



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

Análisis de dinámica cognitiva en estudiantes del décimo año en aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales a causa de registros de representación semiótica, unidades educativas “Velasco Ibarra” y “Hualcopo Duchicela”

LAURA ROCÍO CONCHA HIDALGO

Trabajo de Titulación modalidad: Proyectos de Investigación y Desarrollo, presentado ante el Instituto de Posgrado y Educación Continua de la ESPOCH como requisito parcial para la obtención del grado de:

MAGÍSTER EN MATEMÁTICA MENCIÓN MODELACIÓN Y DOCENCIA

Riobamba – Ecuador

Mayo 2022

©2022, Laura Rocío Concha Hidalgo

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento, siempre y cuando se reconozca el Derecho de Autor.



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

CERTIFICACION:

EL TRIBUNAL DEL TRABAJO DE TITULACIÓN CERTIFICA QUE:

El **Trabajo de Titulación** modalidad **Proyectos de Investigación y Desarrollo**, titulado: “ANÁLISIS DE DINÁMICA COGNITIVA EN ESTUDIANTES DEL DÉCIMO AÑO EN APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES A CAUSA DE REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA, UNIDADES EDUCATIVAS VELASCO IBARRA Y HUALCOPO DUCHICELA”, de responsabilidad de la Ing. Laura Rocío Concha Hidalgo, ha sido prolijamente revisado y se autoriza su presentación.

Ing. Luis Eduardo Hidalgo A., Ph.D.

PRESIDENTE



Firmado electrónicamente por:
LUIS EDUARDO
HIDALGO
ALMEIDA

Dr. Luis Fernando Pérez Ch., Mag.

DIRECTOR



Firmado electrónicamente por:
LUIS FERNANDO
PEREZ CHAVEZ

Dr. César Augusto Gallegos S., Mag.

MIEMBRO



Firmado electrónicamente por:
CESAR AUGUSTO
GALLEGOS SALGADO

Dr. Vicente Marlon Villa V., Ph. D.

MIEMBRO



Firmado electrónicamente por:
VICENTE
MARLON VILLA

Riobamba, mayo 2022

DERECHOS INTELECTUALES

Yo, LAURA ROCIO CONCHA HIDALGO, declaro que soy responsable de las ideas, doctrinas y resultados expuestos en el presente **Trabajo de Titulación modalidad Proyectos de Investigación y Desarrollo**, y que el patrimonio intelectual generado por la misma pertenece exclusivamente a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Laura Rocío Concha Hidalgo

060478951-1

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD

Yo, LAURA ROCIO CONCHA HIDALGO, declaro que el presente **Trabajo de Titulación Proyectos de Investigación y Desarrollo**, es de mi autoría y que los resultados del mismo son auténticos y originales. Los textos constantes en el documento que provienen de otra fuente están debidamente citados y referenciados.

Como autor, asumo la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este proyecto de investigación de maestría.

Laura Rocío Concha Hidalgo

060478951-1

DEDICATORIA

A mis Padres, Luis y Clara, a mis hermanos, y a mi difunto esposo por su motivación, apoyo incondicional, dedicación y amor, que me brindaron durante mi formación académica, y en especial a mis hijos Jonathan y Edison, quienes han sido la razón primordial para culminar mi meta.

Laura

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por su infinita bondad, por brindarme salud, fortaleza, sabiduría e inteligencia para culminar con éxito una más de mis metas, y porque tengo la certeza de que siempre va a estar conmigo, guiando cada paso que doy.

Al Dr. Luis Pérez por compartir sus conocimientos, tiempo, esfuerzo y ayuda incondicional en el desarrollo del presente trabajo de investigación como tutor. De igual forma al Dr. Marlon Villa y al Dr. César Gallegos por ser guías en la elaboración de mi tesis.

A las Unidades Educativas “Velasco Ibarra” y “Hualcopo Duchicela”, de manera especial a los docentes y estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica de la asignatura de Matemática, por brindarme el tiempo, espacio y facilidades para realizar el trabajo de titulación.

Laura

TABLA DE CONTENIDOS

RESUMEN.....	xvii
ABSTRACT.....	xviii

CAPÍTULO I

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	<i>Situación problemática</i>	3
1.2	<i>Formulación del problema</i>	4
1.3	<i>Preguntas directrices o específicas de la investigación</i>	4
1.4	<i>Justificación de la investigación</i>	4
1.5	<i>Objetivos de la investigación</i>	6
1.5.1	Objetivo general.....	6
1.5.2	Objetivos específicos	6

CAPÍTULO II

2	MARCO TEÓRICO.....	7
2.1	<i>Antecedentes del problema</i>	7
2.2	<i>Fundamentación epistemológica, pedagógica y sociológica de la investigación</i>	9
2.2.1	Fundamentación epistemológica.....	9
2.2.2	Fundamentación pedagógica.....	9
2.2.3	Fundamentación sociológica.....	10
2.3	<i>Bases teóricas</i>	10
2.3.1	Registros de representación semiótica.....	10

2.3.1.1	<i>Definición</i>	10
2.3.1.2	<i>La teoría de registros de representación semiótica</i>	11
2.3.1.3	<i>Clasificación de los registros de representación semiótica</i>	13
2.3.1.4	<i>Registro de representación semiótica y la psicología del estudiante</i>	15
2.3.1.5	<i>Enseñanza</i>	16
2.3.1.6	<i>Proceso enseñanza – aprendizaje</i>	17
2.3.2	<i>Dinámica cognitiva</i>	18
2.3.2.1	<i>Definición</i>	18
2.3.2.2	<i>Construcciones y mecanismos mentales de la dinámica cognitiva</i>	19
2.3.2.3	<i>Importancia de la dinámica cognitiva en la enseñanza</i>	20
2.3.2.4	<i>Dimensiones de la dinámica cognitiva</i>	21
2.3.2.5	<i>Aprendizaje</i>	29
2.3.3	<i>Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas</i>	30
2.3.3.1	<i>Definición</i>	30
2.3.3.2	<i>Tipos de sistemas</i>	31
2.3.3.3	<i>Solución de un sistema de ecuaciones lineales 2×2</i>	33
2.3.3.4	<i>Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones 2×2</i>	34
2.4	<i>Marco conceptual</i>	39
2.5	<i>Hipótesis</i>	41
2.5.1	<i>Hipótesis general</i>	41
2.6	<i>Variables de estudio</i>	42
2.6.1	<i>Identificación de variables</i>	42
2.6.2	<i>Operacionalización de variables</i>	42

CAPÍTULO III

3	<i>METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN</i>	47
---	---	----

3.1	<i>Enfoque de la investigación</i>	47
3.2	<i>Diseño de la investigación</i>	47
3.3	<i>Alcance y tipo de investigación</i>	47
3.4	<i>Métodos de investigación</i>	48
3.5	<i>Población y muestra de estudio</i>	48
3.5.1	Población	48
3.5.2	Muestra	48
3.6	<i>Técnicas e instrumentos para la recolección de datos</i>	49
3.7	<i>Validez y confiabilidad del instrumento</i>	50
3.7.1	Validez	50
3.7.2	Confiabilidad	54
3.8	<i>Procesamiento y análisis de los datos</i>	56

CAPÍTULO IV

4	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	58
4.1	<i>Análisis e interpretación de los resultados de la prueba objetiva de diagnóstico</i>	58
4.1.1	Fortalezas y debilidades detectadas en la prueba objetiva de diagnóstico.....	62
4.1.2	Síntesis de los resultados obtenidos de la prueba objetiva de diagnóstico	63
4.1.3	Comprobación de homogeneidad entre el grupo experimental y el grupo control	63
4.2	<i>Análisis e interpretación de los resultados obtenidos con respecto a la dinámica cognitiva, en la prueba objetiva de evaluación de S.E.L 2 × 2.</i>	65
4.2.1	Análisis e interpretación de los resultados obtenidos para las dimensiones formación identificable, tratamiento y conversión.....	71
4.3	<i>Contraste de hipótesis</i>	73
4.4	<i>Discusión de resultados</i>	75

CAPÍTULO V

5	PROPUESTA.....	77
5.1	<i>Introducción a la propuesta</i>	77
5.2	<i>Justificación de la propuesta</i>	78
5.3	<i>Objetivos de la propuesta</i>	78
5.3.1	Objetivo general.....	78
5.3.2	Objetivos específicos.....	79
5.4	<i>Fundamentación teórica y empírica de la propuesta</i>	79
5.4.1	Sustentos teóricos.....	79
5.4.2	Sustentos empíricos.....	86
5.5	<i>Plan de destrezas con criterio de desempeño para hacer operativa la propuesta</i>	87
5.6	<i>Ejecución de la propuesta</i>	92
	CONCLUSIONES.....	106
	RECOMENDACIONES.....	107
	BIBLIOGRAFÍA	
	ANEXOS	

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1-2:	Representación tabular	13
Tabla 2-2:	Ejemplificación de las operaciones cognitivas	26
Tabla 3-2:	Dimensiones de los registros semióticos del objeto S.E.L con dos incógnitas.....	39
Tabla 4-2:	Operacionalización de las variables	43
Tabla 5-2:	Matriz de consistencia	45
Tabla 1-3:	Resultados de la validación de los expertos, prueba objetiva de diagnóstico.....	51
Tabla 2-3:	Resultados de la validación de expertos, prueba objetiva S.E.L con dos incógnitas..	51
Tabla 3-3:	Razón de validez de contenido para cada ítem de la prueba objetiva diagnóstica.....	52
Tabla 4-3:	Razón de validez de contenido C.V.R para cada ítem de la prueba objetiva S.E.L....	53
Tabla 5-3:	Especialistas de la validación de los instrumentos de evaluación.	54
Tabla 6-3:	Escala de valores de Alfa de Cronbach	54
Tabla 7-3:	Características del grupo piloto	55
Tabla 8-3:	Número de casos analizados y excluidos, evaluación diagnóstica	55
Tabla 9-3:	Análisis del alfa de Cronbach, evaluación diagnóstica	55
Tabla 10-3:	Número de casos analizados y excluidos, prueba objetiva S.E.L.....	56
Tabla 11-3:	Análisis del alfa de Cronbach, prueba objetiva S.E.L	56
Tabla 1-4:	Aspectos evaluados en la prueba objetiva de diagnóstica.	58
Tabla 2-4:	Media, desviación estándar y varianza de la prueba objetiva diagnóstica.....	60
Tabla 3-4:	Escala de calificaciones.....	60
Tabla 4-4:	Debilidades y fortalezas detectadas en estudiantes, prueba objetiva de diagnóstico..	62
Tabla 5-4:	Prueba de normalidad para el grupo experimental y grupo control.....	64
Tabla 6-4:	Valores del nivel de significancia según el estudio realizado.	64
Tabla 7-4:	Resultados de la prueba t de Student para muestras independientes	65
Tabla 8-4:	Aspectos evaluados en la prueba objetiva S.E.L con dos incógnitas	66
Tabla 9-4:	Notas obtenidas en la prueba S.E.L 2×2 , respecto a la dinámica cognitiva	66
Tabla 10-4:	Frecuencias y porcentajes de las calificaciones obtenidas en la prueba objetiva S.E.L 2×2 , respecto a la dinámica cognitiva.....	67
Tabla 11-4:	Media, desviación estándar de la prueba objetiva S.E.L 2×2	70
Tabla 12-4:	Distribución porcentual de las operaciones cognitivas.....	73
Tabla 13-4:	Resultados de la prueba t de Student para muestras independientes	74
Tabla 14-4:	Resumen de la prueba t de Student para muestras independientes	75

Tabla 1-5:	Dimensiones e indicadores en la teoría de Duval y en el trabajo tradicional	83
Tabla 2-5:	Plan de destrezas con criterio de desempeño, grupo de control.	88
Tabla 3-5:	Plan de destrezas con criterio de desempeño, grupo experimental.....	90
Tabla 4-5:	Revisión de conocimientos previos.	92
Tabla 5-5:	Generalidades de los sistemas de ecuaciones lineales.	94
Tabla 6-5:	Conversión de registros de representación semiótica de S.E.L con dos incógnitas ...	95
Tabla 7-5:	Resolución de S.E.L con dos incógnitas, método gráfico.	98
Tabla 8-5:	Resolución de S.E.L con dos incógnitas, método sustitución.	99
Tabla 9-5:	Resolución de S.E.L con dos incógnitas, método reducción.	100
Tabla 10-5:	Resolución de S.E.L con dos incógnitas, método igualación.	101
Tabla 11-5:	Resolución de S.E.L con dos incógnitas, regla de cramer.	102
Tabla 12-5:	Resolución de problemas de S.E.L con dos incógnitas.	103
Tabla 13-5:	Evaluación S.E.L con dos incógnitas.	104
Tabla 14-5:	Distribución de semanas, sesiones y tiempo.	104

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-2:	Construcciones y mecanismos mentales	20
Figura 2-2:	Actividades cognitivas de representación semiótica.....	23
Figura 3-2:	Sistema compatible determinado	32
Figura 4-2:	Sistema compatible indeterminado	32
Figura 5-2:	Sistema incompatible	32
Figura 6-2:	Solución gráfica, sistema compatible determinado.....	35
Figura 1-5:	Diferentes registros de representación semiótica.....	85

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1-4:	Frecuencia de calificaciones, prueba objetiva diagnóstica del grupo experimental	59
Gráfico 2-4:	Resultados de las calificaciones, prueba objetiva diagnóstica del grupo de control	59
Gráfico 3-4:	Resultados por ítems de la prueba objetiva diagnóstica del grupo experimental	61
Gráfico 4-4:	Resultados por ítems de la prueba objetiva diagnóstica del grupo de control.....	61
Gráfico 5-4:	Frecuencia de las calificaciones de la prueba objetiva S.E.L, grupo experimental .	68
Gráfico 6-4:	Porcentajes de las calificaciones de la prueba objetiva S.E.L, grupo experimental	69
Gráfico 7-4:	Frecuencia de las calificaciones de la prueba objetiva S.E.L, grupo control	69
Gráfico 8-4:	Porcentajes de las calificaciones de la prueba objetiva S.E.L, grupo control.....	70
Gráfico 9-4:	Resultados obtenidos en las dimensiones de la dinámica cognitiva mediante la prueba objetiva S.E.L 2×2	72
Gráfico 1-5:	Resultados de los aciertos obtenidos en cada ítem, grupo control vs experimental.	87

ÍNDICE DE ANEXOS

- ANEXO A: Cartas de auspicio de las instituciones educativas
- ANEXO B: Evaluación diagnóstica de conocimientos previos
- ANEXO C: Evaluación de sistemas de ecuaciones lineales
- ANEXO D: Formato de validación utilizado para los instrumentos
- ANEXO E: Resultados por expertos en el instrumento para la evaluación diagnóstica.
- ANEXO G: Planificación con criterio de desempeño, grupo experimental y control.
- ANEXO H: Certificado de culminación de las instituciones auspiciantes

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo de investigación fue analizar la dinámica cognitiva en los estudiantes del décimo año en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas a causa de los registros de representación semiótica, desde una postura positivista con un enfoque cuantitativo, el cual enfatiza el uso de métodos empíricos, apoyándose en instrumentos válidos y fiables como las pruebas objetivas aplicadas, con técnicas estadísticas que permitieron registrar y analizar la información. Además, se siguió un diseño cuasi experimental de campo y explicativo con medición en la aplicación de la secuencia didáctica fundamentada en la teoría de los registros de representación semiótica y la enseñanza tradicional. Se incluyó grupos intactos de estudiantes para la ejecución del estudio, el grupo control (U. E.C.I.B Hualcoco Duchicela) y el grupo experimental (U.E Velasco Ibarra) los cuales fueron definidos como homogéneos mediante la aplicación de la prueba de Levene para analizar la homogeneidad de varianzas y la prueba t de Student para muestras independientes, para la igualdad de medias. La propuesta se implementó en el grupo experimental, y para el grupo control se empleó la metodología de aprendizaje tradicional. Se analizó los resultados obtenidos en la prueba objetiva en cada grupo, logrando una media de 8,036/10 en el grupo experimental y una media de 4,815/10 en el grupo control, que comparados estadísticamente mediante la prueba t de Student (paramétrica de comprobación de hipótesis) se obtuvo un valor de 10,154 (t calculada) $>$ 1,96 (t crítico) lo que demuestra que si incrementa la dinámica cognitiva de los estudiantes. Se concluye que la implementación de los registros de representación semiótica como estrategia didáctica incrementa el nivel de la dinámica cognitiva en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Palabras clave: <APRENDIZAJE>, <DINAMICA COGNITIVA>, <DOCENCIA SECUNDARIA>, <REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA>, <SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES>

**LUIS
ALBERTO
CAMINOS
VARGAS**

Firmado digitalmente por
LUIS ALBERTO CAMINOS
VARGAS
Nombre de reconocimiento
(DN): c=EC, I=ROBAMBA,
serialNumber=0602766974,
cn=LUIS ALBERTO
CAMINOS VARGAS
Fecha: 2022.04.04 08:47:35
-05'00'



0022-DBRA-UPT-IPEC-2022

ABSTRACT

The objective of this research work was to analyze the cognitive dynamics in students of the tenth year of Systems of Linear Equations with two unknowns due to the registers of semiotic representation, from a positivist position and a quantitative approach, which emphasizes the use of empirical methods, based on valid and reliable instruments such as applied objective tests and statistical techniques that allowed recording and analyzing the information. In addition, a quasi-experimental field and explanatory design was followed with measurement in the application of the didactic sequence based on the theory of semiotic representation registers and traditional teaching. Intact groups of students were included for the execution of the study, the control group (UECIB Hualcopo Duchicela) and the experimental group (UE Velasco Ibarra) which were defined as homogeneous by applying the Levene test to analyze the homogeneity of variances and Student t test for independent samples, and for equality of means. The proposal was implemented in the experimental group, and for the control group the traditional learning methodology was used. The results obtained in the objective test for each group were analyzed, achieving a mean of 8.036/10 in the experimental group and a mean of 4.815/10 in the control group, which were statistically compared using the Student t test (parametric verification of hypothesis) a value of 10.154 (calculated t) $>$ 1.96 (critical t) was obtained, which shows that it does increase the cognitive dynamics of the students. It is concluded that the implementation of semiotic representation registers as a didactic strategy increases the level of cognitive dynamics in the learning of Systems of Linear Equations with two unknowns.

Keywords: <LEARNING>, <COGNITIVE DYNAMICS>, <SECONDARY TEACHING>, <SEMIOTIC REPRESENTATION RECORDS>, <SYSTEM OF LINEAR EQUATIONS>

CAPÍTULO I

1 INTRODUCCIÓN

En el sector educativo la llegada de la pandemia a causa del Covid-19, ha generado la suspensión de actividades presenciales en las instituciones educativas, imponiendo un nuevo reto en la modalidad de trabajo para el docente y los estudiantes, es por ello que los docentes han tenido que buscar nuevos recursos y estrategias didácticas, mediante entornos virtuales para lograr el proceso de enseñanza-aprendizaje en los estudiantes, y evitar el abandono escolar. El currículo de matemática promueve los valores éticos, de apoyo, fortalecimiento y dignidad, para generar una conciencia socio cultural, que permite desarrollar las capacidades analistas y de pensamiento. Las enseñanzas de las matemáticas se encuentran orientadas al desarrollo de las capacidades de los estudiantes para poder razonar, pensar, aplicar, comunica y valorar las relaciones de las ideas y los fenómenos reales. Así, poder ayudar en el logro de dominios y conocimientos de los procesos de describir, modificar, estudiar, y asumir el control del entorno físico e ideológico de los estudiantes.

Para el Ministerio de Educación (MINEDUC), en el sistema educativo del Ecuador se presenta diversas dificultades en el aprendizaje de las matemáticas (Ministerio de Educación, 2016). Esta problemática trae como consecuencias: el bajo rendimiento académico, la pérdida del año y la deserción escolar. Todo ello reduce en los estudiantes la posibilidad del ingreso a las universidades, aún más en aquellos que pertenecen al sector rural, pues al no contar con conocimientos necesarios en diferentes áreas, se desaniman y abandonan la educación.

Los docentes de educación secundaria, generalmente se rigen mucho por los textos educativos emitidos por el MINEDUC, los cuales en gran mayoría se basan en principios pedagógicos tradicionales, siguiendo procedimientos rígidos y algorítmicos, o a su vez en la implementación de estrategias de enseñanza no adecuadas. Los cuales pudieran estar orientados a resolver problemas y ejercicios de forma rutinaria y algorítmica, usando los métodos de forma mecánica sin un sentido lógico a lo que están resolviendo (Figueroa, 2013). Actualmente cuando se enseñan los sistemas de ecuaciones lineales (S.E.L) con dos incógnitas, no se enfatiza en las distintas representaciones para su estudio. Mucho menos se considera que las representaciones no son el objeto matemático en sí, sino que ayudan a su comprensión. En este sentido, si no se logra distinguir el objeto matemático como son los números, rectas, funciones, etc, de las representaciones, graficas, decimales. Trazados de figuras no se conseguirá obtener una comprensión de las matemáticas. En consecuencia, de acuerdo con Armijos (2018) al estudiar los

sistemas de ecuaciones lineales de la forma señalada no se está contribuyendo a que los estudiantes exploren y consoliden sus conocimientos, para ayudar al desarrollo del pensamiento matemático.

La presente investigación realizada en las Unidades Educativas Velasco Ibarra y Hualcopo Duchicela del Distrito Colta - Guamote, surge de la necesidad de mejorar el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en los estudiantes de décimo año en la asignatura de Matemática mediante la aplicación de la secuencia didáctica basada en registros de representación semiótica, con la finalidad de orientar a la construcción de propuestas didácticas para la transformación de la práctica docente y del aprendizaje del estudiante.

Este estudio de investigación está estructurado por cinco capítulos, los mismos que se detallan a continuación:

En el CAPÍTULO I, se define la situación problemática, la formulación del problema, las preguntas directrices o específicas, la justificación y los objetivos de la investigación.

En el CAPÍTULO II, se detalla el marco teórico, en base a trabajos que anteceden a esta investigación que manejaron una o más de las variables en estudio, los conocimientos generales del tema, considerando las dos variables de estudio, la hipótesis, la identificación y operacionalización de variables.

En el CAPÍTULO III, se especifica la metodología aplicada en la investigación: enfoque, diseño, alcance y tipo de la investigación, métodos, población y muestra, técnicas e instrumentos para la recolección de datos, validez y confiabilidad del instrumento, y el procesamiento y análisis de datos.

En el CAPÍTULO IV, se detalla los resultados y discusión: el análisis estadístico de los datos obtenidos en la investigación y la comprobación de la hipótesis planteada.

En el CAPÍTULO V, se enfoca en la presentación de la propuesta mediante la aplicación de la secuencia didáctica basada en registros de representación semiótica para el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Finalmente se exponen las conclusiones y recomendaciones en función a los resultados obtenidos en la investigación, la bibliografía utilizada y los anexos que certifican las diferentes actividades realizadas para el presente estudio.

1.1 Situación problemática

La investigación se orienta alrededor de la problemática que tienen los estudiantes al resolver, interpretar y usar los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. En ese sentido, se analizará el proceso cognitivo de los estudiantes cuando trabajan con sistemas de ecuaciones lineales, desde una perspectiva semiótica, para evidenciar la actividad cognitiva en consideración a la teoría de representaciones semióticas de Duval Raymond (1999, 2004). Dicha problemática la investigadora lo ha podido evidenciar personalmente debido al trabajo como docente de Matemática en las zonas rurales, por lo que se pretende realizar el estudio en dos Unidades Educativas Velasco Ibarra y Hualcopo Duchicela pertenecientes al Distrito Colta -Guamote, con la finalidad de mejorar el aprendizaje en los estudiantes, en dicho tema.

Además, investigaciones previas dan cuenta de errores, bloqueos y obstáculo cognitivos (Bachelard, 1987; Brosseau, 2007; y Sierpinka, 1998) que impiden una comprensión adecuada de este concepto. En cuando a esta realidad, el abordaje didáctico se desarrolla sesgado a un tratamiento algorítmico, que impide el pasaje entre los distintos registros semióticos de este objeto matemático. Lo cual conlleva a dificultades de aprendizaje por cuanto se obliga al estudiante a una única forma de apropiarse de dicho conocimiento.

Fundamentado desde una perspectiva de aprendizaje semiótica-cultural se evidenciará la actividad cognitiva tomando en cuenta la teoría de representaciones semióticas de Raymond Duval (1999, 2004). Dicha teoría postula una naturaleza mental (las representaciones) para el conocimiento matemático y que atribuye un papel esencial en los procesos de formación y aprehensión de las representaciones mentales al lenguaje, en sus diversas manifestaciones. El uso de diversos sistemas de representación semiótica, sus transformaciones y conversiones, se considera imprescindible en la generación y desarrollo de los objetos matemáticos, pero la semiosis (producción y aprehensión de representaciones materiales) no es espontánea y su dominio debe ser un objetivo de la enseñanza. Igualmente, el objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, es de suma importancia por constituir un conocimiento previo para el estudio de otros conceptos matemáticos (sistemas de inecuaciones, programación lineal, transformaciones lineales, entre otros). Es por ello, que los resultados de la investigación orientarán la construcción de propuestas didácticas para la transformación de la práctica docente y del aprendizaje del estudiante.

1.2 Formulación del problema

¿Mejorará el nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes de Décimo Año de E.G.B en el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas a través de registros de representaciones semióticas en relación a la enseñanza tradicional?

1.3 Preguntas directrices o específicas de la investigación

- a) ¿Qué estructuras mentales en su dinámica cognitiva ponen de manifiesto los estudiantes de décimo E.G.B en el aprendizaje de problemas matemáticos?
- b) ¿Cómo debe ser la secuencia didáctica para la enseñanza del objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, fundamentada en la teoría de los registros de representación semiótica para que el estudiante supere el obstáculo cognitivo que posee?
- c) ¿Qué estructuras mentales en su dinámica cognitiva ponen de manifiesto los estudiantes de décimo E.G.B en el aprendizaje sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas aplicando la secuencia didáctica al grupo de experimentación y aplicando la práctica tradicional al grupo de control?
- d) ¿Cómo influyen los registros de representación semiótica en la comprensión del objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en estudiantes de Décimo Año E.G.B?

1.4 Justificación de la investigación

Resulta significativo considerar que en cualquier área del conocimiento la enseñanza y el aprendizaje, constantemente surgen interrogantes con relación a la apropiación o no de conocimientos.

En Matemática: Es importante anticipar las acciones discursivas que garanticen el aprendizaje del conocimiento matemático. Evidenciando grandes vacíos originados en las actividades cognitivas internas y externas de formulación, tratamiento y conversión entre los distintos tipos de lenguaje. Es por ello que es necesario escudriñar acerca de los procesos cognitivos de los estudiantes que se potencializan con el uso de las representaciones semióticas, específicamente en el aprendizaje del objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Todo

ello con el propósito de visibilizar las dificultades en la comprensión o interpretación de las investigaciones de representación para examinar la aprehensión del objeto matemático generando vacíos a lo largo de la escolaridad. La agravante del uso inadecuado de las representaciones semióticas y dentro del lenguaje que están empleando los docentes en sus aulas no es visible para los estudiantes y por ello tienden a confundir el objeto de su representación.

Teórica: Inclusión de la teoría de representación semiótica en la discusión sobre la importancia del rol que juegan las representaciones, en sus variados registros semióticos, para la conceptualización de los objetos matemáticos; lo cual promovería el desarrollo de la competencia investigativa del docente.

Práctica: Configuración de una secuencia didáctica para el desarrollo del contenido curricular sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, lo cual se convierte en una propuesta para potenciar e innovar la acción pedagógica del docente.

Metodológica: El diseño y aplicación de la secuencia didáctica fundamentada en la teoría de representaciones didácticas para el contenido curricular sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, permitirá una opción novedosa para generar en los estudiantes conocimiento sobre el estudio de una forma efectiva.

En definitiva, al concluir la investigación se pretende fundamentar una opción didáctica para que el docente de matemática modifique su praxis académica, y coadyuve al logro de aprendizaje significativo. Por lo que al desarrollar una enseñanza del contenido curricular sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas contribuirá a desarrollar competencias matemáticas y didácticas que favorecerán al estudiante en el desarrollo de la comprensión de dicho objeto matemático. Finalmente hay que reconocer que la teoría de registros de representación semiótica es importante para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, debido a existencias de diferentes registros de representación semiótica para los conceptos matemáticos. Por lo que se debe considerar de manera permanente el abordaje didáctico de la matemática en atención a lo expresado por (Duval, 2016):

La adquisición de un concepto determinado es posible, cuando se es capaz de transitar entre por lo menos dos diferentes representaciones semióticas del concepto mismo, es importante tener conocimiento sobre dicha teoría en medida que mejor fuere posible utilizarla, conociendo que, como cualquier otro sistema posee ventajas y desventajas que lo hacen ser solo aplicable en algunos casos. (p. 145)

1.5 Objetivos de la investigación

1.5.1 Objetivo general

Analizar la dinámica cognitiva en los estudiantes del décimo año en aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales a causa de los registros de representación semiótica, Unidades Educativas “Velasco Ibarra” y “Hualcopo Duchicela”.

1.5.2 Objetivos específicos

- a) Diagnosticar el nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica de la U.E “Velasco Ibarra” y de la U.E.C.I.B “Hualcopo Duchicela” mediante la aplicación de una evaluación diagnóstica.
- b) Diseñar una secuencia didáctica para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, fundamentada en la teoría de los registros de representación semiótica y en atención a las deficiencias evidenciadas en la evaluación diagnóstica.
- c) Aplicar la propuesta de la secuencia didáctica para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, a los estudiantes de Décimo Año de E.G.B de la Unidad Educativa “Velasco Ibarra” denominados Grupo Experimental y con los estudiantes de la Unidad Educativa “Hualcopo Duchicela” denominados Grupo de Control, trabajar en forma tradicional.
- d) Validar la propuesta a través de la comprobación, y verificar si existe diferencia en el nivel de la dinámica cognitiva en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en los dos grupos de estudiantes de Décimo Año de E.G.B.

CAPÍTULO II

2 MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes del problema

Se consideró una indagación de aquellos trabajos que anteceden a esta investigación, que manejaron una o más de las variables en estudio sirviendo de guía y de comparación sobre el manejo del problema y las opciones para solventarlo. De esta forma se tuvo una perspectiva extensa sobre el tema en estudio. Luego del arqueo de fuentes, entre los estudios analizados se encuentran los siguientes:

Valbuena, Gutiérrez y Berrio (2021) realizaron una investigación cuyo objetivo se centró en el análisis y caracterización de los registros de representación semiótica (R.R.S) para las secciones cónicas en docentes en formación inicial. Utilizaron un enfoque mixto y corte cuasi experimental desarrollada en etapas de análisis preliminar, diseño y análisis a posteriori; obteniendo como resultado la evidencia de dificultades tanto en la enseñanza como en el aprendizaje debido a las actividades cognitivas de conversión de los estudiantes que no pudieron captar los aspectos reales de la mediación con los objetos matemáticos.

Así mismo, Becerra (2019) hizo un estudio sobre la semiótica, abarcando las ideas de Raymond Duval (1999) y las contribuciones de Bruno D' Amore (2006) entre otros, para cumplir con el objetivo de analizar las actividades cognitivas de los R.R.S en la resolución de problemas que implican sistemas de ecuaciones lineales 2×2 (S.E.L. 2×2), en estudiantes de décimo año, mientras que para la confrontación de los problemas se recurrió a la heurística de Polya (1965).

Además, Cortés (2019), generó un trabajo donde analiza la manera en la cual los docentes de matemáticas conducen el proceso de enseñanza en cuanto al uso de las representaciones semióticas de las ecuaciones lineales. Utilizó una metodología cualitativa, descriptiva, por medio de una encuesta dirigida a docentes de matemática y a estudiantes, concluyendo que los docentes necesitan orientación de manera en la cual imparten la materia ya que no solo se trata de hallar algoritmos, lo cual se debe considerar las distintas representaciones que puede tomar un objeto matemático que llega a ser fundamental para la comprensión de dificultades que conllevan a la actividad cognitiva de conversión.

Armijos (2018) utilizó el método de aula invertida para despertar interés en los estudiantes en el aprendizaje de las ecuaciones lineales con dos incógnitas paralelamente indicaba a los educadores un instrumento de apoyo como nuevo método de enseñanza y motivación. La metodología estuvo inducida al análisis de ecuaciones y plano ortogonal, lo que implicó el aplicar los métodos inductivo, descriptivo y explicativo. En las conclusiones manifiesta lo efectivo del método empleado ya que los estudiantes obtuvieron un rendimiento favorable en el estudio de los S.E.L 2×2 .

Prada y Jaimes (2017) evaluaron los cambios que manifestaban los estudiantes en la habilidad para relacionar los R.R.S, tomando como base teórica los trabajos de Duval y Hitt. La metodología fue cuantitativa y descriptiva; realizando el trabajo en etapas a través de un test el cual se aplicó al inicio del experimento, después se llevó a cabo una intervención pedagógica para finalizar aplicando de nuevo el test. Los resultados determinaron que los estudiantes poseen una noción de función que no concierne a la definición formal, por el contrario, indican una serie de modificaciones conceptuales con poco razonamiento lógico.

Navia (2017) efectuó un estudio sobre las ecuaciones lineales considerando el hecho de que permiten modificar el lenguaje en otros tipos desde representaciones semióticas ya que los objetos matemáticos son intangibles. Fueron analizadas las operaciones cognitivas, procedimiento y transformación de representaciones semióticas del concepto de ecuación lineal que llevaron a cabo diez estudiantes de noveno año por medio de actividades de un módulo didáctico. Concluyendo que son variados los elementos que pueden estar vinculados al rendimiento deficiente en matemáticas, por ello se deberían elaborar estrategias de enseñanza, tomando en cuenta los preceptos de Duval (1999) para quien el implementar diversos tipos de representación semiótica posibilita la acción cognitiva sobre los objetos matemáticos.

Por último, se tiene la investigación de Báez, Pérez y Hernández (2017) quienes considerando las insuficiencias didácticas debido a que los docentes se centran en una práctica algorítmica, sin alcanzar niveles de éxito; decidieron perfeccionar el trabajo pedagógico elaborando estrategias didácticas para el proceso de la actividad de intervención por medio de los R.R.S de los objetos matemáticos variación y cambios, de manera que el estudiante comprenda las maneras tácticas que se necesitan para la resolución de problemas en matemática.

Cada uno de estos trabajos, como referentes teóricos ofrecen un sustento importante, sobre todo en las teorías que coinciden en la importancia de los enfoques de Duval (1999) quien planteó la utilización de muchos R.R.S y la transferencia entre ellos, que llegan a ser un enlace entre el

conocimiento conceptual y procedimental. Además, de ofrecer estrategias metodológicas y soluciones didácticas sumamente interesantes.

2.2 Fundamentación epistemológica, pedagógica y sociológica de la investigación

2.2.1 *Fundamentación epistemológica*

El pragmatismo asume que el conocimiento filosófico y científico es verdadero debido a sus derivaciones prácticas (Guzmán, 2018), es la postura epistemológica que fundamenta la investigación. En ese sentido, el libre ejercicio y acoplamiento de conocimientos se llevan a cabo esencialmente con base a la práctica en los contextos.

Este plantea que la validez conceptual está garantizada a partir de los efectos experimentales del concepto. En tal sentido los elementos del conocimiento (teorías, proposiciones, ideas) son concebidos como propuestas de operación para abordar problemas de dominio y manipulación de lo real, es decir la verdad es la eficacia de dichas propuestas en el desarrollo de la experiencia. Las operaciones son de índole biofísicas, percepciones específicas, del pensar racional y contemplación de la experiencia (Smith, 2018).

2.2.2 *Fundamentación pedagógica*

Pedagógicamente la investigación considera el conocimiento adquirido por los estudiantes es generado por la interacción entre ambiente social y el sujeto, es por ello que se fundamenta en el constructivismo de orientación sociocultural de Lev Vygotsky (Guerra, 2020). Desde esta perspectiva la complejidad caracteriza la construcción del conocimiento y se evidencia en la relación entre el:

- a) Estudiante que aprende, desarrollando su actividad mental de carácter constructivo;
- b) Contenido objeto de enseñanza y aprendizaje,
- c) Profesor mediador en dicho proceso de construcción

El conocimiento que logran los educandos es consecuencia de la relación social y de cultura. Evidenciando la posibilidad, al considerarlo como un ser social, que los estudiantes aprenden si tienen la intervención mediada de los adultos (Vygotsky, 1988).

2.2.3 Fundamentación sociológica

La investigación se enfoca en la explicación del cómo sucede la relación entre lo interno y externo por medio del razonamiento de la postura de los sujetos en el mundo social. Así, es revelado el sentido de las acciones y la influencia del poder sobre la decisión individual. Razón por la cual, desde un esquema relacional, se analiza tanto en la producción como en la reproducción del sentido de las prácticas sociales. En este estudio se refiere a la práctica social de la apropiación de un concepto matemático, particularmente el de S.E.L 2×2 . En ese sentido debe lograrse que los estudiantes, toquen y accedan a ese concepto desde su entorno real, sacarlo del aula y ponerlo de frente con la realidad aplicada a los objetos matemáticos. Destaca un abordaje sociológico desde una teoría de la acción de los sujetos en los diferentes campos sociales, específicamente en las matemáticas (Bourdieu, 1997).

2.3 Bases teóricas

Esta parte de la investigación refiere al desarrollo de los aspectos generales de los focos temáticos en estudio, donde se pretende conceptualizar el problema a fin de explicarlo de manera coherente. Se describen las variables en estudio que en este caso específico son la dinámica cognitiva y la representación semiótica. Empezando por identificar el proceso de enseñanza aprendizaje y, haciendo énfasis en la teoría de Raymond Duval, sobre la importancia de los registros de representación semiótica para la investigación en la enseñanza de las matemáticas.

2.3.1 Registros de representación semiótica

2.3.1.1 Definición

El ser humano para evidenciar lo que piensa y realiza debe hacer uso de diversos medios. En esta acción se debe comunicar lo cual conlleva a representar. Por ello, Duval (1999) refiere que los sujetos no pueden adquirir conocimiento sin actividad de representación. Sumado a ello, el mencionado autor afirma que enseñar y aprender matemática implica desarrollar procesos mentales que requieren de un lenguaje bien sea el natural, el de las imágenes u otro. Así, en matemática, concurren sistemas de representación numérica y simbología para denotar objetos, que tienen como finalidad la expresión de relaciones y operaciones; dándose acciones con formas semiótica distinta. Ellas son las actividades de formación de representaciones efectuadas a través de signos. Es decir, la comprensión clara de las operaciones para cambiar la forma de representar un conocimiento. Lo cual es primordial, para tratar errores, obstáculos y bloqueos del aprendizaje.

Por tanto, los R.R.S refieren a un sistema de signos con función de comunicación, de tratamiento y de objetivación. En sentido refieren a todo instrumento que permite evidenciar los conceptos y procedimientos matemáticos (letra, signos, gráficos, etc.). Todo ello con el propósito de que las personas afronten e interactúen con saberes y conocimiento matemático (Oviedo, Kanashiro, Bnzaquen y Gorrochategui, 2012).

El acoplamiento de los distintos registros de representación semiótica, pudieran ser obstáculos. En consecuencia, el pasar de un R.R.S a otro es esencial para la apropiación del conocimiento matemático. En resumen, la intangibilidad de los conceptos matemáticos conduce a tomar las representaciones para su comprensión. De estas premisas se deriva la importancia de los R.R.S por la dependencia del tratamiento de los objetos matemáticos a dichos registros (Báez, Pérez y Hernández, 2017).

Por otra parte, Duval (2016) destaca la emergencia de una doble yuxtaposición en los registros de representaciones, que conduce a particularidades fundamentales que permiten analizar las representaciones y comprender su relación desarrollo cognitivo para alcanzar el conocimiento. Estas son:

- a) Dos representaciones son distintas si sus contenidos son de naturaleza diferente. En otras palabras, no exteriorizan el mismo tipo de unidades (palabras, contornos, densidad de puntos, flechas, etc.), aunque representen el mismo objeto.
- b) Cada sistema para producir una representación (aparatos físicos, sistemas semióticos entre otros), producen tipos de representación diferentes. Razón por la cual para clasificar y analizar las representaciones exige referirse a los sistemas que permiten construirlas. Así las representaciones son independientes de los individuos. Ellas están condicionadas a los sistemas productores de representaciones.

2.3.1.2 La teoría de registros de representación semiótica

Raymond Duval expone en 1993 la teoría de registros de representación semiótica, donde establece que el uso de estas representaciones en el ámbito matemático es esencial debido a que no hay otras formas de acceder a los objetos. Ella incluye nociones en la generación de varios tipos de representaciones materiales los cuales son utilizadas en las actividades matemáticas, las evoluciones de las mismas y el rol que desempeña en el conocimiento de las matemáticas. La utilización de los R.R.S disponibles, sus conversiones y transformaciones, consideradas como necesarias en la construcción, comunicación y comprensión de las matemáticas. Igualmente,

considera que la generación e interpretación de representaciones materiales no es involuntaria por lo que su adquisición debe ser prevista en la enseñanza.

Esta teoría, manifiesta la parcialidad cognitiva de los registros en atención a lo que representa, los procesos de enseñanza y aprendizaje deben orientarse a incluir la facultad de captar, entender y comprender el conocimiento de una representación a otra (Duval, 2016). En este contexto, indica que los elementos unidos a la generación de una representación se identifican como semiosis y a la percepción conceptual de los objetos matemáticos se le denomina noesis.

Al respecto, cualquier R.R.S debe involucrar tres operaciones cognitivas básicas. En primer término, se tiene una representación identificable que es necesario para desplegar la actividad matemática. La segunda es el tratamiento que implica la transformación de las representaciones en el mismo registro. Por último, la conversión que es la representación en un registro diferente. Según Duval (1999) para los estudiantes es bastante complicado el modificar la forma de una representación y cuando tienen éxito al realizarla no necesariamente supone que tendrá igual un desempeño eficiente al realizarla en dirección contraria.

En otro sentido, Duval (1999) plantea que el estudio de las representaciones se basa en dos posiciones clásicas: 1) la oposición interna y externa y, 2) la oposición consciente y no consciente. La primera se ubica en lo directamente observable, siendo para el caso de las matemáticas, las representaciones externas aquellas que han sido objetivadas y compartidas por otros sujetos, cumpliendo así con una función intencional de comunicación. La segunda oposición, consciente y no-consciente, se refiere al hecho de pasar de un estado no-consciente a consciente, pertenece a un proceso de objetivación para el individuo.

Para cerrar este acápite debe enfatizarse en lo imprescindible de los R.R.S. Al respecto Duval (1999) afirma que:

La transformación de los R.R.S, el considerado como el desarrollo periódico de los conocimientos tanto desde una perspectiva individual, como cultural y sobre todo científico. La importancia para el funcionamiento del pensamiento, generalmente se explica por las dificultades o limitaciones que encuentra la función de comunicación que existe entre los registros (p. 19).

2.3.1.3 Clasificación de los registros de representación semiótica

Con base a lo referido en los acápites anteriores, se puede afirmar que cada representación resulta incompleta con relación al concepto matemático que representa. Esto se explica debido a que esta refiere a propiedades particulares del objeto matemático. Lo cual hace que su contenido dependa del registro de representación. En razón a este planteamiento los diversos R.R.S de cualquier objeto matemático posible de aprender, debe necesariamente interactuarse con ellos (Sánchez, 2014). Para ello se debe distinguir los tipos de registro de representación semiótica. A continuación, se describirán los registros asumiendo a Sánchez (2014).

- a) Registro de representación lengua natural puede ser oral o escrito. Posibilita realizar definiciones, ejecutar descripciones o designaciones (Báez et al.,2017). Es el de mayor predominancia, además de ser el metalenguaje de los otros y de él mismo. Debido a que filtra toda la experiencia con el mundo natural, social y simbólico o cultural. Ejemplo: “el radio es la mitad del diámetro”.
- b) Registro de representación numérica, permite valorar los atributos y elementos de los conceptos matemáticos (Navia, 2017). Asimismo, permite relacionar con representaciones gráficas y geométricas. Ejemplo: el número 3,14.
- c) Registro de representación figural-icónico comprende dibujos, esquemas, bosquejos, líneas, marcas, entre muchos; que simbolizan el objeto matemático sin aludir la cualidad de los elementos involucrados (Castro, González y Flores, 2017). Ejemplo: El dibujo a mano alzada del radio y secante del círculo.
- d) Registro de representación tabular, donde se presentan datos por medio de filas y de columnas visualizándose la información globalmente, las relaciones y comparaciones entre los diferentes datos presentados. Así como deducir propiedades y características del objeto matemático (Andrades, 2017). Ejemplo:

Tabla 1-2: Representación tabular

Diámetro (cm)	Radio (cm)
6	3
10	5
12	6

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

- e) Registro de representación algebraico facilita generalizar, modelar y caracterizar el objeto matemático que simboliza (Rojas, 2015). Ejemplo: La proposición “el diámetro es el doble del radio” la cual se escribe $D = 2r$.
- f) Registro de representación geométrico, incluye a los sistemas cartesianos y gráficos asociados a ellos (Sánchez, 2014). Estos posibilitan deducir las relaciones en los elementos involucrados lo cual se traduce en la comprensión del conocimiento matemático.
- g) Registro de representación gráfico que facilita derivar visualmente el comportamiento y elementos para el tratamiento particular del contenido matemático.

Para Duval (2016), los atributos y propiedades, característica de un objeto matemático es destacado por cada registro de representación, que al integrarla resulta una configuración profunda y extensa del concepto. En ese sentido el estudiante aprehenderá el conocimiento a través de la combinación y coordinación de dichos registros. Permitiendo al estudiante adecuarse al registro más coherente con su estilo de aprendizaje.

Específicamente para el objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en este estudio serán asumidos los registros verbal, tabular, algebraico y gráfico. A continuación, se describen cada uno de ellos enfocándose a dicho objeto y tomando como referencia a Becerra (2019).

- a) Registro verbal: otorga una mirada descriptiva casi siempre cualitativa del objeto matemático. Generalmente se inicia de esta representación para interpretar los otros lenguajes y así obtener un mayor nivel de abstracción. Específicamente en sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , mediante un enunciado, se describen los datos numéricos e información que se relaciona con dos variables.
- b) Registro algebraico: con este tipo de registro se simboliza la generalidad, a través de la representación de cualquier elemento de un determinado conjunto numérico. Para el objeto matemático en estudio, es un par de ecuaciones de primer grado, cada una con dos variables. Pudiendo estar formuladas implícitamente, explícitamente o combinadas.
- c) Registro tabular: establece lo cuantitativo, fácilmente interpretable desde una relación con la identificación de pares ordenados. Es por medio de dos tablas de valores; cada tabla es un arreglo de dos filas: En la superior se ubican los valores que toma la variable

independiente y en la inferior se ubican los valores que se obtienen para la variable dependiente. De esta manera se expresa la relación que existe entre dos variables y las columnas conforman los pares ordenados.

- d) Registro gráfico: la representación en el gráfico cartesiano es ideal para establecer la dependencia entre variables. A lo cual se le suma el realizar la lectura, interpretación y construcción de gráficas. Igualmente, posibilita determinar la relación entre las magnitudes simbolizadas. Para graficar un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas se requiere la ubicación de pares ordenados, donde valores de la variable independiente son expresados en el eje X (eje de las abscisas) y los de la dependiente en el eje Y (eje de las ordenadas). Es de destacar que las rectas que resulten al graficar pueden ser: paralelas, secantes o coincidentes.

2.3.1.4 Registro de representación semiótica y la psicología del estudiante

La teoría de Duval es coherente con la teoría sociocultural de Vigotsky. En ese sentido se presenta una descripción de tal enfoque constructivista para comprender y situar la psicología del estudiante. Para la teoría sociocultural de Vygotsky el aprendizaje depende de la comunicación y del desarrollo. Destaca que el desarrollo no es solo una exhibición de caracteres heredados, sino consecuencia del intercambio de características físicas, bioquímicas y fisiológicas, además del contacto experimental de las realidades de un contexto establecido. La conducta intelectual, así como los caracteres psíquicos de un individuo y de los fenómenos relacionados con ellos, son efectos de una particular influencia social del organismo de los sujetos. Dicha influencia se establece de una forma dialéctica. Sin embargo, para comprender cualquier aprendizaje debe precisarse que tanto se han desarrollado las experiencias previas. En ese sentido, es necesario precisar en la organización funcional del cerebro la clase de complejidad que ha adquirido.

Lo planteado en el párrafo anterior, constituye uno de los aportes más significativos de Vygotsky (1978). Desde la didáctica, el desarrollo conseguido no es algo perdurable, más bien es un intervalo de gran amplitud y flexible. Al respecto, el mencionado autor presentó el principio de la zona de desarrollo próximo. Esta comprende la distancia entre el nivel desarrollo real donde el sujeto puede realizar actividades independientemente y la potencialidad donde el sujeto requiere la ayuda de una persona con mayores capacidades.

Este principio debe entenderse a profundidad, por cuanto es el fundamento para comprender el aprendizaje en una vinculación dialéctica con el desarrollo. Por tanto, el proceso de aprendizaje es una dinámica influida y limitada por las intervenciones concretas para el alcance del

aprendizaje tutelado. En este sentido, en el área de desarrollo potencial es donde se construye el aprendizaje. A partir de ella se da una estimulación y activación de los procesos internos dentro de las interrelaciones transformándose en adquisiciones internas (Vygotsky, 1978).

Resalta en la teoría vygotskiana, el establecimiento de las estructuras cognitivas, donde la apropiación de la cultura generada a través de la evolución histórica es la de mayor responsabilidad. En menor cuantía el despliegue y acoplamiento de las acciones realizadas por las personas. Por tal razón, la perdurabilidad de la cultura implica transmitir saberes de la realidad en un espacio temporal y cultural.

La psicología soviética valora la educación como proceso social, más que como actividad individual de la persona. Asimismo, considera imprescindible el desarrollo del lenguaje, ya que este es imprescindible para comunicar las vivencias del hombre a través de todos los tiempos. Otro aspecto significativo, es la subordinación de lo orgánico respecto a lo psicológico, que implica considerar el lenguaje prioritario para la transmisión social. A través de él es posible la adquisición de la experiencia humana social.

Los trabajos de Duval como teoría de la mediación semiótica, fundamenta su teoría desde la perspectiva vigotskyana, según la cual estos son objetos cognitivos, herramientas psicológicas y materiales. Ellos son mediadores entre el individuo y su contexto, debido a su carácter portador del pensamiento y el saber cultural de las personas (Duval, 1999). Los trabajos de Vigotsky exponen la trascendencia de la interacción social en la enseñanza y el aprendizaje. Explica que la apropiación conceptual parte de las acciones de los estudiantes sobre las diversas representaciones semióticas del concepto. Ella se genera a un nivel intersíquico en interacción social con otros individuos, hasta su apropiación a un nivel intrasíquico.

2.3.1.5 Enseñanza

La enseñanza es una tarea compleja que involucra muchos elementos y que tiene como objetivo básico y primordial el promover el aprendizaje e involucra los aspectos relacionados con el aprender del estudiante y por esto se tiene la incógnita de entender si el enseñar es sólo un paso para el aprender, es decir, como enseñar es el objetivo principal del docente, debería tener claro que el aprender debe ser un estímulo que debe crear en el estudiante, teniendo presente que el enseñar es un acto que no debe ser de obligación, sino de vocación e interés por hacerlo ya que es un acto de construcción de conocimientos para que los estudiantes lo incorporen a su estructura cognitiva y los apliquen en situaciones de la vida cotidiana.

Como indica Temporetti (citado por Yomar, 2020), el docente enseña para que el estudiante aprenda, sin embargo, en algunos casos el docente enseña y permite al estudiante adquirir toda la responsabilidad del proceso de aprender desarrollando previamente la atención, la memoria y la metacognición. Al respecto, los métodos de enseñanza tienen su base en las teorías del aprendizaje que comprenden el conductismo, cognitivismo, construccionismo y conectivismo. Los modelos conductistas especifican cuál es el comportamiento que se desea implantar, condicionando a los estudiantes para que respondan a estímulos, mientras que el modelo cognitivista toma en cuenta el proceso natural del aprendizaje basado en las intuiciones del que aprende. Por su parte, el método construccionista permite la construcción del conocimiento por parte del mismo estudiante y por último el método conectivista involucra las redes y las conexiones entre ideas y conceptos (Cruz, 2020).

2.3.1.6 Proceso enseñanza – aprendizaje

El proceso enseñanza – aprendizaje es definido por Silvestre y Zilberstein (2000), como:

La relación sistémica de los componentes didácticos hacia una interacción dinámica de manera creadora, reflexiva y crítica de los individuos y con fines de aprendizaje los cuales constituyan acciones encaminadas al conocimiento, al desarrollo y aprendizaje del estudiante (p. 20).

En la actualidad han cambiado los paradigmas donde la manera de enseñar y aprender conlleva a la relación beneficiosa docente-estudiante con un aprendizaje para ambos. De allí que el docente debe enseñar al estudiante a aprender y los estudiantes a su vez deben instruir a los docentes a enseñar mejor. Al respecto Temporetti (2015) manifiesta que las instituciones educativas tienen como misión ocuparse de dos tareas básicas que son enseñar y aprender. En ellas surgen nuevos retos que desafían la praxis pedagógica convocando a los docentes a intervenir favorablemente en la formación integral de los estudiantes.

Por lo referido en el párrafo precedente, enseñar y aprender debe caracterizarse por responder al mismo ritmo de las evoluciones que experimenta la sociedad. En razón a esto, es necesario actuar de manera innovadora por cuanto no se pueden afrontar desafíos con planteamientos obsoletos, es necesario cambiar el discurso y las estrategias de acción. De hecho, en la actualidad en cuanto a los contenidos curriculares, los docentes explican en función de métodos tradicionalistas, que involucran el transmitir contenidos que el estudiante debe memorizar y luego repetir, lo cual es bastante difícil y más aún en el área de matemáticas, donde el docente debería ayudar a los estudiantes a formar uniones entre su lenguaje intuitivo y el lenguaje abstracto/simbólico de las

matemáticas. No se están aplicando metodologías activas que permitan la integración adecuada del estudiante en su formación. El docente debe actuar como facilitador de conocimientos y el estudiante el constructor del mismo.

2.3.2 Dinámica cognitiva

2.3.2.1 Definición

El conocimiento matemático en las personas pasa de un estado a otro. Razón por la cual diversos autores han intentado representar la apropiación de los conceptos matemáticos. Entre ellos Piaget (1978) y Dubinsky (1991); quienes han establecido transformaciones sobre un objeto (acciones, procesos, objetos y esquemas) y mecanismos intelectuales (interiorización, coordinación, encapsulación, desencapsulación y tematización) para la apropiación cognitiva de conceptos matemáticos. En este aspecto, deriva de lo explicado que el aprendizaje del objeto matemático sufre cambios en la ruta de apropiación por parte del individuo. Estas transformaciones es lo que se va a entender en esta investigación como dinámica cognitiva.

En base a lo anteriormente mencionado, se puede relacionar a la dinámica cognitiva en matemática con la construcción de estructuras. Es decir, entidades matemáticas con la particularidad de movilizarse entre niveles. Una operación de tales entidades se transforma en objeto de la teoría. Esto sucede de manera recursiva hasta consolidar estructuras que se modifican hasta ser más sólidas (Piaget, 1978).

Para la comprensión de la dinámica cognitiva se asumirá la teoría APOE (acrónimo de los tipos de estructuras mentales que construyen los estudiantes en una actividad matemática: Acción, Proceso, Objeto, Esquema) de Dubinsky, donde se toma el concepto de abstracción reflexiva para explicar la forma de alcanzar un concepto matemático. Resulta importante destacar que la teoría de registros de representación no estudia construcciones y procesos intelectuales que no impliquen directamente la utilización de representaciones externas, tal cual fue descrito en apartados anteriores. Por tal razón, resulta conveniente los desarrollos teóricos de APOE, por cuanto es una opción para analizar el pensamiento matemático y fundamentarse en el concepto de abstracción reflexiva (Romero, 2019).

2.3.2.2 Construcciones y mecanismos mentales de la dinámica cognitiva

La teoría APOE considera que las construcciones son formas de conocer y que los mecanismos mentales son procesos de construcción. Así definen acción como una transformación de un objeto que es distinguida por la persona como externa. La transformación es llevada a cabo como una respuesta a instrucciones precisas sobre los pasos que se van a seguir (Jaimes *et al.*, 2017). Es importante señalar que, si una persona solo puede afrontar un objeto matemático utilizando este tipo de transformaciones, se ubica a nivel de acción.

Otro elemento significativo es el proceso, el cual es descrito en la referida teoría, como la posibilidad de reflexionar sobre el concepto sin ningún tipo acción sobre él. Es decir, el estudiante no requiere de instrucciones externas. Igualmente, no necesita realizar todas las transformaciones para intuir el resultado, pudiendo cambiar el orden en ellas (Valdivia y Parraguez, 2015).

Con respecto a los objetos, Dubinsky (1991) establece que se adquiere la concepción objeto cuando se reflexiona de un modo más general sobre un proceso particular, y lo concibe como una totalidad, además de realizar transformaciones sobre él. Esto es, una vez internalizado el proceso, el objeto existe en el esquema cognitivo requiriendo la asignación de una etiqueta para el objeto (Jaimes *et al.*, 2017). En esta teoría los esquemas son entendidos como construcciones mentales que contienen la descripción, organización y ejemplificación de las estructuras cognitivas que un individuo ha construido con relación a un concepto matemático. Para Dubinsky (1991), el dinamismo y su reconstrucción continua, constituyen las características más relevantes de ellos. Este autor afirma que ambas características se presentan en una actividad del sujeto en situaciones matemáticas específicas.

Al referirse a los mecanismos mentales, para realizar procesos internos que den significados a los fenómenos percibidos debe desarrollarse la capacidad de utilización de símbolos, lenguajes, imágenes, e imágenes mentales. Esta capacidad es llamada interiorización, la cual habilita a un individuo a la reflexión en y sobre una acción, pudiendo combinarse con otras (Dubinsky, 1991). En tanto que la coordinación se concreta cuando se construye una nueva acción, proceso u objeto, lo cual se realiza por medio de la composición de dos o más (Tall, 1991), como se citó en (Suárez, 2015).

Para Rodríguez *et al.* (2019), encapsular es la “conversión de un proceso (dinámico) en un objeto (estático)” (p. 21). Es decir, “el sujeto toma conciencia del proceso como una totalidad, puede pensar en él como un todo y actuar sobre él, exhibiéndose así una concepción objeto del concepto” (Tall, 1991, p. 101). Por otro lado, desencapsular significa tener acceso a los procesos que

constituyen el objeto, revertirlo en otro proceso para producir un nuevo proceso. Otro mecanismo mental es la tematización entendida como la capacidad de utilizar esquemas existentes referidos a un conjunto de fenómenos. Para Valdivia y Parraguez (2015) representa la forma más simple de abstracción reflexiva.

En la Figura 1-2: se sintetiza la relación que se da entre las construcciones y mecanismos mentales descritos anteriormente.

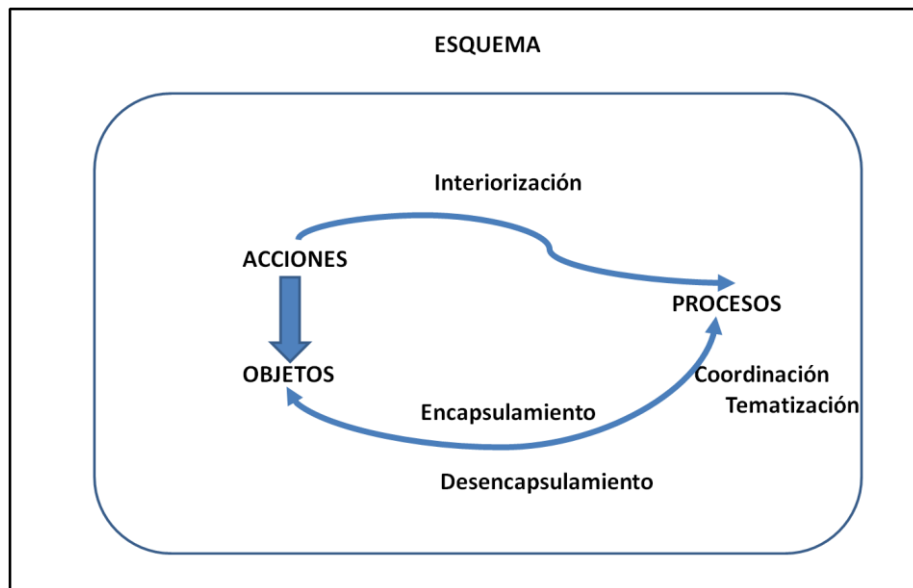


Figura 1-2: Construcciones y mecanismos mentales

Fuente: Tomado de (Jaimes, Chaves y Vargas, 2017, p. 73)

Se visualiza en la Figura 1-2, que al reflexionar sobre una acción y el sujeto la describe sin realizarla, incluso invierte la secuencia de acciones, estas se interiorizan en un proceso. Luego si el individuo razona sobre un proceso y lo transforma, se dice que lo ha encapsulado en un objeto sobre el cual puede realizar acciones. Existe la posibilidad tematizar en un esquema al integrar una colección de acciones y procesos. Además, un proceso se puede revertir en otro proceso, o dos procesos pueden coordinarse para producir uno nuevo; los objetos se pueden desencapsular para tener acceso a los procesos que los componen.

2.3.2.3 Importancia de la dinámica cognitiva en la enseñanza

Por las dificultades, barreras y conflictos que afrontan los estudiantes cuando pretenden construir conceptos matemáticos, la dinámica cognitiva emerge como una herramienta potente para revelar el porqué de esos problemas. Ella permite realizar un análisis teórico, el cual fue explicado en el acápite anterior, que permite clarificar construcciones y mecanismos mentales que realiza un

estudiante para apropiarse de un concepto matemático determinado. En él debe considerarse el análisis de libros de texto, la práctica experiencia, de los educadores e investigadores y los resultados de experiencias y estudios previos. Esto con la intencionalidad de visibilizar aspectos que pueden apoyar al diseño de ruta constructiva de un concepto en particular. Sumado a lo anterior, la descripción de la dinámica cognitiva permite configurar el conocimiento y la cognición del concepto matemático. Resulta importante en el análisis teórico, cuestionar el qué significa comprender un concepto matemático y el cómo el estudiante logra tal comprensión (Romero, 2019). Sin duda esto suscita al razonamiento sobre qué es conocer y entender un objeto matemático y el alcance de la manera de concebirlo por parte del estudiante. En consecuencia, esto trasciende la postura mecánica y algorítmica de la aparente construcción de un concepto matemático.

El conocimiento de la dinámica cognitiva conduce al docente integrar el saber acerca de los estudiantes y el conocer sobre las matemáticas. En otras palabras, combina lo cognitivo de los educandos con procesos matemáticos que surgen de la interacción con los conceptos para su comprensión. En consecuencia, el docente puede prever errores y dificultades anticipando el origen. Igualmente, facilitaría detectar concepciones erróneas coadyuvando al uso de procesos de mediación que atenúen o corrijan totalmente a estas (Amaya, 2016). Todo lo anterior le brinda la oportunidad al profesor para enriquecer el aprendizaje de sus estudiantes por cuanto se anticiparía a lo que harán y pensarán, y de esta forma daría sentido a los contenidos matemáticos a través de estrategias didáctica que promueva la construcción idónea del conocimiento matemático.

En coherencia con lo explicitado en el párrafo anterior, el docente requiere fundamentar su praxis en el conocimiento de la dinámica cognitiva para argumentar las decisiones que asuma sobre la secuencialización y la pertinencia conceptual. De esta manera, asignaría significado y sentido a un concepto matemático. Particularmente, sería útil para la elaboración de una secuencia de los registros y las representaciones semióticas. Así, seleccionaría el registro a utilizar como principal y hacia cuáles se orientaría las conversiones y tratamientos necesarios en cada uno de ellos para facilitar la comprensión conceptual.

2.3.2.4 Dimensiones de la dinámica cognitiva

Las matemáticas presentan una situación epistemológica particular que obliga a considerar las representaciones semióticas de manera profunda como papel esencial en el aprendizaje de un contenido matemático. En ese sentido, Duval (2016) destaca que son la vía adecuada para acceder

a los objetos matemáticos. Esto conlleva al asunto cognitivo de ir desde la representación de un objeto a otra representación de ese mismo objeto.

Considerando así la implicación intrínseca de las destrezas matemáticas en la transformación de representaciones semióticas. Así, la posibilidad del tratamiento matemático depende del sistema de representación: Donde su función primordial de los signos no es situarse como los objetos matemáticos, sino de proporcionar la posibilidad de suplir algunos signos por otros. En razón a esto las representaciones semióticas son el medio para comunicar, objetivar y transformar el conocimiento matemático. Para Duval (2016) las operaciones cognitivas promovidas por registros semióticos asociados a la aprehensión de un concepto matemático propias de toda representación son: formación de representación identificable, tratamiento y conversión.

a) Formación de representación identificable

De acuerdo con Duval (2017), esta operación cognitiva implica la elección entre los caracteres y determinaciones que constituye lo que se precisa es simbolizar. Es decir, es el uso de signos para mirar un objeto, transformar su perspectiva o remplazarla. En relación con esto Cortés (2019), refiere que Duval indica que la actividad cognitiva debe empezar con el registro semiótico particular estableciendo sus representaciones, es decir con la formación de una representación. En ella se establecen señales apreciables y reconocibles como la representación del objeto. Es decir, el individuo debe poder exteriorizar un objeto desde la representación del mismo en un sistema específico. Esto significa que dicha representación debe satisfacer las reglas de concordancia, desde la comunicación y transformación. En definitiva, para caracterizar esta operación cognitiva se debe considerar las conceptualizaciones, características, métodos y aplicaciones del objeto matemático.

b) Tratamiento de una representación

Conociendo la actividad cognitiva de transformación, son dos los tipos de transformaciones que permiten las representaciones semióticas: el tratamiento y la conversión. Duval (2017) afirma que ambas permiten el paso de un registro a otro, y así encontrar las unidades significativas de ellos. Específicamente el tratamiento hace referencia a las transformaciones que se realizan dentro de un mismo registro. Pueden ser realizadas a partir de la formación de reglas únicas características del sistema y producen otras representaciones impulsoras de nuevos conocimientos. Esta actividad cognitiva es la transformación interna en un registro o en un sistema, por tanto, cada tratamiento realizado informa la exploración y el uso de las reglas inherentes a cada registro.

Al efectuar un tratamiento se aumenta la información del objeto de referencia, así se ve de manera distinta en el mismo registro. Evidentemente, las reglas que determinan este tipo de transformación vienen dadas por las posibilidades del registro en el cual se efectúan, por lo cual no pueden generalizarse. En relación con eso deben distinguirse la identificación de relaciones, descripción de ellas y el uso de reglas; con el propósito de explicar esta operación cognitiva (Lourido, 2020).

c) Conversión de una representación

Es referida por Duval (1999) como una transformación de una representación dada en un registro diferente. Existe la posibilidad de conservarse parte del significado inicial, pero a pesar de ello viabiliza otras significaciones del objeto representado. Es importante destacar que, si un sujeto alcanza la competencia de ir de un registro de representación semiótico a otro, está confirmando la generación de nuevos conocimientos y de otras significaciones relativas al contenido matemático que se aborda. De este modo puede expresarse que la conversión es una transformación externa que lleva de un registro a otro. Es decir, un inter registro o transregistro. En esta definición, subyace la complejidad inherente a la comprensión, desde acá se admite que la capacidad de realizar conversiones espontaneas de un registro a otro es lo que permite reconocer el alcance de la comprensión en general y de los objetos matemáticos en particular. En la Figura 2-2, se visualizan las actividades cognitivas descritas.

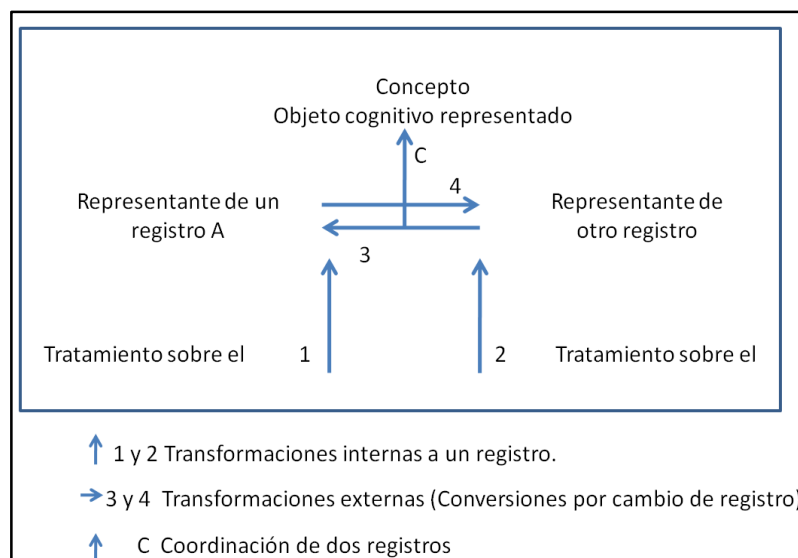


Figura 2-2: Actividades cognitivas de representación semiótica

Fuente: Tomado de (Duval, 2003, p. 68)

En atención a lo referido a los distintos tipos de actividades cognitivas, resultan importantes para el aprendizaje de los estudiantes por cuanto es posible establecer una mediación para que ellos

puedan realizar transformaciones produciéndose así una comprensión del concepto matemático. Con respecto a esto Duval (2016) enfatiza que se debe tener un pleno conocimiento de los registros de representación semiótica iniciales y finales. Igualmente refiere la conversión como un proceso esencial, ya que permite a los estudiantes relacionar diferentes maneras de representar los contenidos matemáticos. Esto constituye el indicio inicial de la comprensión de los conceptos matemáticos. Por esta razón Muñoz, Erazo, y Marmolejo (2013) refieren a la congruencia y la designación de objetos como categorías a considerar en la conversión entre las representaciones.

Para la congruencia, los autores mencionados establecen tres criterios para garantizar la producción óptima de una representación semiótica.

- a) Correspondencia semántica entre unidades significantes: Refiere que cada unidad significante (U.S) del registro inicial se vincula directamente con otra del registro de llegada.
- b) Univocidad semántica terminal: Significa la correspondencia única de las unidades significantes elementales del R.R.S de partida con solo una U.S elemental del R.R.S de llegada.
- c) Orden del arreglo de las unidades que componen cada representación: Establece la orientación de la correspondencia semántica para que sean aprehensibles en el mismo sistema en las dos representaciones.

En cuanto la designación de objetos, específicamente en ecuaciones lineales, Duval (2016) afirma que es necesario plantear como una ecuación o sistema de ecuaciones el enunciado de un problema. Para lo cual debe considerarse la designación de objetos funcional y la producción de la ecuación.

- Designación de objetos funcional: redesignando los datos conocidos y desconocidos. Es un proceso de decisión en cuanto a la elección de la incógnita.
- Producción de la ecuación: es relacionar cantidades conocidas con desconocidas. Para ello debe basarse en las designaciones realizadas con los objetos, y relacionarlos considerando la información inicial del problema.

Para ejemplificar las operaciones cognitivas descritas se sigue a Duval (2017) para realizar el análisis semiótico de una situación problemática. El referido autor sugiere realizar el análisis en

dos momentos. En el primero en atención a lo referido en el problema, se establecen las incógnitas asignándole un símbolo a los objetos involucrados. Después se vincula lo desconocido con lo conocido y se determina la ecuación. El segundo momento tiene que ver con identificar los criterios de congruencia y no congruencia entre los registros de representación semiótica.

Se considera el siguiente problema: Al sumar dos números resulta 8. Se sabe que el mayor es igual al menor aumentado en 2. Hallar los números de manera algebraica y gráfica. Al resolverlo se procedería de la forma que se presenta en la Tabla 2-2, donde se ha identificado las operaciones cognitivas.

Tabla 2-2: Ejemplificación de las operaciones cognitivas

Operación cognitiva	Desarrollo de la resolución del problema
<p>Formación representación identificable</p> <p>Los datos y las incógnitas se combinan mediante símbolos.</p> <p>x: número mayor</p> <p>y: número menor</p> <p>al utilizar las condiciones del problema nos queda:</p> $x + y = 8$ $x = y + 2$ <p>Se utiliza estrategias para pasar de enunciados verbales a expresiones algebraicas.</p>	<p>Este problema es aritmético.</p> <p><u>Las incógnitas son:</u></p> <p>Valor numérico del número mayor y menor</p> <p><u>Los datos conocidos son:</u></p> <p>La suma de las cantidades desconocidas que es igual a 8. Y la diferencia entre los números es 2.</p> <p><u>Las relaciones entre las cantidades desconocidas y los datos conocidos:</u></p> <p>i) La primera proposición que presenta el enunciado es: “La suma de dos números es igual a 8” Estas dos cantidades (la suma de los dos números) que se relacionan con el dato (8) se pueden representar de la siguiente manera: Numero + otro número</p> <p>Al designar con la letra “x” a uno de los números y con “y” al otro número.</p> <p>Entonces, la proposición “la suma de dos números es 8” queda reducida mediante la expresión algebraica: $x + y = 8$</p> <p>ii) La segunda proposición que presenta el enunciado es: “El mayor de ellos es igual al menor aumentado en 2”.</p> <p>En este caso el número mayor se debe igualar al número menor más dos, que se puede representar de la siguiente manera: Número mayor = otro número menor.</p> <p>La letra “x” designa al número mayor y la “y” al número menor.</p> <p>La expresión algebraica que representa la proposición es: $x = y + 2$</p> <p>En esta proposición existe una redesignación funcional, ya que para saber el valor de una de las incógnitas es necesario hacer uso de las condiciones del problema.</p> <p>El problema escrito en lengua natural fue pasado a un sistema de ecuaciones lineales, es decir, a registro algebraico. Se evidencia la operación cognitiva de conversión.</p>
<p>Tratamiento de una representación</p> <p>Se aplica la propiedad de adición y el concepto de ecuaciones equivalentes. Es necesario reconocer propiedades de la relación de igualdad para poder</p>	<p>En las expresiones que resultaron, se puede transformar en otra ecuación aplicando propiedades que permiten expresar la ecuación inicial en una equivalente. Que dos o más ecuaciones sean equivalentes significa que se</p>

<p>manipular transformaciones adicionando o multiplicando según el caso. Aplicar métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales y se obtiene</p> $x = 8 - y$ $x = y + 2$	<p>cumple si, y solamente si, tienen el mismo conjunto de solución. Así en el sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas:</p> $x + y = 8$ $x = y + 2$ <p>Se despeja x en la primera, resultando:</p> $x = 8 - y$ $x = y + 2$ <p>Aplicando el método de igualación</p> $8 - y = y + 2$ <p>Despejando y:</p> $y = \frac{6}{2}$ $y = 3$ <p>Al sustituir en</p> $x = y + 2$ $x = 5$ <p>Así, el número mayor es 5 y el menor es 3.</p>
<p>Conversión de una representación</p> <p>Se utiliza operaciones sobre el proceso de solución de una ecuación, a través de la producción de ecuaciones equivalentes mediante la aplicación de propiedades de la igualdad. Así mismo es necesario el dominio de operaciones algebraicas básicas, representación de pares ordenado en el plano cartesiano y graficar rectas interpretando los puntos de intersección como solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas</p>	<p>La segunda parte del problema exige resolverlo de manera gráfica. Para ello se debe hacer uso de la operación cognitiva conversión. En este caso se usa una doble conversión. Primero se transforma el registro de representación algebraico del sistema de ecuaciones al tabular y luego al gráfico. En este sentido se hará una transformación externa de un registro a otro.</p> <p>Así, en el sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas despejamos x en ambas ecuaciones.</p> $x + y = 8$ $x = y + 2$

Resultando

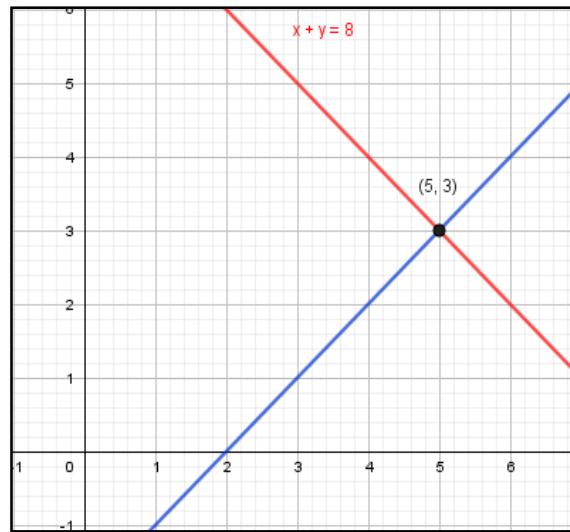
$$x = 8 - y \quad y \quad x = y + 2$$

Luego se transforma al registro tabular realizando una para cada ecuación obtenida, dando valores a y para encontrar los valores x

$x = 8 - y$			
Y	0	1	2
X	8	7	6

$x = y + 2$			
y	0	1	2
x	2	3	4

Con los registros tabular se procede a graficar en el plano cartesiano cada uno de los pares ordenados (x,y)



La solución del sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas es el par ordenado $(5,3)$, el cual es el punto donde se cortan las gráficas de las ecuaciones.

Así, el número mayor es 5 y menor es 3.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

2.3.2.5 Aprendizaje

El aprendizaje dependiendo del contexto en el cual se ubica la investigación, presenta distintas connotaciones, en lo particular, en el ámbito de la pedagogía implica un aspecto de escolarización que puede ser formal y no formal, por ello, se puede coincidir y es en el hecho de que el aprendizaje involucra “procesos lógicos y abstractos para la construcción y reconstrucción del conocimiento, en el cual los estudiantes logren las destrezas necesarias para que se desempeñen adecuadamente en el mundo competitivo” (Jaramillo y Puga, 2016, p.31).

Al respecto Ausubel (1991) manifiesta que el aprendizaje se fortalece hacia otros niveles de significados por medio de la secuencia de contenidos, la diferenciación progresiva considerada como aprendizaje subordinado, además la reconciliación integradora del aprendizaje superordenado y combinatorio y, la fijación conceptual, es decir la realización de tareas relevantes para afianzar los significados y acceder a la asimilación de información. En síntesis, según Ausubel, el aprendizaje significativo debe promover cambios cognitivos importantes y eficaces, capaces de irrumpir el carácter enredado y demostrativo que tiene el aprendizaje verbal y simbólico.

Por otra parte, en cuanto al aspecto del aprendizaje de los objetos matemáticos, base de esta investigación, se tiene el enunciado de Duval (1999) quien atribuye que el aprendizaje de dichos objetos es conceptual y por medio de representaciones semióticas se puede realizar actividades sobre ellos, considerando que el aprendizaje puede llegar a ser difícil en el sentido de que solo los objetos matemáticos pueden tener relación con los R.R.S.

En tal sentido, el aprendizaje es resultado de la relación entre el aprendiz y un objeto de conocimiento. Para D'Amore, Radford y Bagni (2017) lo sensorial toma las formas que le exigen las estructuras de la dinámica cognitiva. Por lo que el aprendizaje es el resultado de la interacción del aprendiz con sus estructuras cognitivas y experiencias sensoriales. Por tanto, el educando genera estructuras cognitivas desde sus experiencias, con participación en una real y personal construcción. Esto representa una transformación de un objeto de conocimiento. Es decir, el estudiante entra en contacto con dicho objeto lo transforma y reconstruye, por medio de la dinámica cognitiva que tiene.

Para los autores referidos en el párrafo anterior, el aprendizaje es considerado como la elaboración de la experiencia, desde el acercamiento con el sujeto que aprende. Esto es una interacción entre el estudiante y su entorno, condicionada por el modo que el aprendiz interioriza el mundo externo

y su compromiso con el proceso de simbolizar. En palabras de Duval (2016) es una elaboración con cualidades internas y sociales; instaurada en los sistemas semióticos de representación. Emerge de este planteamiento el aprendizaje producto de la intervención y uso de signos. Donde la construcción de conocimientos esta permeado por el uso subjetivo e intersubjetivo de signos y representaciones de los objetos sujetos a la adquisición conceptual.

De lo anterior se establece que la dinámica cognitiva es producto de la mediación de instrumentos materiales o simbólicos, y el aprendizaje es dependiente de dichos instrumentos de mediación, los son activados para la construcción de aprendizajes significativos. Enfocar el aprendizaje desde la dinámica cognitiva, distingue la inestabilidad, estabilidad y emergencia; que según López (2017, p. 32) pueden explicar el aprendizaje en atención a las propiedades siguientes:

- a) Resistencia al cambio por parte de los patrones de comportamiento.
- b) Las emergencias de inestabilidad producen cambios en comportamiento.
- c) Los estados atractores de campos dinámicos, son representaciones con estabilidad.
- d) La inestabilidad de los campos dinámicos permite el surgimiento de los procesos cognitivos.
- e) Los cambios del comportamiento o de los campos dinámicos son aprendizaje.

En razón a lo expuesto y en coherencia con Duval (2016), el aprendizaje de los conceptos matemáticos debe entenderse desde y en la actividad matemática. Es decir, en las mediaciones semióticas integrantes del procesamiento matemático, con lo cual se genera una construcción de la coordinación interna de los diversos registros semióticos que pueden ser elegidos y usados en la movilización de conocimiento matemático. En definitiva, es evidente el impacto positivo sobre el aprendizaje, si este es orientado hacia el cambio y el acoplamiento de los diversos R.R.S Duval (2017). Con este señalamiento el autor apunta a la propuesta de destinar un tiempo considerable a la preparación didáctica de la enseñanza que permita explicitar las reglas de coordinación y en ella de conversión entre los registros semióticos.

2.3.3 Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

2.3.3.1 Definición

Un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas es un conjunto de ecuaciones lineales con dos incógnitas para el cual se requiere encontrar una solución común que cumple todas las ecuaciones a la vez. No obstante, para conceptualizar el sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas se tomó como referencia el texto sugerido por el MINEDUC: Matemática 10° grado

E.G.B. Texto del estudiante (Ministerio de Educación, 2016), el cual fue modificado curricularmente, indicando que un sistema de ecuaciones es un conjunto de dos o más ecuaciones con varias incógnitas que deben verificarse simultáneamente. Un sistema de ecuaciones lineales de 2×2 se representa con dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, y su propósito es conseguir una solución, en donde dichas resoluciones lleguen satisfacer cada una de las ecuaciones establecidas. Cada par de valores x e y (x, y) que identifican paralelamente las ecuaciones de un sistema es una solución del sistema, se escribe agrupándolas por medio de una llave y se la describe de la siguiente manera:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a_1x + b_1y = c_1 \end{cases}$$

Dónde:

x e y = incógnitas.

a, b, a_1, b_1 = coeficientes.

c, c_1 = constantes.

2.3.3.2 Tipos de sistemas

Tomando en cuenta el número de soluciones los tipos de sistemas pueden llegar a ser:

- a) **Sistema compatible determinado:** Las dos rectas son secantes y tienen un solo punto en común. El sistema tiene única solución.

- b) **Sistema compatible indeterminado:** Las dos rectas son coincidentes, tienen todos los puntos comunes. Todas las soluciones de una de las ecuaciones son también de la otra. El sistema tiene infinitas soluciones.

- c) **Sistema incompatible:** Las dos rectas no se intersecan, no tienen ningún punto en común. El sistema no tiene solución. (Ministerio de Educación, 2016).

A continuación, se muestra la representación gráfica de cada uno de los tipos de sistemas de acuerdo con el número de soluciones que puede llegar a tener:

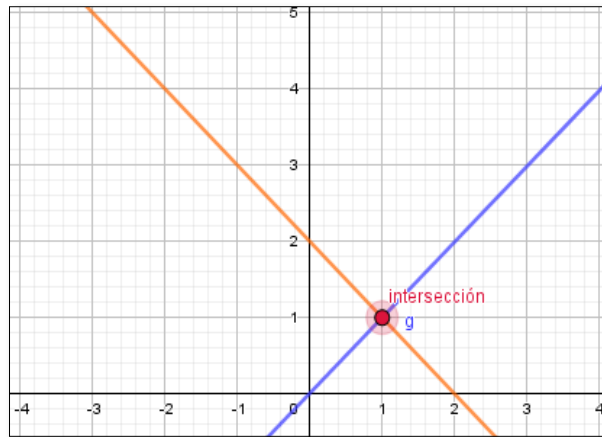


Figura 3-2: Sistema compatible determinado

Realizado por: Concha, L. 2021

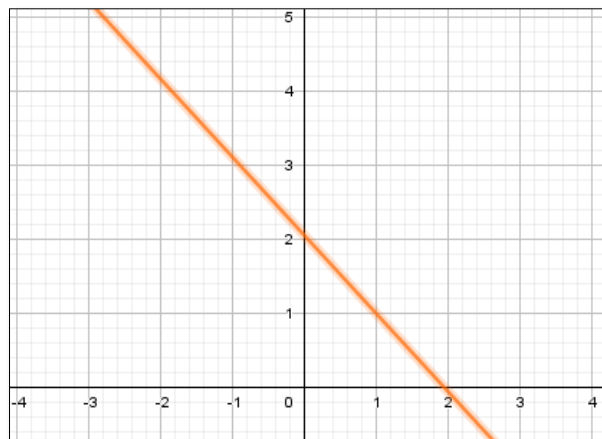


Figura 4-2: Sistema compatible indeterminado

Realizado por: Concha, L. 2021

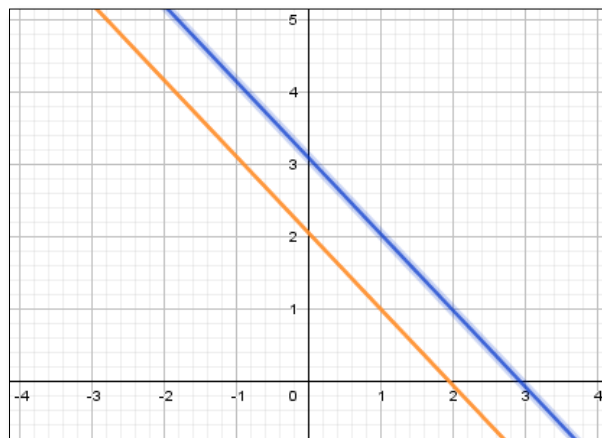


Figura 5-2: Sistema incompatible

Realizado por: Concha, L. 2021

2.3.3.3 Solución de un sistema de ecuaciones lineales 2×2

Para resolver un sistema de ecuaciones de 2×2 , es relevante conocer que se va a hallar los valores de las incógnitas, las cuales se verifican por medio de las ecuaciones de forma simultáneas, pues el conjunto de dichos valores se los conoce como solución de los sistemas, estas soluciones o resultados son de tipo de sistemas con puntos de corte de las rectas que simbolizan cada una de las ecuaciones de dicho sistema, el procedimiento mediante el cual se halla una solución (cuando exista), es considerado como resolución del sistema. Asimismo, se considera que dos sistemas son equivalentes cuando poseen los mismos resultados, aunque, pueden tener diversos números de ecuaciones, dos sistemas equivalentes siempre poseerán el mismo número de incógnitas.

Según (Ministerio de Educación, 2016), para encontrar la solución de un sistema de ecuaciones 2×2 se debe generar los siguientes pasos:

- a) Analizamos el sistema de ecuaciones planteado para el problema inicial. Este sistema consta de dos ecuaciones con dos incógnitas.

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 4y = 32 \end{cases}$$

- b) Verificamos si el par ordenado (2, 6) es solución del sistema. Para ello, sustituimos estos valores en cada ecuación del sistema:

$$\begin{aligned} 2 + 6 &\neq 10 \\ 2(2) + 4(6) &\neq 28 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el par ordenado (2, 6) no es solución del sistema.

- c) Buscamos otro par ordenado (4, 6) y verificamos.

$$\begin{aligned} 4 + 6 &= 10 \\ 2(4) + 4(6) &= 32 \end{aligned}$$

En este caso el par ordenado (4, 6) sí es solución del sistema porque satisface a todas las ecuaciones.

2.3.3.4 Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones 2×2

Para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 existen diferentes métodos, entre los cuales se tienen: reducción o eliminación, gráfica, igualación, sustitución y Cramer. (Ministerio de Educación, 2016).

a) Método de reducción o eliminación: es aquel que se emplea un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, “x” e “y”. Para poder utilizar esta táctica se debe tomar en cuenta la ley uniforme de la igualdad para el producto, la suma y la resta. Si se considera que $a = b$, entonces $ac = bc$. Si se tiene que $a = b$ y que $c = d$, entonces $a + c = b + d$, y $a - c = b - d$. El método de reducción indica reducir o eliminar una incógnita y se lo puede realizar de la siguiente manera:

- Se determina la incógnita que se va a eliminar, para lo cual se multiplica convenientemente, incluso por un número negativo, una, ninguna o las dos ecuaciones para poder reducir las. Considere el siguiente ejemplo en el que se va a eliminar la incógnita x que en este caso no hace falta multiplicar porque se puede eliminar tal como está.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ -2x + y = -4 \end{cases}$$

- Sumar entre sí los términos de las dos ecuaciones con la finalidad de reducir las y encontrar el valor de una de las incógnitas, de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 12 \\ -2x + y = -4 \\ \hline 4y = 8 \\ y = \frac{8}{4} \\ y = 2 \end{array}$$

- Reemplazar el valor conseguido en una de las ecuaciones y los dos valores obtenidos establecen la solución del sistema.

$$\begin{array}{l} 2x + 3y = 12 \\ 2x + 3(2) = 12 \\ 2x = 6 \\ x = 3 \\ x = 3 ; y = 2 \end{array}$$

b) Método gráfico: En cuanto a la estrategia se procede de la siguiente manera:

- Graficar las dos ecuaciones en el plano cartesiano. Para lo cual se obtiene dos puntos de cada recta. Considere el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ -2x + y = -4 \end{cases}$$

$$2x + 3y = 12$$

$$\text{si } x = 0 \rightarrow 2(0) + 3y = 12$$

$$y = 4$$

$$\text{si } y = 0 \rightarrow 2x + 3(0) = 12$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

$$-2x + y = -4$$

$$\text{si } x = 0 \rightarrow -2(0) + y = -4$$

$$y = -4$$

$$\text{si } y = 0 \rightarrow -2x + 0 = -4$$

$$-2x = -4$$

$$x = 2$$

La primera recta pasa por los puntos
(0,4) y (6,0)

La segunda recta pasa por los puntos
(0, -4) y (2,0)

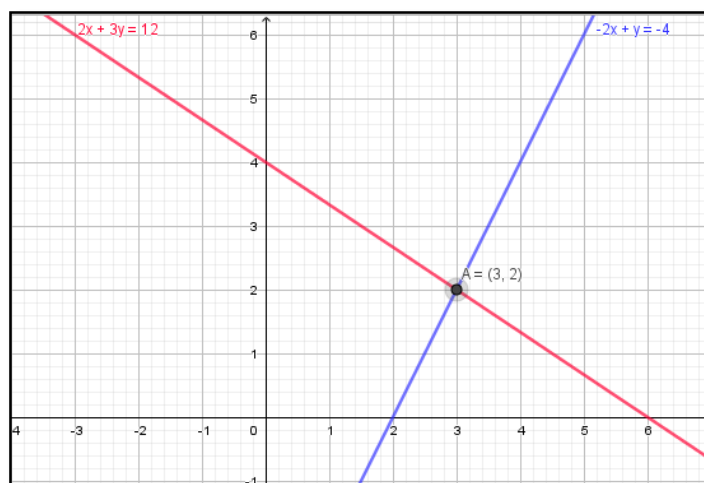


Figura 6-2: Solución gráfica, sistema compatible determinado

Realizado por: Concha, L. 2021

- El punto de intersección de coordenadas (x, y) es la solución del sistema. (3,2)

c) Método de sustitución: Consiste en aplicar la siguiente estrategia:

- Despejar una incógnita en una de las ecuaciones. Considere el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ -2x + y = -4 \end{cases}$$

$$2x + 3y = 12$$

$$x = \frac{12 - 3y}{2}$$

- Sustituir la expresión obtenida en la otra ecuación y despejar una incógnita en una de las ecuaciones, consiguiendo una ecuación con una sola incógnita, se resuelve la ecuación.

$$-2x + y = -4$$

$$-2\left(\frac{12 - 3y}{2}\right) + y = -4$$

$$-12 + 3y + y = -4$$

$$4y = -4 + 12$$

$$y = 2$$

- El valor obtenido se sule en la ecuación de la variable dispuesta en el paso anterior. Posteriormente, los dos valores conseguidos constituyen la solución del sistema de ecuaciones.

$$x = \frac{12 - 3(2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x = 3 ; y = 2$$

d) Método de igualación: Admite la resolución de cualquier tipo de sistemas y se ejecuta de la siguiente manera:

- Despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ -2x + y = -4 \end{cases}$$

$$x = \frac{12 - 3y}{2}$$

$$x = \frac{-4 - y}{-2}$$

- Igualar las expresiones resultantes y realizar el producto cruzado, obteniendo una ecuación con una sola incógnita.

$$\frac{12 - 3y}{2} = \frac{-4 - y}{-2}$$

$$(12 - 3y)(-2) = (2)(-4 - y)$$

- Se resuelve la ecuación y se despeja la variable.

$$-24 + 6y = -8 - 2y$$

$$6y + 2y = -8 + 24$$

$$8y = 16$$

$$y = \frac{16}{8}$$

$$y = 2$$

- El valor alcanzado se reemplaza en cualquiera de las dos expresiones en las que aparecía despejada la otra incógnita y los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

$$x = \frac{12 - 3(2)}{2}$$

$$x = \frac{12 - 6}{2}$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

$$x = 3 ; y = 2$$

- e) Método de Cramer: A diferencia de los métodos anteriores este método no consiste en despeje de las incógnitas, utiliza procesos algebraicos estructurados, para encontrar el valor de las incógnitas. Para aplicar este método el sistema de ecuaciones debe ser compatible determinado, es decir: el número de ecuaciones debe ser igual al número de incógnitas y el determinante de la matriz de los coeficientes debe ser distinto de cero.

Un determinante es una magnitud escalar, es decir, un número asignado a una matriz. En este caso de estudio al referirse a un sistema de ecuaciones con dos incógnitas se debe calcular el determinante de segundo orden el cual es igual al producto de los términos de la diagonal principal menos el producto de los términos de la diagonal secundaria, de la siguiente manera:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$D = (a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12})$$

Una vez realizado el análisis y el sistema cumple con las condiciones de compatible determinado se procede a realizar el siguiente procedimiento para resolver el sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ -2x + y = -4 \end{cases}$$

- Hallar el valor del determinante del sistema

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = (2 \cdot 1) - (-2 \cdot 3) = 2 - (-6) = 8$$

- Hallar el valor del determinante de x (Δx).

$$(\Delta x) = \begin{vmatrix} 12 & 3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = (12 \cdot 1) - (-4 \cdot 3) = 12 - (-12) = 24$$

- Hallar el valor del determinante de y (Δy).

$$(\Delta y) = \begin{vmatrix} 2 & 12 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} = (2 \cdot -4) - (-2 \cdot 12) = -8 - (-24) = 16$$

- Hallar los valores de x, y

$$\begin{aligned} x &= \frac{\Delta x}{D} & y &= \frac{\Delta y}{D} \\ x &= \frac{24}{8} = 3 & y &= \frac{16}{8} = 2 \end{aligned}$$

- Finalmente verificar la solución del sistema, reemplazando los valores obtenidos para las incógnitas en las dos ecuaciones originales.

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 12 & -2x + y &= -4 \\ 2(3) + 3(2) &= 12 & -2(3) + 2 &= -4 \\ 12 &= 12 & -4 &= -4 \end{aligned}$$

Los valores si satisfacen las ecuaciones

A manera de ejemplo se presenta en la Tabla 3-2, los diferentes registros de representación semiótica del objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales (Cortés, 2019).

Tabla 3-2: Dimensiones de los registros semióticos del objeto S.E.L con dos incógnitas

Objeto matemático	Representaciones																																	
	Registro verbal	Registro algebraico	Registro tabular	Registro gráfico																														
<p>Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas; su solución es un conjunto unitario</p>	<p>Si los lados de un rectángulo se alargan 2 cm cada uno, el perímetro es de 24 cm. Si se sabe, además, que la diferencia entre la medida de los lados es de 2 cm, ¿cuánto mide los lados del rectángulo?</p>	$\begin{cases} 2(x + 9) + 2(y + 2) = 24 \\ x - y = 2 \end{cases}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>e1</th> <th>e2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-4</td><td>5</td><td>-6</td></tr> <tr><td>-3</td><td>4</td><td>-5</td></tr> <tr><td>-2</td><td>3</td><td>-4</td></tr> <tr><td>-1</td><td>2</td><td>-3</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>-2</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td></tr> <tr><td>2</td><td>-1</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>-2</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>-3</td><td>2</td></tr> </tbody> </table>	x	e1	e2	-4	5	-6	-3	4	-5	-2	3	-4	-1	2	-3	0	1	-2	1	0	-1	2	-1	0	3	-2	1	4	-3	2	
x	e1	e2																																
-4	5	-6																																
-3	4	-5																																
-2	3	-4																																
-1	2	-3																																
0	1	-2																																
1	0	-1																																
2	-1	0																																
3	-2	1																																
4	-3	2																																

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

2.4 Marco conceptual

Aprendizaje y comprensión de los objetos matemáticos

Desde un sistema de prácticas sociales se da la emergencia de los objetos matemáticos, los cuales se generan por la construcción humana. Por lo que pueden ser dotados de varios significados dependiendo del aprendizaje y comprensión del individuo siendo el aspecto representacional del objeto con sus características. Asimismo, la apropiación, por parte de los sujetos, de un objeto matemático tiene en cuenta el sentido representacional que le conforma por lo que involucra la información que posee y que le permite su interpretación, caracterización y generalización. Esto contribuye a la organización o reorganización de la estructura cognitiva del individuo sobre el objeto matemático. (Pecharromán, 2014; Rojas, 2015).

Cognición

Es un constructo con el que se describe una serie de actividades por medio de las cuales el sistema psíquico de un individuo procesa información. En general, indica procesos mentales de adquisición, transformación, organización, retención, recuperación y uso de la información

presente en contexto cercano, como también la información que se haya alcanzado anteriormente. Las teorías más actuales sobre la cognición la ubican como un elemento de muchas facetas y donde se puede identificar por los menos los ámbitos de procesamiento, conocimiento y pensamiento (González, 2003; Trujillo y Suarez, 2017).

Cognición matemática

Representa varias nociones como son: razonamiento, pensamiento, conocimiento, sentimiento, perspicacia, intuición, fuerza, competencia, entre otros. La última noción, es la que abarca más contenido definitorio de lo que implica la cognición matemática debido a que la competencia, junto a las matemáticas, ofrece la posibilidad a un individuo de realizar labores relativas a las matemáticas. Igualmente, se debe acotar que el desarrollo de actividades que se basen en una unión favorable entre la cognición y el aprendizaje de las matemáticas redundará en la parte metacognitiva, es decir, la planificación de recursos, el control de los procedimientos y la medición de los resultados (González, 2003; Cabanes y Colunga, 2017).

Conversión

La conversión hace referencia a la transformación externa del objeto matemático de una representación dada a un registro diferente. Cuando el individuo adquiere la competencia para pasar de un R.R.S a otro, no solamente está garantizando la producción de nuevos conocimientos, sino que además desarrolla otras significaciones relativas de lo que está representando, a esta actividad se le denomina conversión (Castro, González, y Flores, 2017).

Formación de representación identificable

Selección de rasgos y datos posible de representar que responden a reglas con condiciones de identificación y posibilidad de transferencia cognitiva (Duval, 2016).

Noesis

Para Duval (2003) representa acciones cognitivas como el entendimiento conceptual de un objeto. De ahí empieza el proceso de entender el concepto por medio de sus representaciones y comprensión de este en sus diferentes grafías semióticas.

Objeto matemático

El objeto no es real por lo cual se hace imprescindible el recurrir a signos para representarlos. Este simboliza una condición o acción, con la función de instituir o descifrar el contexto (Pecharromán, 2014).

Signo

Son representaciones materiales o externas referidas como un instrumento para alcanzar la comunicación. Tiene una función simbólica para el conocimiento y posibilita el lenguaje y la inteligencia reflexiva (Piaget, 1978).

Semiosis

Proceso que se realiza en la mente de la persona partiendo del conocimiento de signos para la comprensión del objeto matemático en estudio de una manera eficiente. Es la comprensión o la elaboración de una escritura semiótica que lleva a dar sentido a una serie de acciones matemáticas (Duval, 1999).

Sistema semiótico

De acuerdo con Duval (2004), un sistema semiótico está conformado por objetos que intervienen y emergen en los sistemas de prácticas, vinculados a los principios de interpretación, pudiendo establecerse como un R.R.S si presenta las operaciones cognitivas de una representación, es decir: formación identificable, tratamiento, conversión.

2.5 Hipótesis

2.5.1 Hipótesis general

El nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes con la aplicación de la secuencia didáctica basada en registros de representación semiótica es mayor que en los estudiantes sin aplicación de la secuencia didáctica.

2.6 Variables de estudio

2.6.1 *Identificación de variables*

Variable independiente: Registros de representación semiótica para el objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Variable dependiente: Dinámica cognitiva en la comprensión del objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

2.6.2 *Operacionalización de variables*

En la Tabla 4-2, se describe la operacionalización de las variables que se utilizarán en el presente trabajo de investigación:

Tabla 4-2: Operacionalización de las variables

Variable independiente	Conceptualización	Dimensiones	Indicadores	Definición de los indicadores	Criterio de medición	Técnica	Instrumento	Escala
Registros de representación semiótica para el objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas	Creaciones ordenadas por el uso de signos, siendo así la garantía y el medio de cual dispone todo individuo para exteriorizar su producción cognitiva.	Registro verbal	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de datos en el enunciado. • Organización los datos dados. • Relación con lo algebraico y lo gráfico. 	Lenguaje natural de situación problemática posible de modelar con una ecuación lineal	Dominio total de los aprendizajes 9,00 – 10,00	Prueba	Prueba objetiva	De intervalo
		Registro algebraico	<ul style="list-style-type: none"> • Uso de signos y símbolos. • Operaciones algebraicas. • Aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones. • Interpretación de solución. • Relación con lo verbal y lo gráfico. 	Lenguaje de fórmulas donde se visualiza la relación entre variables	Alcance de los aprendizajes requeridos 7,00 – 8,99			
		Registro tabular	<ul style="list-style-type: none"> • Cálculo de valor numérico. • Operaciones aritméticas. • Identificación de filas y columnas. • Elaboración de tablas de valores. • Relación con lo tabular y lo algebraico. 	Lenguaje de asignación de valores a una variable y sistematización en tablas.	Próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos 4,01 – 6,99			Cuali
		Registro gráfico	<ul style="list-style-type: none"> • Representación gráfica de ecuaciones en el sistema de coordenadas. • Ubicación de los puntos de intersección. • Interpretación de la solución • Relación con lo verbal y lo algebraico 	Lenguaje visual con apoyo en el sistema cartesiano, para cada par ordenado, ubicación de puntos.	No alcanza los aprendizajes requeridos ≤ 4			Cuanti

Variable dependiente	Conceptualización	Dimensiones	Indicadores	Definición de los indicadores	Criterio de medición	Técnica	Instrumento	Escala
Dinámica cognitiva en la comprensión del objeto matemático de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas	Apropiación de un concepto matemático a partir de construcciones y mecanismos mentales.	Formación de representación identificable	<ul style="list-style-type: none"> • Conceptualizaciones. • Características. • Métodos. • Aplicación de propiedades. 	Selección de rasgos y datos posible de representar, y responden a reglas con condiciones de identificación y posibilidad de transferencia cognitiva.	<p>Dominio total de los aprendizajes 9,00 – 10,00</p> <p>Alcance de los aprendizajes requeridos 7,00 – 8,99</p>	Prueba	Prueba objetiva	De intervalo
		Tratamiento de una representación	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de relaciones. • Descripción de relaciones. • Empleo de reglas. 	Transformación de una representación en un mismo registro.	<p>Próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos 4,01 – 6,99</p>			Cualitativa
		Conversión de una representación	<ul style="list-style-type: none"> • Descripción de propiedades y relaciones. • Interpretación de diagramas. • Interpretación cualitativa de datos y soluciones. 	Transformación de un registro a otro manteniendo la totalidad o parte de la representación inicial	<p>No alcanza los aprendizajes requeridos ≤ 4</p>			Cuantitativa

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

En la Tabla 5-2. Se describe la matriz de consistencia que se utilizará en el presente trabajo de investigación

Tabla 5-2: Matriz de consistencia

Formulación del problema	Objetivo general	Hipótesis	Variables	Indicadores	Técnicas	Instrumentos
<p>¿Mejorará el nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes de Décimo Año de E.G.B en el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas a través de registros de representaciones semióticas en relación a la enseñanza tradicional?</p>	<p>Analizar la dinámica cognitiva en los estudiantes del décimo año en aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales a causa de los registros de representación semiótica, Unidades Educativas “Velasco Ibarra” y “Hualcopo Duchicela”.</p>	<p>El nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes con la aplicación de la secuencia didáctica basada en registros de representación semiótica es mayor que en los estudiantes sin aplicación de la secuencia didáctica.</p>	<p>Variable independiente Registros de representación semiótica para el objeto matemático de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de datos en el enunciado. • Organización los datos dados. • Relación con lo algebraico y lo gráfico. • Uso de signos y símbolos. • Operaciones algebraicas. • Aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones. • Interpretación de solución. • Relación con lo verbal y lo gráfico. • Cálculo de valor numérico. • Operaciones aritméticas. • Identificación de filas y columnas. • Elaboración de tablas de valores. • Relación con lo tabular y lo algebraico. 	<p>Prueba</p>	<p>Prueba objetiva</p>

				<ul style="list-style-type: none"> • Representación gráfica de ecuaciones en el sistema de coordenadas. • Ubicación de los puntos de intersección. • Interpretación de la solución • Relación verbal y algebraica. 		
			<p>Variable dependiente</p> <p>Dinámica cognitiva en la comprensión del objeto matemático de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Conceptualizaciones. • Características. • Métodos. • Aplicación de propiedades. • Identificación de relaciones. • Descripción de relaciones. • Empleo de reglas. • Descripción de propiedades y relaciones. • Interpretación de diagramas. • Interpretación cualitativa de datos y soluciones. 	Prueba	Prueba objetiva

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

CAPÍTULO III

3 METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

3.1 Enfoque de la investigación

La investigación desde una postura positivista tiene un enfoque cuantitativo, porque permite describir, analizar, explicar el fenómeno de estudio. Teniendo en cuenta a Hernández *et al.* (2018), este enfoque enfatiza el uso de métodos empíricos, apoyándose en instrumentos válidos y fiables, con técnicas estadísticas que permiten registrar y analizar la información. Con base a ello se comprueban o no hipótesis y teorías, que orientan la emisión de resultados y conclusiones.

3.2 Diseño de la investigación

En atención a los objetivos planteados el presente estudio atiende a un diseño cuasi experimental, que de acuerdo a Hernández, Fernández y Baptista (2018) se observan los hechos en su realidad en un tiempo establecido para después analizarlos. Se trabajó con grupos conformados con anterioridad y no se requirió un proceso de selección al azar de sujetos para la realización del estudio. El grupo control (U.E.C.I.B Hualcopo Duchicela) será de características similares al grupo experimental (U.E Velasco Ibarra) en todos los aspectos y no se someterá al desarrollo de clases apoyadas en R.R.S del objeto matemático S.E.L 2×2 sino a la metodología tradicional, puesto que no están sometidos al tratamiento experimental. Por el contrario, el grupo experimental recibirá el tratamiento de clases apoyadas en registros de representación semiótica del objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, para luego medir el efecto de dicho tratamiento en la dinámica cognitiva del estudiante en la comprensión del objeto matemático referido.

3.3 Alcance y tipo de investigación

Se caracteriza por ser una investigación de campo y explicativo, de acuerdo a Arias (2016) “permite la recolección de datos directamente de la realidad donde ocurren los hechos (datos primarios), sin manipular o controlar variable alguna” (p. 31), es decir, el investigador obtiene la información, pero no altera las condiciones existentes. De allí que en este estudio se recolectará la información directamente en los espacios de aprendizaje de los estudiantes mediante la aplicación de instrumentos

de recolección de datos. Para luego establecer la relación entre las variables mediante una prueba de t de Student.

3.4 Métodos de investigación

En la presente investigación se utilizará el Método hipotético-deductivo, el cual consta de las siguientes actividades:

- a) Planteamiento del problema
- b) Revisión bibliográfica sobre los temas en estudio.
- c) Formulación de la hipótesis.
- a) Recolección de la información necesaria.
- b) Análisis de datos
- c) Interpretación de resultados.
- d) Conclusiones y generalizaciones

3.5 Población y muestra de estudio

3.5.1 Población

En el trabajo de investigación la población está conformada por los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica de la Unidad Educativa “Velasco Ibarra” y de la Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe “Hualcopo Duchicela”, del Distrito Colta - Guamote, de la provincia de Chimborazo, siendo un total de 300 estudiantes.

3.5.2 Muestra

La muestra para el estudio se conformó en atención a los objetivos planteados. Su elección dependió de la unidad de análisis la cual comprende procesos de aprendizaje de S.E.L 2×2 en los estudiantes de décimo año de educación general básica. En razón a esto la elección responde principalmente a la característica de ser estudiantes del año mencionado y estar matriculado en alguna de las dos unidades educativas referidas. Para el cálculo de ella se utilizó la fórmula de Fisher y Navarro (1997), la misma que se utiliza a continuación:

$$n = \frac{NZ^2p(1-p)}{(N-1)e^2 + Z^2p(1-p)}$$

Dónde:

n: tamaño de la muestra.

N: tamaño del universo o de la población.

p: probabilidad de ocurrencia (homogeneidad del fenómeno, porcentaje de respuestas fiables o confiables, generalmente $p = 0.5$).

1-p: probabilidad de no ocurrencia (respuestas no fiables).

e: es la precisión o error, siendo el más usual 0,05.

Z: es el nivel de confianza, siendo el más usual 1,96.

$$n = \frac{(300)(1,96)^2(0,5)(0,5)}{(299)(0,05)^2 + (1,96)^2(0,5)(0,5)}$$

$$n = \frac{288,12}{0,7475 + 0,9604}$$

$$n = \frac{288,12}{1,7079} = 168,69 \approx 168$$

En razón a los cálculos anteriores el tamaño de la muestra está conformada por 168 estudiantes de una población total de 300. De los cuales, 84 estudiantes formarán parte del grupo de control para la aplicación de la metodología tradicional y los 84 restantes serán considerados como el grupo de experimentación, para la aplicación de la metodología basada en registros de representación semiótica.

3.6 Técnicas e instrumentos para la recolección de datos

Para el logro del primer objetivo orientado a diagnosticar el nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica, se utilizó una prueba objetiva de selección simple que constituyó el instrumento para la recolección de información (ANEXO B). Está consta de doce (12) ítems asociados al conocimiento previo a los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Para cada pregunta se agregaron cuatro opciones de donde solo una de ellas era la respuesta correcta. El puntaje total de la prueba fue de 12 puntos. La prueba objetiva de diagnóstico se administró a ambos grupos (experimental y de control) de la muestra estudiada.

En atención al cuarto objetivo igualmente se aplicó una prueba objetiva de evaluación, del contenido matemático abordado en la secuencia, de selección simple de 18 ítems con un valor total de 20 puntos (ANEXO C), que posteriormente se realizó el cambio a la escala de 10 puntos, con la finalidad de cumplir con los lineamientos y escalas de calificaciones dispuestas por el Ministerio de Educación. Esto para establecer si existe incremento en el nivel de la dinámica cognitiva en el aprendizaje del contenido matemático en estudio, luego de aplicada al grupo experimental la secuencia didáctica fundamentada en la teoría de Duval. Es importante destacar que en el grupo control se desarrolló una secuencia didáctica con metodología tradicional.

Ambas pruebas fueron elaboradas a partir del currículum vigente de 10^{mo} año de E.G.B, por lo que contempla los objetivos de aprendizaje de las bases curriculares referidas a la asignatura matemática. En ellas se consideran conceptualizaciones, ejercicios y problemas contextualizados al nivel referido anteriormente. Todos los ítems apuntan a medir las dimensiones e indicadores de cada una de las variables en estudio, específicamente sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, en referencia a las actividades cognitivas de formación, tratamiento y conversión de representaciones. Cabe recalcar que las pruebas fueron aplicadas vía online mediante la plataforma google forms, debido a la emergencia sanitaria por la que se encuentra atravesando el país y el mundo entero por el Covid – 19, precautelando la seguridad y salud de los estudiantes.

3.7 Validez y confiabilidad del instrumento

3.7.1 Validez

Los instrumentos utilizados fueron sometidos a un proceso de revisión por parte de expertos. Para someterlo a la validación, empleando la validez de contenido. En este sentido, se determinó la validez de contenido a través del juicio de tres expertos. Esto con el propósito de facilitar el montaje metodológico del instrumento tanto de forma como de fondo tal como lo establece Hernández *et al.* (2018). Para ello se diseñó un formato de validación (ANEXO D), con los siguientes aspectos de información por cada ítem: coherencia, pertinencia y redacción. Estos fueron establecidos siguiendo a Escobar y Cuervo (2008), donde la coherencia refiere si el ítem tiene relación lógica con la dimensión o indicador que está midiendo. En tanto que para la pertinencia el ítem es esencial por lo que debe ser incluido y además los ítems que pertenecen a una misma dimensión bastan para obtener la medición de esta. Por último, la redacción precisa si el ítem se comprende fácilmente, es decir, su

sintáctica y semántica son adecuadas. Luego de la revisión de los expertos y emisión de las respectivas evaluaciones se procedió a sistematizar los resultados, los cuales son mostrados en las Tabla 1-3 y 2-3. En ambos resultados se evidencia que todos los ítems alcanzan el nivel excelente con 3 puntos equivalente en porcentajes al 100% para la coherencia, pertinencia y redacción.

Tabla 1-3: Resultados de la validación de los expertos, prueba objetiva de diagnóstico

Ítem	Criterios de validación								
	Coherencia			Pertinencia			Redacción		
	Excelente	Bueno	Mejorable	Excelente	Bueno	Mejorable	Excelente	Bueno	Mejorable
1	3			3			3		
2	3			3			3		
3	3			3			3		
4	3			3			3		
5	3			3			3		
6	3			3			3		
7	3			3			3		
8	3			3			3		
9	3			3			3		
10	3			3			3		
11	3			3			3		
12	3			3			3		

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 2-3: Resultados de la validación de expertos, prueba objetiva S.E.L con dos incógnitas

Ítem	Criterios de validación								
	Coherencia			Pertinencia			Redacción		
	Excelente	Bueno	Mejorable	Excelente	Bueno	Mejorable	Excelente	Bueno	Mejorable
1	3			3			3		
2	3			3			3		
3	3			3			3		
4	3			3			3		
5	3			3			3		
6	3			3			3		
7	3			3			3		
8	3			3			3		
9	3			3			3		
10	3			3			3		
11	3			3			3		

12	3			3			3		
13	3			3			3		
14	3			3			3		
15	3			3			3		
16	3			3			3		
17	3			3			3		
18	3			3			3		

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Para precisar aún más la garantía de calidad y certeza del instrumento a utilizar, se calculó la razón de validez de contenido (C.V.R) de Lawshe el cual se calcula utilizando la fórmula:

$$CVR = \frac{n_a - (N/2)}{N/2}$$

En dónde:

n_a : Número de expertos que consideran el ítem aplicable.

N: Número total de expertos.

Esta fórmula precisa el cálculo de la coincidencia entre los juicios emitidos por los validadores, cuyo valor está entre 0 (0%) y 1(100%). En atención a ello, el valor del C.V.R mayor a 0,5 (50%) es una coincidencia categorizada como aplicable lo cual indica que existe más del 50% de coincidencia entre los validadores. Dicho valor, conduce a concluir que el ítem tiene validez de contenido (Tristan, 2008). En razón a esto, en las Tablas 3-3 y 3-4 se presentan los resultados del C.V.R de los ítems por criterios de validación.

Tabla 3-3: Razón de validez de contenido para cada ítem de la prueba objetiva diagnóstica

Ítem	C.V.R de los criterios de validación			Decisión
	Coherencia	Pertinencia	Redacción	
1	1	1	1	Aplicable íntegramente
2	1	1	1	
3	1	1	1	
4	1	1	1	
5	1	1	1	
6	1	1	1	

7	1	1	1	
8	1	1	1	
9	1	1	1	
10	1	1	1	
11	1	1	1	
12	1	1	1	

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 4-3: Razón de validez de contenido C.V.R para cada ítem de la prueba objetiva S.E.L

Ítem	C.V.R de los criterios de validación			Decisión
	Coherencia	Pertinencia	Redacción	
1	1	1	1	Aplicable íntegramente
2	1	1	1	
3	1	1	1	
4	1	1	1	
5	1	1	1	
6	1	1	1	
7	1	1	1	
8	1	1	1	
9	1	1	1	
10	1	1	1	
11	1	1	1	
12	1	1	1	
13	1	1	1	
14	1	1	1	
15	1	1	1	
16	1	1	1	
17	1	1	1	
18	1	1	1	

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Luego de la revisión de los expertos y emisión de las respectivas evaluaciones no hubo necesidad de modificar los ítems de los instrumentos, debido a que todos los expertos los validaron con la mayor puntuación existente, pudiendo aplicarlo íntegramente a los estudiantes. De esta forma se garantizó la calidad y certidumbre del instrumento a utilizar Hernández *et al.* (2018). En la Tabla 5-3 se muestra los datos de los expertos que validaron los instrumentos utilizados.

Tabla 5-3: Especialistas de la validación de los instrumentos de evaluación.

N°	Nombre y apellido	Cargo	Formación Académica	Unidad Educativa
1	Lic. César Naranjo Mg.	Vicerrector Académico	Magister en Educación Matemática.	U.E “Velasco Ibarra”
2	Lic. José Atupaña Mg.	Docente de matemática	Magister en el aprendizaje de la Matemática	U.E.C.I.B “Hualcopo Duchicela”
3	Lic. Noemi LLangari	Docente de matemática	Licenciada en Ciencias de la Educación Mención Profesora de Ciencias Exactas.	U.E.C.I.B “Pedro Ignacio Lizarzaburu”

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

3.7.2 Confiabilidad

Para determinar la confiabilidad del instrumento que se utilizó para la prueba de diagnóstico y para la prueba de conocimientos sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, se aplicó a un grupo piloto formado por 20 estudiantes con características parecidas a la población en estudio, posteriormente se realizó el análisis de confiabilidad a partir de los datos obtenidos mediante el software estadístico SPSS, aplicando y tomando en cuenta los valores y juicios de confiabilidad del coeficiente del alfa de Cronbach (α), el mismo que se especifica en la Tabla 6-3.

Tabla 6-3: Escala de valores de Alfa de Cronbach

Coeficiente del Alfa de Cronbach	
Valor	Juicio
(-1 a 0)	No es confiable
0,01 a 0,49	Baja confiabilidad
0,5 a 0,75	Moderada Confiabilidad
0,76 a 0,89	Fuerte Confiabilidad
0,9 a 1	Alta confiabilidad

Fuente: Pallela y Martins (2012).

En la Tabla 7-3 se muestra las características del grupo piloto utilizado para determinar la confiabilidad del instrumento utilizado para la investigación.

Tabla 7-3: Características del grupo piloto

Grupo piloto	
Número de estudiantes:	20
Unidad Educativa	Velasco Ibarra
Curso y paralelo	Décimo E.G.B “E”
Descripción	Estudiantes de décimo E.G.B, de la asignatura de matemática, año lectivo 2020 -2021, que no forman parte de la muestra en estudio.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

En la Tabla 8-3 y Tabla 9-3, se presenta los resultados de confiabilidad obtenidos al analizar la prueba objetiva de diagnóstico en el software estadístico SPSS, mediante el Alfa de Cronbach, al grupo piloto. Se obtuvo como resultado el valor de $\alpha = 0,805$, lo que indica que el instrumento posee un juicio de fuerte confiabilidad, según la tabla de escala de valores del Alfa de Cronbach, presentado con anterioridad.

Tabla 8-3: Número de casos analizados y excluidos, evaluación diagnóstica

Resumen de procesamiento de casos			
		N	%
Casos	Válido	20	100,0
	Excluido ^a	0	,0
	Total	20	100,0

a. La eliminación por lista se basa en todas las variables del procedimiento.

Fuente: Software SPSS, 2021.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 9-3: Análisis del alfa de Cronbach, evaluación diagnóstica

Estadísticas de fiabilidad	
Alfa de Cronbach	N de elementos
0,805	12

Fuente: Software SPSS, 2021.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Una vez analizado la validez y la confiabilidad del instrumento de evaluación de conocimientos previos se acepta y aplica al grupo de control y al grupo experimental el formato propuesto, el mismo que se presenta en el ANEXO B.

En las Tablas 10-3 y 11-3 se expresan los resultados obtenidos sobre el análisis realizado al instrumento de evaluación sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, compuesto por 18 preguntas, en el cual se puede observar que el $\alpha = 0,820$, valor que según la tabla de escala de

valores del Alfa de Cronbach, indica que el instrumento posee “fuerte confiabilidad”, lo cual indica que los ítems efectivamente miden las dimensiones de la variables que se intenta valorar con los instrumentos mencionados.

Tabla 10-3: Número de casos analizados y excluidos, prueba objetiva S.E.L

Resumen de procesamiento de casos			
		N	%
Casos	Válido	20	100,0
	Excluido^a	0	0,0
	Total	20	100,0
a. La eliminación por lista se basa en todas las variables del procedimiento.			

Fuente: Software SPSS, 2021.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 11-3: Análisis del alfa de Cronbach, prueba objetiva S.E.L

Estadísticas de fiabilidad	
Alfa de Cronbach	N de elementos
0,820	18

Fuente: Software SPSS, 2021.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Finalmente, al analizar y verificar la validez y confiabilidad del instrumento de evaluación de conocimientos sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas se acepta y aplica al grupo de control y al grupo experimental el formato propuesto, el mismo que se presenta en el ANEXO C.

3.8 Procesamiento y análisis de los datos

Se evaluaron las pruebas y los resultados fueron transferidos a una matriz de hoja de cálculo de Excel. Luego de ser procesados fueron representados en forma de tabla para cada dimensión especificando frecuencia y porcentajes para ser presentado gráficamente a través de diagramas de barra. Esto permitió establecer comparaciones entre el grupo de control y el experimental, caracterizando dimensiones e indicadores de las variables en estudios los datos derivados de la prueba diagnóstico.

Igualmente, se diseñaron dos tablas con los resultados conseguidos por los estudiantes de ambos grupos en la prueba referida al contenido abordado. Posteriormente se analizaron los datos con la estadística descriptiva, esencialmente distribución de frecuencias, medidas de tendencia central (media aritmética) y las de variabilidad (desviación estándar). Todo esto permitió la

caracterización de la dinámica cognitiva posterior al tratamiento con la secuencia didáctica, la cual fue diseñada para el grupo control de forma tradicional y para el experimental se elaboró con base a la teoría de representaciones semióticas de Duval.

Posteriormente a través de la prueba paramétrica **t** de Student se estableció que si existe diferencia en el nivel de la dinámica cognitiva en el aprendizaje de S.E.L 2×2 y dar cumplimiento al objetivo 4. Así se realizó una prueba objetiva de diagnóstico a ambos grupos de estudio, luego se aplicó la secuencia didáctica al grupo experimental, la metodología tradicional al grupo de control y finalmente la prueba objetiva de evaluación del contenido matemático abordado. Previo al uso de la prueba paramétrica **t** de Student, se verificaron los requisitos exigidos por esta prueba estadística. Los datos de la muestra vienen de una población con distribución normal y sus varianzas son iguales. La presentación de la información obtenida de la recolección e información se recolectó en tablas para sistematizar los valores, analizarlos y discutirlos. Con apoyo del software SPSS versión 26, se contrastaron las siguientes hipótesis:

H₀: EL nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes con la aplicación de la secuencia didáctica basada en registros de representación semiótica es igual que en los estudiantes sin aplicación de la secuencia didáctica.

H₁: El nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes con la aplicación de la secuencia didáctica basada en registros de representación semiótica es mayor que en los estudiantes sin aplicación de la secuencia didáctica.

CAPÍTULO IV

4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Análisis e interpretación de los resultados de la prueba objetiva de diagnóstico

En concordancia con los objetivos propuestos en la investigación se presentan los resultados con su respectivo análisis. Para el primer objetivo referido a diagnosticar los conocimientos previos necesarios para abordar el contenido matemático sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, se evaluó a través de una prueba objetiva de doce ítems, cada uno con un valor de un punto, para un total de 12 puntos. A continuación en la Tabla 1-4, se detallan los aspectos evaluados en la prueba diagnóstica.

Tabla 1-4: Aspectos evaluados en la prueba objetiva de diagnóstica.

Aspectos evaluados	
1	Definición de ecuaciones lineales
2	Identificación de elementos de una ecuación lineal
3	Identificación de términos independientes
4	Concepto de solución de una ecuación lineal
5	Resolución de ecuación lineal
6	Ecuaciones equivalentes
7	Operaciones y propiedades para encontrar ecuaciones equivalentes
8	Solución de ecuación lineal.
9	Planteamiento algebraico de una la situación problemática modelado por una ecuación lineal
10	Solución de problemas
11	Realización de gráfica la recta y sus elementos
12	Análisis cualitativo de la gráfica de una recta

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Se realizó la interpretación de las respuestas obtenidas en la aplicación de la prueba. Esta fue aplicada a los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica de la U.E.C.I.B “Hualcopo Duchicela” (grupo de control, 84 estudiantes) y de la U.E. “Velasco Ibarra” (grupo experimental, 84 estudiantes). Los resultados obtenidos han sido organizados a través de tablas y gráficos con su respectiva interpretación. Fue utilizada la estadística descriptiva, específicamente la distribución de frecuencia con medidas de tendencia central y de variabilidad para cumplir con el logro de este objetivo. La prueba se aplicó en una sesión de 90 minutos. Esta aplicación se realizó vía online utilizando la

herramienta google forms. En el Gráfico 1-4 y 2-4 se muestran los resultados obtenidos tanto para el grupo experimental como para el grupo control.

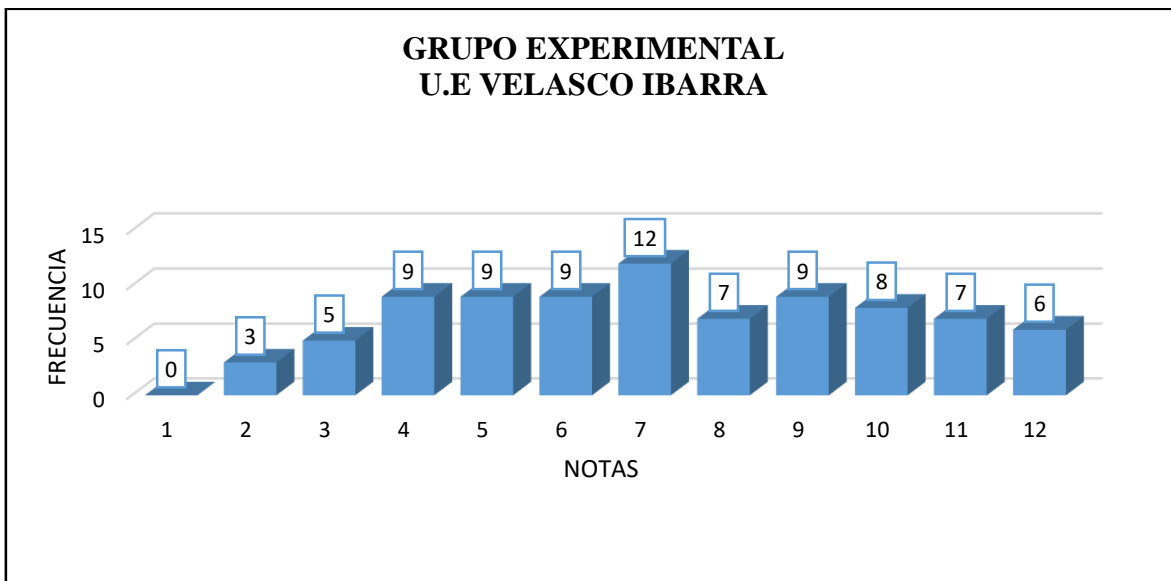


Gráfico 1-4: Frecuencia de calificaciones, prueba objetiva diagnóstica del grupo experimental

Realizado por: Concha L. 2021

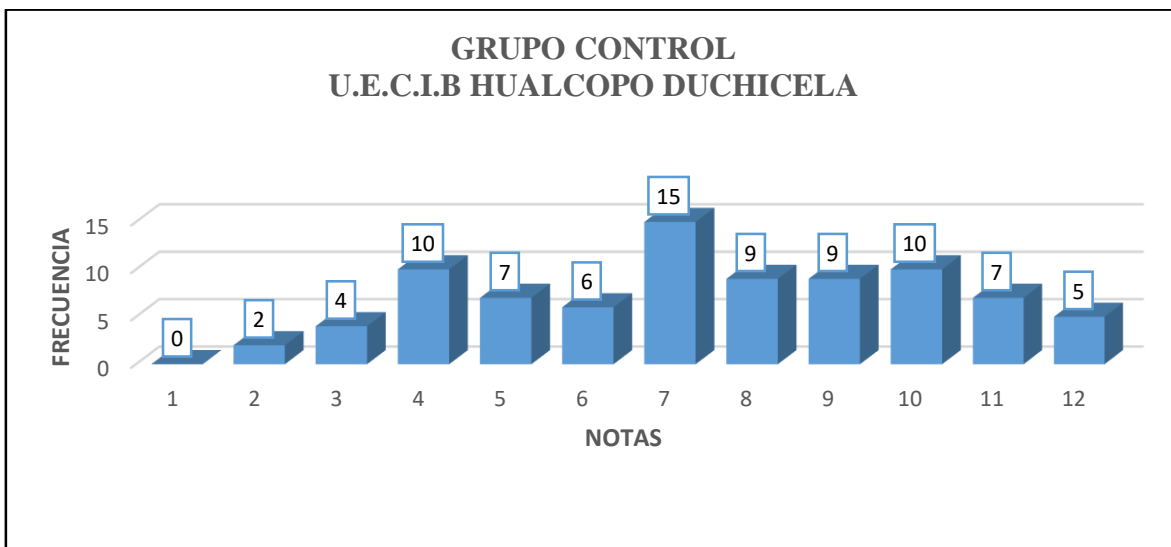


Gráfico 2-4: Resultados de las calificaciones, prueba objetiva diagnóstica del grupo de control

Realizado por: Concha L. 2021

El promedio obtenido fue de $\mu = 7,21$ con $\sigma = 2,807$ para el grupo experimental (U.E “Velasco Ibarra”), y de $\mu = 7,40$ con $\sigma = 2,680$ para el control (U.E.C.I.B “Hualcopo Duchicela”), sobre una puntuación de 12 puntos, como se muestran en la Tabla 2-4.

Tabla 2-4: Media, desviación estándar y varianza de la prueba objetiva diagnóstica

Grupo	N°	Puntuación sobre 12			Puntuación sobre 10
		Media	Desviación estándar	Varianza	
Experimental	84	7,21	2,807	7,881	6,01
Control	84	7,40	2,680	7,184	6,17

Fuente: Prueba objetiva diagnóstica, 2021.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Al llevar las puntuaciones a la escala de calificaciones sobre 10 puntos, utilizada en la actualidad y contemplada en el Decreto Ejecutivo N° 366, publicado en el Registro Oficial N°286 de 10 de julio de 2014, la cual se especifica en la Tabla 3-4, donde se agrega la columna de escala porcentual. Esto para ser utilizada en caso de que los resultados requieran ser mostrados en porcentaje y posteriormente categorizados en escala cualitativa. El promedio para el grupo control resulta de 6,17 y para el experimental de 6,01. Estos promedios indican que ambos grupos están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos.

Tabla 3-4: Escala de calificaciones.

Escala cuantitativa	Escala cualitativa	Escala porcentual
9,00 - 10,00	Domina los aprendizajes requeridos (DAR).	90,00 - 100,00
7,00 - 8,99	Alcanza los aprendizajes requeridos (AAR).	70,00 - 80,99
4,01 - 6,99	Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos (PAAR).	40,1 - 69,9
≤ 4,00	No alcanza los aprendizajes requeridos (NAAR).	≤ 40,00

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Los resultados obtenidos por el grupo experimental, estudiantes de la U.E. “Velasco Ibarra”, por cada ítem se muestran en el Gráfico 3-4. Se observa que los tres ítems con mayor dificultad corresponden a los relacionados con: resolución de una ecuación lineal (ítem 5), solución de problemas (ítem 10) y análisis cualitativo de la gráfica de una recta (ítem 12). Los cuales obtuvieron porcentaje de respuestas incorrectas de 56%, 64,3% y 56% respectivamente. Igualmente se distingue que los ítems 1 (Definición de ecuaciones lineales) y 2 (Identificación de elementos de una ecuación lineal), alcanzaron un porcentaje significativo de respuestas incorrectas 44%.

Sobre la base del Gráfico 3-4, también se puede afirmar que los estudiantes del grupo experimental presentan un alto porcentaje de respuestas correctas en los ítems 8 (Solución de ecuación lineal 82,1%), 9 (Planteamiento algebraico de una la situación problemática modelado por una ecuación lineal, 75%) y 11 (Realización de gráfica la recta y sus elementos, 73,8%).

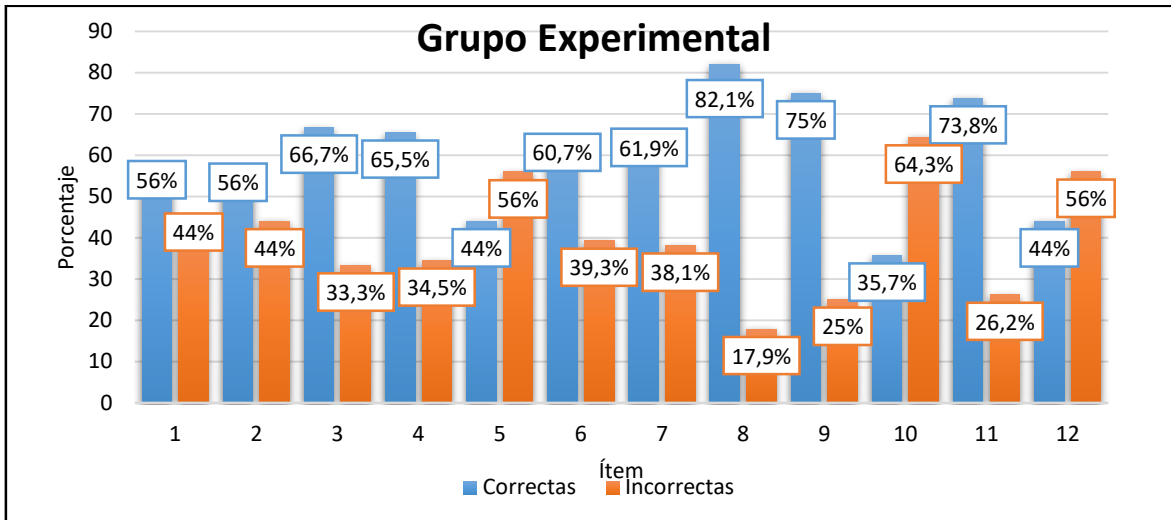


Gráfico 3-4: Resultados por ítems de la prueba objetiva diagnóstica del grupo experimental

Realizado por: Concha L. 2021

En cuanto al grupo control, estudiantes de la U.E.C.I.B “Hualcopo Duchicela”, en el Gráfico 4-4, se aprecia que los ítems 5, 7 (Operaciones y propiedades para encontrar ecuaciones equivalentes) y 10, como los de mayor nivel de dificultad con 63,1%, 51,2% y 53,6% respectivamente. Asimismo, destacan los ítems 2 (Identificación de elementos de una ecuación lineal) con 46,4% y el ítem 6 (Ecuaciones equivalentes) con 45,2%. Dichos resultados representan un porcentaje significativo de respuestas incorrectas. Igualmente presenta en los ítems 8, 4 y 12 porcentajes altos de respuestas correctas. Así tiene un 83,3 % para el ítem 8; 76,2 para el 4 (Concepto de solución de una ecuación lineal) y 70, 2% para el ítem 12 (Análisis cualitativo de la gráfica de una recta).

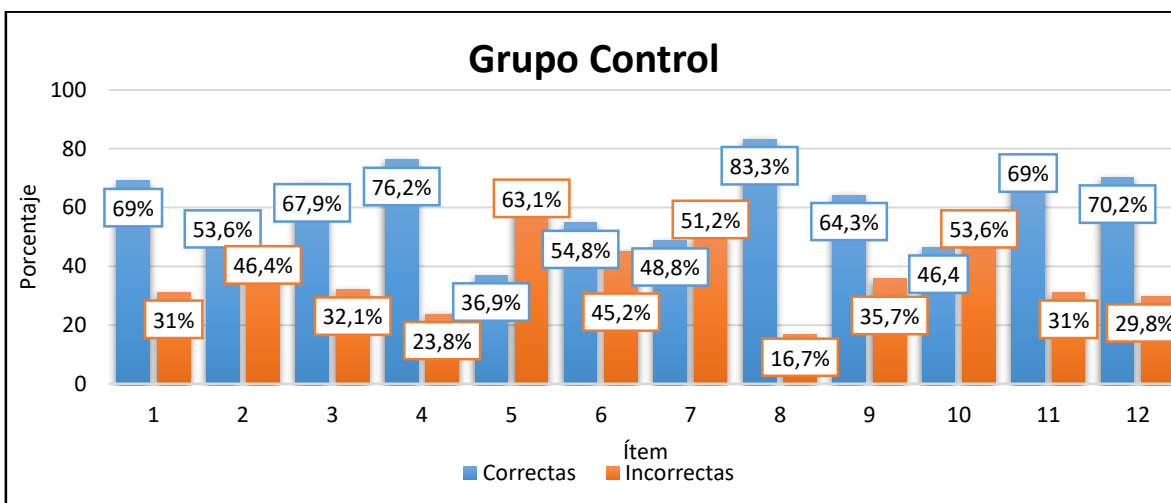


Gráfico 4-4: Resultados por ítems de la prueba objetiva diagnóstica del grupo de control

Realizado por: Concha L. 2021

4.1.1 Fortalezas y debilidades detectadas en la prueba objetiva de diagnóstico

El diagnóstico realizado permitió la identificación de fortalezas y debilidades en las estudiantes, previo a la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. De los resultados mostrados anteriormente, se considera como fortalezas aquellos aspectos evaluados en los cuales los estudiantes lograron un porcentaje del 50% o más en las respuestas correctas. Mientras las debilidades se corresponden con un porcentaje mayor o igual 50 % de respuesta incorrectas. En ese sentido, en la Tabla 4-4, se sintetizan para ambos grupos las debilidades y fortalezas más evidentes obtenidas en la prueba diagnóstica.

Tabla 4-4: Debilidades y fortalezas detectadas en estudiantes, prueba objetiva de diagnóstico

Debilidades		Fortalezas	
Grupo experimental	Grupo de control	Grupo experimental	Grupo de control
Resolución de una ecuación lineal	Resolución de una ecuación lineal	Solución de ecuación lineal.	Solución de ecuación lineal.
		Planteamiento algebraico de una la situación problemática modelado por una ecuación lineal	Concepto de solución de una ecuación lineal
Solución de problemas	Operaciones y propiedades para encontrar ecuaciones equivalentes	Realización de gráfica la recta y sus elementos	Análisis cualitativo de la gráfica de una recta
		Identificación de términos independientes	Realización de gráfica la recta y sus elementos
		Concepto de solución de una ecuación lineal	Definición de ecuaciones lineales
		Operaciones y propiedades para encontrar ecuaciones equivalentes	Identificación de términos independientes
Análisis cualitativo de la gráfica de una recta	Solución de problemas	Ecuaciones equivalentes	Planteamiento algebraico de una la situación problemática modelado por una ecuación lineal
		Definición de ecuaciones lineales	Ecuaciones equivalentes
		Identificación de elementos de una ecuación lineal	Identificación de elementos de una ecuación lineal

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Deriva de la Tabla 4-4, que ambos grupos presentan las mismas fortalezas y debilidades, diferenciándose únicamente en el análisis cualitativo de la gráfica de una recta, este aspecto es una debilidad para el grupo experimental y una fortaleza para el grupo de control. En tanto las operaciones y propiedades para encontrar ecuaciones equivalentes, es una fortaleza para el grupo experimental y representa una debilidad para el grupo de control.

4.1.2 Síntesis de los resultados obtenidos de la prueba objetiva de diagnóstico

Se concluye que los estudiantes de décimo año de Educación General Básica de ambos grupos tienen fortalezas en los conocimientos previos necesarios para el aprendizaje del contenido matemático sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. En este sentido al emprender la mediación pedagógica de dicho contenido con los grupos estudiados, debe partir que en promedio ya se tienen claros los conceptos evaluados (Tabla 1-4) necesarios para la comprensión del contenido estudiado. En razón a todo lo anterior es posible afirmar que no existe una diferencia notoria entre los estudiantes donde se aplicará la secuencia didáctica para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 fundamentada en la teoría de los R.R.S, y los de la metodología tradicional. Es decir, existe una similitud en todos los individuos de la población en estudio de décimo año de E.G.B respecto a esta prueba diagnóstica.

En atención al objetivo orientado a establecer el nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes posterior al desarrollo de una secuencia didáctica basada en la teoría de los registros de representación semiótica; se realizó la prueba objetiva.

4.1.3 Comprobación de homogeneidad entre el grupo experimental y el grupo control

Para elegir correctamente la prueba estadística a ejecutarse para el análisis de los datos obtenidos en la evaluación y determinar si se trata de grupos homogéneos o heterogéneos, se desarrolló las pruebas de normalidad mediante la prueba estadística de Kolmogorov Smirnov, con un nivel de significancia de 0,05, obteniendo como resultado en el grupo de experimentación $p = 0,060$ y en el grupo de control $p = 0,056$, siendo valores mayores a 0,05 lo cual indica que los dos grupos cumplen con la regla de normalidad, como se muestra en la Tabla 5-4:

Tabla 5-4: Prueba de normalidad para el grupo experimental y grupo control

PRUEBAS DE NORMALIDAD				
GRUPOS DE ESTUDIO		Kolmogorov-Smirnov ^a		
		Estadístico	Gl	Sig.
NOTA EVALUACION	UE VELASCO IBARRA GRUPO EXPERIMENTAL	0,095	84	0,060
	UE HUALCOPO DUCHICELA GRUPO CONTROL	0,095	84	0,056

Fuente: Software SPSS, 2021.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Una vez realizado la prueba de normalidad se procede a seleccionar la prueba estadística para el análisis de los datos obtenidos en las evaluaciones, que en este caso es la prueba t de Student para muestras independientes, al tratarse de una variable cuantitativa, no relacionada paramétrica, para lo cual se lo realiza mediante la formulación de Hipótesis como se detalla a continuación:

a) Formulación de la hipótesis para determinar la homogeneidad de los grupos de estudio

Para la demostración de la hipótesis se ha planteado una hipótesis nula y una alternativa, como se muestra a continuación:

H₀: $\mu_{GE} = \mu_{GC}$; La media del grupo de experimentación es igual a la media del grupo de control.

H₁: $\mu_{GE} \neq \mu_{GC}$; La media del grupo de experimentación no es igual a la media del grupo de control.

b) Nivel de significancia

Nivel de significancia de 5% = 0,05 con intervalo de confianza para la media del 95%. Se toma ese valor en base a la Tabla 6-4 (Bencardino, 2019), en la cual se especifica el valor a considerarse de acuerdo al trabajo realizado.

Tabla 6-4: Valores del nivel de significancia según el estudio realizado.

Nivel de significancia	Aplicación
0,01	Aseguramiento de calidad
0,05	Proyectos de investigación
0,10	Para encuestas de mercadotecnia y políticas.

Fuente: Bencardino, 2019, p.19.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

c) Criterio de decisión

Si $p < 0,05$ rechazamos la H_0 y aceptamos la H_1 .

d) Resultados y Conclusiones

En el análisis de las varianzas se obtuvo $p = 0,584 > 0,05$ y para la igualdad de medias $p = 0,653 > 0,05$ por lo tanto al existir suficientes evidencias estadísticas se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis alternativa a un nivel de significancia de 0,05, es decir no existe diferencia significativa en las medias de las notas obtenidas entre los dos grupos de estudio, por lo ello el grupo experimental y el grupo de control son homogéneos, como se muestra en la Tabla 7-4. Por lo tanto, se puede aplicar la propuesta didáctica.

Tabla 7-4: Resultados de la prueba t de Student para muestras independientes

Prueba de muestras independientes									
	Prueba de Levene de igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias						
	F	Sig.	T	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
								Inferior	Superior
Se asumen varianzas iguales	0,301	0,584	-0,450	166	0,653	-0,190	0,423	-1,027	0,646
No se asumen varianzas iguales			-0,450	165,645	0,653	-0,190	0,423	-1,027	0,646

Fuente: Software SPSS, 2021.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

4.2 Análisis e interpretación de los resultados obtenidos con respecto a la dinámica cognitiva, en la prueba objetiva de evaluación de S.E.L 2 × 2.

En atención al objetivo orientado a establecer el nivel de la dinámica cognitiva en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en los estudiantes de décimo año de E.G.B, posterior al desarrollo de una secuencia didáctica basada en la teoría de los registros de representación semiótica; se realizó una prueba objetiva de 18 ítems, sobre 20 puntos (ANEXO C), lo cual para cumplir con la escala de notas que se maneja actualmente en el Ministerio de Educación ya antes

mencionado, se cambió a la escala sobre 10 puntos. En la Tabla 8-4 se presentan los aspectos evaluados.

Tabla 8-4: Aspectos evaluados en la prueba objetiva S.E.L con dos incógnitas

Dinámica cognitiva	Aspecto evaluado	Ítem
Formación de representación identificable	Conceptualizaciones. Características. Métodos	1-7-10-16
Tratamiento de una representación	Identificación de relaciones. Descripción de relaciones. Empleo de reglas.	5-6-8-13-15
Conversión de una representación	Descripción de propiedades y relaciones. Interpretación de diagramas. Interpretación cualitativa de datos y soluciones.	2-3-4-9-11-12-14-17-18

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Al recopilar los resultados obtenidos en la prueba objetiva sobre S.E.L 2×2 , tanto para el grupo de control (84 estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica de la U.E.C.I.B “Hualcoco Duchicela”) y grupo experimental (84 estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica de la U.E. “Velasco Ibarra”); los resultados obtenidos se organizaron a través de tablas y gráficos con su respectiva interpretación, se analizó la: frecuencia, la media y desviación estándar, para cumplir con el logro de este objetivo. Al igual que la prueba diagnóstica, la prueba objetiva de evaluación de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas se aplicó en una sesión de 90 minutos, vía online utilizando la plataforma google forms, obteniendo como resultados las notas que se muestran en la Tabla 9-4.

Tabla 9-4: Notas obtenidas en la prueba S.E.L 2×2 , respecto a la dinámica cognitiva

GRUPO CONTROL								GRUPO EXPERIMENTAL							
N°	Nota/10	N°	Nota/10	N°	Nota/10	N°	Nota/10	N°	Nota/10	N°	Nota/10	N°	Nota/10	N°	Nota/10
1	7,50	22	6,50	43	2,00	64	3,50	1	3,50	22	3,00	43	9,50	64	9,00
2	9,00	23	3,00	44	8,50	65	3,00	2	4,00	23	10,00	44	8,00	65	9,00
3	5,00	24	3,50	45	7,50	66	5,50	3	4,50	24	7,50	45	9,00	66	9,00
4	4,00	25	2,50	46	7,00	67	2,50	4	4,00	25	9,00	46	8,00	67	9,00

5	4,50	26	3,00	47	7,50	68	3,00	5	9,50	26	8,00	47	10,00	68	8,00
6	6,50	27	2,50	48	5,00	69	1,00	6	4,50	27	9,00	48	10,00	69	8,00
7	8,00	28	1,50	49	7,00	70	3,00	7	7,50	28	9,00	49	9,00	70	7,00
8	7,00	29	3,50	50	5,50	71	3,00	8	7,00	29	8,00	50	8,50	71	9,00
9	7,00	30	4,50	51	6,00	72	1,50	9	8,50	30	9,00	51	6,50	72	7,50
10	7,50	31	4,00	52	5,00	73	3,00	10	6,50	31	9,00	52	8,50	73	7,00
11	7,50	32	2,50	53	7,00	74	2,00	11	8,00	32	8,50	53	10,00	74	9,00
12	7,50	33	1,00	54	3,00	75	2,50	12	6,00	33	8,50	54	7,50	75	8,50
13	8,00	34	4,00	55	2,00	76	3,00	13	10,00	34	8,00	55	8,50	76	8,00
14	8,00	35	5,50	56	2,00	77	4,50	14	8,50	35	9,50	56	8,50	77	8,00
15	8,50	36	6,00	57	3,50	78	8,50	15	10,00	36	9,50	57	8,00	78	6,00
16	10,00	37	3,00	58	2,00	79	1,00	16	10,00	37	10,00	58	6,50	79	7,50
17	4,50	38	4,50	59	9,00	80	2,50	17	9,00	38	9,00	59	8,00	80	9,50
18	5,00	39	6,50	60	7,50	81	2,50	18	9,00	39	7,50	60	6,00	81	8,00
19	6,50	40	4,00	61	1,00	82	4,00	19	8,00	40	10,00	61	8,50	82	7,00
20	7,00	41	3,00	62	9,50	83	5,50	20	9,00	41	9,50	62	6,50	83	8,00
21	6,50	42	2,00	63	7,00	84	3,50	21	3,00	42	10,00	63	9,50	84	7,00

Fuente: Google Forms, 2021.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

A continuación, en la Tabla 10-4 se muestra las frecuencias y porcentajes de las calificaciones obtenidas en la prueba objetiva de evaluación de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, la cual permitió medir el nivel de la dinámica cognitiva en los estudiantes de décimo año de Educación General Básica, tanto para el grupo experimental como para el grupo control, calculados mediante el software estadístico SPSS.

Tabla 10-4: Frecuencias y porcentajes de las calificaciones obtenidas en la prueba objetiva S.E.L 2×2 , respecto a la dinámica cognitiva.

NOTA	GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL	
	N	%	N	%
1,00	0	0%	4	4,8%
1,50	0	0%	2	2,4%
2,00	0	0%	6	7,1%
2,50	0	0%	7	8,3%
3,00	2	2,4%	11	13,1%
3,50	1	1,2%	5	6%
4,00	2	2,4%	5	6%
4,50	2	2,4%	5	6%
5,00	0	0%	4	4,8%

5,50	0	0%	4	4,8%
6,00	3	3,6%	2	2,4%
6,50	4	4,8%	5	6%
7,00	5	6%	7	8,3%
7,50	6	7,1%	7	8,3%
8,00	15	17,9%	3	3,6%
8,50	10	11,9%	3	3,6%
9,00	17	20,2%	2	2,4%
9,50	7	8,3%	1	1,2%
10,00	10	11,9%	1	1,2%

Fuente: Software SPSS, 2021.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

De igual forma la información se presenta en gráficos de barras, en los cuales se detallan las frecuencias y porcentajes de las calificaciones obtenidas por los dos grupos de estudio, los mismos que se muestran en los Gráficos 5-4, 6-4, 7-4 y 8-4.

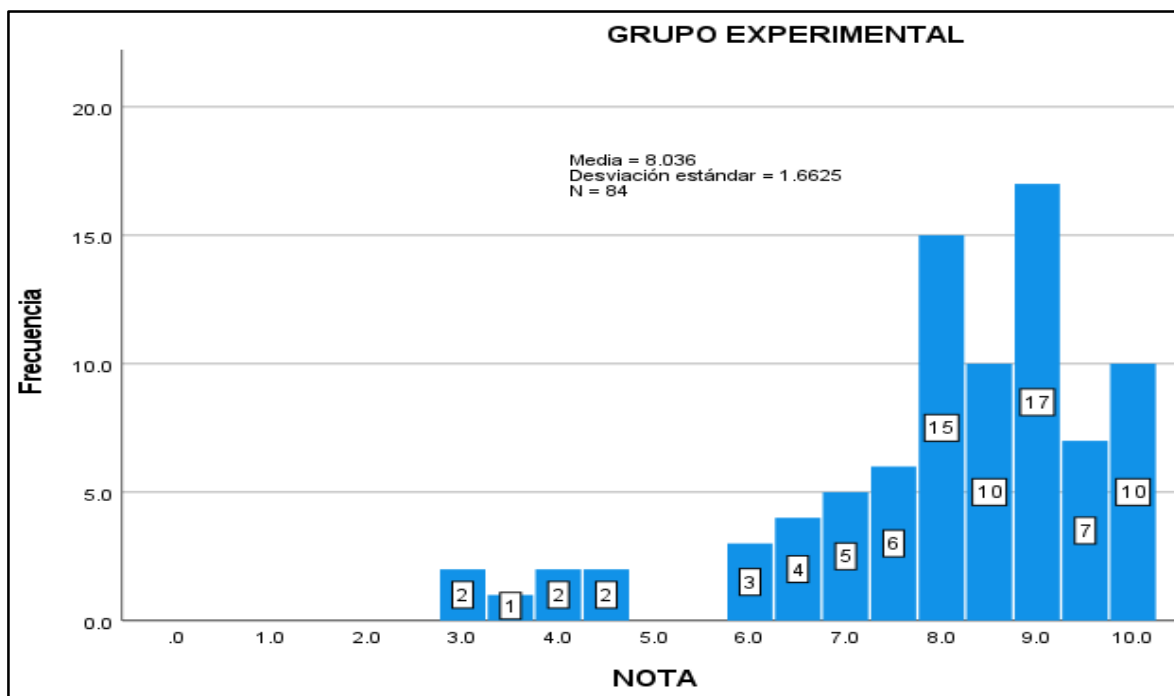


Gráfico 5-4: Frecuencia de las calificaciones de la prueba objetiva S.E.L, grupo experimental

Realizado por: Concha L. 2021

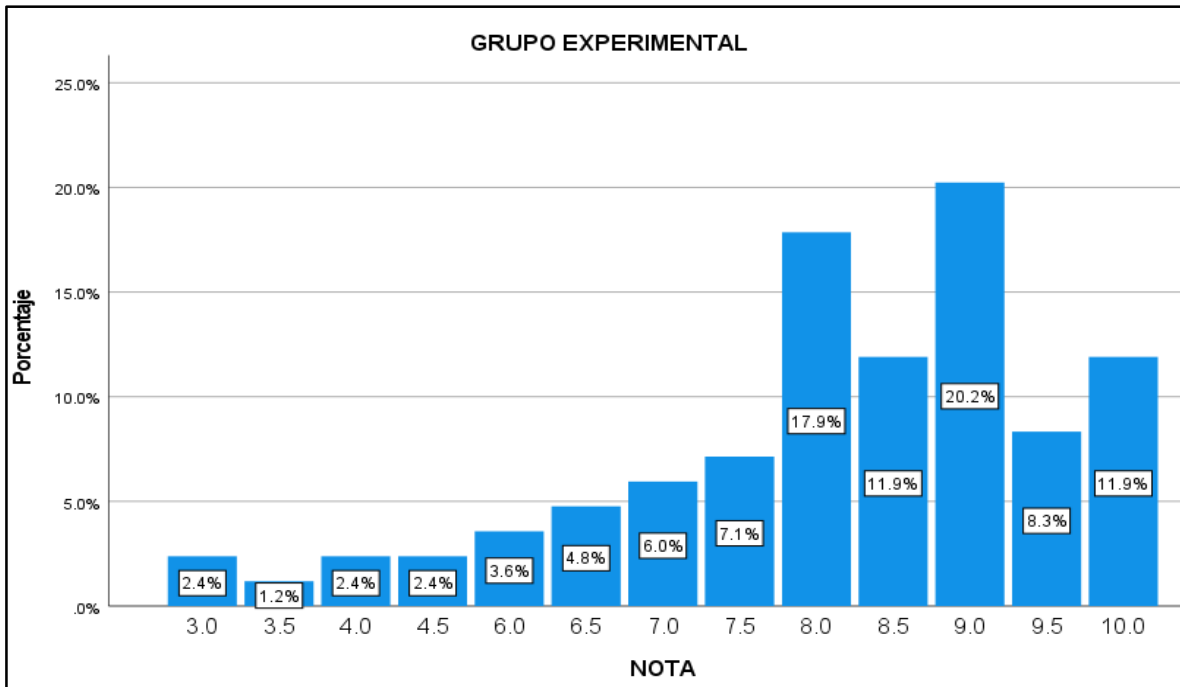


Gráfico 6-4: Porcentajes de las calificaciones de la prueba objetiva S.E.L, grupo experimental

Realizado por: Concha L. 2021

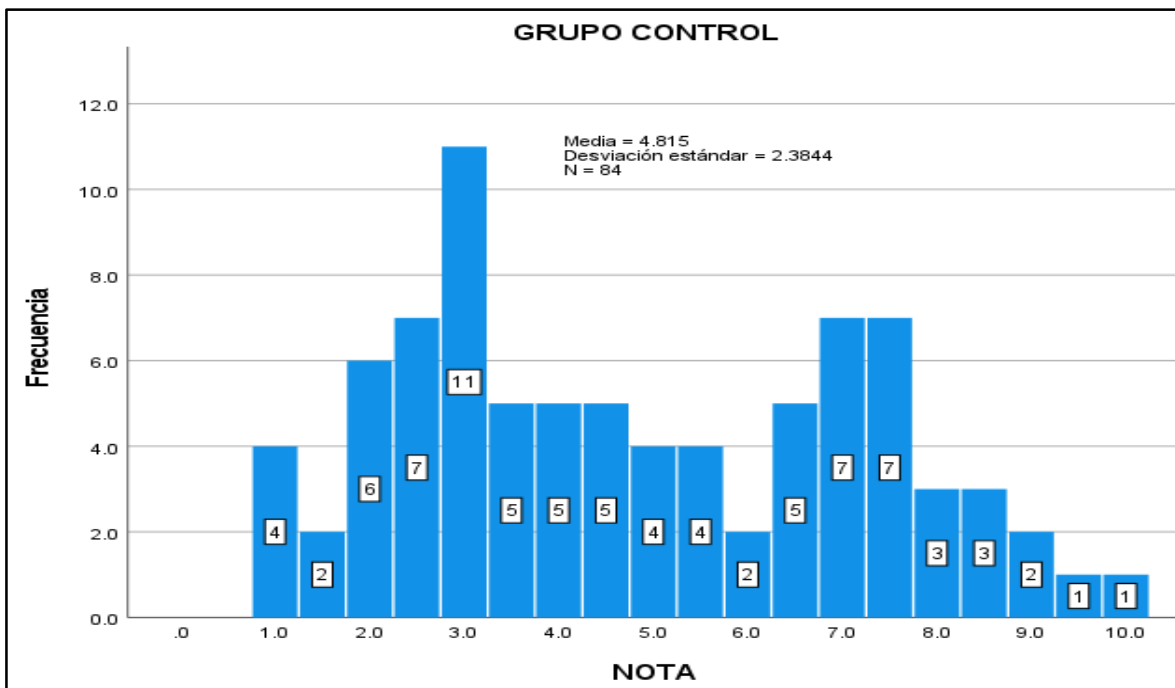


Gráfico 7-4: Frecuencia de las calificaciones de la prueba objetiva S.E.L, grupo control

Realizado por: Concha L. 2021

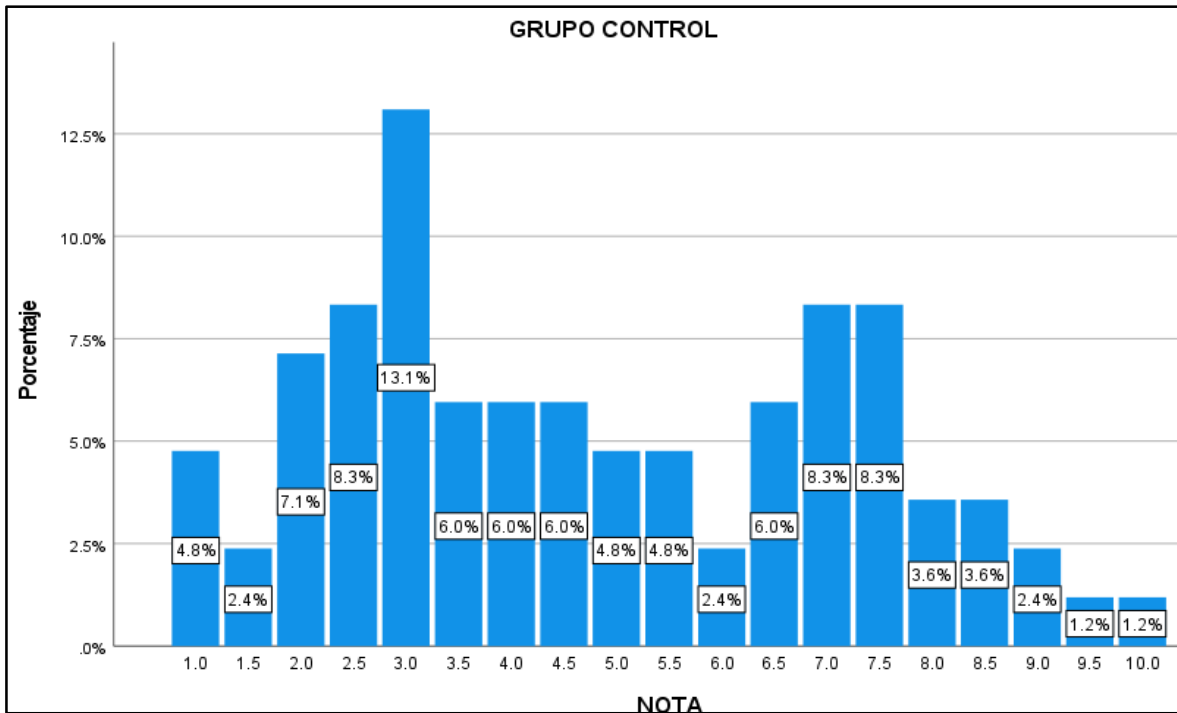


Gráfico 8-4: Porcentajes de las calificaciones de la prueba objetiva S.E.L, grupo control

Realizado por: Concha L. 2021

El promedio obtenido fue de $\mu = 8,036$ con $\sigma = 1,663$ para el grupo experimental (U.E “Velasco Ibarra”), y de $\mu = 4.815$ con $\sigma = 2,384$ para el control (U.E.C.I.B “Hualcupo Duchicela”), como se muestra en la Tabla 11-4, a la cual también se le ha añadido la categoría cualitativa sobre la puntuación obtenida.

Tabla 11-4: Media, desviación estándar de la prueba objetiva S.E.L 2×2

Grupo	N°	Puntuación sobre 10			
		Media	Desviación estándar	Varianza	Categoría cualitativa
Experimental	84	8,036	1,663	2,764	Alcanza los aprendizajes requeridos.
Control	84	4,815	2,384	5,685	Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos.

Fuente: Software SPSS, 2021.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

4.2.1 Análisis e interpretación de los resultados obtenidos para las dimensiones formación identificable, tratamiento y conversión

Para las dimensiones, formación de representación identificable, tratamiento y conversión de una representación, de la variable dinámica cognitiva en la aprehensión del objeto matemático estudiado, en el Gráfico 9-4 se evidencian los resultados tanto para el grupo control como el experimental. Estos se especifican considerando los promedios de los puntajes obtenidos en los ítems relacionados a cada dimensión. Es notorio un mejor aprendizaje y rendimiento del grupo experimental en casi todos los ítems relacionados con las dimensiones de la dinámica cognitiva. Así, la puntuación de los estudiantes de dicho grupo en cada uno de los ítems es superior al 70%, equivalente a 7 (promedio máximo por ítem 100%), la cual es la nota mínima para Alcanzar los Aprendizajes Requeridos y únicamente en el ítem 4 relacionado a la conversión de registros posee un porcentaje de 67,9%. Por su parte el grupo control, en ningún ítem alcanza el 70%, evidenciando la existencia de dificultades en el aprendizaje del tema en estudio.

En razón a este resultado, existe coincidencia con Cortés (2019) quien en su investigación demostró que los docentes necesitan desarrollar la enseñanza de la matemática de forma distinta a la algorítmica. En ese sentido usar la secuencia didáctica basada en la teoría de Duval, viabiliza la consideración de las distintas representaciones que puede tomar de un objeto matemático (Sistema de ecuaciones lineales 2×2) para la comprensión correcta de los problemas que conllevan a las operaciones cognitivas de conversión, transformación y formación de una representación.

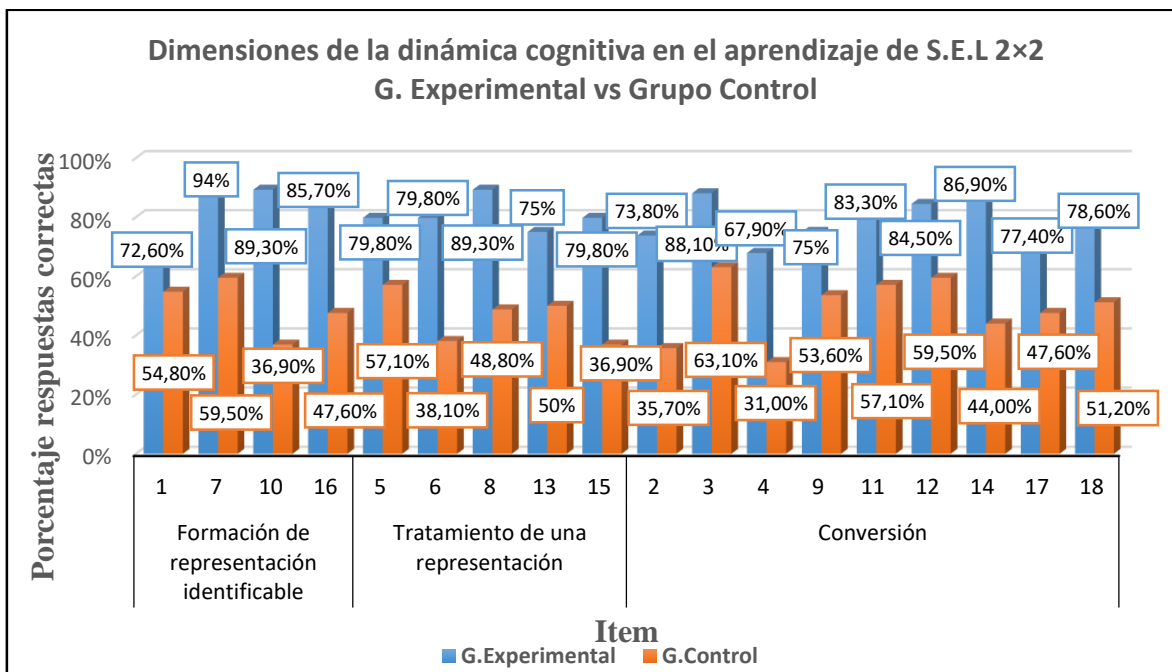


Gráfico 9-4: Resultados obtenidos en las dimensiones de la dinámica cognitiva mediante la prueba objetiva S.E.L 2 x 2.

Realizado por: Concha L. 2021

En la Tabla 12-4 se evidencia que los estudiantes del grupo experimental accionan estructuras y mecanismos intelectuales para la comprensión apropiada del concepto matemático referido. Tal como muestran los porcentajes de respuestas correctas. Así, en la operación cognitiva formación de representación el grupo experimental obtuvo un 85,40%; en la transformación de una representación 80,74% y en la conversión 79,5%. Estos valores porcentuales las ubican a todas las operaciones cognitivas, de acuerdo a la escala de la Tabla 3-4, en la categoría de “Alcanzan los Aprendizajes Requeridos” (AAR).

En ese sentido, la dinámica cognitiva entendida como transformaciones en el recorrido de apropiación por parte de los estudiantes es ejecutada manera adecuada tal como lo establecen Piaget (1978) y Dubinsky (1991). Por esta razón puede afirmarse que las estrategias utilizadas para la enseñanza de S.E.L 2 x 2, fundamentada en la teoría de los R.R.S, facilitó la interacción de los estudiantes del grupo experimental con su estructura cognitiva y experiencias sensoriales, lo cual implica que el aprendizaje es el resultado de la referida interacción. Así, pudieron entrar en contacto de manera más expedita con el objeto sistemas de ecuaciones lineales transformándolo y reconstruyéndolo, haciendo uso adecuado de la dinámica cognitiva, coincidiendo con lo referido por Duval (2016) sobre este planteamiento.

La dinámica cognitiva en el grupo control presentó como característica un accionar de las operaciones cognitivas insuficiente para lograr los aprendizajes de los contenidos del objeto S.E.L 2×2 . En la Tabla 12-4 se muestra que las operaciones cognitivas formación, transformación y conversión de representaciones alcanzan 49,70 %, 46,18 % y 49,20% respectivamente. Así, todas se ubican en la categoría “Próximo a Alcanzar los Aprendizajes Requeridos” (PAAR), de acuerdo a la escala especificada en la Tabla 3-4. Este resultado explica que los estudiantes de décimo año de Educación General Básica de la U.E.C.I.B “Hualcopo Duchicela” al no ser sometido a la mencionada secuencia didáctica, carecen de la posibilidad de que su dinámica cognitiva sea mediada por instrumentos simbólicos. Como consecuencia, y coincidiendo con López (2017), su aprendizaje del objeto matemático en estudio no es el adecuado por no contar con instrumentos de mediación para la construcción significativa de ellos.

Tabla 12-4: Distribución porcentual de las operaciones cognitivas

Grupo	Operaciones cognitivas			Total (%)	Categoría
	Formación (%) Categoría	Transformación (%) Categoría	Conversión (%) Categoría		
Experimental	85,40 AAR	80,74 AAR	79,5 AAR	81,88	Alcanza los aprendizajes requeridos (AAR)
Control	49,70 PARA	46,18 PAAR	49,20 PAAR	48,36	Próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos (PAAR)

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

4.3 Contraste de hipótesis

Para demostrar la hipótesis se utilizó la prueba estadística **t** de Student, para lo cual se realizó el siguiente procedimiento:

a) Formulación de la hipótesis

H₀: El nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes con la aplicación de la secuencia didáctica basada en registros de representación semiótica es igual que en los estudiantes sin aplicación de la secuencia didáctica.

H₁: El nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes con la aplicación de la secuencia didáctica basada en registros de representación semiótica es mayor que en los estudiantes sin aplicación de la secuencia didáctica.

b) Nivel de significancia

Nivel de significancia del 5% equivalente a 0,05 con intervalo de confianza para la media del 95%. Valor especificado de acuerdo a la Tabla 6-4.

c) Criterio de decisión

Si $p < 0,05$ rechazamos la H_0 y aceptamos la H_1

d) Resultados y Conclusiones

Para analizar si existe diferencia en el nivel de la dinámica cognitiva en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 y dar cumplimiento al objetivo 4. Se aplicó la secuencia didáctica al grupo experimental y la metodología tradicional al grupo control, posteriormente se realizó la prueba objetiva evaluación de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, a ambos grupos. Al comparar el grupo experimental y de control a través de la prueba de **t** Student para muestras independientes usando el programa SPSS versión 26, se obtuvo los datos especificados en la Tabla 13-4 y 14-4.

Tabla 13-4: Resultados de la prueba t de Student para muestras independientes

Grupo	Media	N	Desviación estándar	Varianza
Experimental	8,036	84	1,663	2,764
Control	4,815	84	2,384	5,685

Fuente: Programa SPSS, 2021.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 14-4: Resumen de la prueba t de Student para muestras independientes

Prueba de muestras independientes									
	Prueba de Levene de igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias						
	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
								Inferior	Superior
Se asumen varianzas iguales	24,100	<0,001	10,154	166	<0,001	3,2202	0,3172	2,5941	3,8464
No se asumen varianzas iguales			10,154	148,271	<0,001	3,2202	0,3172	2,5935	3,8470

Fuente: Programa SPSS, 2021.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Se tiene en primer lugar el contraste de Levene (F) sobre homogeneidad (igualdad de varianza) donde se obtiene para **p** un valor $< 0,001$ el cual es menor a $0,05$ por lo que se rechaza la hipótesis de igualdad de varianza, y se asume la información de la fila identificada como “No se asumen varianzas iguales”. En ese sentido, el estadístico t asume el valor de $10,154$ el cual es mayor a $1,96$ que es el valor crítico; resultado que justifica el rechazo de igualdad de medias, en consecuencia, se rechaza la hipótesis nula planteada: H_0 : El nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes con la aplicación de la secuencia didáctica basada en registros de representación semiótica es igual que en los estudiantes sin aplicación de la secuencia didáctica. Así se acepta la hipótesis alternativa H_1 : El nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes con la aplicación de la secuencia didáctica basada en registros de representación semiótica es mayor que en los estudiantes sin aplicación de la secuencia didáctica., es decir: $\mu_{GE} > \mu_{GC}$; La media del grupo de experimental es mayor a la media del grupo de control. Donde los límites de confianza señalados en la Tabla 14-4, permite estimar que la diferencia entre la media del grupo control y el grupo experimental se encuentra entre $2,5941$ y $3,8464$ puntos por lo cual el valor cero no está incluido, afianzando así el rechazo de la hipótesis de igualdad de medias.

4.4 Discusión de resultados

En atención a los resultados obtenidos, se afianza la posibilidad que brinda una secuencia didáctica elaborada con base a la teoría de los registros de representación semiótica de Duval en el aprendizaje

de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Por eso los registros de representación semiótica y la dinámica cognitiva deben ser reconocidos como aspectos esenciales para el aprendizaje de los contenidos matemáticos desde y en la actividad matemática. En palabras de Duval (2017), facilitan las mediaciones semióticas del procesamiento matemático, como soportes de la coordinación interna de los diversos registros semióticos usados en la movilización de conocimiento matemático.

Romero (2019) apoya lo planteado debido a la reflexión sobre el comprender un objeto matemático y el alcance de la forma de concebirlo el estudiante. Permitiendo trascender lo mecánico y algorítmico de la construcción de un concepto matemático. Así es necesario un dinamismo y reconstrucción continua en situaciones matemáticas específicas, donde el estudiante sea consciente de la acción y pueda integrar con otras acciones. En otras palabras, la secuencia didáctica concreta lo que a Valdivia y Parraguez (2015) denomina abstracción reflexiva.

En ese sentido lo evidenciado con respecto a las actividades cognitivas, es primordial para la apropiación y comprensión de un objeto matemático de los estudiantes. Debido a la mediación pedagógica que proporciona la secuencia didáctica utilizada, donde se distingue a la intervención del docente como una praxis reflexiva, que propicia resolución del conflicto cognitivo del estudiante con el objeto en estudio. Es por ello, que facilita orientaciones metodológicas y acciones fundamentadas en los R.R.S y las operaciones cognitivas de formación, transformación y conversión de una representación que coadyuva lograr la apropiación del conocimiento. Igualmente se distingue la relación triangular estudiante-contenido-docente, mediación fundamental para que ellos puedan realizar transformaciones produciéndose así una comprensión del concepto matemático. Con respecto a esto Duval (2016) enfatiza que se debe tener pleno conocimiento de los registros. Igualmente refiere la conversión como un proceso esencial, ya que permite a los estudiantes relacionar diferentes maneras de representar los contenidos matemáticos. Esto constituye un indicio en la construcción del conocimiento matemático. Por lo que Muñoz, Erazo, y Marmolejo (2013) refieren a la congruencia y la designación de objetos como categorías a considerar en la conversión entre las representaciones. Esto viene a confirmar lo planteado por Maldonado *et al.* (2019), que la alfabetización digital no es un fin en sí misma, sino que es una opción cierta de lograr en los estudiantes capacidades necesarias para llegar a ser competentes en el uso de las TIC, y ello implica estimulen el aprendizaje autónomo caracterizado esencialmente por la interacción dialógica.

CAPÍTULO V

5 PROPUESTA

SECUENCIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS, FUNDAMENTADA EN LA TEORÍA DE LOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA

5.1 Introducción a la propuesta

La comprensión de los estudiantes de un concepto matemático implica el reconocimiento de lo invariante entre diferentes registros de representación semiótica. Para la secuencia que se presenta se debe determinar la solución o no solución de un S.E.L 2×2 . La habilidad que adquieran los estudiantes en la formación, tratamiento y conversión de registros es importante. Al igual, que el manejo de conceptos como función lineal, variación, ecuación lineal, incógnita y solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Esta secuencia didáctica se elaboró con base en la teoría de R.R.S. La cual apoya el desarrollo de conocimiento de los estudiantes de décimo año de E.G.B.

La secuencia didáctica se realizó con el apoyo de la tecnología de la información y la comunicación. Se trabajó de forma virtual mediante la plataforma Microsoft Teams, debido a la emergencia sanitaria por la cual atraviesa nuestro país y el mundo entero, y con el apoyo del programa informático Excel. Todo ello con la finalidad de garantizar la interacción con los distintos registros de representación semiótica y conceptos matemáticos previos involucrados en la construcción del aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. En este sentido, se estructuraron actividades que deben resolverse, con la intencionalidad de propiciar que el estudiante aprenda los diferentes conceptos asociados con sistemas de ecuaciones lineales: como son variable, función lineal, incógnita, ecuación lineal y solución.

Las actividades requieren la interacción con diferentes registros de representación (verbal, algebraico, tabular y gráfico). Esto para comprender e integrar los conceptos matemáticos involucrados durante las operaciones cognitivas de formación, tratamiento y conversión (Duval, 2016). La secuencia se realiza en un ambiente colaborativo propiciando el trabajo en equipo. La formulación de conjeturas, argumentación y comunicación de procedimientos permite que los estudiantes aprendan conceptos

matemáticos. Al concluir los estudiantes deben argumentar la solución. En todo momento el docente debe ser un mediador que guíe y apoye en la apropiación del objeto matemático.

5.2 Justificación de la propuesta

Al incorporar iniciativas distintas en el proceso educativo, se demandan otras formas de enseñanza y aprendizaje. Esta propuesta tiene relevancia porque permitirá aplicar una opción educativa innovadora para la enseñanza de S.E.L 2×2 con el fin de contribuir en la apropiación del referido objeto matemático por parte de los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica. En ese sentido, esta secuencia didáctica representa una posibilidad de mitigar errores y bloqueos en el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales y los métodos de resolución. Así, se abordan los procesos cognitivos de los estudiantes buscando potenciar el uso de las representaciones semióticas y dinamizar las operaciones cognitivas internas y externas de formulación, tratamiento y conversión orientándose hacia la aprehensión del objeto matemático.

Sumado a lo anterior, el fundamentar la propuesta con base a la teoría de registros de representación semiótica permitirá conocer a profundidad, la importancia de la aplicación de ella. En consecuencia, se promoverá el desarrollo de la competencia investigativa del docente. En razón a esto se convierte en una propuesta para potenciar e innovar la acción pedagógica del docente. La responsabilidad del proceso de aprender es considerado en esta propuesta a través del desarrollo de habilidades cognitivas para el fortalecimiento de aprendizaje de los estudiantes concibiéndose, así como una herramienta que facilitará la comprensión desde un enfoque constructivista. Razón por la cual resulta una manifestación de contribución a la generación de conocimientos sólido sobre S.E.L 2×2 en los estudiantes.

5.3 Objetivos de la propuesta

5.3.1 *Objetivo general*

Implementar una secuencia didáctica fundamentada en la teoría de Duval, potenciando los registros de representación semiótica y la dinámica cognitiva para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, a los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica.

5.3.2 *Objetivos específicos*

- a) Profundizar en la comprensión de algunos conceptos básicos necesarios para el estudio de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, enfatizando los registros de representación semiótica.
- b) Analizar los conceptos de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y su clasificación.
- c) Resolver gráficamente un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, haciendo uso de las operaciones de la dinámica cognitiva y los R.R.S.
- d) Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por los métodos de sustitución, reducción, igualación y la regla de Cramer, utilizando las operaciones de la dinámica cognitiva y los R.R.S.
- e) Resolver y plantear problemas sobre sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas aplicando cualquiera de los métodos anteriores y utilizando las operaciones de la dinámica cognitiva y R.R.S.

5.4 *Fundamentación teórica y empírica de la propuesta*

5.4.1 *Sustentos teóricos*

En cuanto a los referentes teóricos, esta secuencia didáctica está fundamentada desde lo epistemológico por el pragmatismo por cuanto se asume que el conocimiento es cierto en razón de las derivaciones prácticas. Así se desarrolla básicamente desde la base práctica en los contextos. Tratando de visibilizar la validez conceptual en atención a los efectos experimentales del concepto. En tal sentido los elementos del conocimiento (teorías, proposiciones, ideas) son concebidos como propuestas de operación para abordar problemas de dominio y manipulación de lo real. Las operaciones son de índole biofísicas, percepciones específicas, del pensar racional y contemplación de la experiencia (Smith, 2018).

Por otra parte, la construcción del conocimiento se concibe como un proceso complejo que se realiza por medio de la relación entre el:

- Estudiante que aprende,
- Contenido objeto de enseñanza y aprendizaje,
- Profesor mediador en dicho proceso de construcción.

Las premisas apuntadas dan cuenta de la adquisición del conocimiento en un proceso de interacción entre el sujeto y ambiente social. Por tal motivo se fundamenta pedagógicamente en el constructivismo de orientación sociocultural de Lev Vygotsky (Guerra, 2020). Desde esta perspectiva el conocimiento que logran los educandos es producto de la relación social y de cultura. Por lo que se evidencia la posibilidad, al considerarlo como un ser social, los estudiantes aprenden si tienen la intervención mediada de los adultos (Vygotsky, 1988).

Igualmente resulta interesante significar que la secuencia didáctica enfatiza la búsqueda del sentido de las acciones y la influencia del poder sobre la decisión individual. Así desde un esquema relacional se intenta comprender la apropiación del concepto matemático S.E.L 2×2 . Para ello, se motiva al estudiante a que accedan a dicho concepto desde su entorno real, con la realidad aplicada a los objetos matemáticos. Esto deriva en un abordaje sociológico desde una teoría de la acción de los sujetos en los diferentes campos sociales, específicamente en la enseñanza y el aprendizaje, la teoría de Pierre Bourdieu (1997).

Por otra parte, en cuanto al aspecto del aprendizaje, se asume desde el aprendizaje significativo de Ausubel (1991) el establece que se debe promover cambios cognitivos importantes y eficaces, capaces de irrumpir el carácter enredado y demostrativo que tiene el aprendizaje verbal y simbólico. Específicamente en el aprendizaje de los objetos matemáticos la secuencia didáctica se edifica desde Duval (1999). Para el aprendizaje de estos objetos es conceptual y por medio de representaciones semióticas es posible el aprendizaje ya que solo los objetos matemáticos pueden tener relación con las representaciones semióticas. En definitiva, aprendizaje es el resultado de la interacción entre un sujeto que aprende y un objeto de conocimiento.

Para Duval (2016) lo referido en el párrafo anterior, se traduce en una elaboración con cualidades internas y sociales que se organiza en los sistemas semióticos de representación, por lo cual es producto de la intervención y uso de signos. Donde la construcción de conocimientos esta permeado

por el uso subjetivo e intersubjetivo de signos y representaciones de los objetos sujetos a la adquisición conceptual.

Por lo explicado la dinámica cognitiva es producto de la mediación de instrumentos materiales o simbólicos, y el aprendizaje es dependiente de dichos instrumentos de mediación, los cuales son activados para la construcción de aprendizajes significativos. Para López (2017), enfocar el aprendizaje desde la dinámica cognitiva, distingue la inestabilidad, estabilidad y emergencia. Así, la posibilidad del tratamiento matemático depende del sistema de representación: Ya que la función primordial de los signos no es situarse como los objetos matemáticos, sino de proporcionar la posibilidad de sustituir algunos signos por otros. En razón a esto las representaciones semióticas son el medio para comunicar, objetivar y transformar el conocimiento matemático.

Para Duval (2016) las operaciones cognitivas promovidas por registros semióticos asociados a la aprehensión de un concepto matemático inherentes a toda representación son:

- Formación de representación identificable: implica la elección en el conjunto de los caracteres y de las determinaciones que constituye lo que se quiere representar.
- Tratamiento de una representación: se refiere a las transformaciones que se realizan dentro de un mismo registro.
- Conversión de una representación: una transformación de una representación dada en una de un registro diferente.

Otro concepto importante es el de los registros de representación semiótica los que se conciben como un sistema de signos que permite cumplir las funciones de comunicación, de tratamiento y de objetivación. Se refieren a todas aquellas herramientas (letra, signos, gráficos, etc.) que hacen evidente los conceptos y procedimientos matemáticos. Todo ello con el propósito de que las personas afronten e interactúen con el conocimiento matemático, y puedan registrar y comunicar su conocimiento sobre las matemáticas (Oviedo, Kanashiro, Bnzaquen y Gorrochategui, 2012). Para el caso de S.E.L 2×2 los más usado en la educación general básica son el verbal, algebraico, tabular y gráfico.

Sintetizando, los distintos tipos de actividades cognitivas resultan importantes para el aprendizaje de los estudiantes por cuanto es posible establecer una mediación para que ellos puedan realizar transformaciones produciéndose así una comprensión del concepto matemático. Con respecto a esto

Duval (2016) enfatiza que se debe tener un pleno conocimiento de los registros de partida y llegada. Igualmente refiere la conversión como un proceso esencial, ya que permite a los estudiantes relacionar diferentes maneras de representar los contenidos matemáticos.

Para una mejor sistematización de los aspectos teóricos referidos, es importante configurar dimensiones, indicadores y una breve comparación entre el trabajo de cada uno de ellos fundamentado en la teoría de Duval y la forma tradicional. En la Tabla 1-5 se muestra las dimensiones e indicadores entre la teoría de Duval y en la enseñanza tradicional del docente.

Tabla 1-5: Dimensiones e indicadores en la teoría de Duval y en el trabajo tradicional

Dimensiones	Indicadores	Trabajo utilizando teoría de representaciones Semióticas de Duval	Trabajo en forma tradicional para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas
Registro verbal	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de datos en el enunciado. • Organización los datos dados. • Relación con lo verbal y lo algebraico 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar datos conocidos y desconocidos, establecer relaciones entre los datos, plantear las ecuaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Presentación de contenidos. • Realización de ejercicio prototipos • Uso de registro algebraico, en los diferentes métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
Registro Algebraico	<ul style="list-style-type: none"> • Uso de signos y símbolos. • Operaciones algebraicas. • Obtención de ecuaciones equivalentes. • Aplicación de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. • Interpretación de solución. • Relación con algebraico y lo tabular 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar operaciones, hacer uso de la propiedad de adición, concepto de ecuaciones equivalentes, propiedades de la relación de igualdad. • Manipular transformaciones adicionando o multiplicando según el caso, aplicar métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, comprobar la solución con la hoja de trabajo Excel. 	<ul style="list-style-type: none"> • Explicación del método gráfico realización de ejercicios prototipo. • Explicación del profesor de problemas a resolver con algunos de los métodos algebraicos. • Desarrollo de ejercicios solo por parte del profesor.
Registro Tabular	<ul style="list-style-type: none"> • Cálculo de valor numérico. • Operaciones aritméticas. • Identificación de filas y columnas. • Elaboración de tablas de valores. • Relación con lo tabular y lo algebraico. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar ecuaciones equivalentes y el despeje. • Asignar valores a un variable y encontrar el valor numérico de la otra haciendo uso de Excel, sistematizar en una tabla. 	

Registro gráfico	<ul style="list-style-type: none"> • Representación gráfica de ecuaciones en el sistema de coordenadas. • Ubicación de los puntos de intersección. • Interpretación de la solución • Relación con lo tabular y lo gráfico 	<ul style="list-style-type: none"> • Graficar los pares ordenados de la tabla en el sistema cartesiano y dibujar las ecuaciones de la recta usando Excel. • Encontrar la solución ubicando el punto de intersección. 	
Formación de representación identificable	<ul style="list-style-type: none"> • Conceptualizaciones. • Características. • Métodos. • Aplicación de propiedades. 	<ul style="list-style-type: none"> • Se relacionan las cantidades desconocidas con las conocidas dadas por el enunciado y de esta manera formar las ecuaciones. Igualmente se identifican las características en cada registro semiótico en cual se está trabajando 	
Tratamiento de una representación	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de relaciones. • Descripción de relaciones. • Empleo de reglas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Se transforman ecuaciones aplicando de propiedades que permiten expresar la ecuación inicial en una equivalente. A partir de relaciones y empleo de reglas propias de cada registro de representación semiótica 	
Conversión de una representación	<ul style="list-style-type: none"> • Descripción de propiedades y relaciones. • Interpretación de diagramas. • Interpretación cualitativa de datos y soluciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Se transforma el registro verbal al algebraico. De este al tabular y posteriormente al gráfico. Se utiliza operaciones sobre el proceso de solución de unas operaciones algebraicas básicas, representación de pares ordenado en el plano cartesiano y graficar rectas interpretando los puntos de intersección como solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. • Uso de herramientas tecnológicas para resolver el S.E.L 2×2 con dos incógnitas. 	

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Para el desarrollo de la secuencia didáctica se diseñó una hoja de trabajo en Excel. En dicha hoja se ubican cuatro espacios:

- Zona de enunciado del problema: donde el estudiante escribirá el enunciado del problema.
- Zona algebraica del problema, la cual a su vez contiene dos espacios. Uno para escribir las ecuaciones que modela la situación problemática y otro para realizar cálculos necesarios.
- Zona tabular del problema, donde se encuentran los valores numéricos de las ecuaciones y los pares ordenados presentados en una tabla.
- Zona gráfica, en ella se realiza la gráfica de las ecuaciones del sistema para encontrar la solución

En la Figura 1-5, se identifican las zonas descritas. Igualmente se visualizan las operaciones cognitivas de: formación, representación identificable, transformación y conversión; que evidencia al trabajar con el objeto matemático S.E.L 2×2 . Además de explicitar los diferentes registros de representación semiótica (verbal, algebraica, tabular y gráfica).

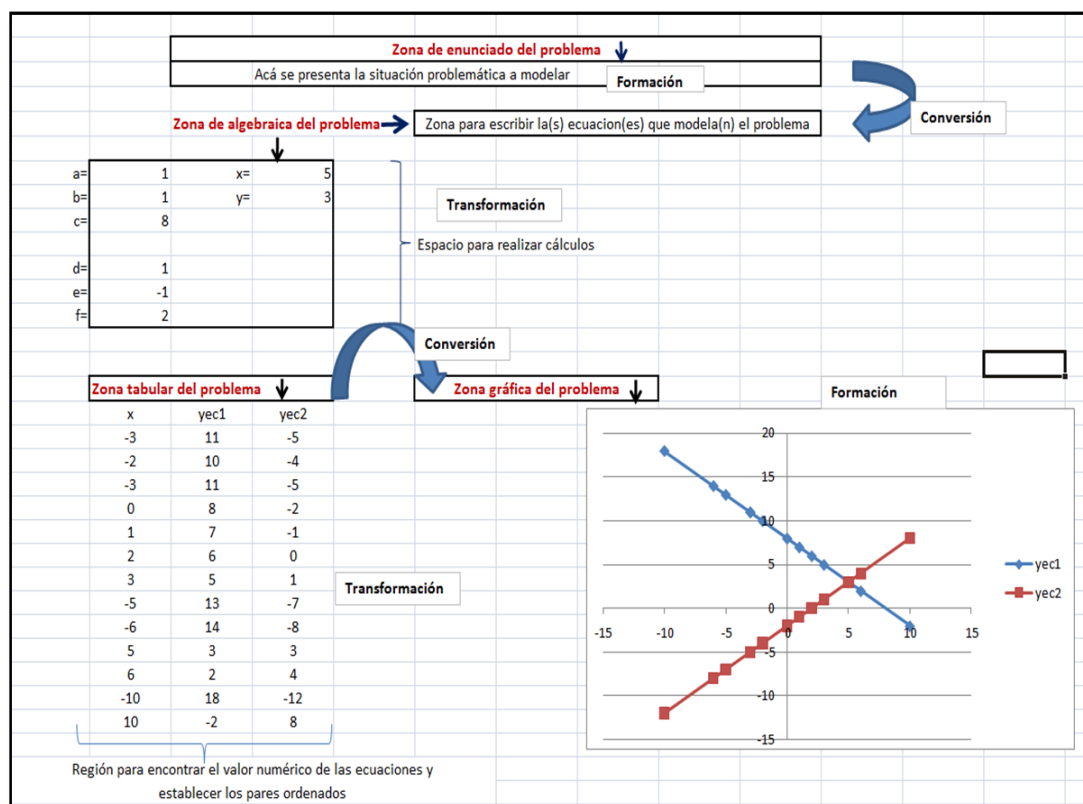


Figura 1-5: Diferentes registros de representación semiótica.

Realizado por: Concha, L. 2021

5.4.2 *Sustentos empíricos*

La propuesta se fundamenta empíricamente en un diagnóstico realizado a dos grupos de estudiantes pertenecientes al Décimo Año de Educación General Básica de las Unidades Educativas “Velasco Ibarra” y “Hualcopo Duchicela”, del distrito Colta - Guamote. Dicho diagnóstico estuvo orientado y encaminado al conocimiento previo requerido para lograr con éxito el aprendizaje del objeto matemático S.E.L 2×2 . En este sentido se evaluó a través de una prueba objetiva de doce ítems, cada uno con un valor de un punto, para un total de 12 puntos, la misma que fue aplicada en una sesión de 90, minutos, vía online utilizando la herramienta google forms.

En el análisis de los resultados de la evaluación diagnóstica se obtuvo como promedio o media el valor de $\mu = 7,21$ para el grupo experimental (U.E “Velasco Ibarra”) y de $\mu = 7,40$ para el grupo control (U.E.C.I.B “Hualcopo Duchicela”), pero sobre todo se pudo determinar que los grupos de estudio son homogéneos, por lo cual es viable realizar la propuesta didáctica basada en registros de representación semiótica, tomando en cuenta las fortalezas y debilidades que presenta cada grupo.

En el Gráfico 1-5 se detalla el análisis porcentual de las respuestas contestadas correctamente en cada ítem de la evaluación del grupo control vs grupo experimental, en donde se puede observar que en la mayoría de las preguntas los dos grupos presentan valores mayores al 50 %, valores considerados como fortalezas en los estudiantes, en el ítem 5 los dos grupos presentan valores < al 50% lo cual se considera como debilidades, de la misma forma en el ítem 7 el grupo control y en el ítem 12 el grupo experimental presentan debilidades, los mismos que serán tomados en cuenta para reforzar dentro de la propuesta didáctica, pero son únicamente dos ítems para cada grupo en el que se presentan valores < al 50%, pudiendo concluir que los estudiantes de décimo año de Educación General Básica de ambos grupos de estudio presentan en mayor parte fortalezas que debilidades en los conocimientos previos (Tabla 4-1), que requieren para el aprendizaje del objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

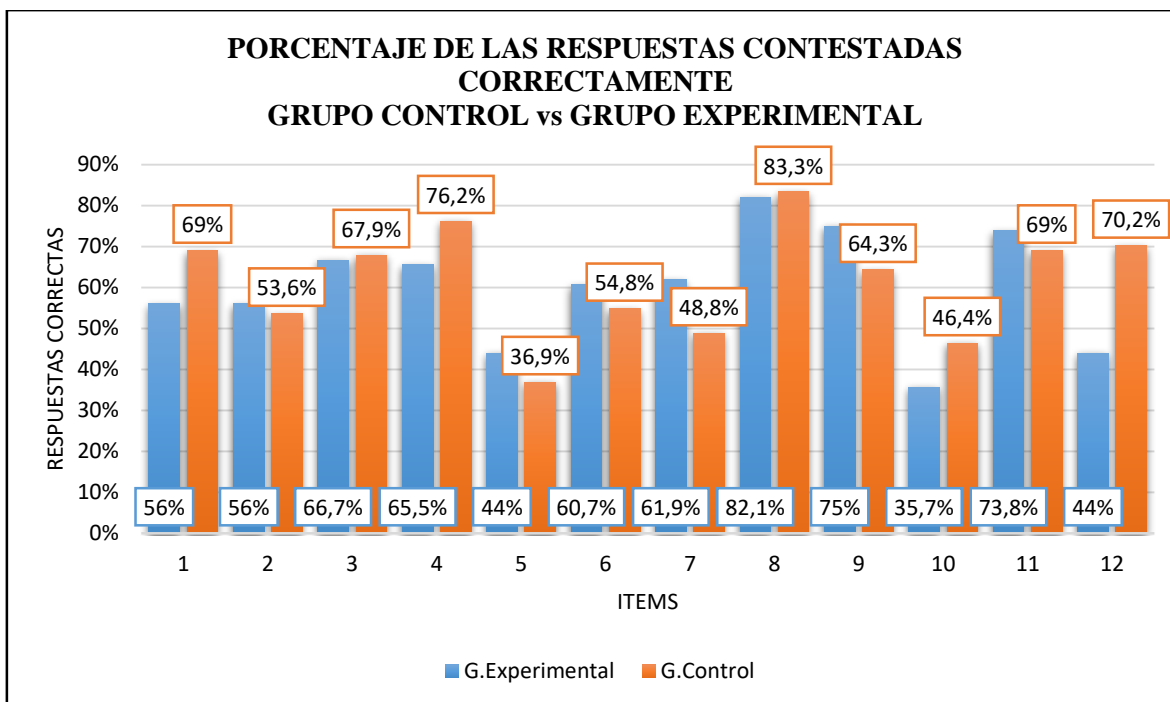




Gráfico 1-5: Resultados de los aciertos obtenidos en cada ítem, grupo control vs experimental.

Realizado por: Concha L. 2021

5.5 Plan de destrezas con criterio de desempeño para hacer operativa la propuesta

A continuación, se detallan los objetivos del tema, las destrezas a ser desarrolladas, los indicadores de evaluación, el eje transversal, la duración, las estrategias metodológicas a emplearse, recursos, indicadores de logro, actividades de evaluación, etc. las mismas que se ejecutarán en las diferentes clases para cumplir con el objetivo planteado. En la Tabla 2-5 se presenta el plan ejecutado para con el grupo control y en la Tabla 3-5 para el grupo experimental.

Tabla 2-5: Plan de destrezas con criterio de desempeño, grupo de control.

		UNIDAD EDUCATIVA “HUALCOPO DUCHICELA”			AÑO LECTIVO 2020 – 2021					
PLAN DE DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO										
1. DATOS INFORMATIVOS:										
Docente:	Ing. Laura Concha Hidalgo		Área:	Matemática	Asignatura:	Matemática	Grado/Curso:	Décimo E.G.B	Paralelo:	A, B, C, D
N° de Unidad Didáctica	4	Título de unidad de planificación:	Sistema de ecuaciones lineales		Objetivos específicos:	OM4.3. Representar y resolver de manera gráfica (utilizando las TICs) y analítica ecuaciones e inecuaciones con una variable; ecuaciones de segundo grado con una variable; y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, para aplicarlos en la solución de situaciones concretas.				
2. PLANIFICACIÓN										
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO A SER DESARROLLADAS:					INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN:					
<p>1. M.4.1.54. Reconocer la intersección de dos rectas como la solución gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.</p> <p>2. M.4.1.55. Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando los métodos de determinante (Cramer), de igualación, y de eliminación gaussiana.</p> <p>3. M.4.1.56. Resolver y plantear problemas de texto con enunciados que involucren funciones lineales y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.</p>					<p>1. I.M.4.3.4. Utiliza las TIC para graficar funciones lineales, cuadráticas y potencia ($n=1, 2, 3$), y para analizar las características geométricas de la función lineal (pendiente e intersecciones), la función potencia (monotonía) y la función cuadrática (dominio, recorrido, monotónia, máximos, mínimo, paridad); reconoce cuándo un problema puede ser modelado utilizando una función lineal o cuadrática, lo resuelve y plantea otros similares</p> <p>2. I.M.4.3.5. Plantea y resuelve problemas que involucren sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, ecuaciones de segundo grado y la aplicación de las propiedades de las raíces de la ecuación de segundo grado; juzga la validez de las soluciones obtenidas en el contexto del problema.</p>					
EJE TRANSVERSAL:	El optimismo permite afrontar diferentes situaciones con honestidad, debido a que ayuda a confiar en las capacidades. ¿Cómo crees que se puede contagiar el optimismo a las demás personas?				PERIODOS:	6 h semanales	FECHA DE APLICACIÓN:	Desde: 31/05/2021	Hasta: 25/06/2021	

Estrategias metodológicas	Recursos	Indicadores de logro	Actividades de evaluación/ Técnicas / instrumentos /Métodos
<ul style="list-style-type: none"> • Construcción del conocimiento • Resolución de problemas • Trabajo en equipo 	<p>TALENTO HUMANO Estudiantes Docente</p> <p>MATERIALES Textos Guías Hojas Lápiz Borrador Juego geométrico.</p> <p>TECNOLÓGICOS computadora Calculadora. Recursos del medio</p>	<p>Plantea y resuelve problemas que involucren sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, ecuaciones de segundo grado y la aplicación de las propiedades de las raíces de la ecuación de segundo grado; juzga la validez de las soluciones obtenidas en el contexto del problema.</p>	<p>La observación Guion de entrevista. Técnica de la pregunta.</p> <p>INSTRUMENTOS Pruebas objetivas. Lista de cotejo.</p> <p>MÉTODOS Inductivo, Deductivo, ABP</p>

3. ADAPTACIONES CURRICULARES

Especificación de la necesidad educativa	Especificación de la adaptación a ser aplicada
<p>Las adaptaciones curriculares se realizan en función del grupo de estudiantes, considerando las características individuales como un elemento positivo para el aprendizaje.</p>	

4. BIBLIOGRAFÍA:



Ministerio de educación del Ecuador (2016). Matemática 10mo. Libro del estudiante

5. OBSERVACIONES

ELABORADO	REVISADO Y APROBADO
Docente: Ing. Laura Rocío Concha Hidalgo	Junta Académica: Lic. José Atupaña Mg.
Firma:	Firma
Fecha: 21/05/2021	Fecha:26/05/2021

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 3-5: Plan de destrezas con criterio de desempeño, grupo experimental.

		UNIDAD EDUCATIVA “VELASCO IBARRA”			AÑO LECTIVO 2020 – 2021 					
PLAN DE DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO										
1. DATOS INFORMATIVOS:										
Docente:	Ing. Laura Concha Hidalgo		Área :	Matemática	Asignatura:	Matemática	Grado/Curso:	Décimo E.G.B	Paralelo:	A,B,C
N° de Unidad Didáctica	4	Título de unidad de planificación:	Sistema de ecuaciones lineales		Objetivos específicos:	OM4.3. Representar y resolver de manera gráfica (utilizando las TICs) y analítica ecuaciones e inecuaciones con una variable; ecuaciones de segundo grado con una variable; y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, para aplicarlos en la solución de situaciones concretas.				
2. PLANIFICACIÓN										
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO A SER DESARROLLADAS:					INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN:					
1. M.4.1.54. Reconocer la intersección de dos rectas como la solución gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. 2. M.4.1.55. Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando los métodos de determinante (Cramer), de igualación, y de eliminación. 3. M.4.1.56. Resolver y plantear problemas de texto con enunciados que involucren funciones lineales y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.					1. I.M.4.3.4. Utiliza las TIC para graficar funciones lineales, cuadráticas y potencia ($n=1, 2, 3$), y para analizar las características geométricas de la función lineal (pendiente e intersecciones), la función potencia (monotonía) y la función cuadrática (dominio, recorrido, monotonía, máximos, mínimo, paridad); reconoce cuándo un problema puede ser modelado utilizando una función lineal o cuadrática, lo resuelve y plantea otros similares 2. I.M.4.3.5. Plantea y resuelve problemas que involucren sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, ecuaciones de segundo grado y la aplicación de las propiedades de las raíces de la ecuación de segundo grado; juzga la validez de las soluciones obtenidas en el contexto del problema.					
EJE TRANSVER SAL:	El optimismo Permite afrontar diferentes situaciones con honestidad, debido a que ayuda a confiar en las capacidades. ¿Cómo crees que se puede contagiar el optimismo a las demás personas?				PERIODOS:	6 h semanales	FECHA DE APLICACIÓN:	Desde: 31/05/2021	Hasta: 25/06/2021	

Estrategias metodológicas	Recursos	Indicadores de logro	Actividades de evaluación/ Técnicas / instrumentos /Métodos
<ul style="list-style-type: none"> • Lluvia de ideas. • Construcción del conocimiento • Aprendizaje activo mediante la interacción entre docente y estudiantes. • Utilización de los registros de representación semiótica para realizar las conversiones y tratamientos de problemas. • Resolución de problemas • Debate. • Trabajo en equipo 	<p>TALENTO HUMANO Estudiantes Docente</p> <p>MATERIALES Textos Guías Lápiz Borrador Regla</p> <p>TECNOLÓGICOS Computadora Calculadora. Microsoft Excel.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Analiza e interpreta los conceptos de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y su clasificación. • Reconoce sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas a través de tratamientos entre registro semióticos. • Interpreta la conversión entre diferentes registros de representación semiótica. • Evalúa estrategias para la solución de problemas, utilizando los registros de representación semiótica y su tratamiento entre estas. • Resuelve gráficamente un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. • Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por los métodos de sustitución, reducción, igualación y la regla de Cramer. • Plantea y resuelve problemas extraídos de la vida diaria, sobre sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. 	<p>La observación Guion de entrevista. Técnica de la pregunta. Técnica de banco de ejercicios</p> <p>INSTRUMENTOS Pruebas objetivas. Rúbrica.</p> <p>MÉTODOS Inductivo Deductivo ABP</p>
3. ADAPTACIONES CURRICULARES			
Especificación de la necesidad educativa		Especificación de la adaptación a ser aplicada	
Las adaptaciones curriculares se realizan en función del grupo de estudiantes, considerando las características individuales como un elemento positivo para el aprendizaje.			
4. BIBLIOGRAFÍA:		5. OBSERVACIONES	
Ministerio de educación del Ecuador (2016). Matemática 10mo. Libro del estudiante			
ELABORADO		REVISADO Y APROBADO	
Docente: Ing. Laura Rocío Concha Hidalgo		Junta Académica: Lic. César Naranjo Mg.	
Firma:		Firma	
Fecha: 21/05/2021		Fecha:26/05/2021	

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

5.6 Ejecución de la propuesta

A continuación, se describen cada una de las sesiones de la secuencia didáctica basada en registros de representación semiótica para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, partiendo de la revisión de conocimientos previos indispensables para lograr el correcto aprendizaje. Se detalla en atención a los aspectos de tema, contenido, lugar, duración, objetivo, recurso y descripción de la actividad. Se estructura en 12 sesiones, distribuidas en cuatro semanas con 3 sesiones semanalmente.

Tabla 4-5: Revisión de conocimientos previos.

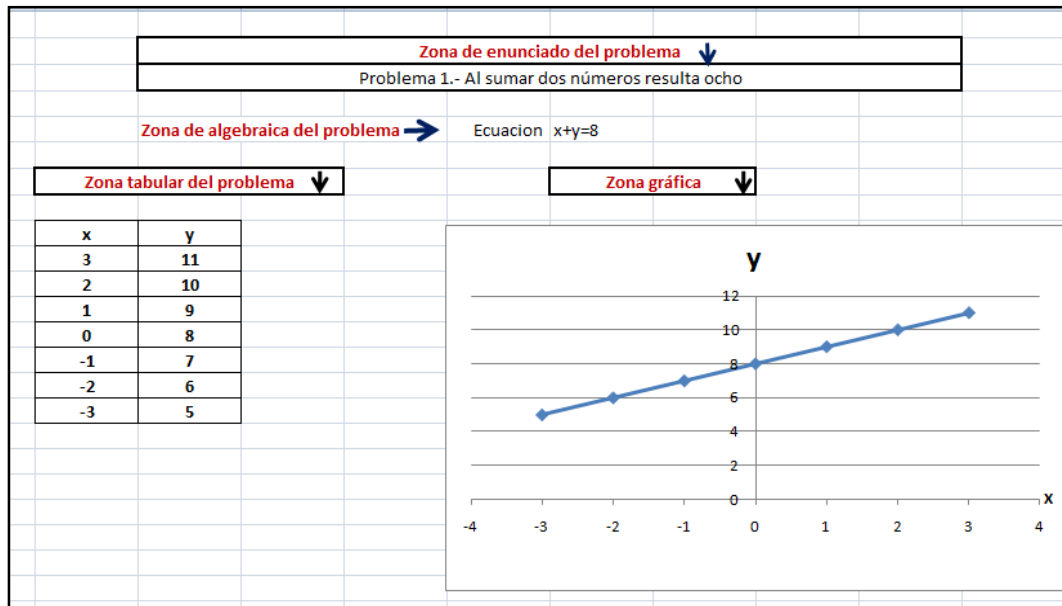
Tema: Revisión de conocimiento previos	
Contenido: Valor numérico de un polinomio de varias incógnitas. Resolución de ecuaciones de primer grado. Comprobación de la solución de una ecuación. Representación gráfica de las rectas de la forma $y = ax + c$	
Lugar: Aula de clases /plataforma Microsoft Teams.	Duración: 180 minutos
Objetivo: Profundizar en la comprensión de algunos conceptos básicos necesarios para el estudio de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas	
Recursos: Computadora, diapositivas, internet, programa informático Excel, Matemática 10° grado E.G.B. Texto del estudiante (Ministerio de Educación, 2016).	
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	
<p>Sesión 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bienvenida y dinámica de presentación. • Dialogar sobre la importancia de los conocimientos previos necesarios para el desarrollo del objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales. • Reflexión sobre las debilidades visibilizadas en la prueba diagnóstica realizada. • Presentación didáctica de los diferentes contenidos. • Resolución de ejercicios sobre valor numérico de un polinomio de varias incógnitas y resolución de ecuaciones de primer grado. • Asignación de ejercicios para ser resueltos por los estudiantes • Socialización de los ejercicios realizados • Diálogo para reforzar inquietudes de los participantes. <p>Sesión 1(continuación):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Exposición didáctica del profesor sobre planteamiento de una ecuación lineal a partir de enunciados verbales. • Resolución de problemas donde el estudiante transforme un enunciado verbal al registro algebraico. Para lo cual debe identificar datos conocidos y desconocidos (incógnita), identificar las relaciones ente los datos, 	

plantear la ecuación, identificación de operaciones para resolver la ecuación, encontrar la solución y comprobarla.

- Socialización del proceso de resolución del problema.
- Evaluación de lo realizado por parte del profesor
- Conversatorio sobre errores y bloqueos encontrados.

Sesión 2:

- Explicación sobre procedimiento para graficar la ecuación de una recta de la forma $y = ax + c$
- Presentación por parte del docente de la hoja de cálculo Excel para realizar graficas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.



- Elaboración de graficas por parte del estudiante de 5 ecuaciones de rectas de la forma $y = ax + c$
- Socialización del trabajo realizado.
- Evaluación de cierre de la actividad realizada.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 5-5: Generalidades de los sistemas de ecuaciones lineales.

Tema: Generalidades de los sistemas de ecuaciones lineales.	
Contenido: Terminología algebraica en los sistemas de ecuaciones lineales. Definición de grado de un sistema de ecuaciones. Definición de sistemas de ecuaciones lineales. Definición de solución de un sistema de ecuaciones lineales. Clasificación de los sistemas según sus soluciones:	
Lugar: Aula de clases/plataforma Microsoft Teams.	Duración: 90 minutos
Objetivo: Analizar los conceptos de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y su clasificación.	
Recursos: Computadora, diapositivas, internet, programa informático Excel, Matemática 10° grado E.G.B. Texto del estudiante (Ministerio de Educación, 2016)	
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	
Sesión 3: <ul style="list-style-type: none">• Actividad de inicio sobre la importancia de los S.E.L en para comprender problemas relacionados con diferentes áreas del conocimiento.• Presentación de enunciados de situaciones cotidianas para que los estudiantes los transformen en forma algebraica, resaltando el análisis de cada uno de los conceptos referidos a sistemas de ecuaciones lineales, elementos y características. (transformación de verbal a algebraica).• Sistematización de los contenidos del tema.• Proposición de enunciados por parte los estudiantes de enunciados que se pueda expresar mediante una ecuación lineal con dos incógnitas.• Socialización del trabajo realizado.• Trabajo grupal para ejemplificar las soluciones de una ecuación, los valores que toman x e y que cumplen la igualdad. Para ello tomaran una ecuación de algunos de los enunciados propuesto anteriormente Deben realizar una tabla en la que se darán valores a una de las variables, previo deben despejar una en función de la otra e ir dando valores (5). Una vez completada la tabla, se representarán gráficamente.• Para sistematizar la actividad se hará uso de la hoja de trabajo de Excel diseñada para realizar las Discusión del trabajo.• Diálogo para reforzar inquietudes de los participantes. Además de la actitud asumida ante el contenido y la participación.	

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 6-5: Conversión de registros de representación semiótica de S.E.L con dos incógnitas

Tema: Conversión de registros de representación semiótica de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas	
Contenido: Registros de representación semiótica verbal, algebraico, tabular y gráfico	
Lugar: Aula de clases/plataforma Microsoft Teams.	Duración: 180 minutos
Objetivo: Argumentar reflexivamente el funcionamiento de la conversión de las representaciones semióticas de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.	
Recursos: Computadora, diapositivas, internet, programa informático Excel, Matemática 10° grado E.G.B. Texto del estudiante (Ministerio de Educación, 2016).	

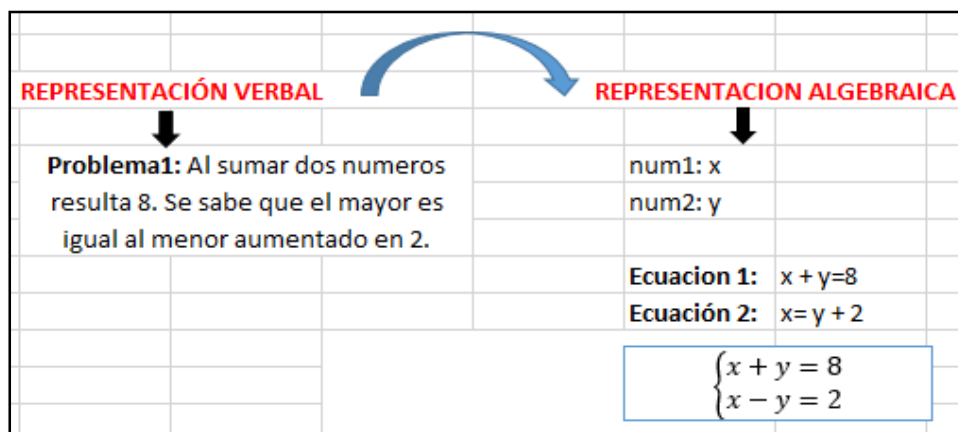
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Sesión 4

- Presentación y análisis del problema, lo cual consiste en gestión de la información que el ofrece a través de la identificación y comprensión de sistemas de ecuaciones lineales que se presentan.
- Realización de la actividad procedimental, utilizando la hoja de trabajo Excel. Representando las ecuaciones, en los diferentes registros de representación semiótica, reflexionando y argumentando sobre el funcionamiento de la conversión de las representaciones, estableciendo conclusiones generales sobre los conceptos estudiados. A continuación, se especifican orientaciones metodológicas para la mediación en la conversión de los registros de representación semiótica para sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas:

- **Registro semiótico verbal ↔ Registro semiótico algebraico**

Para pasar del registro verbal al algebraico, se hará uso de preguntas que induzcan al estudiante a identificar los datos conocidos e incógnitas con símbolos, establecer las relaciones entre ellos con signos y símbolos, plantear el sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Igualmente, se trabajará con la conversión de lo algebraico a lo verbal, motivando al estudiante a construir enunciados verbales distintos al dado a partir de las ecuaciones lineales encontradas.



- **Registro semiótico algebraico ↔ Registro semiótico tabular**

Luego se trabaja con la conversión del registro semiótico algebraico al tabular. Para ello previa transformación de las ecuaciones encontradas a través del despeje de algunas de las variables (generalmente Y), planteando ecuaciones equivalentes; se procede a calcular el valor numérico de cada ecuación dando valores arbitrarios a una de las variables (generalmente X) y calculando el valor de la otra (generalmente Y). Posteriormente, se sistematiza en una

tabla de doble entrada con los valores arbitrarios y los calculados. Para trabajar en la conversión del registro tabular al algebraico, el profesor realizará preguntas evocadoras para analizar que para escribir la ecuación con datos de una tabla se necesita el cociente entre las variaciones de Y y X (diferencia de cada valor de Y con el valor que le antecede; y diferencia de cada valor de X con el valor que le antecede). Además del valor de Y para $X=0$. Al tener las respuestas de las referidas preguntas se escriben las ecuaciones de la forma $y = ax + b$ donde a es el cociente

REPRESENTACION ALGEBRAICA		REPRESENTACION TABULAR																																																										
$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$		<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>ec1</th> <th>ec2</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-6</td><td>14</td><td>-8</td><td>-8</td></tr> <tr><td>-5</td><td>13</td><td>-7</td><td>-7</td></tr> <tr><td>-4</td><td>12</td><td>-6</td><td>-6</td></tr> <tr><td>-3</td><td>11</td><td>-5</td><td>-5</td></tr> <tr><td>-2</td><td>10</td><td>-4</td><td>-4</td></tr> <tr><td>-1</td><td>9</td><td>-3</td><td>-3</td></tr> <tr><td>0</td><td>8</td><td>-2</td><td>-2</td></tr> <tr><td>1</td><td>7</td><td>-1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>2</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>10</td><td>-2</td><td>8</td><td>8</td></tr> </tbody> </table>			x	ec1	ec2		-6	14	-8	-8	-5	13	-7	-7	-4	12	-6	-6	-3	11	-5	-5	-2	10	-4	-4	-1	9	-3	-3	0	8	-2	-2	1	7	-1	-1	2	6	0	0	3	5	1	1	4	4	2	2	5	3	3	3	10	-2	8	8
x	ec1	ec2																																																										
-6	14	-8	-8																																																									
-5	13	-7	-7																																																									
-4	12	-6	-6																																																									
-3	11	-5	-5																																																									
-2	10	-4	-4																																																									
-1	9	-3	-3																																																									
0	8	-2	-2																																																									
1	7	-1	-1																																																									
2	6	0	0																																																									
3	5	1	1																																																									
4	4	2	2																																																									
5	3	3	3																																																									
10	-2	8	8																																																									
$y = 8 - x$ $y = x - 2$																																																												

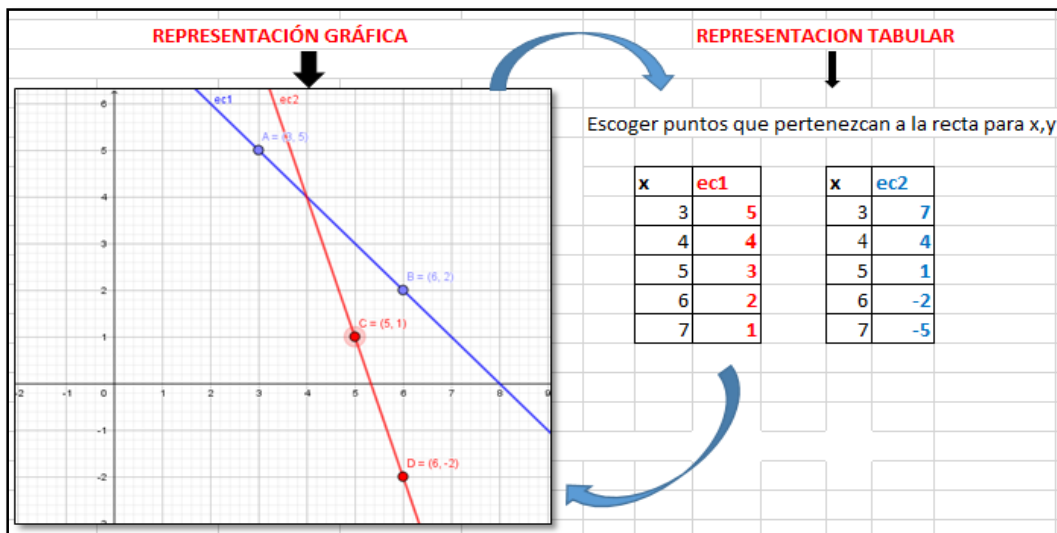
mencionado y b el valor de Y para $X=0$.

Sesión 5

- Registro semiótico tabular ↔ Registro semiótico gráfico

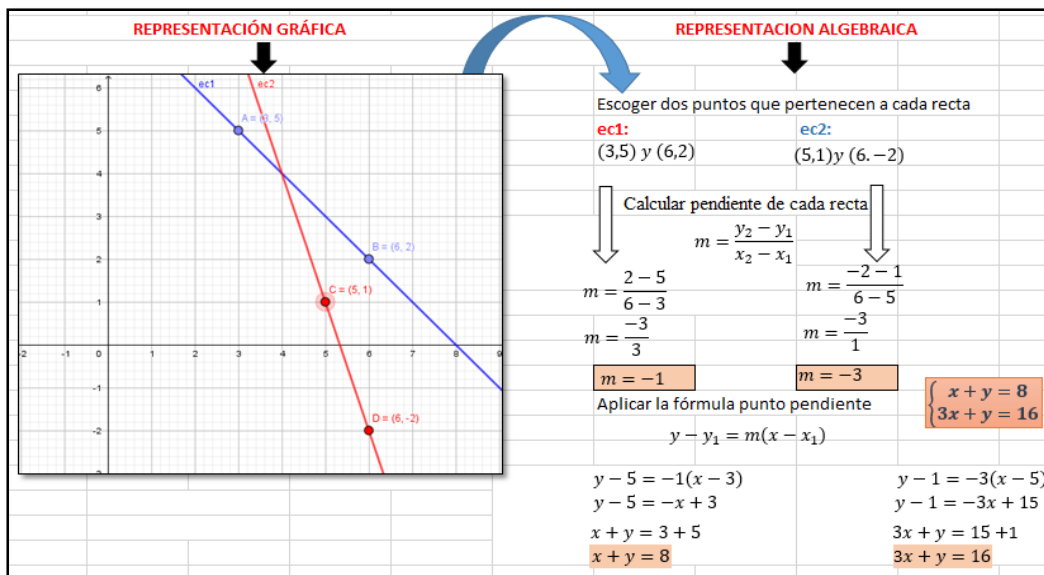
Desde el registro tabular se pasa al registro de semiótica gráfico, utilizado el sistema cartesiano para representar los pares ordenados (x, y) de la tabla como puntos y luego unirlos para obtener las rectas de las ecuaciones que conforma el sistema de ecuaciones lineales. El profesor puede motivar a los estudiantes para analizar los distintos tipos sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en atención a las gráficas obtenidas.

Posteriormente se explicará el cambio de gráfico a tabular simplemente escogiendo pares ordenados que formen parte de cada una de las rectas.



• **Registro semiótico gráfico** ↔ **Registro semiótico algebraico**

Luego se convertirá del lenguaje gráfico al algebraico, para ello se forman 2 pares ordenados (x,y) con las coordenadas de algunos puntos de la recta de la gráfica. Posteriormente se calcula la pendiente de la recta y finalmente la ecuación con la fórmula de punto-pendiente. En cambio para pasar de lenguaje algebraico a gráfico primero se debe realizar el registro tabular con los pasos antes explicados y finalmente pasarlo a gráfico.



- Socialización del trabajo realizado.
- Evaluación de lo realizado por parte del profesor.
- Conversatorio sobre errores y bloqueos encontrados. Además de la actitud asumida ante el contenido y la participación.

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 7-5: Resolución de S.E.L con dos incógnitas, método gráfico.

Tema: Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método gráfico																																											
Contenido: Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método gráfico																																											
Lugar: Aula de clases/plataforma Microsoft Teams.	Duración: 90 minutos																																										
Objetivo: Resolver gráficamente un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas																																											
Recursos: Computadora, diapositivas, internet, programa informático Excel, Matemática 10° grado E.G.B. Texto del estudiante (Ministerio de Educación, 2016)																																											
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD																																											
Sesión 6:																																											
<ul style="list-style-type: none"> Exposición didáctica del profesor sobre los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Presentación del método gráfico. Ejemplificación de resolución de problemas donde se transforme un enunciado verbal al registro algebraico. Para lo cual debe identificar datos conocidos y desconocidos (incógnita), identificar las relaciones ente los datos, plantear la ecuación, identificación de operaciones para resolver la ecuación, encontrar la solución y comprobarla. Explicación por parte del docente del proceso de resolución del problema en la hoja de trabajo Excel para resolver gráficamente un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. 																																											
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p style="text-align: center; color: red;">Zona de enunciado del problema(Representación Verbal) ↓</p> <p>Problema1: Al sumar dos numeros resulta 8. Se sabe que el mayor es igual al menor aumentado en 2.</p> <hr/> <p>Zona algebraica del problema (representación algebraica) →</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Ecuación 1: $x + y = 8$</p> <p>num1: x</p> <p>num2: y</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Ecuación 2: $x = y + 2$</p> <p>$y = 8 - x$</p> <p>$y = 8 - x$</p> </div> </div> <p style="text-align: center; color: green;">METODO GRAFICO</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>Zona tabular del problema →</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>ec1</th> <th>ec2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-6</td><td>14</td><td>-8</td></tr> <tr><td>-5</td><td>13</td><td>-7</td></tr> <tr><td>-4</td><td>12</td><td>-6</td></tr> <tr><td>-3</td><td>11</td><td>-5</td></tr> <tr><td>-2</td><td>10</td><td>-4</td></tr> <tr><td>-1</td><td>9</td><td>-3</td></tr> <tr><td>0</td><td>8</td><td>-2</td></tr> <tr><td>1</td><td>7</td><td>-1</td></tr> <tr><td>2</td><td>6</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>10</td><td>-2</td><td>8</td></tr> </tbody> </table> </div> <div style="width: 50%;"> <p>Zona gráfica del problema</p> </div> </div> </div>		x	ec1	ec2	-6	14	-8	-5	13	-7	-4	12	-6	-3	11	-5	-2	10	-4	-1	9	-3	0	8	-2	1	7	-1	2	6	0	3	5	1	4	4	2	5	3	3	10	-2	8
x	ec1	ec2																																									
-6	14	-8																																									
-5	13	-7																																									
-4	12	-6																																									
-3	11	-5																																									
-2	10	-4																																									
-1	9	-3																																									
0	8	-2																																									
1	7	-1																																									
2	6	0																																									
3	5	1																																									
4	4	2																																									
5	3	3																																									
10	-2	8																																									
<ul style="list-style-type: none"> Resolución de un problema referido a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método gráfico. Socialización del trabajo realizado. Evaluación de lo realizado por parte del profesor. Conversatorio sobre errores y bloqueos encontrados. Además de la actitud asumida ante el contenido y la participación. 																																											

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 8-5: Resolución de S.E.L con dos incógnitas, método sustitución.

Tema: Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método sustitución.																					
Contenido: Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método sustitución.																					
Lugar: Aula de clases/plataforma Microsoft Teams.	Duración: 90 minutos																				
Objetivo: Resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de sustitución.																					
Recursos: Computadora, diapositivas, internet, programa informático Excel, Matemática 10° grado E.G.B. Texto del estudiante (Ministerio de Educación, 2016)																					
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD																					
Sesión 7																					
<ul style="list-style-type: none"> Proposición de situación problemática posible de ser modelada por sistemas de ecuaciones lineales para ser resuelto aplicando el método de sustitución. Explicación detallada por parte del profesor de la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de sustitución. Asignación de un problema para resolver aplicando el método de sustitución. El estudiante compartirá lo realizado. Para ello tomará fotografía (o escaneará) del protocolo de su producción y lo subirá a la plataforma. Aclaratoria de dudas surgidas por parte del profesor. Comprobación de la resolución de un problema referido a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de sustitución, utilizando la hoja de trabajo Excel. 																					
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center; color: red;">Zona de enunciado del problema(Representación Verbal) ↓</td> </tr> <tr> <td colspan="2">Problema1: Al sumar dos numeros resulta 8. Se sabe que el mayor es igual al menor aumentado en 2.</td> </tr> <tr> <td style="color: red;">Zona algebraica del problema (representación algebraica) →</td> <td>Ecuacion 1: $x + y = 8$ Ecuación 2: $x = y + 2$</td> </tr> <tr> <td>num1: x num2: y</td> <td style="border: 1px solid blue; padding: 5px; display: inline-block;"> $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$ </td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">METODO DE SUSTITUCIÓN</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $\begin{aligned} x &= 8 - y \\ (8 - y) - y &= 2 \\ 8 - y - y &= 2 \\ 8 - 2y &= 2 \\ -2y &= 2 - 8 \\ -2y &= -6 \\ y &= \frac{-6}{-2} \\ y &= 3 \end{aligned}$ </td> <td> ⇨ despejar una variable de la primera ecuación ⇨ sustituir el valor hallado en la segunda ecuación ⇨ valor de la variable </td> </tr> <tr> <td colspan="2">Reemplazar en valor de la variable encontrado en cualquiera de las dos ecuaciones</td> </tr> <tr> <td>$x + y = 8$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$x + 3 = 8$</td> <td style="border: 1px solid red; color: red;">SOLUCION: $x = 5 ; y = 3$</td> </tr> <tr> <td>$x = 5$ valor de la variable</td> <td></td> </tr> </table>		Zona de enunciado del problema(Representación Verbal) ↓		Problema1: Al sumar dos numeros resulta 8. Se sabe que el mayor es igual al menor aumentado en 2.		Zona algebraica del problema (representación algebraica) →	Ecuacion 1: $x + y = 8$ Ecuación 2: $x = y + 2$	num1: x num2: y	$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$	METODO DE SUSTITUCIÓN		$\begin{aligned} x &= 8 - y \\ (8 - y) - y &= 2 \\ 8 - y - y &= 2 \\ 8 - 2y &= 2 \\ -2y &= 2 - 8 \\ -2y &= -6 \\ y &= \frac{-6}{-2} \\ y &= 3 \end{aligned}$	⇨ despejar una variable de la primera ecuación ⇨ sustituir el valor hallado en la segunda ecuación ⇨ valor de la variable	Reemplazar en valor de la variable encontrado en cualquiera de las dos ecuaciones		$x + y = 8$		$x + 3 = 8$	SOLUCION: $x = 5 ; y = 3$	$x = 5$ valor de la variable	
Zona de enunciado del problema(Representación Verbal) ↓																					
Problema1: Al sumar dos numeros resulta 8. Se sabe que el mayor es igual al menor aumentado en 2.																					
Zona algebraica del problema (representación algebraica) →	Ecuacion 1: $x + y = 8$ Ecuación 2: $x = y + 2$																				
num1: x num2: y	$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$																				
METODO DE SUSTITUCIÓN																					
$\begin{aligned} x &= 8 - y \\ (8 - y) - y &= 2 \\ 8 - y - y &= 2 \\ 8 - 2y &= 2 \\ -2y &= 2 - 8 \\ -2y &= -6 \\ y &= \frac{-6}{-2} \\ y &= 3 \end{aligned}$	⇨ despejar una variable de la primera ecuación ⇨ sustituir el valor hallado en la segunda ecuación ⇨ valor de la variable																				
Reemplazar en valor de la variable encontrado en cualquiera de las dos ecuaciones																					
$x + y = 8$																					
$x + 3 = 8$	SOLUCION: $x = 5 ; y = 3$																				
$x = 5$ valor de la variable																					
<ul style="list-style-type: none"> Evaluación de lo realizado por parte del profesor. Conversatorio sobre errores y bloqueos encontrados. Además de la actitud asumida ante el contenido y la participación 																					

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 9-5: Resolución de S.E.L con dos incógnitas, método reducción.

Tema: Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de reducción.	
Contenido: Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de reducción.	
Lugar: Aula de clases/plataforma Microsoft Teams.	Duración: 90 minutos
Objetivo: Resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de reducción.	
Recursos: Computadora, diapositivas, internet, programa informático Excel, Matemática 10° grado E.G.B. Texto del estudiante (Ministerio de Educación, 2016)	
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	
Sesión 8	
<ul style="list-style-type: none"> • Explicación detallada por parte del profesor de la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de reducción, mediante un ejemplo. • Proposición de dos ejercicios para resolver por el método de reducción. • El estudiante compartirá lo realizado. Para ello tomará fotografía (o escaneará) del protocolo de su producción y lo subirá a la plataforma. • Aclaratoria de dudas surgidas por parte del profesor. • Comprobación de la resolución de un problema referido a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de reducción, utilizando la hoja de trabajo Excel. 	
<p style="text-align: center;">Zona de enunciado del problema(Representación Verbal) ↓</p> <p>Problema1: Al sumar dos numeros resulta 8. Se sabe que el mayor es igual al menor aumentado en 2.</p> <p>Zona algebraica del problema → Ecuación 1: $x + y = 8$ Ecuación 2: $x - y = 2$</p> <p>(Representación algebraica)</p> <p>num1: x num2: y</p> $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">METODO DE REDUCCION O ELIMINACION</p> $\begin{array}{r} x + y = 8 \\ x - y = 2 \\ \hline 2x = 10 \\ x = \frac{10}{2} \\ x = 5 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \text{realizar sumas algebraicas}$ <p style="text-align: center;">$x = 5$ ⇒ valor de la variable</p> <p>Reemplazar en valor de la variable encontrado en cualquiera de las dos ecuaciones</p> $\begin{array}{l} x + y = 8 \\ 5 + y = 8 \\ y = 8 - 5 \\ y = 3 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \text{valor de la variable}$ <p style="text-align: center;">SOLUCION: $x = 5 ; y = 3$</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • Taller sobre resolución por el por el método de reducción.de tres problemas referidos a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. • El estudiante compartirá lo realizado. Para ello tomará fotografía (o escaneará) de protocolo de su producción y lo subirá a la plataforma. Adicional debe verificar la solución utilizando hoja de cálculo Excel • Evaluación de lo realizado por parte del profesor. • Reflexión sobre las debilidades y falencias encontradas en el trabajo realizado. Además de la actitud asumida ante el contenido y la participación. 	

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 10-5: Resolución de S.E.L con dos incógnitas, método igualación.

Tema: Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de igualación.																		
Contenido: Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de igualación.																		
Lugar: Aula de clases/plataforma Microsoft Teams.	Duración: 90 minutos																	
Objetivo: Resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de igualación.																		
Recursos: Computadora, diapositivas, internet, programa informático Excel, Matemática 10° grado E.G.B. Texto del estudiante (Ministerio de Educación, 2016)																		
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD																		
Sesión 9																		
<ul style="list-style-type: none"> • Explicación detallada por parte del profesor de la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de igualación, mediante un ejemplo. • Proposición de dos ejercicios para resolver por el método de igualación. • El estudiante compartirá lo realizado. Para ello tomará fotografía (o escaneará) del protocolo de su producción y lo subirá a la plataforma. • Aclaratoria de dudas surgidas por parte del profesor. • Comprobación de la resolución de un problema referido a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de igualación, utilizando la hoja de trabajo Excel. 																		
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p style="text-align: center; color: red;">Zona de enunciado del problema (Representación Verbal) ↓</p> <p>Problema1: Al sumar dos numeros resulta 8. Se sabe que el mayor es igual al menor aumentado en 2.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%; color: red;">Zona algebraica del problema (representación algebraica) →</td> <td style="width: 30%;">Ecuacion 1: $x + y = 8$</td> <td style="width: 30%;">Ecuación 2: $x = y + 2$</td> </tr> <tr> <td>num1: x num2: y</td> <td style="border: 1px solid blue; padding: 5px; display: inline-block;"> $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$ </td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: center; color: green;">METODO DE IGUALACIÓN</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 40%; padding: 5px;"> $\begin{aligned} x &= 8 - y; & x &= 2 + y \\ 8 - y &= 2 + y \\ 8 - y - y &= 2 \\ 8 - 2y &= 2 \\ -2y &= 2 - 8 \\ -2y &= -6 \\ y &= \frac{-6}{-2} \\ y &= 3 \end{aligned}$ </td> <td style="width: 60%; padding: 5px;"> Despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones igualar las dos expresiones obtenidas Desarrollar las operaciones algebraicas despejar la variable </td> </tr> </table> <p style="text-align: right; color: blue;">valor de una variable</p> <p>Reemplazar en valor de la variable encontrado en cualquiera de las dos ecuaciones</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">$x + y = 8$</td> <td style="width: 30%;"></td> <td style="width: 30%;"></td> </tr> <tr> <td>$x + 3 = 8$</td> <td></td> <td style="border: 1px solid red; color: red;">SOLUCION: $x = 5 ; y = 3$</td> </tr> <tr> <td>$x = 5$</td> <td style="color: blue;">valor de la variable</td> <td></td> </tr> </table> </div>		Zona algebraica del problema (representación algebraica) →	Ecuacion 1: $x + y = 8$	Ecuación 2: $x = y + 2$	num1: x num2: y	$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$		$\begin{aligned} x &= 8 - y; & x &= 2 + y \\ 8 - y &= 2 + y \\ 8 - y - y &= 2 \\ 8 - 2y &= 2 \\ -2y &= 2 - 8 \\ -2y &= -6 \\ y &= \frac{-6}{-2} \\ y &= 3 \end{aligned}$	Despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones igualar las dos expresiones obtenidas Desarrollar las operaciones algebraicas despejar la variable	$x + y = 8$			$x + 3 = 8$		SOLUCION: $x = 5 ; y = 3$	$x = 5$	valor de la variable	
Zona algebraica del problema (representación algebraica) →	Ecuacion 1: $x + y = 8$	Ecuación 2: $x = y + 2$																
num1: x num2: y	$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$																	
$\begin{aligned} x &= 8 - y; & x &= 2 + y \\ 8 - y &= 2 + y \\ 8 - y - y &= 2 \\ 8 - 2y &= 2 \\ -2y &= 2 - 8 \\ -2y &= -6 \\ y &= \frac{-6}{-2} \\ y &= 3 \end{aligned}$	Despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones igualar las dos expresiones obtenidas Desarrollar las operaciones algebraicas despejar la variable																	
$x + y = 8$																		
$x + 3 = 8$		SOLUCION: $x = 5 ; y = 3$																
$x = 5$	valor de la variable																	
<ul style="list-style-type: none"> • Taller sobre resolución por el por el método de igualación de tres problemas referidos a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. • El estudiante compartirá lo realizado. Para ello tomará fotografía (o escaneará) de protocolo de su producción y lo subirá a la plataforma. Adicional debe verificar la solución utilizando hoja de cálculo Excel. • Evaluación de lo realizado por parte del profesor. • Reflexión sobre las debilidades y falencias encontradas en el trabajo realizado. Además de la actitud asumida ante el contenido y la participación. 																		

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 11-5: Resolución de S.E.L con dos incógnitas, regla de Cramer.

Tema: Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de la regla de Cramer.																	
Contenido: Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de la regla de Cramer.																	
Lugar: Aula de clases/plataforma Microsoft Teams.	Duración: 90 minutos																
Objetivo: Resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de la regla de Cramer.																	
Recursos: Computadora, diapositivas, internet, programa informático Excel, Matemática 10° grado E.G.B. Texto del estudiante (Ministerio de Educación, 2016)																	
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD																	
Sesión 10																	
<ul style="list-style-type: none"> • Explicación detallada por parte del profesor de la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de la regla de Cramer, mediante un ejemplo. • Proposición de dos ejercicios para resolver por el método de la regla de Cramer. El estudiante compartirá lo realizado. Para ello tomará fotografía (o escaneará) del protocolo de su producción y lo subirá a la plataforma. • Aclaratoria de dudas surgidas por parte del profesor. • Comprobación de la resolución de un problema referido a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de la regla de Cramer, utilizando la hoja de trabajo Excel. 																	
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p style="text-align: center;">Zona de enunciado del problema (Representación Verbal) ↓</p> <p>Problema1: Al sumar dos numeros resulta 8. Se sabe que el mayor es igual al menor aumentado en 2.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">Zona algebraica del problema (representación algebraica) →</td> <td style="width: 35%;">Ecuación 1: $x + y = 8$</td> <td style="width: 35%;">Ecuación 2: $x = y + 2$</td> </tr> <tr> <td>num1: x num2: y</td> <td style="border: 1px solid blue; padding: 5px; display: inline-block;">$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$</td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">METODO DE CRAMER</p> <p>Hallar el determinate del sistema</p> $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = (1 * (-1)) - (1 * 1) = -1 - 1 = -2$ <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">Hallar el valor del determinante de x (Δx).</td> <td style="width: 50%;">Hallar el valor del determinante de y (Δy).</td> </tr> <tr> <td>$\begin{vmatrix} 8 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = (8 * (-1)) - (2 * 1) = -8 - 2 = -10$</td> <td>$\begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (1 * 2) - (1 * 8) = 2 - 8 = -6$</td> </tr> </table> <p>Hallar los valores de x , y</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">$x = \frac{\Delta x}{D}$</td> <td style="width: 30%;">$y = \frac{\Delta y}{D}$</td> <td style="width: 40%;"></td> </tr> <tr> <td>$x = \frac{-10}{-2}$</td> <td>$y = \frac{-6}{-2}$</td> <td style="text-align: center; border: 1px solid red; padding: 2px;">SOLUCION: x = 5 ; y = 3</td> </tr> </table> </div>		Zona algebraica del problema (representación algebraica) →	Ecuación 1: $x + y = 8$	Ecuación 2: $x = y + 2$	num1: x num2: y	$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$		Hallar el valor del determinante de x (Δx).	Hallar el valor del determinante de y (Δy).	$\begin{vmatrix} 8 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = (8 * (-1)) - (2 * 1) = -8 - 2 = -10$	$\begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (1 * 2) - (1 * 8) = 2 - 8 = -6$	$x = \frac{\Delta x}{D}$	$y = \frac{\Delta y}{D}$		$x = \frac{-10}{-2}$	$y = \frac{-6}{-2}$	SOLUCION: x = 5 ; y = 3
Zona algebraica del problema (representación algebraica) →	Ecuación 1: $x + y = 8$	Ecuación 2: $x = y + 2$															
num1: x num2: y	$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$																
Hallar el valor del determinante de x (Δx).	Hallar el valor del determinante de y (Δy).																
$\begin{vmatrix} 8 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = (8 * (-1)) - (2 * 1) = -8 - 2 = -10$	$\begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (1 * 2) - (1 * 8) = 2 - 8 = -6$																
$x = \frac{\Delta x}{D}$	$y = \frac{\Delta y}{D}$																
$x = \frac{-10}{-2}$	$y = \frac{-6}{-2}$	SOLUCION: x = 5 ; y = 3															
<ul style="list-style-type: none"> • Taller sobre resolución por el por el método de la regla de Cramer.de tres problemas referidos a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. • El estudiante compartirá lo realizado. Para ello tomará fotografía (o escaneará) de protocolo de su producción y lo subirá a la plataforma. Adicional debe verificar la solución utilizando hoja de cálculo Excel. • Evaluación de lo realizado por parte del profesor. • Reflexión sobre las debilidades y falencias encontradas en el trabajo realizado. Además de la actitud asumida ante el contenido y la participación 																	

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 12-5: Resolución de problemas de S.E.L con dos incógnitas.

Tema: Resolución de problemas de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	
Contenido: Problemas de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	
Lugar: Aula de clases/plataforma Microsoft Teams.	Duración: 90 minutos
Objetivo: Resolver y plantear problemas sobre sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas aplicando cualquiera de los métodos estudiados	
Recursos: Computadora, diapositivas, internet, programa informático Excel, Matemática 10° grado E.G.B. Texto del estudiante (Ministerio de Educación, 2016)	
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	
Sesión 11 <ul style="list-style-type: none">• Explicación detallada por parte del profesor de la resolución de un problema de sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, considerando su comprensión, concepción de un plan de resolución, ejecución del plan, examen de la solución obtenida.• Proposición de dos problemas para ser resuelto por el estudiante.• Aclaratoria de dudas surgidas por parte del profesor.• Planteamiento de problemas por parte del estudiante que puedan ser modelados como un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.• Trabajo sobre la resolución de 3 problemas de sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, uno de los cuales debe ser planteado por el estudiante.• El estudiante debe tomar fotografía (o escanear) de protocolo de su producción y lo subirá a la plataforma. Adicional debe verificar la solución utilizando hoja de cálculo Excel.• Evaluación de lo realizado por parte del profesor.• Reflexión sobre las debilidades y falencias encontradas en el trabajo realizado. Además de la actitud asumida ante el contenido y la participación.	

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

Tabla 13-5: Evaluación S.E.L con dos incógnitas.

Tema: Evaluación de los aprendizajes adquiridos sobre sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	
Contenido: Métodos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	
Lugar: Aula de clases/plataforma Microsoft Teams	Duración: 90 minutos
Objetivo: Evaluar el aprendizaje adquirido sobre métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.	
Recursos: Computadora, internet, programa informático Excel, prueba objetiva.	
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	
Sesión 12	
<ul style="list-style-type: none"> • Explicación detallada por parte del profesor del propósito y estructura de la prueba. • Corrección de la prueba • Reflexión sobre las debilidades y falencias encontradas 	
Indicadores de logro	
<ul style="list-style-type: none"> • Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante ecuaciones de primer y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, • Plantea y resuelve problemas que involucren sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas comprobando e interpretando el resultado obtenido. • Utiliza medios tecnológicos para resolver y comprobar la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas 	

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

La duración total planificada para el desarrollo de la secuencia fue de 4 semanas, en las cuales se tuvo clases virtuales 3 días a la semana, con una duración de dos horas pedagógicas cada día, debido a que en la malla curricular la asignatura de matemática tiene 6 horas pedagógicas semanales que se deben cumplir, impartiendo un total de 24 horas pedagógicas tal como se especifica en la Tabla 14-5:

Tabla 14-5: Distribución de semanas, sesiones y tiempo.

Distribución de semanas, sesiones y horas por procesos de interacción pedagógica					
Semana	Tema	Sesiones	Tiempo de interacción cognitiva con el contenido (min)	Tiempo de evaluación del proceso de aprendizaje (min)	Tiempo de interacción social virtual (min)
1	Repaso	1	60	0,15	0,15
	Conocimiento previo	2	60	0,15	0,15
	Generalidades SEL	3	60	0,15	0,15
2	Conversión de registros	4	60	0,15	0,15

	de representaci3n semi3tica	5	60	0,15	0,15
	M3todo gr3fico	6	60	0,15	0,15
3	M3todo de sustituci3n	7	60	0,15	0,15
	M3todo de reducci3n	8	60	0,15	0,15
	M3todo de igualaci3n	9	60	0,15	0,15
4	M3todo de regla de cramer	10	60	0,15	0,15
	Resoluci3n de problema	11	60	0,15	0,15
	Evaluaci3n	12	60	0,15	0,15
Sesi3n de dos horas pedag3gicas de 45 min. (1 sesi3n = 90 min)			720 min	180 min	180 min
Total de horas Pedag3gicas: 24					

Realizado por: Concha, Laura, 2021.

CONCLUSIONES

En coherencia con los objetivos formulados y los resultados evidenciados, se concluye que:

- El conocimiento previo requerido para abordar el estudio del contenido matemático S.E.L 2×2 , en los grupos experimental y de control se categoriza como aprendizajes próximos a alcanzar. Esto implica que cualquier iniciativa de mediación pedagógica para el contenido matemático abordado, debe iniciar con una revisión y reforzamiento de los contenidos previos.
- El diseño de la propuesta se elaboró asumiendo la teoría de R.R.S. Planteando actividades permeadas por la interacción con diferentes registros de representación específicos del contenido S.E.L 2×2 : verbal, algebraico, tabular y gráfico. Igualmente se integraron las actividades cognitivas de formación, tratamiento y conversión de representaciones, las cuales posibilitan la comprensión del objeto matemático abordado.
- La aplicación de la secuencia fundamentada en la teoría de R.R.S propició el trabajo colaborativo, donde la formulación de conjeturas, argumentación y comunicación de procedimientos coadyuvaron al aprendizaje del contenido matemático desarrollado. En todo momento el docente fue un mediador guiando y apoyando al estudiante en la apropiación del objeto matemático en estudio.
- Al caracterizar la dinámica cognitiva en los estudiantes analizados, el nivel del grupo experimental fue mayor. El grupo experimental tuvo una media mayor en comparación al grupo de control, estableciéndose una diferencia estadísticamente significativa, que permite afirmar que los R.R.S y la dinámica cognitiva deben ser integrados como aspectos esenciales para el aprendizaje de los contenidos matemáticos desde y en la actividad matemática.

RECOMENDACIONES

- Es necesario realizar diagnóstico de la dinámica cognitiva de los estudiantes en los diferentes contenidos matemáticos contemplados en el currículo oficial como una actividad habitual.
- La socialización tanto de los resultados como la secuencia didáctica propuesta resulta necesaria, para conocer una opción de estrategias para la enseñanza de la matemática donde se enfatiza el carácter constructivo del conocimiento y el abordaje de los procesos cognitivos vinculados al aprendizaje de la matemática.
- Socializar a los docentes este trabajo de investigación, a fin de que sea implementado en otros contextos, para poder contrastar ventajas y beneficios de una manera más amplia, en atención a la comprensión y apropiación del objeto matemático
- Establecer planes de formación permanente que se oriente a la reflexión e investigación de modelos pedagógicos que conduzcan a desarrollar estrategias de mediación cónsonas con la naturaleza de los contenidos matemáticos y los procesos cognitivos propios de la actividad matemática.

BIBLIOGRAFÍA

- Amaya, T. (2016). Evaluación de los conocimientos didácticos-matemáticos de los futuros profesores de matemáticas al hacer transformaciones de las representaciones de una función. [Tesis Doctoral], Universidad Nacional de Educación a Distancia, España.
- Andrades, G. (2017). Propuesta didáctica para el aprendizaje de la multiplicación de los números complejos. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Arias, F. (2016). El Proyecto de Investigación Introducción a la Metodología Científica (7ma ed.). Caracas, Venezuela: Episteme.
- Armijos, I. (2018). Enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando el método de aula invertida en el décimo año de la Unidad Educativa Réplica "Nicolás Infante Díaz" del Cantón Quevedo. UNAE.
- Ausubel, D. (1991). Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo. Trillas.
- Báez, A., Pérez, O., y Hernández, B. (2017). Propuesta didáctica basada en múltiples formas de representación semiótica de los objetos matemáticos para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial. *Rev Academia y Virtualidad* , 10 (2), 20-30.
- Becerra, Y. (2019). Algunos registros de representación semiótica en los sistemas de ecuaciones lineales 2×2 para la resolución de problemas. (Tesis de Maestría), Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Colombia.
- Bencardino, C. (2019). Estadística básica aplicada. Recuperado de: https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=WlckEAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP5&dq=prueba+de+hipotesis+de+distribucion+normal&ots=n8KVw55wln&sig=jcB2KTcB_z5-mwybpbj5uRKffIS8#v=onepage&q=prueba%20de%20hipotesis%20de%20distribucion%20normal&f=false
- Bourdieu, P. (1997). Razones prácticas. Sobre la teoría de la acción. Barcelona: Editorial Anagrama.
- Cabanes, L., y Colunga, S. (2017). La matemática en el desarrollo cognitivo y metacognitivo del escolar. *EduSol* , 17 (60), 45-57.
- Castro, M., González, M., y Flores, S. (2017). Registros de representación semiótica del concepto de función exponencial. *Entreciencias* , 5 (13), 1-12.
- Cortés, M. (2019). Las representaciones semióticas en la enseñanza de las Ecuaciones lineales. Universidad Santiago de Cali.
- Cruz, P. (2020). Metodología de enseñanza y para el aprendizaje. Global Campus Nebrija.
- D'Amore, B., Radford, L., y Bagni, G. (2017). Obstáculos epistemológicos y perspectiva socio-cultural de la matemática. En B. D'Amore, y L. Radford, Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos Enseñanza y aprendizaje de las

- matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos Énfasis (págs. 167-194). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- D'Amore, B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, pp. 177-195.
- Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall, *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 95-1232). Kluwer: Dordrecht.
- Duval, R. (1999). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.
- Duval, R. (2003). Langage(s) et représentation(s) dans l'enseignement des mathématiques: deux pratiques et une troisième. In M. T. Kourkoulos, *Proceedings of 3rd Colloquium on the Didactics of Mathematics* (pp. 13-33). Rethymnon: University of Crete.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Colombia: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. In R. y. Duval, y A. Sáenz (Ed.), *Comprensión y aprendizaje en matemáticas : perspectivas semióticas seleccionadas* (pp. 61-94). Bogotá, Colombia: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2017). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali, Colombia: Programa Editorial Universidad del Valle.
- Escobar, J., y Cuervo, A. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización. *Avances en Medición* , 6 (1), 27-36.
- Figuroa, R. (2013). Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de las situaciones didácticas. Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.
- Fisher, L., y Navarro, A. (1997). *Introducción a la Investigación de Mercados* (3era ed.). México: Editorial McGraw Hill.
- González, F. (2003). Cognición matemática ¿Modelo de Inteligencia o para el desarrollo de la inteligencia? *Ensino de Ciências e Matemática* , 5 (1), 7-33.
- Guerra, J. (2020). El constructivismo en la educación y el aporte de la teoría sociocultural de Vygotsky para comprender la construcción del conocimiento en el ser humano. *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.* , 2 (77), 1-21.
- Guzmán, G. (3 de Mayo de 2018). Pragmatismo: qué es y qué propone este corriente filosófica. Obtenido de *Psicología y mente*: <https://psicologiaymente.com/cultura/pragmatismo>

- Hernández, J., Espinoza, J., Peñaloza, M., Rodríguez, J., Chacón, J., Toloza, C., y otros. (2018). Sobre el uso adecuado del coeficiente de correlación de Pearson: definición, propiedades y suposiciones. *Archivos Venezolanos de Farmacología y Terapéutica* , 37 (5), 587-595.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta.* Mc Graw-Hil.
- Jaimés, L., Chaves, R., y Vargas, J. (2017). La descomposición genética como herramienta para matemáticos, ingenieros y licenciados en la enseñanza del cálculo: investigación en educación matemática. *Boletín virtual* , 6 (8), 73-78.
- Jaramillo, L., y Puga, L. (2016). El pensamiento lógico-abstracto como sustento para potenciar los procesos cognitivos en la educación. *Sophia* 21 , 31-55.
- López, A. (2017). Teoría de sistemas dinámicos y desarrollo infantil. Una perspectiva desde la filosofía de las ciencias cognitivas. *REEM* , 4 (2), 29-37.
- Lourido, D. (2020). Análisis exploratorio de los elementos semiótico-cognitivos vinculados a la enseñanza de los números irracionales. (Tesis de Maestría), Universidad Nacional de Colombia, Palmira, Colombia.
- Maldonado, M., Aguinaga, D., Nieto, J., Fonseca, F., Shardin, L., y Cadenillas, V. (2019). Estrategias de aprendizaje para el desarrollo de la autonomía de los estudiantes de secundaria. *Propósitos y Representaciones* , 7 (2), 415-439. <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2019.v7n2.290>.
- Ministerio de Educación. (2016). *Matemática. 10°. Texto del estudiante.* MINEDUC.
- Muñoz, J., Erazo, L., y Marmolejo, G. (2013). La conversión en la resolución de ecuaciones lineales de primer grado con una incógnita. Un análisis semiótico de libros de texto. *Educación científica y tecnológica* , Edición especial, 675-678.
- Navia, L. (2017). Representaciones semióticas del concepto de ecuación lineal con una variable a partir de la implementación de un juego didáctico. *Rev Amazonia Investiga* , 6 (11), 38-52.
- Oviedo, L., Kanashiro, A., Bnzaquen, M., y Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Revista Aula Universitaria* (13), 29-36.
- Pecharromán, C. (2014). El aprendizaje y la comprensión de los objetos matemáticos desde una perspectiva ontológica. *Educación matemática* , 26 (2), 9-25.
- Piaget, J. (1978). *Introducción a la epistemología genética. El pensamiento matemático.* (M. Cevasco, y V. Fischman, Trans.) Buenos Aires: Paidós.
- Prada, R., y Jaimés, L. (2017). Representación semiótica de noción de función: concepciones de los estudiantes que transitan del Colegio a la Universidad. *Panorama* , XI (20).

- Rodríguez, M., Mena, A., Mena, J., Vásquez, P., y Del Valle, M. (2019). Construcción cognitiva del conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. *Enseñanza de las ciencias* , 37 (1), 71-92.
- Rojas, P. (2015). Objetos matemáticos, representaciones semióticas y sentidos. *Enseñanza de las Cs* , 33 (1), 151-165.
- Romero, C. (2019). Análisis del concepto de función como relación funcional desde APOE. *Revista electrónica AMIUTEM* , VII (1), 1-16.
- Sánchez, J. (2014). Los registros semióticos en Matemáticas como elemento personalizado en el aprendizaje. *Revista de Investigación Educativa Conect@2* , 4 (9), 27-57.
- Silvestre, M. y Zilberstein, J. (2000). *Enseñanza y Aprendizaje Desarrollador*. Ediciones CEIDE. México
- Smith, F. (2018). Pragmatismo e idealismo anglosajones. *Scripta Philosophiae Naturalis. Una dialéctica elusiva* (13), 1-38.
- Suárez, Z. (2015). Construcción de una descomposición genética: análisis teórico del concepto diferencial de una función en varias variables. *Revista de Investigación Desarrollo e Innovación* , 6 (1), 45-60.
- Temporetti, F. (2015). Resolver la educación. *Seminario Psicología y educación* , 1-6.
- Tristan, A. (2008). Modificación al Modelo de Lawshe para el dictamen cuantitativo de la validez de un instrumento objetivo. *Avances en medición* , 6, 37-48.
- Trujillo, G., y Suarez, J. (2017). La dimensión cognitiva, importancia y trascendencia en la educación básica, secundaria y media técnica en las ciudades educativas. *Boletín Virtual* , 6 (6), 107-112.
- Valbuena, S., Gutiérrez, Y., y Berrio, J. (2021). Intervención didáctica tecnológica para el estudio de las secciones cónicas basada en el potencial semiótico. *Formación Universitaria* , 14 (1), 181-194.
- Valdivia, C., y Parraguez, M. (2015). Un Modelo Cognitivo para la comprensión profunda de la regla de la cadena. *Revista Paradigma* , XXXV (2), 146-176.
- Vygotsky, L. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.
- Vygotsky, L. (1988). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. España: Grijalbo.

ANEXOS

ANEXO A: Cartas de auspicio de las instituciones educativas

Riobamba 12 de mayo de 2021


Ingeniero
Luis Hidalgo Ph. D.
DIRECTOR DEL IPEC

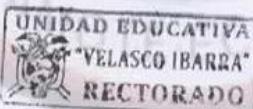
De mi consideración:

Por medio del presente me permito informarle a usted, que la **Ing. Laura Rocío Concha Hidalgo**, con CC. **0604789511**, cuenta con el apoyo de esta institución, para el desarrollo de su trabajo de titulación, previo a la obtención del título de **Magister en Matemática Mención Modelación y Docencia**.

Particular que informo para fines pertinentes.

Atentamente,


RECTOR
U.E. "VELASCO IBARRA"
MSc. José Guzmán.



Riobamba 12 de mayo de 2021

Ingeniero
Luis Hidalgo Ph. D.
DIRECTOR DEL IPEC

De mi consideración:

Por medio del presente me permito informarle a usted, que la **Ing. Laura Rocío Concha Hidalgo**, con CC. **0604789511**, cuenta con el apoyo de esta institución, para el desarrollo de su trabajo de titulación, previo a la obtención del título de **Magister en Matemática Mención Modelación y Docencia**.

Particular que informo para fines pertinentes.

Atentamente,


Lic. José Guaman
RECTOR
U.E.C.I.B "HUALCOPO DUCHICELA"



ANEXO B: Evaluación diagnóstica de conocimientos previos



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
INSTITUTO DE POSGRADO Y EDUCACION CONTINUA
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA CON MENCIÓN EN MODELACIÓN Y DOCENCIA



EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Objetivo: Diagnosticar el nivel de la dinámica cognitiva de los estudiantes de Décimo Año de Educación General Básica de las Unidades Educativas “Velasco Ibarra” y Hualcopo Duchicela” mediante la aplicación de una evaluación diagnóstica.

Instrucción: Lea detenidamente cada pregunta y seleccione una sola opción como respuesta a cada pregunta, además esta encuesta es anónima y no hace falta registrar su nombre pero sí es muy necesario que haga su mejor esfuerzo para responder de forma adecuada. Se le solicita no dejar ninguna pregunta sin contestar. La información que se obtendrá de esta encuesta será exclusivamente de uso académico para cumplir con los objetivos planteados en mi proyecto de investigación. Le agradezco su tiempo y disposición.

1. Las igualdades en las que aparecen números y una incógnita con grado uno relacionados mediante operaciones matemáticas se llaman: (Valor 0,5 pts.)
 - a) Incógnitas
 - b) Ecuaciones Cuadráticas
 - c) Coeficientes
 - d) Ecuaciones Lineales
2. En la ecuación $3x - 9 + 11x = x + 1$, los coeficientes son: (Valor 0,5 pts.)
 - a) 1, 3, 9
 - b) 1, 3, 9, 1
 - c) -9, 1, 11
 - d) 3, 11, 1
3. En la ecuación $7 - 3x = 3x + 12$, los términos independientes son: (Valor 0,5 pts.)
 - a) 7,-3
 - b) 7, 12
 - c) 3, 12
 - d) -3, 3
4. Encontrar el valor de la incógnita de una ecuación lineal para el cual se cumple la igualdad, se llama: (Valor 0,5 pts.)
 - a) Comprobar la ecuación
 - b) Resolver la ecuación
 - c) Graficar la ecuación
 - d) Escribir la ecuación
5. En la ecuación $-7x + 14 = 0$, al despejar la incógnita resulta: (Valor 1 pts.)
 - a) $x = -1$
 - b) $x = 1$
 - c) $x = -2$
 - d) $x = 2$

MAESTRÍA EN MATEMÁTICA CON MENCIÓN EN MODELACIÓN Y DOCENCIA

- c) $1300 + x + 4x = 8x$ d) $x + 4x + 8x = 1300$

11. Cada hermano recibe en orden descendente (mayor a menor): (Valor 1 pts.)

- a) 100, 400, 800 c) 200, 100, 50
b) 800, 400, 100 d) 600, 300, 100

12. La recta de la gráfica corta al eje de las abscisas en el punto. (Valor 1 pts.)



- a) (-1,0) c) (0,-1)
b) (2,0) d) (0,2)

Realizado por:	Revisado y aprobado por:	REVISADO
 Ing. Laura Concha Hidalgo MAESTRANTE	  Lic. César Naranjo Mgs. VICERRECTOR ACADÉMICO DE LA U.E. "VELASCO IBARRA"	  RECTORADO Lic. José Atupaña DOCENTE DE MATEMÁTICA DE LA U.E.C.I.B. "HUALCOPO DUCHICELA"

ANEXO C: Evaluación de sistemas de ecuaciones lineales



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
 INSTITUTO DE POSGRADO Y EDUCACION CONTINUA
 MAESTRÍA EN MATEMÁTICA CON MENCIÓN EN MODELACIÓN Y DOCENCIA



EVALUACIÓN SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

Objetivo: Diagnosticar el nivel de la dinámica cognitiva en los estudiantes del décimo año de E.G.B en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales a causa de los registros de representación semiótica, Unidades Educativas "Velasco Ibarra" y "Hualcopo Duchicela".

Instrucción: Lea detenidamente cada pregunta y seleccione una sola opción como respuesta a cada pregunta, además esta encuesta es anónima y no hace falta registrar su nombre pero si es muy necesario que haga su mejor esfuerzo para responder de forma adecuada. Se le solicita no dejar ninguna pregunta sin contestar. La información que se obtendrá de esta encuesta será exclusivamente de uso académico para cumplir con los objetivos planteados en mi proyecto de investigación. Le agradezco su tiempo y disposición.

1) En las proposiciones siguientes, indica si son verdaderas o falsas. (Valor 0,5 pts. c/u)

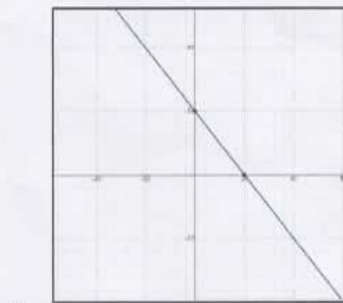
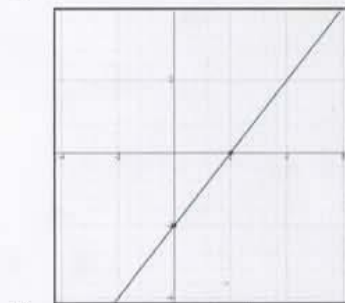
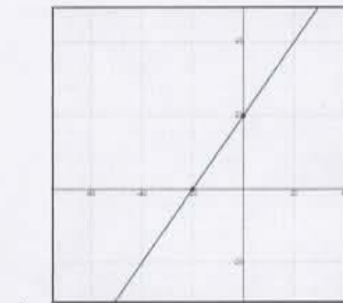
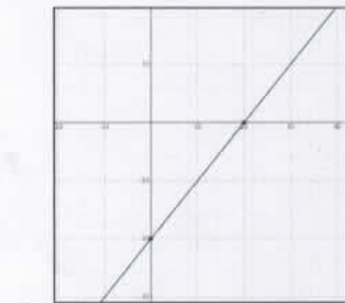
Proposición	Verdadera	Falsa
a. Un sistema de ecuaciones lineales de 2×2 se forma con dos ecuaciones de primer grado con cuatro incógnitas		
b. Sistema compatible determinado tiene una única solución		
c. En un sistema compatible indeterminado las soluciones se representa en rectas son paralelas y sobrepuestas.		
d. Un sistema incompatible tiene infinitas soluciones.		

2) Coloca en la columna de relación la letra para hacer corresponder correctamente cada expresión verbal con la forma algebraica. (Valor 0,5 c/u)

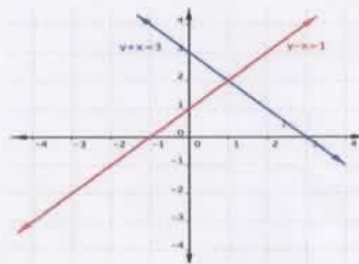
Expresión verbal	Forma algebraica	Relación
1. La diferencia de dos números es 3.	a) $x = y + 20$	
2. Dos bocadillos y tres galletas cuestan \$4.	b) $2x + y = 20$	
3. El doble de un número más otro es 20.	c) $x - y = 3$	
4. He recorrido 20 km más que tú.	d) $2x + 3y = 4$	

3) La gráfica del siguiente registro tabular es:

x	y
0	-20
20	0



En base a la gráfica responde la pregunta 4 y 5:



4) Cuál es el sistema de ecuaciones que representa la gráfica? (Valor 1 pt.)

a) $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 3 \\ -x + y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 3 \\ -x - y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 3 \\ -x + y = 1 \end{cases}$

5) ¿Cuál es la solución del sistema? (Valor 1 pt.)

a) $x = 2; y = 1$

c) $x = -1; y = 2$

b) $x = 1; y = 2$

d) $x = 1; y = -2$

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales para responder las preguntas 6, 7 y 8.

$$\begin{cases} 2x - y = 3 & (i) \\ x - 3y = -6 & (ii) \end{cases}$$

6) Al despejar una variable de las ecuaciones del sistema, ¿Cuál de las ecuaciones dadas se obtiene. (Valor 1 pt.)

a) $x = -6 - 3y$

c) $y = 2x + 3$

b) $y = 3 - 2x$

d) $x = -6 + 3y$

7) Al aplicar el método de sustitución en el sistema anterior, ¿qué ecuación se obtiene? (Valor 1 pt.)

a) $6y = 3 - 12$

c) $5y = 3 + 12$

b) $6x = 3 - 12$

d) $5x = 3 - 12$

8) ¿Cuál es la solución del sistema? (Valor 1 pt.)

a) $x = 2; y = 12$

c) $x = 3; y = 3$

b) $x = 3; y = -15$

d) $x = -3; y = 1$

Considere los siguientes registros de representación tabular y responda las preguntas 9 y 10.

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-1	2	5	8

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-6	-4	-2	0

9) La representación algebraica del sistema es: (Valor 1 pt.)

a) $\begin{cases} y - 3 = x \\ x + 6y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y - x = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y - 3x = 2 \\ y - 2x = -4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - y = -1 \\ -2x + y = 1 \end{cases}$

10) Al resolver por el método de igualación la solución es: (Valor 1 pt.)

a) $x = 6; y = 16$

c) $x = -6; y = 16$

b) $x = 6; y = -16$

d) $x = -6; y = -16$

11) En el sistema de ecuaciones que se presenta, si se aplica el método de reducción, ¿por cuánto hay que multiplicar ambas ecuaciones para eliminar la x? (Valor 1 pt.)

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = -10 \end{cases}$$

a) La primera ecuación por -3.

c) La primera ecuación por -3, y la segunda ecuación por -2.

b) No hay que multiplicar por nada.

d) La primera ecuación por -2, y la segunda ecuación por 3

12) Al aplicar el método de reducción y eliminar la variable x, ¿cuál de las siguientes ecuaciones se obtiene, del sistema de la pregunta 8? (Valor 1 pt.)

a) $10y = -10$

c) $-10y = -20$

b) $-8y = -40$

d) $5x = 15$

13) ¿Cuál es la solución del sistema de la pregunta 8? (Valor 1 pt.)

- a) No tiene solución
 b) $x = 5; y = 5$
 c) $x = -5; y = -5$
 d) $x = 5; y = -5$

14) Al escribir la matriz de coeficientes del sistema del ítem 11, resulta: (Valor 1 pt.)

- a) $\begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 1 & 60 \end{bmatrix}$
 b) $\begin{bmatrix} 2 & 100 \\ 2 & 60 \end{bmatrix}$
 c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$
 d) $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$

15) El valor del determinante de la matriz del sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas anterior es: (Valor 1 pt.)

- a) 4
 b) 2
 c) -4
 d) -2

16) Al aplicar la regla de Cramer la solución del sistema resulta: (Valor 1 pt.)

- a) $x = 8; y = 1$
 b) $x = -80; y = -10$
 c) $x = 80; y = 10$
 d) $x = -8; y = -1$

PROBLEMA: Roberto y Mónica tienen, entre los dos, \$350. La mitad de lo que tiene Roberto más lo de Mónica es \$225. Con base a este problema responda la pregunta 17 y 18.

17) La representación tabular del problema es: (Valor 1 pt.)

- a)
- | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 352 | 351 | 350 | 349 | 348 |
- y
- | | | | | | |
|---|------|--------|------|--------|------|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | -226 | -225.5 | -225 | -224.5 | -224 |
- b)
- | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 352 | 351 | 350 | 349 | 348 |
- y
- | | | | | | |
|---|-----|-------|-----|-------|-----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 226 | 225.5 | 225 | 224.5 | 224 |

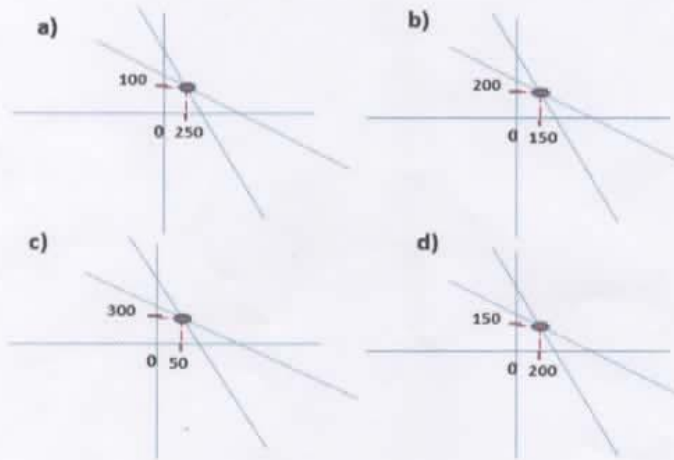
c)

x	-2	-1	0	1	2	y	x	-2	-1	0	1	2
y	352	351	350	349	348	y	224	225	226	227	228	

d)

x	-2	-1	0	1	2	y	x	-2	-1	0	1	2
y	352	351	350	349	348	y	226	-225.5	225	-224.5	224	

18) Seleccione la gráfica que represente la cantidad de dinero que tienen cada uno. (Valor 1 pt.)



Realizado por:	Revisado y aprobado por:	
Ing. Laura Concha Hidalgo MAESTRANTE	Lic. César Naranjo Mgs. VICERRECTOR ACADÉMICO DE LA U.E "VELASCO IBARRA"	Lic. José Atupaña DOCENTE DE MATEMÁTICA DE LA U.E.C.I.B "HUALCOPO DUCHICELA"

REVISADO

Lic. José Atupaña
CATEDRÁTICO DE MATEMÁTICAS

U.E. "VELASCO IBARRA"

RECTORADO
U.E. "HUALCOPO DUCHICELA"
COLUMBE - COLTA

ANEXO D: Formato de validación utilizado para los instrumentos

Formato de validación

Instrucciones: En el siguiente formato, indique según la escala excelente (E), bueno (B) o mejorable (M) en cada ítem, de acuerdo a los criterios de validación (coherencia, pertinencia, redacción), si es necesario agregue las observaciones que considere. Al final se deja un espacio para agregar observaciones generales.

Ítem Nro.	Validación			Observación
	Coherencia	Pertinencia	Redacción	
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

Observaciones generales


Datos del Validador

Nombre y Apellido


Firma

Título de formación académica

ANEXO E: Resultados por expertos en el instrumento para la evaluación diagnóstica.



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
 INSTITUTO DE POSGRADO Y EDUCACION CONTINUA
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA CON MENCIÓN EN MODELACIÓN Y DOCENCIA
Validación de la Evaluación Diagnóstica




Instrucciones: En el siguiente formato, indique según la escala excelente (E), bueno (B) o mejorable (M) en cada ítem, de acuerdo a los criterios de validación (coherencia, pertinencia, redacción), si es necesario agregue las observaciones que considere. Al final se deja un espacio para agregar observaciones generales.

Ítem Nro.	Validación			Observación
	Coherencia	Pertinencia	Redacción	
1	E	E	E	
2	E	E	E	
3	E	E	E	
4	F	E	E	
5	E	E	E	
6	E	E	F	
7	F	E	E	
8	E	E	E	
9	E	E	E	
10	E	E	E	
11	E	E	E	
12	F	E	E	

Observaciones generales

Datos del Validador

Lic. César Naranjo Mg.
Nombre y Apellido


 Firma


Magister en Educación Matemática
 Título de formación académica

Validación de la Evaluación Diagnóstica

Instrucciones: En el siguiente formato, indique según la escala excelente (E), bueno (B) o mejorable (M) en cada ítem, de acuerdo a los criterios de validación (coherencia, pertinencia, redacción), si es necesario agregue las observaciones que considere. Al final se deja un espacio para agregar observaciones generales.

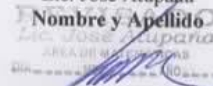
Ítem Nro.	Validación			Observación
	Coherencia	Pertinencia	Redacción	
1	E	E	E	
2	E	E	E	
3	E	E	E	
4	E	E	E	
5	E	E	E	
6	E	E	E	
7	E	E	E	
8	E	E	E	
9	E	E	E	
10	E	E	E	
11	E	E	E	
12	E	E	E	

Observaciones generales



Datos del Validador

Lic. José Atupaña
Nombre y Apellido




Firma

Magister en el Aprendizaje de la Matemática
Título de formación académica

Validación de la Evaluación Diagnóstica

Instrucciones: En el siguiente formato, indique según la escala excelente (E), bueno (B) o mejorable (M) en cada ítem, de acuerdo a los criterios de validación (coherencia, pertinencia, redacción), si es necesario agregue las observaciones que considere. Al final se deja un espacio para agregar observaciones generales.

Ítem Nro.	Validación			Observación
	Coherencia	Pertinencia	Redacción	
1	no	no	no	
2	no	no	no	
3	no	no	no	
4	no	no	no	
5	no	no	no	
6	no	no	no	
7	no	no	no	
8	no	no	no	
9	no	no	no	
10	no	no	no	
11	no	no	no	
12	no	no	no	

Observaciones generales

Datos del Validador



Pedro Llangari
 Nombre y Apellido

 Firma
 Licenciado en Ciencias de la Educación Mención Profesora de Ciencias Exactas
 Título de formación académica

ANEXO F: Resultados por expertos en el instrumento para la prueba objetiva S.E.L



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
 INSTITUTO DE POSGRADO Y EDUCACION CONTINUA
 MAESTRÍA EN MATEMÁTICA CON MENCIÓN EN MODELACIÓN Y DOCENCIA
 Validación de la Prueba Objetiva sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas



Instrucciones: En el siguiente formato, indique según la escala excelente (E), bueno (B) o mejorable (M) en cada ítem, de acuerdo a los criterios de validación (coherencia, pertinencia, redacción), si es necesario agregue las observaciones que considere. Al final se deja un espacio para agregar observaciones generales.

Ítem Nro.	Validación			Observación
	Coherencia	Pertinencia	Redacción	
1	E	E	E	
2	E	E	E	
3	E	E	E	
4	E	E	E	
5	E	E	E	
6	E	E	E	
7	E	E	E	
8	E	E	E	
9	E	E	E	
10	E	E	E	
11	E	E	E	
12	E	E	E	
13	E	E	E	
14	E	E	E	
15	E	E	E	
16	E	E	E	
17	E	E	E	
18	E	E	E	

Observaciones generales

Datos del Validador

Lic. César Naranjo Mg
 Nombre y Apellido


 Firma

Magister en Educación Matemática
 Título de formación académica

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
INSTITUTO DE POSGRADO Y EDUCACIÓN CONTINUA
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA CON MENCIÓN EN MODELACIÓN Y DOCENCIA
Validación de la Prueba Objetiva sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Instrucciones: En el siguiente formato, indique según la escala excelente (E), bueno (B) o mejorable (M) en cada ítem, de acuerdo a los criterios de validación (coherencia, pertinencia, redacción), si es necesario agregue las observaciones que considere. Al final se deja un espacio para agregar observaciones generales.

Ítem Nro.	Validación			Observación
	Coherencia	Pertinencia	Redacción	
1	E	E	E	
2	E	E	E	
3	E	E	E	
4	E	E	E	
5	E	E	E	
6	E	E	E	
7	E	E	E	
8	E	E	E	
9	E	E	E	
10	E	E	E	
11	E	E	E	
12	E	E	E	
13	E	E	E	
14	E	E	E	
15	E	E	E	
16	E	E	E	
17	E	E	E	
18	E	E	E	

Observaciones generales

Ninguna

Datos del Validador

Eic. José Atupaña.
Nombre y Apellido

UNIVERSIDAD INTERCULTURAL DEL ECUADOR
"HUALCOPO DUCHICELA"
COLUMBE - COLTA
RECTORADO

[Firma]
Firma
Lic. José Atupaña
ÁREA DE MATEMÁTICA

Magister en el Aprendizaje de la Matemática
Título de formación académica

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
INSTITUTO DE POSGRADO Y EDUCACION CONTINUA
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA CON MENCIÓN EN MODELACIÓN Y DOCENCIA
Validación de la Prueba Objetiva sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas



Instrucciones: En el siguiente formato, indique según la escala excelente (E), bueno (B) o mejorable (M) en cada ítem, de acuerdo a los criterios de validación (coherencia, pertinencia, redacción), si es necesario agregue las observaciones que considere. Al final se deja un espacio para agregar observaciones generales.

Ítem Nro.	Validación			Observación
	Coherencia	Pertinencia	Redacción	
1	ok	ok	ok	
2	ok	ok	ok	
3	ok	ok	ok	
4	ok	ok	ok	
5	ok	ok	ok	
6	ok	ok	ok	
7	ok	ok	ok	
8	ok	ok	ok	
9	ok	ok	ok	
10	ok	ok	ok	
11	ok	ok	ok	
12	ok	ok	ok	
13	ok	ok	ok	
14	ok	ok	ok	
15	ok	ok	ok	
16	ok	ok	ok	
17	ok	ok	ok	
18	ok	ok	ok	


Observaciones generales


Datos del Validador



Licenciada en Ciencias de la Educación Mención Profesora de Ciencias Exactas.
Título de formación académica

ANEXO G: Planificación con criterio de desempeño, grupo experimental y control.

		UNIDAD EDUCATIVA "VELASCO IBARRA"				AÑO LECTIVO 2020 - 2021	
PLAN DE DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO							
1. DATOS INFORMATIVOS:							
Docente:	Ing. Laura Concha Hidalgo	Área:	Matemática	Asignatura:		Grado/Curso:	Décimo E.G.B
N° de Unidad Didáctica	4	Título de unidad de planificación:	Sistema de ecuaciones lineales	Objetivos específicos:	OM4.3 Representar y resolver de manera gráfica (utilizando las TIC) y analítica ecuaciones e inecuaciones con una variable; ecuaciones de segundo grado con una variable; y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, para aplicarlos en la solución de situaciones concretas		
2. PLANIFICACIÓN							
DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO A SER DESARROLLADAS:				INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN:			
1. M.4.1.54. Reconocer la intersección de dos rectas como la solución gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.				1. I.M.4.3.4. Utiliza las TIC para graficar funciones lineales, cuadráticas y potencia ($n=1, 2, 3$), y para analizar las características geométricas de la función lineal (pendiente e intersecciones), la función potencia (monotonía) y la función cuadrática (dominio, recorrido, monotomía, máximos, mínimo, paridad); reconoce cuándo un problema puede ser modelado utilizando una función lineal o cuadrática, lo resuelve y plantea otros similares			
2. M.4.1.55. Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando los métodos de determinante (Cramer), de igualación, y de eliminación.				2. I.M.4.3.5. Plantea y resuelve problemas que involucren sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, ecuaciones de segundo grado y la aplicación de las propiedades de las raíces de la ecuación de segundo grado; juzga la validez de las soluciones obtenidas en el contexto del problema.			
3. M.4.1.56. Resolver y plantear problemas de texto con enunciados que involucren funciones lineales y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.							
EJE TRANSVERSAL:	El optimismo Permite afrontar diferentes situaciones con honestidad, debido a que ayuda a confiar en las capacidades. ¿Cómo crees que se puede contagiar el optimismo a las demás personas?			PERIODOS:	6 h semanales	FECHA DE APLICACIÓN:	
				Desde:	31/05/2021	Hasta:	25/06/2021

Estrategias metodológicas	Recursos	Indicadores de logro	Actividades de evaluación/ Técnicas / instrumentos
<ul style="list-style-type: none"> • Lluvia de ideas. • Construcción del conocimiento • Aprendizaje activo mediante la interacción entre docente y estudiantes. • Utilización de los registros de representación semiótica para realizar las conversiones y Regla • Resolución de problemas. • Debate. • Trabajo en equipo 	<p>TALENTO HUMANO Estudiantes Docente</p> <p>MATERIALES Textos Guías Lápiz Borrador Regla</p> <p>TECNOLÓGICOS Computadora Calculadora. Microsoft Excel.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Analiza e interpreta los conceptos de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y su clasificación. • Reconoce sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas a través de tratamientos entre registro semióticos. • Interpreta la conversión entre diferentes registros de representación semiótica. • Evalúa estrategias para la solución de problemas, utilizando los registros de representación semiótica y su tratamiento entre estas. • Resuelve gráficamente un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. • Resuelve sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por los métodos de sustitución, reducción, igualación y la regla de Cramer. • Plantea y resuelve problemas extraídos de la vida diaria, sobre sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. 	<p>La observación Guion de entrevista. Técnica de la pregunta. Técnica de banco de ejercicios</p> <p>INSTRUMENTOS Pruebas objetivas Rúbrica.</p> <p>MÉTODOS Inductivo Deductivo ABP</p>
3. ADAPTACIONES CURRICULARES			
Especificación de la necesidad educativa		Especificación de la adaptación a ser aplicada	
Las adaptaciones curriculares se realizan en función del grupo de estudiantes, considerando las características individuales como un elemento positivo para el aprendizaje.			
4. BIBLIOGRAFÍA:			
Ministerio de educación del Ecuador (2016). Matemática 10mo. Libro del estudiante			
ELABORADO			
Docente: Ing. Laura Rocío Concha Hidalgo		REVISADO Y APROBADO	
Firma:		Junta Académica: Lic. César Naranjo Mg	
Fecha: 21/05/2021		Firma: 	
		Fecha: 26/05/2021	





PLAN DE DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO

1. DATOS INFORMATIVOS:

Docente:	Ing. Laura Concha Hidalgo	Área:	Matemática	Asignatura:	Matemática	Grado/Curso:	Décimo E.G.B	Paralelo:	A,B,C, D
N° de Unidad Didáctica	4	Título de unidad de planificación:	Sistema de ecuaciones lineales	Objetivos específicos:	OM4.3. Representar y resolver de manera gráfica (utilizando las TIC) y analítica ecuaciones e inecuaciones con una variable; ecuaciones de segundo grado con una variable; y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, para aplicarlos en la solución de situaciones concretas.				

2. PLANIFICACIÓN


DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO A SER DESARROLLADAS:

INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN:

- M.4.1.54. Reconocer la intersección de dos rectas como la solución gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- M.4.1.55. Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera algebraica, utilizando los métodos de determinante (Cramer), de igualación, y de eliminación gaussiana.
- M.4.1.56. Resolver y plantear problemas de texto con enunciados que involucren funciones lineales y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.

- I.M.4.3.4. Utiliza las TIC para graficar funciones lineales, cuadráticas y potencia ($n=1, 2, 3$), y para analizar las características geométricas de la función lineal (pendiente e intersecciones), la función potencia (monotonía) y la función cuadrática (dominio, recorrido, monotonia, máximos, mínimo, paridad), reconoce cuando un problema puede ser modelado utilizando una función lineal o cuadrática, lo resuelve y plantea otros similares
- I.M.4.3.5. Plantea y resuelve problemas que involucren sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, ecuaciones de segundo grado y la aplicación de las propiedades de las raíces de la ecuación de segundo grado, juzga la validez de las soluciones obtenidas en el contexto del problema.

EJE TRANSVERSAL:	El optimismo Permite afrontar diferentes situaciones con honestidad, debido a que ayuda a confiar en las capacidades. ¿Cómo crees que se puede contagiar el optimismo a las demás personas?	PERIODOS:	6 h semanales	FECHA DE APLICACIÓN:	Desde: 31/05/2021 Hasta: 25/06/2021
------------------	---	-----------	------------------	----------------------	--

Estrategias metodológicas	Recursos	Indicadores de logro	Actividades de evaluación/ Técnicas / instrumentos
<ul style="list-style-type: none"> • Lluvia de ideas. • Construcción del conocimiento • Resolución de problemas • Trabajo en equipo 	<p>TALENTO HUMANO Estudiantes Docente</p> <p>MATERIALES Textos Guías Hojas Lápiz Borrador Juego geométrico.</p> <p>TECNOLÓGICOS computadora Calculadora. Recursos del medio</p>	<p>Plantea y resuelve problemas que involucren sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, ecuaciones de segundo grado y la aplicación de las propiedades de las raíces de la ecuación de segundo grado; juzga la validez de las soluciones obtenidas en el contexto del problema.</p>	<p>La observación Guion de entrevista. Técnica de la pregunta INSTRUMENTOS Pruebas objetivas. Lista de cotejo. MÉTODOS Inductivo, Deductivo, ABP</p>
3. ADAPTACIONES CURRICULARES			
Especificación de la necesidad educativa		Especificación de la adaptación a ser aplicada	
Las adaptaciones curriculares se realizan en función del grupo de estudiantes, considerando las características individuales como un elemento positivo para el aprendizaje.			
4. BIBLIOGRAFÍA:			
Ministerio de educación del Ecuador (2016). Matemática 10mo. Libro del estudiante			
ELABORADO		REVISADO Y APROBADO	
Docente: Ing. Laura Rocío Concha Hidalgo		Junta Académica: Lic. José Atupaña	
Firma:		Firma	
Fecha: 21/05/2021		Fecha: 26/05/2021	
			

ANEXO H: Certificado de culminación de las instituciones auspiciantes

Riobamba 05 de julio de 2021

CERTIFICADO

A petición verbal de la parte interesada tengo a bien certificar que la Ing. Laura Rocío Concha Hidalgo, con CC. 060478951-1, estudiante de la Maestría en Matemática Mención Modelación y Docencia, del Instituto de Postgrado y Educación Continua de la ESPOCH, ha realizado y culminado con las actividades planificadas en su trabajo de titulación denominado: **ANÁLISIS DE DINÁMICA COGNITIVA EN ESTUDIANTES DEL DECIMO AÑO EN APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES A CAUSA DE REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA, UNIDADES EDUCATIVAS "VELASCO IBARRA" Y "HUALCOPO DUCHICELA"**, en nuestra institución durante el año lectivo 2020-2021, demostrando responsabilidad, honestidad y capacidad de trabajo.

Es todo cuanto puedo certificar en honor a la verdad, autorizando al interesado hacer uso del presente documento en lo que a bien tuviere.



Mg. José Guaman
Rector
U.E "Velasco Ibarra"

Riobamba 05 de julio de 2021

CERTIFICADO

Por medio de la presente y a petición de la parte interesada tengo a bien **CERTIFICAR**;

Que la Ing. Laura Rocío Concha Hidalgo, con CC. 0604789511, estudiante de la Maestría en Matemática Mención Modelación y Docencia, del Instituto de Postgrado y Educación Continua de la ESPOCH, ha cumplido a cabalidad con las actividades planificadas en su trabajo investigativo denominado: **ANÁLISIS DE DINÁMICA COGNITIVA EN ESTUDIANTES DEL DECIMO AÑO EN APRENDIZAJE DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES A CAUSA DE REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA, UNIDADES EDUCATIVAS "VELASCO IBARRA" Y "HUALCOPO DUCHICELA"**, aplicado a los estudiantes de décimo año de E.G.B, durante el año lectivo 2020-2021.

Cabe recalcar que en todas las actividades realizadas, ha demostrado responsabilidad, puntualidad, disciplina y un alto grado de colaboración.

Es todo cuanto puedo certificar en honor a la verdad, autorizando al interesado hacer uso del presente documento en lo que a bien tuviere.



Lic. José Guamán

RECTOR

U.E.C.I.B "HUALCOPO DUCHICELA"

UNIDAD EDUCATIVA INTERCULTURAL BILINGÜE
"HUALCOPO DUCHICELA"
COLUMBE - COLTA
RECTORADO