8 de abril y el 20 de octubre.
- La radiación solar en el año 2011 tienen un comportamiento parcialmente en forma acampanada, es decir no todos los meses se comportan de igual forma, todos dependen de las horas del día. Los meses de marzo, abril y mayo y todo el período de verano (junio, julio, agosto y septiembre) tienen un comportamiento en forma acampanada mientras que los meses octubre, noviembre, diciembre, enero y febrero presentan parcialmente forma acampanada, debido a que aproximadamente a partir de las 12:30 a 13:30 la potencia de la radiación solar disminuye, siendo el mes con mayor caída de la radiación solar global diciembre.
- Si se relaciona las horas en donde inicia y finaliza los registros de la radiación solar con el amanecer y anochecer respectivamente, puede decirse que en promedio el período de invierno amanece a las 05:50 y

anochece a las 18:40 y en el período de verano amanece a las 06:00 y anochece a las 18:30, esto quiere decir que en promedio en el período de invierno las noches son más cortas (20 minutos) que en el período de verano.

- La media funcional en verano es mayor que la de invierno en la mayoría de horas y tan solo de 05:50 a 06:50, de 10:00 a 12:00, 13:30, 17:30, 17:40 a 18:40 sucede lo contrario.
- El comportamiento de radiación solar se describe de mejor manera mediante el análisis funcional.

6.2. RECOMENDACIONES

- Realizar un análisis intensivo de los datos atípicos (funciones atípicas) relacionándolas con otras variables meteorológicas que permitan describir el comportamiento extraños de estas funciones, evaluarlas y asegurar su participación o no en el análisis.
- Estudiar con mayor detalle los meses de marzo, abril y mayo y su relación con el período de verano.
- Dar continuidad al estudio del tratamiento de datos funcionales de variables meteorológicas, usando técnicas estadísticas inferenciales funcionales.

CAPÍTULO VII: PROPUESTA

7.1. TÍTULO DE LA PROPUESTA

Implementación del tratamiento de datos funcionales en los datos de velocidad de viento, temperatura, humedad, precipitación tomados en la estación meteorológica de la Facultad de Ciencias período 2007-2012.

7.2. JUSTIFICACIÓN

El desarrollo de esta investigación ha permitido conocer el proceso de tratamiento de grandes masas de datos, característica principal de los datos meteorológicos. Los resultados de este método con los datos de radiación solar global permitieron describir el comportamiento de la radiación solar anualmente, mensualmente y por períodos, de la misma forma que se ha identificado comportamientos extraños, datos faltantes, entre otras características importantes en función del tiempo, por ello considero de gran importancia tratar los datos de velocidad de viento a las tres alturas, precipitación, dirección de viento, temperatura, humedad, presión atmosférica que almacena la estación meteorológica de la Facultad de Ciencias, tomando como información de referencia. Del mismo modo tratar los datos de las estaciones meteorológicas a cargo del proyecto ubicadas dentro de la provincia de Chimborazo. Resultados de gran utilidad para el GEAA de la Facultad de Ciencias ya que viene trabajando con datos meteorológicos con fines energéticos, y sobre todo porque está trabajando en convenio con el INER (Instituto de Energías Renovables) en el proyecto “MÉTODOS PARA EL CONTROL DE CALIDAD Y COMPLEMENTACIÓN DE DATOS FALTANTES EN PARÁMETROS METEOROLÓGICOS RELACIONADOS CON LA

UTILIZACIÓN DE ENERGÍAS RENOVABLES” e incentivan investigaciones que optimicen el tratamiento de este tipo de datos.

7.3. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Se puede considerar como marco teórico aquel descrito en éste trabajo del mismo modo que sus referencias bibliográficas, que detallan los principios básicos para el tratamiento de datos funcionales.

7.4. DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

La propuesta consiste en dar un tratamiento funcional a los datos recolectados con en la estación meteorológica de la Facultad de Ciencias con el fin de conocer el comportamiento de velocidad de viento, precipitación, dirección de viento, temperatura, humedad, presión atmosférica en forma univariada, de esta forma aportar a proyectos de la ESPOCH que requieran tratamiento de grandes masas de datos, a más de intensificar el uso de procesos estadísticos en forma funcional tanto descriptivos como inferenciales y multivariados que permiten optimizar la utilización de la recolección masiva de información cuantitativa para la tomo de decisiones. Sin olvidar que los resultados que se obtengan serán el referente que se tome para proponer la creación de una línea de investigación en Estadística Aplicada con Datos Funcionales.

7.5. EJECUCIÓN DE LA PROPUESTA

Para la ejecución de esta propuesta se cuenta con los datos históricos recolectados en la estación meteorológica de la Facultad de Ciencias (2007-2012). Siendo necesario mencionar que ésta estación fue repotenciada en convenio INER – ESPOCH con nuevos sensores, además se instaló nuevas estaciones meteorológicas durante los meses de diciembre del año 2013 y enero del presente año 2014 en la provincia de Chimborazo en lugares estratégicos determinados en base a un estudio realizado por la UNACH en el año 2012.

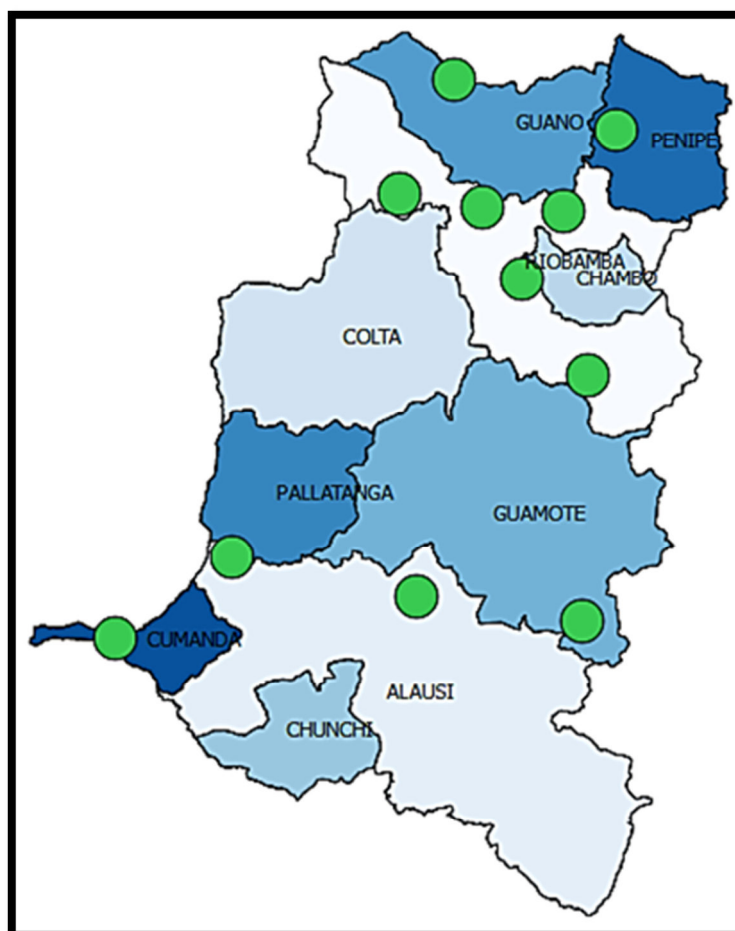


Ilustración 41: Estaciones meteorológicas provincia de Chimborazo

Específicamente en: la ESPOCH, Urbina, San Juan, Quimiag, Tunshi, Alao, Pishillí Yacupungo, Atillo, Multitud, Cumandá.

Para lo que se recomienda usar la librería `fda.usc` en el software estadístico R puesto que la mayoría de tratamiento de datos funcionales que se han desarrollado son en R, a más de contar con bibliografía existe en la web tanto del método ADF como de manuales que facilitan su empleo.

7.6. PRESUPUESTO

La ESPOCH incentiva a sus docentes a vincularse con proyectos de investigación en forma económica. La Facultad de Ciencias apoya la investigación mediante la participación de docentes y estudiantes tanto de pregrado y postgrado con el Grupo de Energías Alternativas y Ambiente con asignación de horas de trabajo dentro de la estafeta, de éste modo junto con las instituciones en convenio impulsan la investigación en el país; siendo así el único requisito que falta para la ejecución de ésta propuesta es interés por aprender y disponibilidad del mayor tiempo posible. En cuanto al software recomendado es libre y no tiene costo.

7.7. CRONOGRAMA TENTATIVO DE ACTIVIDADES

ACTIVIDAD	MESES				
	I	II	III	IV	V
1. Revisión bibliográfica en libro, revistas e Internet.					
2. Unificar los datos meteorológicos en una					

base de datos legible para su tratamiento en el software estadístico R					
3. Análisis de datos en forma exploratoria con la librería fda.usc del software R.					
5. Sintetizar la información y presentar los resultados obtenidos					

Tabla 4: Cronograma de actividades de la propuesta

7.8. EVALUACIÓN

La evaluación de los resultados obtenidos se realizara con los datos que se obtengan de las nuevas estaciones meteorológicas instaladas en la provincia de Chimborazo.

7.9. IMPACTO

El ADF es uno de los métodos que gran empleabilidad en el mundo del tratamiento de grandes masas por reconocidos científicos de diferentes universidades a nivel mundial (BONNET, 2009). Los fenómenos naturales están estrechamente relacionados con la meteorología, esto quiere decir que los resultados que se obtengan con el ADF serán de gran utilidad para diversos estudios que de alguna manera reaccionan en relación con la temperatura del ambiente, velocidad de viento, presión atmosférica, humedad, radiación solar, etc. En Ecuador es escasa la utilización de éste método, por ello la implementación del tratamiento de datos funcionales en los datos meteorológicos permitirá expandir el conocimiento de éste nuevo método para optimiza los resultados estadísticos en cualquier ámbito vinculado con el almacenamiento de grandes masas de dato; incrementando así el aporte de la ESPOCH al desarrollo del país. (GONZALEZ WENCESLAO, VIEU PHILIPPE, 2007)

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

8.1. BIBLIOGRAFÍA

- GONZÁLEZ MANTEIGA WENCESLAO, CRUJEIRAS CASAS ROSA MARÍA. (2006). Estadística no Paramétrica: Pasado, Presente y Futuro. *Boletín Estadística e Investigación Operativa*, 22(3), 31.
- AGUILERA DEL PINO A. MARÍA, AGUILERA MORILLO CARMEN. (2013). Introducción al Análisis de Datos Funcionales con R. *III Jornadas para la Enseñanza y Aprendizaje de la Estadística y de la Investigación Operativa* (pág. 10). Cádiz: Dpto. Estadística e Investigación Operativa.
- BENALCÁZAR, G. H. (2005). *Espacios Normados y Aplicaciones* (Vol. 1). Quito, Pichincha, Ecuador.
- BONNET, V. M. (2009). Modelos Estocásticos Dinámicos. *Discurso*, (pág. 27). Granada.
- CUEVAS ANTONIO, FEBRERO MANUEL, FRAIMAN RICARDO . (2004). An ANOVA Test for Functional Date. *ELSEVIER*, 12.
- ESCABIAS, AGUILERA, VALDERRAMA. (2005). Modeling environmental data by functional principal component logistic regression. *Environmetrics*, 16(1), 13.
- ESCABIAS, VALDERRAMA, AGUILERA M CARMEN. (2012). Functional Date Analysis in Biometrics and Bioestistics. *Biométrics and Biostatistics*, 3(8), 2.
- FEBRERO BANDE , OVIEDO DE LA FUENTE MANUEL. (10 de 2012). Statistical Computing in Functional Data Analysis: The R Package fda.usc. *Journal of Statistical Software*, 51(4), 28.
- FEBRERO, M. (2009). A Present Overview on Functional Data Analysis. *BEIO*, 7.
- GADUÑO, R. (1994). *El Veleidos Clima*. Mexico: Fondo de Cultura Económica, S. A. de C. V.
- GARCÍA, D. R. (AGOSTO de 2011). *Cartas de Control para Datos Fuincionales*. Recuperado el 20 de 02 de 2014, de Centro de Investigaciones Matemáticas: <http://probayestadistica.cimat.mx/sites/default/files/PDFs/TE446RiveraGarcia.pdf>
- GARETH JAMES, SOOD ASHISH . (2006). Performing Hypothesis Test on the Shape of Fincional Date. *Computacional Statistics & Data Analysis*, 19.
- GIRALDO, R. (2007). Análisis Exploratorio de Variables Regionalizadas con Métodos Funcionales. *Revista Colombiana de Estadística*, 13.

- GONZALEZ WENCESLAO, VIEU PHILIPPE. (13 de 11 de 2007). *Statistics for Functional Data*. ELSEVIER, 5.
- INAMHI. (s.f.). *Condiciones Climáticas en en Ecuador*. Recuperado el 30 de 01 de 2014, de <http://186.42.174.231/index.php/clima/cambio-climatico>
- INAMHI. (s.f.). *Red de estaciones Meteorológicas*. Recuperado el 04 de 04 de 2014, de <http://www.serviciometeorologico.gob.ec/red-de-estaciones-meteorologicas/>
- RAÑA PAULA, VILAR JUAN MANUEL, ANEIROS GERMÁN. (2013). Detección de Atípicos en Datos Funcionales Dependientes. *XI Congreso Galego de Estadística e Investigación de Operaciones*, 11, pág. 20. Coruña.
- SILVERMAN J, RAMSAY B. . (1997). *Functional Date Analysis*. New York: Springer.
- TARRÍO JAVIER, NAYA SALVADOR. (2011). Influencia de la adición de nano y microsílíce en la estabilidad térmica de una resina epoxi. Aplicaciones del ANOVA funcional. *Revista Colombiana de Estadística*, 34(2), 20.

ANEXOS

9.1 Guía de entrevista “Grupo de Energías Renovables y Medio Ambiente (GERA).



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

ESCUELA DE POSTGRADO Y EDUCACIÓN CONTÍNUA

MAESTRÍA EN MATEMÁTICA BÁSICA

GUIA DE ENTREVISTA

OBJETIVO: Conocer las líneas de investigación del Grupo de Energías Renovables y Ambiente y sus requerimientos con respecto al tratamiento de datos.

Nombre: _____ Cargo GEAA: _____

1. ¿En qué líneas de investigación trabaja el GEAA?
2. ¿Cuántas estaciones meteorológicas está a cargo del GEAA de la ESPOCH?
3. ¿A partir de qué fecha se recolectan datos meteorológicos?
4. ¿Cuáles son los intervalos de tiempo de toma de datos?
5. ¿Qué sensores están instalados en la estación meteorológica que está bajo la responsabilidad del GEAA?
6. ¿Cómo y en dónde se almacena la información de la estación meteorológica?
7. De las variables de las que se toman los datos ¿Cuál es la más relevante para el GEAA?
8. ¿Qué tipo de tratamiento se les ha dado a los datos meteorológicos?
9. ¿Se han detectado algún inconveniente con el tratamiento de datos que utilizan?
10. ¿Considera que es necesario buscar nuevos métodos de tratamiento para este tipo de datos?

9.2 Encuesta aplicada.



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

ESCUELA DE POSTGRADO Y EDUCACIÓN CONTÍNUA

MAESTRÍA EN MATEMÁTICA BÁSICA

ENCUESTA

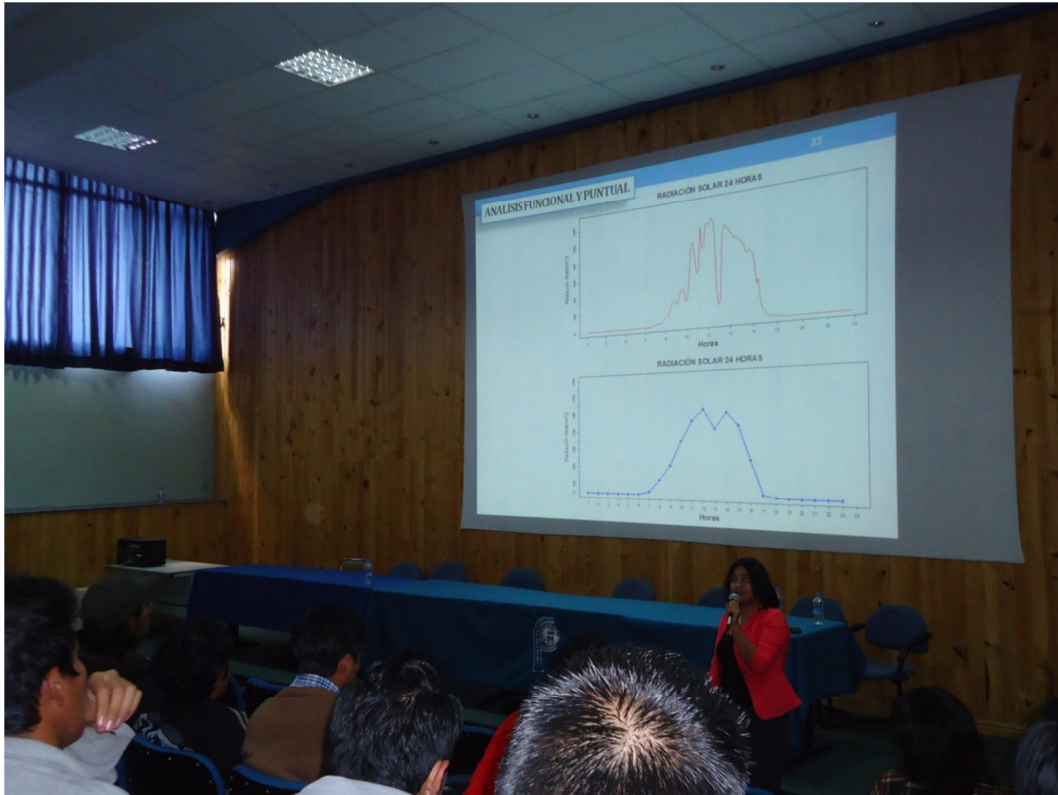
OBJETIVO: Identificar las bondades del tratamiento de datos funcionales en relación al tratamiento de datos en forma tradicional.

CARRERA: _____

Ponga una (x) en su respuesta.

1. ¿Es la primera vez que escucha sobre el tratamiento de datos funcionales?
SI _____ NO _____
2. Con un tratamiento de datos funcionales se disminuye la pérdida de información, referente al tratamiento tradicional.
SI _____ NO _____
3. El tratamiento de datos funcionales muestra el comportamiento de la radiación solar más apegados a la realidad que el método tradicional.
SI _____ NO _____
4. Considera que el tratamiento de datos funcionales permite conocer con más detalle el comportamiento de la radiación solar, en comparación con el método tradicional.
SI _____ NO _____
5. Considera que es importante conocer métodos que permitan una mejor descripción de los datos.
SI _____ NO _____

MUCHAS GRACIAS POR SU GENTIL COLABORACIÓN



9.3 Código R Análisis Funcional Radiación Solar 2011

```
# ANÁLISIS FUNCIONAL DE RADIACIÓN SOLAR 2011
#LLAMADO DE LIBRERÍAS
library(mgcv)
#sirve para la validación cruzada, sirve para minimizar los errores (permite
optimizar el suavizado de las funciones.
library(fda.usc)
#LECTURA DE DATOS
radiacion=read.table("rad_solar.txt",header=T)
head(radiacion)
dim(radiacion) # 365 144
#límites y derivadas intervalos abiertos la maquina lee los puntos (muchos
puntos)
min5=seq(0.5,143.5,1)
min5
# NOTA: los datos son tomados diariamente cada 10 minutos, desde las o
horas hasta las 23 h 50 min.
# OBJETOS DE FDATA
rad.fdata=fdata(radiacion,min5)
#fdata convierte la base de datos en datos funcionales
rad.fdata
#ANALISIS 24 HORAS
#GENERAL
dia.dato=rad.fdata[1:1]#GRAFICA EL DÍA 20 SOLO EL 20
dia.dato
hora=as.factor(hora)
plotMeans(dia.dato,hora,xaxt='n',col='red',xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab
=list('Radiación Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),ylim=c(0,1300),
  main=list('RADIACIÓN SOLAR 24 HORAS',font=2,cex=2))
  axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
#GRÁFICO CON BANDA DE BOOTSTRAP
D24=rad.fdata[20,20]
D24.boot.m=fdata.bootstrap(D24,statistic=func.mean,alpha=0.05,nb=1000,dr
aw=F,smo=0.1) #Muestras de arranque de una estadística funcional.
D24.boot.m
#Media funcional
l=which(D24.boot.m$rep.dist<=D24.boot.m$dband)
# Identifica la coordenada en x de cada punto
plot(D12,xaxt='n',col='white',ylim=c(-200,900),
# Bootstrap es un procedimiento de remuestreo a partir del conjunto de
datos originales. (tipo de muestreo con reposición con 100 o 200 ya tiende al
límite)
main=list('RADIACIÓN SOLAR MEDIA PERÍODO DE
INVIERNO',font=2,cex=2),
  ylab=list('Radiación
Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),xlab=list('Horas',font=2,cex=2))
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
```

```

lines(D12.boot.m$resample[,],col='green')
lines(D12.boot.m$D24,col='red',lwd=2) # Curva media
abline(h=0,col='blue',lwd=2)
legend(0,10,c('Banda de confianza Bootstrap','Estimador de la curva media')
      ,lty=c(1,1,1),lwd=c(2,2,2),col=c('green','red','goldenrod3'),bty='n')
#INVIERNO #24 DE MAYO
dia.invierno=rad.fdata[144:144]
plot(dia.invierno,xaxt='n',col='red',xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=list('Radiación Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),ylim=c(0,1300),
      main=list('RADIACIÓN SOLAR 24 HORAS INVIERNO',font=2,cex=2))
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
#VERANO #15 De agosto
dia.invierno=rad.fdata[277:277]
plot(dia.invierno,xaxt='n',col='red',xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=list('Radiación Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),ylim=c(0,1300),
      main=list('RADIACIÓN SOLAR 24 HORAS VERANO',font=2,cex=2))
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
plot(rad.fdata,xaxt='n',col='goldenrod3',xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=list('Radiación Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),ylim=c(0,1300),
      main=list('RADIACIÓN SOLAR 2011',font=2,cex=2))
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
# CURVAS MEDIAS MENSUALES DE LA RADIACIÓN SOLAR
rs.ene=rad.fdata[1:31];rs.feb=rad.fdata[32:59];rs.mar=rad.fdata[60:90];rs.abr=rad.fdata[91:120];rs.may=rad.fdata[121:151];rs.jun=rad.fdata[152:181];rs.jul=rad.fdata[182:212];rs.ago=rad.fdata[213:243];rs.sep=rad.fdata[244:273];rs.oct=rad.fdata[274:304];rs.nov=rad.fdata[305:334];rs.dic=rad.fdata[335:365]
#IDENTIFICACIÓN DE DATOS ATÍPICOS
atip=outliers.depth.trim(rad.fdata,nb=100) # datos atipicos con trim=0.05
atipicos=atip$outliers;atipicos
# Tiempo de cálculo 20 min aproximadamente
mes.atipico=row.names(rad.fdata$data)[atipicos]
plot(rad.fdata[atipicos],xaxt='n',col=c(6,2,3,4),lty=c(1,1,1,1),lwd=c(2,2,2,2),main=list('DATOS ATÍPICOS',font=2,cex=2),
      xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=list('Radiación Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5))
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
legend('topleft',c('14 febrero','26 febrero','8 abril','20 octubre')
      ,lty=c(1,1,1,1),lwd=c(2,2,2,2),col=c('6','2','3','4'),bty='n')
(rad.fdata[-c(44,57)])
plot(rad.fdata[-c(45,57,98,293)],xaxt='n',col='goldenrod3',main=list('RADIACIÓN SOLAR SIN DATOS ATÍPICOS',font=2,cex=2),
      xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=list('Radiación Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5))
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
abline(v=c(48,120),col=2,lwd=2))

```

#MEDIA DIARIA ESTIMADA DE RADIACION TODO EL AÑO

```
D12=rad.fdata
D12.boot.m=fdata.bootstrap(D12,statistic=func.mean,alpha=0.05,nb=1000,dr
aw=F,smo=0.1)
D12.boot.m
l=which(D12.boot.m$rep.dist<=D12.boot.m$dband) #
plot(D12,xaxt='n',col='goldenrod3',ylim=c(-200,1300), #
     main=list('CURVA MEDIA DE RADIACIÓN SOLAR 2011',font=2,cex=2),
     ylab=list('Radiación
Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),xlab=list('Horas',font=2,cex=2))
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
lines(D12.boot.m$resample[l],col='green')
lines(D12.boot.m$statistic,col='red',lwd=2) # Curva media
abline(h=0,col='blue',lwd=2)
legend(0,10,c('Banda de confianza Bootstrap','Estimador de la curva
media','Radiación Solar'),
lty=c(1,1,1),lwd=c(2,2,2),col=c('green','red','goldenrod3'),bty='n')
maximo=max(D12.boot.m$statistic)
#GRAFICO PARA COMPARACION
valores.mediaaño=(D12.boot.m$statistic)
plot(valores.mediaaño,xaxt='n',col='red',xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=li
st('Radiación Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),ylim=c(0,1000),
     main=list('RADIACIÓN SOLAR MEDIA',font=2,cex=2))
     axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
# MESES LLUVIOSOS
rs.invierno=c(rs.oct,rs.nov,rs.dic,rs.ene,rs.feb,rs.mar,rs.abr,rs.may)
grupo1=c(rep(3,31),rep(3,30),rep(3,31),rep(3,31),rep(3,28),rep(3,31),rep(3,3
0),rep(3,31))
plot(rs.invierno,xaxt='n',xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=list('Radiación
Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),ylim=c(0,1300),
     main=list('RADIACIÓN SOLAR PERÍODO DE
INVIERNO',font=2,cex=2),col=grupo1)
     axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
     abline(v=c(0,1300),col=2,lwd=2) # 0 de la mañana y 23 de la tarde
#MEDIA DIARIA ESTIMADA DE RADIACION
D12=rs.invierno
D12.boot.m=fdata.bootstrap(D12,statistic=func.mean,alpha=0.05,nb=1000,dr
aw=F,smo=0.1)
l=which(D12.boot.m$rep.dist<=D12.boot.m$dband) #
plot(D12,xaxt='n',col=3,ylim=c(-200,1300), #
     main=list('CURVA MEDIA PERÍODO INVIERNO',font=2,cex=2),
     ylab=list('Radiación
Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),xlab=list('Horas',font=2,cex=2) )
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
lines(D12.boot.m$resample[l],col='gray')
lines(D12.boot.m$statistic,col='red',lwd=2) # Curva media
abline(h=0,col='blue',lwd=2)
```

```

legend(0,10,c('Banda de confianza Bootstrap','Estimador de la curva
media','Radiación Solar')
      ,lty=c(1,1,1),lwd=c(2,2,2),col=c('gray','red','3',bty='n') )
ni= max( D12.boot.m$statistic)
ni #727.6453
#GRAFICO PARA COMPARACIÓN
valores.media=(D12.boot.m$statistic)
valores.media
plot(valores.media,xaxt='n',col='red',xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=list('
Radiación Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),ylim=c(0,1000),
      main=list('RADIACIÓN SOLAR MEDIA PERÍODO DE
INVIERNO',font=2,cex=2))
      axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
D12=rs.invierno
D12.boot.m=fdata.bootstrap(D12,statistic=func.mean,alpha=0.05,nb=1000,dr
aw=F,smo=0.1)
D12.boot.m
l=which(D12.boot.m$rep.dist<=D12.boot.m$dband) #
plot(D12,xaxt='n',col='white',ylim=c(-200,900), #
      main=list('RADIACIÓN SOLAR MEDIA PERÍODO DE
INVIERNO',font=2,cex=2),
      ylab=list('Radiación
Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),xlab=list('Horas',font=2,cex=2))
      axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
lines(D12.boot.m$resample[l],col='green')
lines(D12.boot.m$statistic,col='red',lwd=2) # Curva media
abline(h=0,col='blue',lwd=2)
legend(0,10,c('Banda de confianza Bootstrap','Estimador de la curva media')
      ,lty=c(1,1,1),lwd=c(2,2,2),col=c('green','red','goldenrod3'),bty='n')
# MESES SECOS
rs.seco=c(rs.jun,rs.jul,rs.ago,rs.sep)
rs.seco
grupo2=c(rep(7,30),rep(7,31),rep(7,31),rep(7,30))
plot(rs.seco,xaxt='n',xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=list('Radiación
Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),ylim=c(0,1300),
      main=list('RADIACIÓN SOLAR PERÍODO DE
VERANO',font=2,cex=2),col=grupo2)
      axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
      (v=c(0,1300),col=2,lwd=2) # 0 de la mañana y 23 de la tarde
#MEDIA DIARIA ESTIMADA DE RADIACION
D13=rs.seco
D13.boot.m=fdata.bootstrap(D13,statistic=func.mean,alpha=0.05,nb=1000,dr
aw=F,smo=0.1)
l=which(D13.boot.m$rep.dist<=D13.boot.m$dband) #
plot(D13,xaxt='n',col=7,ylim=c(-200,1300), #
      main=list('CURVA MEDIA PERÍODO VERANO',font=2,cex=2),
      ylab=list('Radiación
Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),xlab=list('Horas',font=2,cex=2) )

```

```

axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
lines(D13.boot.m$resample[l],col='gray')
lines(D13.boot.m$statistic,col='red',lwd=2) # Curva media
abline(h=0,col='blue',lwd=2)
legend(0,10,c('Banda de confianza Bootstrap','Estimador de la curva
media','Radiación Solar')
      ,lty=c(1,1,1),lwd=c(2,2,2),col=c('gray','red','7',bty='n') )
nv= max( D12.boot.m$statistic)
nv # 722.6746
#GRAFICO PARA COMPARACION
valores.media=(D13.boot.m$statistic)
valores.media
plot(valores.media,xaxt='n',col='red',xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=list(
'Radiación Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),ylim=c(0,1000),
      main=list('RADIACIÓN SOLAR MEDIA PERÍODO DE
VERANO',font=2,cex=2))
      axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
D13.boot.m=fdata.bootstrap(D13,statistic=func.mean,alpha=0.05,nb=1000,dr
aw=F,smo=0.1)
D13.boot.m
l=which(D13.boot.m$rep.dist<=D13.boot.m$dband) #
plot(D13,xaxt='n',col='white',ylim=c(-200,1000), #
      main=list('RADIACIÓN SOLAR MEDIA PERÍODO DE
VERANO',font=2,cex=2),
      ylab=list('Radiación
Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),xlab=list('Horas',font=2,cex=2))
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
lines(D13.boot.m$resample[l],col='green')
lines(D13.boot.m$statistic,col='red',lwd=2) # Curva media
abline(h=0,col='blue',lwd=2)
legend(0,10,c('Banda de confianza Bootstrap','Estimador de la curva media')
      ,lty=c(1,1,1),lwd=c(2,2,2),col=c('green','red','goldenrod3'),bty='n')
# MESES LLUVIOSOS & SECOS
rs.año=c(rs.ene,rs.feb,rs.mar,rs.abr,rs.may,rs.jun,rs.jul,rs.ago,rs.sep,rs.oct,rs
.nov,rs.dic)
grupo2=c(rep(3,31),rep(3,28),rep(3,31),rep(3,30),rep(3,31),rep(7,30),rep(7,3
1),rep(7,31),rep(7,30),rep(3,31),rep(3,30),rep(3,31))
plot(rs.año,xaxt='n',xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=list('Radiación
Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),ylim=c(0,1300),
      main=list('RADIACIÓN SOLAR 2011',font=2,cex=2),col=grupo2,)
      axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
      abline(v=c(0,1300),col=2,lwd=2) # 0 de la mañana y 23 de la tarde
legend('topleft',c('INVIERNO','VERANO'),lty=c(1,1),lwd=c(2,2),col=c('green',
'7'),bty='n')
#MEDIA DIARIA ESTIMADA DE RADIACION INVIERNO Y VERANO
D12=rs.seco
D12.boot.m=fdata.bootstrap(D12,statistic=func.mean,alpha=0.05,nb=1000,dr
aw=F,smo=0.1)

```

```

D13=rs.invierno
D13.boot.m=fdata.bootstrap(D13,statistic=func.mean,alpha=0.05,nb=1000,dr
aw=F,smo=0.1)
l2=which(D12.boot.m$rep.dist<=D12.boot.m$dband) #
l3=which(D13.boot.m$rep.dist<=D13.boot.m$dband)
plot(rad.fdata,xaxt='n',col='gray',ylim=c(-200,1300), #
      main=list('MEDIA FUNCIONAL INVIERNO & VERANO',font=2,cex=2),
      ylab=list('Radiación
Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),xlab=list('Horas',font=2,cex=2),lty=c(2,2),lwd=c(
1,1) )
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
lines(D12.boot.m$statistic,col='7',lwd=2) # Curva media
lines(D13.boot.m$statistic,col='3',lwd=2)
abline(h=0,col='blue',lwd=2)
legend(0,10,c('Curva Media Verano','Curva Media Invierno','Radiación Solar
Anual')
      ,lty=c(1,1,1),lwd=c(2,2,2),col=c('7','3','gray',bty='n') )
#COMPARACION DE MEDIAS INVIERNO Y VERANO
valores.media=(D13.boot.m$statistic-D12.boot.m$statistic)
valores.media
plot(valores.media,xaxt='n',col='blue',
      main=list('COMPARACIÓN DE LAS MEDIAS FUNCIONALES VERANO E
INVIERNO',font=2,cex=2),
      ylab=list('Radiación
Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),xlab=list('Horas',font=2,cex=2))
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
abline(h=0,col=2,lwd=2)
legend(0,40,c('Radiación mayor invierno')
      ,lty=c(1,1),lwd=c(2,2),col=c('0','gray',bty='n') )
legend(0,-30,c('Radiación mayor verano')
      ,lty=c(1,1),lwd=c(2,2),col=c('0','gray',bty='n') )

#PROMEDIOS MENSUALES
#ANUALES
plot(rad.fdata[-
c(45,57,98,293)],type='n',xaxt='n',xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=list('Ra
diación Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),ylim=c(0,1300),
      main=list('CURVAS MEDIAS MENSUALES RADIACIÓN
SOLAR',font=2,cex=2))
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
abline(v=c(0,1300),col='withe',lwd=2) #linea que muestra el inicio de la
gráfica
lines(func.mean(rs.ene),col='darkmagenta',lwd=2);lines(func.mean(rs.feb),col
=3,lwd=2);lines(func.mean(rs.mar),col=4,lwd=2);lines(func.mean(rs.abr),col=
5,lwd=2);
lines(func.mean(rs.may),col=6,lwd=2);lines(func.mean(rs.jun),col='goldenrod
1',lwd=2);lines(func.mean(rs.jul),col='lightsalmon',lwd=2);lines(func.mean(rs.
ago),col='hotpink',lwd=2);

```

```

lines(func.mean(rs.sep),col='deepskyblue2',lwd=2);lines(func.mean(rs.oct),col=7,lwd=2);lines(func.mean(rs.nov),col=8,lwd=2);lines(func.mean(rs.dic),col='mediumorchid3',lwd=2)
legend('topleft',c('ene','feb','mar','abr','may','jun','jul','ago','sep','oct','nov','dic'),
      lty=c(1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1),col=c('darkmagenta',3,4,5,6,'goldenrod1','lightsalmon','hotpink','deepskyblue2',7,8,'mediumorchid3'),bty='n')
#VERANO
plot(rad.fdata[-c(45,57,98,293)],type='n',xaxt='n',xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=list('Radiación Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),ylim=c(0,1300),
      main=list('CURVAS MEDIAS MENSUALES VERANO',font=2,cex=2))
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
lines(func.mean(rs.jun),col=2,lwd=2);lines(func.mean(rs.jul),col=3,lwd=2);lines(func.mean(rs.ago),col=4,lwd=2);
lines(func.mean(rs.sep),col=5,lwd=2)
legend('topleft',c('SECA (Verano)','jun','jul','ago','sep'),lty=c(1,1,1,1),col=c('white', 2,3,4,5),bty='n')
#INVIERNO
plot(rad.fdata[-c(45,57,98,293)],type='n',xaxt='n',xlab=list('Horas',font=2,cex=2),ylab=list('Radiación Watt/m^2',font=1.5,cex=1.5),ylim=c(0,1300),
      main=list('CURVAS MEDIAS MENSUALES INVIERNO',font=2,cex=2))
axis(1,seq(0,144,12),labels=seq(0,24,2))
lines(func.mean(rs.ene),col=2,lwd=2);lines(func.mean(rs.feb),col=3,lwd=2);lines(func.mean(rs.mar),col=4,lwd=2);lines(func.mean(rs.abr),col=5,lwd=2);
lines(func.mean(rs.may),col=6,lwd=2);lines(func.mean(rs.oct),col=7,lwd=2);lines(func.mean(rs.nov),col=8,lwd=2);lines(func.mean(rs.dic),col=9,lwd=2)
legend('topleft',c('LLUVIOSA (Invierno)','ene','feb','mar','abr','may','oct','nov','dic'),
      lty=c(1,1,1,1,1,1,1,1,1),col=c('white', 2,3,4,5,6,7,8,9 ),bty='n')

```