



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS**  
**CARRERA FÍSICA**

**ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DE LA DINÁMICA**  
**ATMOSFÉRICA CON LA ALTURA USANDO LA TEORÍA DEL**  
**CAOS.**

**Trabajo de Integración Curricular**

Tipo: Proyecto de Investigación

Presentado para optar al grado académico de:

**FÍSICO**

**AUTOR:** ANDRÉS EDUARDO VACA ROMERO

**DIRECTOR:** Dr. ARQUÍMIDES XAVIER HARO VELASTEGUÍ PhD.

Riobamba – Ecuador

2022

© 2022, **Andrés Eduardo Vaca**

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo cita bibliográfica del documento, siempre y cuando se reconozca el Derecho de Autor.

Yo, ANDRÉS EDUARDO VACA ROMERO, declaro que el presente Trabajo de Integración Curricular es de mi autoría y los resultados del mismo son auténticos. Los textos en el documento que provienen de otras fuentes están debidamente citados y referenciados.

Como autor asumo la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este trabajo de integración curricular el patrimonio intelectual pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Riobamba, 9 de febrero 2022



**Andrés Eduardo Vaca Romero**

**Ci. 1803454339-3**

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS**  
**CARRERA FISICA**

El Tribunal del Trabajo de Integración Curricular certifica que: El trabajo de integración curricular; tipo: Proyecto de Investigación, **ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DE LA DINÁMICA ATMOSFÉRICA CON LA ALTURA USANDO LA TEORÍA DEL CAOS**, realizado por el señor: **ANDRES EDUARDO VACA ROMERO**, ha sido minuciosamente revisado por los Miembros del Tribunal del trabajo de titulación, el mismo que cumple con los requisitos científicos, técnicos, legales, en tal virtud el Tribunal Autoriza su presentación.

	<b>FIRMA</b>	<b>FECHA</b>
Biof. Rosa Maricela Ormaza Hugo MsC. <b>PRESIDENTE DEL TRIBUNAL</b>	 ROSA MARICELA ORMAZA HUGO <small>Firmado digitalmente por ROSA MARICELA ORMAZA HUGO Fecha: 2022.02.27 20220218-09:00</small>	2022-02-09
Dr. Arquímedes Xavier Haro Velasteguí PhD. <b>DIRECTOR DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR</b>	 ARQUIMIDES XAVIER HARO VELASTEGUI <small>Firmado digitalmente por ARQUIMIDES XAVIER HARO VELASTEGUI Fecha: 2022.02.22 15:54:13 -0500</small>	2022-02-09
Dr. Celso Guillermo Recalde Moreno MsC. <b>MIEMBRO DEL TRIBUNAL</b>	 CELSO GUILLERMO RECALDE MORENO <small>Firmado digitalmente por CELSO GUILLERMO RECALDE MORENO</small>	2022-02-09

## **DEDICATORIA**

Dedico este logro a mis padres Carlos y Nelly, a mis tíos quienes fueron un pilar fundamental en toda mi vida estudiantil, apoyándome a cada paso dado para lograr conseguir este último logro de mi vida universitaria.

*Eduardo*

## AGRADECIMIENTO

El más sincero agradecimiento a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, al grupo de energías alternativas y ambiente (GEAA), por la oportunidad de pertenecer como un miembro activo.

A mis padres, tíos y demás familiares que me apoyaron en el transcurso de mi vida estudiantil.

Al personal docente, administrativo y de apoyo de la carrera de Física por su empeño y dedicación para la formación de nuevos profesionales amantes de las ciencias.

Al Dr. ARQUÍMIDES XAVIER HARO VELASTEGUÍ por la excelente asesoría brindada para la realización de este proyecto de investigación.

*Eduardo*

## TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE TABLAS.....	viii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	ix
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	x
ÍNDICE DE ANEXOS .....	xi
RESUMEN.....	xii
ABSTRACT.....	xiii
INTRODUCCIÓN .....	1

### CAPÍTULO I

1. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL .....	2
1.1. Antecedentes .....	2
1.2. Planteamiento del problema .....	3
1.3. Justificación .....	4
1.4. Objetivos .....	5
1.4.1. <i>Objetivo general</i> .....	5
1.4.2. <i>Objetivos específicos</i> .....	5
1.5. <i>Marco teórico</i> .....	5
1.5.1. <i>Sistemas Dinámicos</i> .....	5
1.5.1.1. <i>Linealización</i> .....	6
1.5.2. <i>El sistema de Lorenz</i> .....	7
1.5.3. <i>Sistema caótico</i> .....	8
1.5.4. <i>Dinámica Atmosférica</i> .....	9
1.5.4.1. <i>Enfoques lagrangiano y euleriano de la dinámica</i> .....	9
1.5.4.2. <i>Aproximaciones</i> .....	10
1.5.4.3. <i>Ecuaciones de Euler</i> .....	10
1.5.5. <i>Ecuaciones de Navier-Stokes</i> .....	11
1.5.6. <i>Modelos físicos-matemáticos</i> .....	11
1.5.7. <i>Tisean</i> .....	12
1.5.8. <i>Exponente de Lyapunov</i> .....	12

### CAPÍTULO II

2. MARCO METODOLÓGICO .....	13
-----------------------------	----

<b>2.1.</b>	<b>Tipo de investigación</b> .....	13
<b>2.2.</b>	<b>Diseño de la investigación</b> .....	13
<b>2.2.1.</b>	<b><i>Teórico Computacional</i></b> .....	13
<b>2.2.1.1.</b>	<i>Identificación de variables</i> .....	13
<b>2.2.1.2.</b>	<i>Planteamiento de hipótesis</i> .....	13
<b>2.2.1.3.</b>	<i>Matriz de consistencia</i> .....	14
<b>2.2.1.4.</b>	<i>Operacionalización de variables</i> .....	15
<b>2.2.1.5.</b>	<i>Localización del estudio</i> .....	15
<b>2.2.1.6.</b>	<i>Tamaño de muestra</i> .....	15
<b>2.2.1.7.</b>	<i>Método de muestreo</i> .....	16
<b>2.2.1.8.</b>	<i>Técnicas de recolección de datos</i> .....	16
<b>2.2.1.9.</b>	<i>Análisis estadístico</i> .....	16
<b>2.2.2.</b>	<b><i>Tiempo de retardo</i></b> .....	16
<b>2.2.3.</b>	<b><i>Reducción del ruido</i></b> .....	16
<b>2.2.4.</b>	<b><i>Dimensión de encaje</i></b> .....	17

### **CAPÍTULO III**

<b>3.</b>	<b>MARCO DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS</b> .....	18
<b>3.1.</b>	<b>Desarrollo de la propuesta</b> .....	18
<b>3.1.1.</b>	<i>Análisis de Datos usando Plataforma Tisean</i> .....	19
<b>3.2.</b>	<b>Resultados</b> .....	21
<b>3.2.1.</b>	<i>Resultados estación meteorológica Espoch</i> .....	21
<b>3.2.2.</b>	<i>Resultados estación meteorológica Cumandá</i> .....	23
<b>3.2.3.</b>	<i>Resultados estación Multitud</i> .....	25

	<b>CONCLUSIONES</b> .....	28
--	---------------------------	----

	<b>RECOMENDACIONES</b> .....	29
--	------------------------------	----

### **GLOSARIO**

### **BIBLIOGRAFIA**

### **ANEXOS**



## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1-2:</b> Matriz de consistencia .....	14
<b>Tabla 2-2:</b> Operacionalización de variables .....	15
<b>Tabla 1-3:</b> Detalles estaciones climatológicas .....	18
<b>Tabla 2-3:</b> Valores obtenidos para el cálculo del tiempo de retardo en la estación Urbina .....	20
<b>Tabla 3-3:</b> Resultados que indican la dinámica del sistema en la estación Urbina .....	21
<b>Tabla 4-3:</b> Valores obtenidos a partir del cálculo del tiempo de retardo en la estación Espoch .....	22
<b>Tabla 5-3:</b> Tabla resultados que indican la dinámica del sistema en la estación Espoch .....	23
<b>Tabla 6-3:</b> Valores obtenidos a partir del cálculo del tiempo de retardo para la estación Cumanda .....	24
<b>Tabla 7-3:</b> Resultados que indican la dinámica del sistema en la estación Cumanda .....	25
<b>Tabla 8-3:</b> Valores obtenidos a partir del cálculo de tiempo de retardo para la estación multitud. ....	26
<b>Tabla 9-3:</b> Comparación de datos obtenidos para los exponentes de Lyapunov .....	27

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1-1:</b> Variaciones de las condiciones iniciales en un sistema lineal y no lineal.....	6
<b>Figura 2-1:</b> Representación 3D del sistema de Lorenz, ampliación sucesiva de una parte de la región del atractor de Lorenz.....	7

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1-3:</b>	Gráfica para determinar el tiempo de retardo en Urbina.....	21
<b>Gráfico 2-3:</b>	Coeficientes de Lyapunov estación Urbina.....	22
<b>Gráfico 3-3:</b>	Gráfica usada para identificar tiempo de retardo en estación Espoch.....	24
<b>Gráfico 4-3:</b>	Coeficientes de Lyapunov estación Espoch.....	25
<b>Gráfico 5-3:</b>	Gráfica para identificar tiempo de retardo para la estación Cumanda.....	26
<b>Gráfico 6-3:</b>	Coeficientes de Lyapunov para la estación Cumanda.....	27
<b>Gráfico 7-3:</b>	Gráfica para identificar el tiempo de retardo en la estación Multitud.....	28
<b>Gráfico 8-3:</b>	Coeficientes de Lyapunov para la estación Multitud.....	29

## **ÍNDICE DE ANEXOS**

**ANEXO A: CERTIFICADO DE CUMPLIMIENTO DE NORMATIVA**

## RESUMEN

El presente trabajo tuvo como objetivo analizar la influencia de la altura en la dinámica atmosférica usando la Teoría del Caos, para lo cual se determinó la entropía de Kolmogórov Sianai y los exponentes de Lyapunov. Se pudo determinar que la velocidad del viento es uno de los modificadores de la dinámica atmosférica, la cual mide la componente horizontal de desplazamiento del aire en un punto e instante de tiempo. Los datos utilizados para este proceso se obtuvieron de las estaciones meteorológicas de la ESPOCH, pertenecientes al Grupo de Energías Alternativas Y Ambiente (GEAA), Urbina, Multitud y Cumandá, ubicadas a diferentes alturas respecto al nivel del mar. Se realizó el cálculo de los parámetros de tiempo de retardo, dimensión de encaje y exponentes de Lyapunov, que ayudan a determinar la dinámica del sistema. Como resultado se pudo evidenciar que los datos entregados por la estación de Multitud generaron un coeficiente de Lyapunov positivo mucho mayor al de las estaciones restantes, la de Cumandá los valores más bajos. Además, se determinó que la entropía de Kolmogórov Sinai tiende a variar con la altura en las cuatro estaciones analizadas, sin embargo, se puede concluir que no es posible mostrar un patrón de crecimiento que se vea afectado directamente por la altura a la cual el sistema se encuentre, pues depende de las condiciones físicas particulares de las zonas en estudio y la velocidad promedio. Dado este resultado se recomienda tomar datos en intervalos temporales más cortos, para así obtener resultados con el menor error posible.

**Palabras clave:** <VELOCIDAD DEL VIENTO>, <TISEAN>, <ENTROPÍA>, <LYAPUNOV>, <KOLMOGÓROV>, <ESTACIÓN METEOROLÓGICA>.

LEONARDO  
FABIO MEDINA  
NUSTE

Firmado digitalmente por LEONARDO  
FABIO MEDINA NUSTE  
Nombre de reconocimiento (DN): c=EC,  
ou=UNIVERSIDAD DE CORDOBA,  
ou=INSTITUTO DE INVESTIGACIONES  
EN FÍSICA, CN=LEONARDO NUSTE,  
sn=LEONARDO NUSTE, email=leonardo.nuste@uncc.edu.ec  
Fecha: 2022.02.21 16:18:12 -0500



0334-DBRA-UTP-2022

## ABSTRACT

The aim of this work was to analyse the influence of height on atmospheric dynamics using Chaos Theory, for which the Kolmogorov Sinai entropy and Lyapunov exponents were determined. It was determined that wind speed is one of the modifiers of atmospheric dynamics, which measures the horizontal component of air displacement at a given point and instant of time. The data used for this process were obtained from the meteorological stations of the ESPOCH, belonging to the Alternative Energies and Environment Group (GEAA), Urbina, Multitud and Cumandá, located at different heights with respect to sea level. The calculation of the delay time parameters, lag dimension and Lyapunov exponents, which help to determine the dynamics of the system, was carried out. As a result, it was found that the data provided by the Multitud station generated a positive Lyapunov coefficient much higher than that of the other stations, with the Cumandá station having the lowest values. In addition, it was determined that the Kolmogórov Sinai entropy tends to vary with height in the four stations analysed, however, it can be concluded that it is not possible to show a growth pattern that is directly affected by the height at which the system is located, as it depends on the physical conditions of the areas under study and the average velocity. Given this result, it is recommended to take data at shorter time intervals, in order to obtain results with the lowest possible error.

**Key words:** <WIND SPEED>, <TISEAN>, <ENTROPY>, <LYAPUNOV>, <KOLMOGÓROV>, <WEATHER STATION>.

CARMITA  
EULALIA ROJAS  
CASTRO

Digitally signed by  
CARMITA EULALIA  
ROJAS CASTRO  
Date: 2022.02.22  
14:33:37 -05'00'

## INTRODUCCIÓN

Los modelos matemáticos han permitido conocer de alguna manera el comportamiento de la atmósfera, adquiriendo una gran importancia en el campo de la ciencia y la ingeniería, que se presentan como una alternativa para desarrollar estudios en la dinámica atmosférica. El comportamiento de la dinámica atmosférica es un factor determinante para establecer las características de los ecosistemas en la naturaleza, de cuyas características depende el tiempo y clima, los cuales influyen en las actividades que desarrollan todas las especies sobre la tierra incluido el ser humano.

La dinámica lineal define al comportamiento impredecible de un sistema como caos, a raíz del surgimiento de la impredecibilidad de sistemas determinísticos, surgió el análisis de sistemas dinámicos, con ello el desarrollo de investigaciones que permitan hallar las propiedades del caos para de esta forma clasificar los sistemas. Encontrando indicadores dinámicos como los exponentes de *Lyapunov* y la entropía de *Kolmogórov Sinai*.

Los sistemas a estudiarse son sensibles a las condiciones iniciales, es decir que dos trayectorias relativamente próximas divergen conforme a una tasa exponencial, la misma que es medida por los exponentes de *Lyapunov*, los cuales equivalen a la entropía de *Kolmogórov Sinai*. Siendo estos calculados con el fin de establecer la viabilidad de ser predichos (Pino, Marco; Tierra, Alfonso; Perugachi, 2020, pp. 20-25).

El objetivo de la investigación es realizar un análisis de la influencia de la altura en la variación dinámica de la atmosfera en la provincia de Chimborazo, con la velocidad de viento promedio como variable, mediante el uso de sistemas dinámicos analizados en el software *Tisean*.

# CAPÍTULO I

## 1. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

### 1.1. Antecedentes

El presente proyecto tomó como base referencial trabajos de distantita naturaleza, los mismos que a continuación serán puntualizados.

Calderón en 2017 en su investigación denominado *“Escenario de cambio climático a nivel de subcuencas hidrográficas para el año 2050 de la provincia de Chimborazo- Ecuador”*, realizó con el motivo de implementar políticas públicas en el Plan de Desarrollo y Ordenamiento Territorial que permitan la reducción en la población vulnerable ante riesgos climáticos, comparando el cambio que se dará en 2050 y el escenario actual, se analizó información a nivel de subcuencas hidrográficas con una resolución espacial de 1 km<sup>2</sup> en un escenario de radiación de 2,6 RCP, corresponde a un Modelo Global de Circulación (GCM) denominado *MIROC-ESM-CHEM*. En la definición del escenario, se utilizó información a una escala 1:4000000 más detallada generada por *WorldClim* ya que la información climática disponible de modelos como *PRECIS, TL959* generados para el Ecuador, tienen un detalle muy bajo con una grilla de 50 km<sup>2</sup>, escala 1:282 800 000, que para el caso de la provincia es una gran limitante considerando que de la información se obtuvo resultados para nivel de subcuencas. De los datos obtenidos observamos variaciones climáticas, siendo evidente la reducción de precipitaciones (Bustamante, 2017, pp. 15-27). En el año del 2020, Marcatoma realizó una investigación denominada *“Análisis del cambio climático en un ecosistema Alto Andino ,Riobamba-Ecuador”*, con el propósito de evidenciar la existencia del cambio climático en un ecosistema alto andino del Ecuador .Mediante el estudio de la tendencia lineal de la temperatura máxima, mínima, promedio y precipitación de la estación meteorológica del Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología ubicada en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, se determinó un clima seco en los meses de junio a septiembre, de la misma forma un clima húmedo en dos intervalos (febrero - mayo y octubre – diciembre), de datos tomados durante los años de 1976 a 2017(Marcatoma, 2020, pp. 1-8).

Vuille, M. Bradley, R. S.Keimig, F. en su artículo titulado *“Climate Variability in the Andes of Ecuador and Its Relation to Tropical Pacific and Atlantic Sea Surface Temperature Anomalies”*. Propusieron que los principales modos espaciotemporales de precipitación estacional y variabilidad de temperatura en los Andes de Ecuador y su relación con las anomalías tropicales de temperatura de la superficie del mar del Pacífico y Atlántico entre 1963-92 se identifican con base en el componente principal rotado técnicas de análisis y correlación cruzada. Los compuestos de radiación de onda larga salientes se analizan durante períodos de fuerte forzamiento oceánico para confirmar los mecanismos físicos propuestos. El mecanismo propuesto involucra *Sea*



*Surface Temperature Anomalies* (SSTA) positivo en el Atlántico sur tropical y SSTA negativo contemporáneo en el Atlántico norte tropical, lo que resulta en un aumento de las precipitaciones en la Cordillera oriental. La única región con precipitaciones ligeramente mayores durante los eventos de “El Niño” se limita a un área estrecha a lo largo de la vertiente andina occidental entre 1 ° y 3 ° S en las proximidades del Pacífico. Esta relación es débil y solo aparente. La variabilidad de la temperatura en los Andes puede explicarse en gran medida por el SSTA en el dominio del Pacífico tropical. La respuesta de temperatura sigue de cerca al SSTA en las regiones Niño-3 y Niño-3.4 con un retraso de aproximadamente un mes (Vuille, Bradley y Keimig, 2000, pp. 2520-2535).

S. Rivera et.al con su trabajo denominado “*DETERMINACIÓN DEL COMPORTAMIENTO METEOROLÓGICO DEL VIENTO EN LA PROVINCIA DE CHIMBORAZO, ECUADOR*”, Propuso identificar las regiones que mantienen un comportamiento similar en velocidad de viento, siendo esta una variable meteorológica en la provincia de Chimborazo, analizando sus componentes principales. Mediante el empleo de la librería *Factoshiny* de R y los obtenidos de las estaciones meteorológicas Alao, Atillo, Cumandá, Espoch, Matus, Multitud, Quimiag, Tunshi y Urbina, se realizó dicho estudio; en los meses comprendidos de enero a noviembre del año 2015. Se identificó dos tipos de comportamiento en la velocidad del viento luego del análisis de componentes principales siendo el primero en la región norte de la provincia, perteneciente a zonas a una altura superior de los 1000 ms.n.m.; y la región del sub-trópico, que corresponde a la segunda, con una diversidad en fauna y flora que difiere en alto grado a la primera (Del et al., 2020). Lara en su artículo científico “*Estimación de los exponentes de Lyapunov*”, definió un espectro de coeficientes opcional al espectro de *Lyapunov*. Comparando los exponentes de *Lyapunov* obtenidos por el método de ortogonalización de *Gram-Schmidt* con bases determinadas de la parte real de los autovalores tomados de la matriz Jacobiana. Estas dos técnicas brindan una descripción igual y asintótica de la dinámica. Dando como resultado que el método propuesto posee una simplicidad de cálculo menor al igual que un reducido tiempo de cómputo (Lara et al., 2003, pp. 1441-1451).

Gracias a las investigaciones antes mencionadas, se tiene como meta comprobar como la altura (orografía) intervienen en las variaciones climáticas sobre la provincia de Chimborazo, mediante el uso de modelos físico-matemáticos y la implementación de los conceptos de la Teoría del Caos. Sabiendo que el meteorólogo *Edward Lorenz*, quien fue el primero en reconocer el denominado comportamiento caótico en el modelado de sistemas meteorológicos diciendo que “*Las pequeñas diferencias en un sistema dinámico, podrían desencadenar enormes e insospechados resultados*” (Kuss et al., 2013, pp. 1-19).

## **1.2. Planteamiento del problema**

La dinámica atmosférica es el conjunto de procesos físicos o meteorológicos que se producen en

el interior de la atmósfera terrestre. Todos estos procesos atmosféricos terrestres se originan a partir de la radiación solar recibida por el planeta, dando lugar a cambios internos cíclicos siendo anuales, mensuales o diarios, esto por la intervención de los movimientos de rotación y traslación planetaria.

La dinámica atmosférica a nivel país ha tenido poco desarrollo, debido al déficit tecnológico y científico, por lo cual no se cuenta con un método analítico, la teoría del caos se presenta como una alternativa para el estudio de este tipo de sistemas complejos, siendo la altura la variable que modifique el comportamiento del ya mencionado sistema.

El Grupo de Energías Alternativas y Ambiente (GEAA) se encarga del estudio climático en la provincia de Chimborazo, siendo la altura un modificador director de características y evolución de masas de aire, mediante el monitoreo de otros parámetros atmosférico con el uso de las instalaciones meteorológicas del GEAA, se pretende usar un modelo físico-matemático, con el cual se pueda Estudiar la variación de la dinámica atmosférica usando la teoría del caos, de cómo se ve afectadas las direcciones del movimiento y las características físicas de las masas de aire que se sitúan en la provincia.

### **1.3. Justificación**

Los modelos matemáticos han permitido conocer de alguna manera el comportamiento de la atmósfera, adquiriendo una gran importancia en el campo de la ciencia y la ingeniería, que se presentan como una alternativa para desarrollar estudios en la dinámica atmosférica. El comportamiento de la dinámica atmosférica es un factor determinante para establecer las características de los ecosistemas en la naturaleza, siendo determinantes en su comportamiento, de cuyas características depende el tiempo y clima, los cuales influyen en las actividades que desarrollan todas las especies sobre la tierra incluido el ser humano.

El comportamiento de la dinámica atmosférica se ha estudiado con profundidad en latitudes medias, sin embargo, debido a las condiciones de desarrollo científico y tecnológico muy poco se ha estudiado bajo las condiciones de la zona donde se encuentra el Ecuador, especialmente la provincia de Chimborazo, siendo un agravante a dicho comportamiento la gran variabilidad orográfica de la zona y la incidencia de las corrientes marinas y aéreas.

Los resultados recabados luego de esta investigación servirán para mejorar el entendimiento del comportamiento de la atmósfera y su variación con la altura, debido a la variación de sus propiedades físicas, y ayudará a futuro a mejorar las predicciones climáticas no solo en la provincia sino con futuras investigaciones a nivel nacional

Para lograr este objetivo se usará un lenguaje de programación que nos permita el ingreso de datos (variables y contantes) y de esta forma beneficiar a los sectores productivos de la provincia, dado que la investigación servirá para predecir ciclos de lluvias, frentes fríos y calurosos, que afectan

directamente a la producción agrícola de la provincia y de manera directa la economía de los pobladores.

Se cuenta con el apoyo del grupo de investigación de energía alternativas GEEA el cual facilitará los datos necesarios. La inversión más grande de parte del investigador es la adquisición de un ordenador capaz de procesar la gran cantidad de los datos de cada una de las estaciones meteorológicas.

## **1.4. Objetivos**

### ***1.4.1. Objetivo general***

Determinar la variación de la dinámica atmosférica con la altura usando la teoría del Caos.

### ***1.4.2. Objetivos específicos***

- Monitorear los parámetros atmosféricos con las estaciones meteorológicas del Grupo de investigación de Energías Alternativas (GEAA).
- Procesar las series de datos meteorológicos registradas usando el modelo *TISEAN*
- Analizar las series de datos procesadas en el modelo *TISEAN*
- Determinar los parámetros de *Lyapunov*
- Establecer las variaciones de la dinámica atmosférica con la altura

## **1.5. Marco teórico**

### ***1.5.1. Sistemas Dinámicos***

Son modelos matemáticos que explican como el tiempo modifica su estado, basándose en propiedades matemáticas específicas del mismo, encontramos sistemas discretos y continuos.

Matemáticamente hablando el desarrollo de ciertos sistemas dinámicos tiene la capacidad de describirse como saltos en el tiempo, a lo cual conocemos como sistema dinámico discreto.

Desde otro enfoque podemos apreciar los sistemas lineales, no lineales y caóticos.

*“Pequeñas diferencias en las condiciones iniciales conllevan a diferencias igualmente pequeñas al terminar la evolución del sistema”*. Sistema lineal.

Pese a ello *“Un pequeño cambio en las condiciones iniciales del sistema, conlleva a enormes diferencias al terminar el desarrollo del mismo”*. Sistema no lineal.

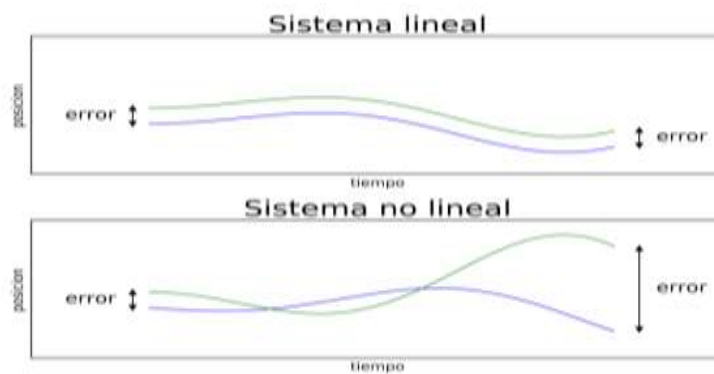
La incertidumbre o error es la diferencia entre dos estados iniciales del sistema, la misma que en los estados iniciales se mantiene constantes, a diferencia de los estados no lineales esta puede

aumentar, disminuir o mantenerse constante en el tiempo.

Entonces tenemos que si  $f$  es función lineal de  $x$  debe cumplirse lo siguiente:

$$f(\alpha x + \beta y) = \alpha f(x) + \beta f(y), \quad \alpha, \beta \in R \quad [1]$$

Solo así decimos que el sistema descrito por  $f$  es lineal, por ello sabemos que se ha cumplido el principio de superposición, dando como resultado una solución analítica por ende tiene una expresión de  $x$  en función del tiempo  $x(t)$ . A diferencia del sistema no lineal que no cuenta con una solución analítica y si cuenta con una característica denominada “mezclado topográfico” (Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018a).



**Figura 1-1.** Variaciones de un sistema caótico.

**Fuente:** (Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018, pp. 49-65).

#### 1.5.1.1. Linealización

Si en un sistema dinámico representado matemáticamente, el problema no tiene una solución analítica, se puede descubrir frecuentemente un conjunto de estados donde podremos considerar al sistema casi lineal. Para así poder reducir sus ecuaciones, es decir linealizándolas, para obtener una solución analítica.

Para un sistema dinámico general con un vector de estado  $x$  su ecuación es la siguiente:

$$\dot{\hat{x}} = f(x) \quad [2]$$

Donde la derivada temporal estará dada por la notación de Newton.

$$\dot{\hat{x}} = \frac{dx}{dt} \quad [3]$$

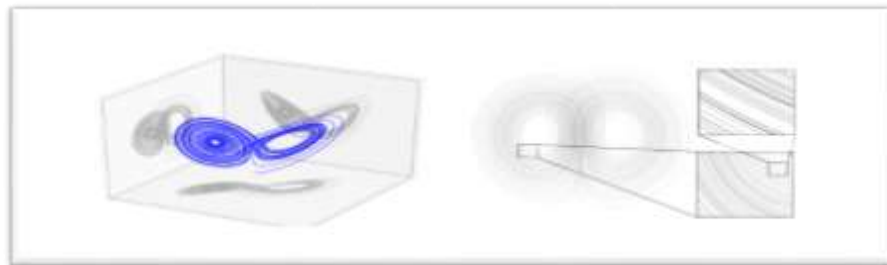
Con un rango de valores mínimos para  $x$ , denotado como  $|x| \ll$  y cumpliendo ciertas condiciones, podrá suponerse que  $f$  función es casi lineal.  $f(x) \sim Ax$ , sabiendo que  $A$  es un operador lineal, el cual mediante una matriz de coeficientes constante es representado (Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018, pp. 49-65).

$$\hat{x} = Ax \quad [4]$$

### 1.5.2. El sistema de Lorenz

Edward N. Lorenz meteorólogo estadounidense en 1963 investigo los límites de la predicción meteorológica, diseñando experimentos hasta la creación de un sistema dinámico sencillo. Creo un sistema no lineal dinámico, donde se describe la convección en un sistema cerrado” la evolución de las corrientes de agua dentro de una olla donde aparecen burbujas por calentamiento”.

La atmosfera se considera como un sistema cerrado, el mismo que se encuentra limitado por la superficie terrestre y el espacio. El modelo propuesto presenta tres variables en el espacio de fases, lo que nos indica que una solución analítica es improbable, a menos que se realicen cálculos numéricos únicos para cada momento dado, siendo necesaria una simulación computacional (Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018, pp. 49-65).



**Figura 2-1.** Representación 3D del sistema de Lorenz, ampliación sucesiva de una parte de la región del atractor de Lorenz

**Fuente:** (Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018, pp. 49-65).

El sistema al evolucionar en torno al tiempo describe una figura a la que Lorenz llamo “*Efecto mariposa*”, denotando así la sensibilidad a las condiciones iniciales en la atmosfera. Esta evolución transitoria del sistema en la región del espacio de fase puede superponerse a la evolución en otra región en cualquier momento dado. Es una propiedad conocida como mezcla topológica que distingue un sistema caótico de un sistema completamente inestable.

Este sistema es disipativo y forzado, a diferencia de un sistema *hamiltoniano* que mantiene conservación energética, dado que mantiene productos cruzados con variables dependientes y autonomía de coeficientes independientes del tiempo.

$$\begin{cases} \dot{x} = \delta(y - x) \\ \dot{y} = rx - y - xz \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad [5]$$

Cada variable es adimensional, donde  $x(t)$  es proporcional a la amplitud del movimiento

conservativo,  $y(t)$  es proporcional al gradiente de temperatura de las corrientes descendentes y ascendentes,  $z(t)$  representa la distorsión vertical lineal de temperatura. Aquí  $\delta, r$  y  $b$  son constantes en el sistema, donde diferentes valores dan lugar a diferentes soluciones.

$\delta$  es conocido como el número de Prandtl,  $r$  llamado número de Rayleigh y  $b$  es la razón de la longitud y la altura del sistema.

Lorenz eligió un sistema caótico y a la vez no lineal, esto por ser sensible a ínfimos cambios en las condiciones iniciales y caótico por lucir un mezclado topológico, propiedad nata de dos condiciones meteorológicas que en su inicio fueron diferentes, pero en el transcurso del tiempo podrían llegar a parecerse.

La dimensión del espacio topológico es 3, pero la dimensión del subespacio de la solución es menor, pero las diferencias relacionadas con la divergencia del flujo son:

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} = -(\delta + r + b) \quad [6]$$

De esta forma el volumen del espacio de fases se contraerá con el tiempo:

$$V \rightarrow V e^{-(\delta+r+b)t} \quad [7]$$

(Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018, pp. 49-65).

### 1.5.3. Sistema caótico

Es un sistema dinámico no lineal, en el que se observa una mezcla topológica. A menudo se habla de caos determinista, dado que su comportamiento inicial puede ser calculado. Sin embargo, este puede ser predecible temporalmente y luego volverse caótico aparentemente.

El intervalo de tiempo en el cual el sistema caótico puede ser predicho depende de tres factores:

- La incertidumbre tolerada en la predicción
- La exactitud con la que se mida su estado
- La escala de tiempo de Lyapunov (depende de la dinámica del sistema)

Al duplicar el plazo de la predicción, la incertidumbre puede llegar a cuadruplicarse. es decir que la incertidumbre de la predicción crece exponencialmente en un lapso temporal. Lo que implica que dicha predicción no puede exceder un plazo de 2 a 3 veces del tiempo de Lyapunov en el sistema. Debido a esta incertidumbre la predicción meteorológica detallada a largo plazo es imposible.” *La exactitud de esta predicción está sujeta a la condición de que el vuelo de un saltamontes en Montana ¿podría trasladar una tormenta de Filadelfia a Nueva York!*” (Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018).

#### 1.5.4. *Dinámica Atmosférica*

La concentración del aire en la atmosfera es resultado de un delicado equilibrio entre ganancias y perdida de energía, estas concentraciones varían con la altura. Esta se puede describir a través de siete variables: presión, densidad, temperatura, humedad específica y el vector velocidad con sus componente  $u, v, w$  (Arquímedes Xavier Haro Velasteguí, [sin fecha], pp. 32-36).

La dinámica atmosférica con sus dos bases principales identificadas: la tropósfera presenta la presencia y evolución de las masas de aire, en las partes más bajas de esta, el aire no es uniforme gracias a la incidencia de las variaciones térmicas; el alza, caída de humedad y estabilidad, dada por la disposición de las radiaciones solares y la presión ejercida en el globo, esto conlleva a distinguir las masas de aire, unas de otras (Del et al., 2020).

Implica también, el estudio observacional y teórico de sistemas en movimiento con significado meteorológico, insertando varias manifestaciones climáticas siendo estas: huracanes, tornados, tormentas eléctricas, etc. En un estudio dinámico el principal objetivo es entender como los cúmulos nubosos estudiados con base en los principios elementales de la física y los objetos prácticos implican el progreso en el pronóstico del tiempo, el desarrollo de métodos para la predicción a corto plazo y el conocimiento de lo que incluye las alteraciones provocadas por el ser humano en el cambio climático («La Atmósfera Terrestre» 2015).

La dinámica de fluidos rige a la dinámica atmosférica, para modelizar el estado de la atmosfera se genera mediante la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes. Es decir que, en la dinámica de fluidos, utilizamos ecuaciones no lineales, las soluciones para dichas ecuaciones en un intervalo de tiempo corto presenta un comportamiento lineal, a pesar de ello al exceder el rango temporal los términos no lineales incrementan dando lugar a un comportamiento más errático en las soluciones (Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018).

##### 1.5.4.1. *Enfoques lagrangiano y euleriano de la dinámica*

La representación evolutiva de una burbuja de fluido se basa en términos de la evolución que esta tiene a lo largo de su trayectoria. A esto se lo conoce como enfoque lagrangiano, siendo este teóricamente más natural que el enfoque euleriano que tomo valores de estado de un fluido para un punto específico (Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018, pp. 49-65).

$$\frac{d\vec{T}}{dt} = \frac{\partial \vec{T}}{\partial t} + v\vec{\nabla}T \quad [8]$$

#### 1.5.4.2. Aproximaciones

Las ecuaciones de movimiento básicas de la atmósfera están asociadas a diferentes cantidades preservadas teniendo en cuenta que la conservación tiene lugar a lo largo del movimiento de la partícula. El tratamiento de las ecuaciones en toda su complejidad constituye un problema inabordable, por lo que se realizan análisis de escala para realizar determinadas aproximaciones y eliminar ciertos términos de las ecuaciones que pueden ser despreciados debido a que toman valores suficientemente pequeños (Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018).

#### 1.5.4.3. Ecuaciones de Euler

Las siguientes ecuaciones mostraran las relaciones asociadas con la conservación de energía, momento y masa luego de realizar un análisis de escala valido para representar la dinámica atmosférica.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + f\vec{k} \times \vec{v} + \frac{1}{\rho}\vec{\nabla}_z p = 0 \quad \text{momento horizontal} \quad [9]$$

$$\frac{dw}{dt} + g + \frac{1}{\rho}\partial_z p = 0 \quad \text{momento vertical} \quad [10]$$

$$C_p \frac{d\ln T}{dt} - R \frac{d\ln p}{dt} = 0 \quad \text{energía} \quad [11]$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\vec{\nabla}\vec{v} = 0 \quad \text{masa} \quad [12]$$

La aproximación hidrostática es un ejemplo claro de simplificación , donde se desprecia el termino  $\frac{dw}{dt}$  de la ecuación de momento vertical. Con la vertical de un punto dado y el peso de la columna de aire se puede identificar la presión. En distancias horizontales menores a 5 Km no se tienen en cuenta los fenómenos de convección, en estos casos las escalas de aproximación son válidas.

Generalmente la ecuación de dinámica atmosférica se representa con la coordenada vertical de la presión en lugar de la altura, dado que con la aplicación de la aproximación hidrostática la presión es decreciente y monótona respecto a la altura (Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018).



### 1.5.5. Ecuaciones de Navier-Stokes

El movimiento de un fluido es descrito por estas ecuaciones, en el contexto de mecánica newtoniana, las ecuaciones tendrían que determinar el futuro movimiento de un fluido a partir de un estado inicial. Sin embargo, este determinismo no se ha logrado comprobar matemáticamente. Ecuaciones de Navier-Stokes en notación vectorial (Mora, 2017, pp. 67-73).

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} = \nu \Delta \mu - (\mu \cdot \nabla) \mu + \nabla p \quad [13]$$

$$\nabla \cdot \mu = 0 \quad [14]$$

$$\mu|_{\partial\Omega} = 0 \quad [15]$$

$$\mu|_{t=0} = \mu_0 \quad [16]$$

### 1.5.6. Modelos físicos-matemáticos

La resolución de problemas complejos usando el diseño de modelos matemáticos que simulen dichos problemas para lograr una solución casi perfecta y barata. En general, los modelos matemáticos de sistemas invariables en el tiempo consisten en ecuaciones 5 algebraicas, sistemas dinámicos y leyes físicas. Se constituyen por medio de ecuaciones diferenciales («entre variables controladas (C) y variables no controladas (U) III.3 Modelos matemáticos, físicos y conceptuales. Su uso para el pronóstico» [sin fecha]).

Con frecuencia los fenómenos a estudiarse cuentan con una complejidad elevada, por lo cual, no basta con un análisis desde el punto de vista matemático, por esta razón es necesario el uso de técnicas experimentales avanzadas para obtener una solución práctica («entre variables controladas (C) y variables no controladas (U) III.3 Modelos matemáticos, físicos y conceptuales. Su uso para el pronóstico» [sin fecha]).

Los fenómenos idealizados es un problema preexistente en la modelación matemática dándose reducciones, siendo la única manera de verificar mediante pruebas experimentales con la aplicación de modelos físicos a menor escala o analógicamente («entre variables controladas (C) y variables no controladas (U) III.3 Modelos matemáticos, físicos y conceptuales. Su uso para el pronóstico» [sin fecha]).

### 1.5.7. *Tisean*

“Los programas de computadora que implementan las estrategias resultantes están disponibles públicamente como el paquete de software TISEAN. El uso de cada algoritmo se ilustra con una aplicación típica, en cuanto a los antecedentes teóricos.” (Hegger, Kantz y Schreiber, 1999, pp. 413-435) Basándose en el paradigma del caos determinista describe la implementación de un método para el análisis de series temporales no lineales. Lyapunov permite una variedad de algoritmos con los que se realizará representación, reducciones de ruido, dimensión (Hegger, Kantz y Schreiber, 1999, pp. 413-435).

Se pueden dar interpretaciones erróneas o resultados incorrectos, si se da un uso sin una guía pertinente de los algoritmos (Tisean et al., 2013).

### 1.5.8. *Exponente de Lyapunov*

“*Cuantifica la separación de trayectorias infinitamente próximas*”, por lo que nos proporciona una medida de que tan sensibles son las condiciones iniciales, el mismo que no puede ser hallado analíticamente por ello debe ser simulado (Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018, pp. 49-65).

(Valdés, 2001) “*Los exponentes de Lyapunov miden la tasa a la que órbitas cercanas convergen o divergen y dan información sobre las propiedades de estabilidad de un sistema dinámico. Hay tantos exponentes de Lyapunov como la dimensión en el espacio estado del sistema, por lo que podríamos tener una serie, conocida como espectro de exponentes de Lyapunov, que caracterizan la deformación del espacio fase multidimensional. El exponente de Lyapunov que nos interesa es el más grande debido a que mide la tasa de producción de información o mejor dicho, la mayor tasa de crecimiento a la que se expande el espacio fase y con la que se separan las trayectorias.*” En este caso, el equilibrio en el origen es uniforme y asintóticamente estable. La definición anterior muestra solo las condiciones necesarias y suficientes para los sistemas lineales y las condiciones suficientes para los sistemas no lineales. De hecho, en los sistemas no lineales, la estabilidad es local y no global (Barreiro y Lagoas-marcosende, [sin fecha]).

Consiste en una estimación de Jacobianos locales, lo que quiere decir la estimación de una dinámica linealizada gobernando el crecimiento de las perturbaciones infinitesimales (Pino, Marco; Tierra, Alfonso; Perugachi, 2020, pp. 20-25).

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \ln \left( \frac{r(t)}{r} \right) \quad [17]$$

## CAPÍTULO II

### 2. MARCO METODOLÓGICO

#### 2.1. Tipo de investigación.

El presente estudio mantendrá un enfoque cuantitativo, dado que se usarán datos tomados de cuatro estaciones meteorológicas pertenecientes al GEAA, los datos serán tomados a partir del modelo global de meteorología. Los resultados obtenidos serán presentados en gráficas que mostrarán los valores a analizar, lo cual nos indica que se trata de un trabajo interpretativo basado en el análisis de datos. Si en el mismo tiempo un estudio inductivo deductivo ya que la información generada se dará a partir de la recolección de datos de las estaciones meteorológicas.

#### 2.2. Diseño de la investigación

Se establecerá un modelo que se pueda ajustar a las condiciones geográficas de la zona de estudio y con los modificadores climáticos que son monitorios por las estaciones del GEAA. Se hará uso de un software con el cual se pueda conocer coeficientes de Lyapunov y determinar qué tan caótico es el sistema a estudiarse. Dichos resultados se representarán en gráficas y en tablas, los mismos que nos permitirán analizarlos.

##### 2.2.1. *Teórico Computacional*

###### 2.2.1.1. *Identificación de variables*

- Variable independiente: Coeficientes de *Lyapunov*
- Variables dependientes: Dinámica atmosférica.

###### 2.2.1.2. *Planteamiento de hipótesis*

¿Podrán los modelos matemáticos en el espacio de las fases determinar la variación climática en un lugar con orografía variada?

2.2.1.3. Matriz de consistencia

**Tabla 2-1:** Matriz de consistencia

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES
<p><b>Problema general:</b> Determinación de la variación de la dinámica atmosférica con la altura usando la teoría del caos.</p> <p><b>Problemas específicos:</b> Frentes fríos. Sequias. Lluvias intensas. Frentes calurosos.</p>	<p><b>Objetivo general:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Determinar la variación de la dinámica atmosférica con la altura usando la teoría del Caos.</li> </ul> <p><b>Objetivos específicos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Monitorear los parámetros atmosféricos con las estaciones meteorológicas del Grupo de Investigación de Energías Alternativas (GEAA).</li> <li>Procesar las series de datos meteorológicos registradas usando el modelo TISEAN</li> <li>Analizar las series de datos procesadas en el modelo TISEAN</li> <li>Determinar los parámetros de Lyapunov</li> <li>Establecer las variaciones de la dinámica atmosférica con la altura</li> </ul>	<p><b>Hipótesis general:</b></p> <p>¿Podrán los modelos matemáticos en el espacio de las fases determinar la variación climática en un lugar con orografía variada?</p> <p><b>Hipótesis específicas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>¿la variación orográfica afecta la dinámica atmosférica?</li> <li>¿Se podrá con la teoría del caos determinar la variación atmosférica con la altura?</li> </ul>	<p><b>Variable independiente:</b></p> <p>Coefficientes de Lyapunov</p> <p><b>Indicadores:</b></p> <p>Coefficientes de Lyapunov Dimensión fractal</p> <p><b>Variable dependiente:</b></p> <p>Variación de la dinámica atmosférica</p> <p><b>Indicadores:</b></p> <p>Entropía de Kolmogórov SINAI</p>

Realizado por: Vaca A. 2021.

#### 2.2.1.4. Operacionalización de variables

**Tabla 2-2:** Operacionalización de variables

VARIABLE	CONCEPTO	INDICADOR	INSTRUMENTO
Variable independiente:  Coeficientes de Lyapunov	Coeficientes de Lyapunov variación de las observaciones en el tiempo en el espacio multidimensional de las fases	Coeficientes positivos de Lyapunov	Estaciones meteorológicas
Variable dependiente:  Variación de la dinámica atmosférica	Variación de la dinámica atmosférica. Estudio de los cambios que se dan en las observaciones en el tiempo.	Entropía de Kolmogoróv SINAI	

Realizado por: Vaca A. 2021.

#### 2.2.1.5. Localización del estudio

La presente investigación hará uso de la velocidad del viento promedio como la variable principal misma que será tomada de las estaciones meteorológicas de Espejo, Multitud, Cumandá y Urbina mismas que pertenecen al GEAA en la provincia de Chimborazo. Pretendiendo verificar que la altura influye directamente en el comportamiento caótico del sistema climático en las mencionadas estaciones.

#### 2.2.1.6. Tamaño de muestra

Se usarán al alrededor de 8760 datos anuales, los mismo que podrían variar si el año a estudiar es bisiestro. Este número de datos es anual en intervalos de 1 hora. Siguiendo parámetros de la Organización Mundial de Meteorología (OMM).

#### 2.2.1.7. *Método de muestreo*

Con el uso del método sistemático de muestro, el mismo que nos permite seleccionar una muestra cada n-esima unidad de población, siempre y cuando las unidades de muestreo estén organizadas de alguna manera. Donde n es la razón de muestreo (Porras Velázquez, 2017, pp. 14).

#### 2.2.1.8. *Técnicas de recolección de datos*

Mediante la técnica estandarizada de recolección de datos de la OMM, en estaciones automatizadas de monitoreo meteorológico, transmitidos a la base de datos dentro de la página web del GEAA (Grupo de Energías Alternativas y Ambiente) (Plummer et al., 2007).

#### 2.2.1.9. *Análisis estadístico*

El análisis estadístico se realizó en base a la comparación de los valores de los vecinos más cercanos obtenidos en la literatura especializada.

#### 2.2.2. *Tiempo de retardo*

Es una técnica para la reconstrucción del sistema, forma vector y ejecuta una proyección en el espacio de fases, el cual es un espacio físico que permite la detección de variables dinámicas, el espacio de empotramiento se crea a partir de los valores retardados de las mediciones escalares (Pino, Marco; Tierra, Alfonso; Perugachi, 2020, pp. 20-25).

#### 2.2.3. *Reducción del ruido*

Al estudiar series de datos se podría llegar a obtener resultados erróneos, dado que los datos que son tomados como variable a ser analizada suelen depender de factores que generan una distorsión, que es a lo que se denomina ruido, por ende, este ruido no permite observar a cabalidad los patrones dinámicos a ser analizados. (Pino, Marco; Tierra, Alfonso; Perugachi, 2020, pp. 20-25).

$$S_{n-\frac{m}{2}} = \frac{1}{U_e^n} \sum S_n^e U_e^n S'_{n-\frac{m}{2}} \quad [19]$$

#### 2.2.4. *Dimensión de encaje*

El algoritmo del falso vecino sirve para que cada punto  $\hat{S}_i$  en una serie temporal busque su vecino más cercano  $\hat{S}_j$  en un espacio  $m$ -dimensional. Por esto realiza el cálculo de la distancia  $\|\hat{S}_i - \hat{S}_j\|$  que coincide en los dos puntos (Pino, Marco; Tierra, Alfonso; Perugachi, 2020, pp. 20-25).

$$Ri = \frac{|Si+1-Sj+1|}{\|\hat{S}_i-\hat{S}_j\|} \quad [20]$$

## CAPÍTULO III

### 3. MARCO DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Con el uso de datos proporcionados de cuatro estaciones meteorológicas del GEAA, las mismas que se encuentran en distintas ubicaciones de la provincia de Chimborazo, con la ayuda del paquete *Tisean* se realizó un análisis de series temporales.

**Tabla 1-3:** Detalles estaciones climatológicas.

N°	Estación	Parroquia	Cantón	Latitud(Y)	Longitud(X)	Altura(m)
1	Urbina	San Andres	Guano	9835326	754533	3642
2	Epoch	Lizarzaburo	Riobamba	9816965	758398	2754
3	Multitud	Multitud	Alausi	9711374.13	722699.63	1483
4	Cumandá	Cumandá	Cumandá	9755579.92	706262.40	330.95

Realizado por: Vaca A. 2021.

Los datos entregados por cada estación vienen dados en 24 mediciones diarias, lo que proporciona 8760 datos anuales, sin embargo, esta cantidad llega a ser mayor cuando se trata de un año bisiesto donde nos entrega 8784 datos anuales. Cabe aclarar que los datos a los que se hace mención, son de velocidad del viento promedio, los mismo que son datos de tipo cuantitativo continuo.

Se dará el análisis y discusión de resultados arrojados por el simulador *Tisean*. En primera instancia se usarán datos de viento imputados de 4 estaciones meteorológicas. Posteriormente estos valores serán ingresados en los diferentes apartados de *Tisean*, para la final obtener los exponentes de *Lyapunov*.

#### 3.1. Desarrollo de la propuesta

Previamente se habló de la plataforma *Tisean*, que es uno de los entornos computacionales que se usó para la investigación, y a la par el entorno de Excel. Los mismos que nos generan datos cuantitativos. En este apartado se expone el procedimiento a seguir en el mencionado entorno.

Con el uso de los datos de velocidad de viento tomado de 4 diferentes estaciones climatológicas (Urbina, Multitud, Epoch y Cumandá). Se creó una tabla donde se calculó el promedio de la velocidad de viento en cada estación.

Al obtener esta información, se la guardo en formato *.txt(MS-DOS)*, para que los valores promedios obtenidos puedan ser leídos por la plataforma *Tisean*.

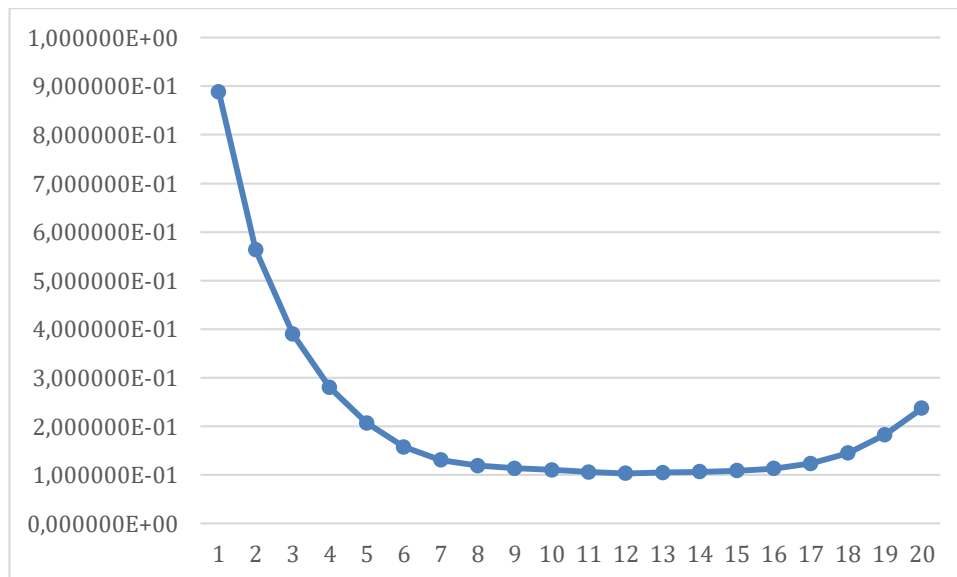


### 3.1.1. Análisis de Datos usando Plataforma Tisean

La parte esencial del trabajo de investigación se centra en la obtención de coeficientes de *Lyapunov*. Para lo cual se realizó el procesamiento de los datos obtenidos en los diferentes apartados de la mencionada plataforma. El software *Tisean* se encuentra colgado en la siguiente web [https://www.pks.mpg.de/tisean/TISEAN\\_2.1/index.html](https://www.pks.mpg.de/tisean/TISEAN_2.1/index.html) el mismo que ofrece descarga gratuita.

A continuación, se detalla la forma de uso de cada uno de los apartados con el uso de datos de la estación meteorológica de Urbina.

- Obtenidos los promedios hora de varios años de la velocidad de viento en cada ecuación y guardado en formato de texto. Ingresaremos al apartado *TAO.BAT* donde se editará el comando para que la plataforma tome los datos. El mismo que nos entrega un archivo de extensión *.mut*, puede ser abierto en el bloc de notas. El cual determina el tiempo de retardo.
- Tomando los datos obtenidos en extensión *.mut* realizamos una gráfica en Excel para poder conocer el primer mínimo ,que me permite encontrar la dimensión de encaje, usando el texto editable *dimensión.bat*.



**Gráfico 1-3.** Grafica para determinar el tiempo de retardo en Urbina.

**Realizado por:** Vaca A. 2021.

En la gráfica 1-3 el primer mínimo se encuentra en el nueve, el cual resultaría ser el tiempo de retardo medido en Urbina.

- Usando el programa “*false.exe*”, se determina la dimensión de encaje, hallando el valor de la función “falsos vecinos” del programa *Tisean*, cuando la misma tiende a 0.

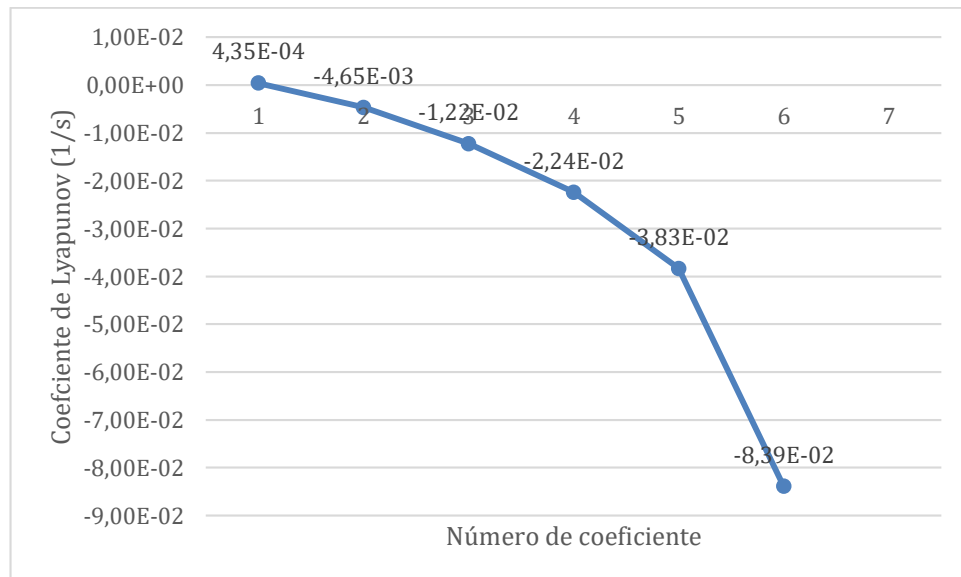
**Tabla 2-3:** Valores obtenidos para el cálculo del tiempo de retardo en la estación Urbina.

1	9,92E-01	7,75E-05	5,24E-08
2	7,21E-01	3,43E-03	1,71E-05
3	3,03E-01	1,08E-02	1,31E-04
4	1,64E-01	1,40E-02	2,04E-04
5	8,30E-02	1,47E-02	2,22E-04
6	7,14E-02	1,56E-02	2,45E-04
7	0,00E+00	1,59E-02	2,55E-04
8	0,00E+00	1,66E-02	2,77E-04

Realizado por: Vaca A. 2021.

Como se observa en la tabla 2-3 en la dimensión siete la función llega a 0, razón por la cual se puede considerar a este valor como el más óptimo para ser la dimensión de encaje. Será la dimensión mínima donde se representarán los datos en el espacio de las fases para describir su dinámica según la “Teoría del caos”.

- Para obtener los coeficientes de *Lyapunov* usamos los cálculos hechos anteriormente en la dimensión de encaje y le tiempo de retardo, con los cuales hemos reconstruido los datos de las fases, lo cual nos permitirá analizar su dinámica a través del tiempo.



**Gráfico 2-3.** Coeficientes de Lyapunov estación Urbina.

Realizado por: Vaca A. 2021.

En el gráfico 2-3 se observa el número de coeficientes de Lyapunov y el valor de cada uno. Donde el valor positivo representa la “Entropía de Kolmogórov Sinai”, dicho valor se interpreta como una pérdida de información de la serie de datos, es decir que al existir un aumento, se dificulta más la predictibilidad del sistema usando la teoría del caos.

**Tabla 3-1:** Resultados que indican la dinámica del sistema en la estación Urbina.

Estación	Entropía de Kolmogórov Sinai	Error promedio	Tamaño promedio vecindario	Dimensión fractal KY
Urbina	2.435345e-03	5.150211e-01	8.223304e-01	1.523296

Realizado por: Vaca A. 2021.

Según los resultados de la tabla 3-3 se puede observar que la entropía del sistema en la estación de Urbina alcanza valores de 2.435345e-03 con un error promedio de alrededor de 0.5 y tamaño de muestra de datos promedios en el vecindario de al redor de 82 y una *dimensión fractal* de 1.5 aproximadamente, que indican la complejidad del sistema.

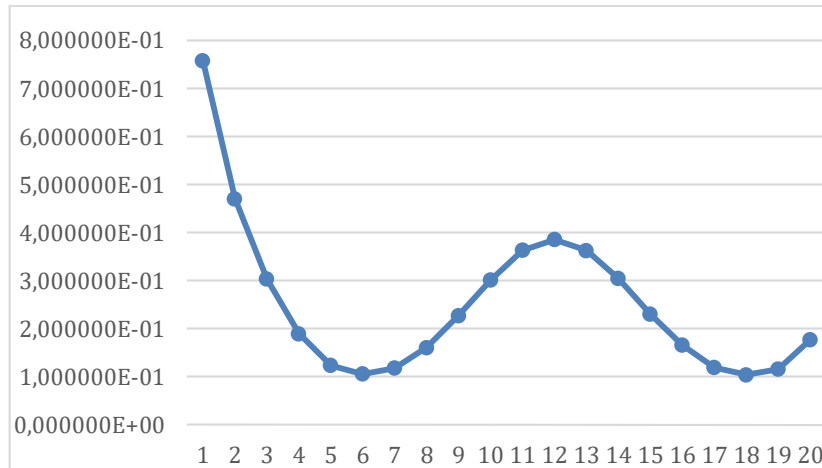
### 3.2. Resultados

En este apartado se muestra el análisis de resultados obtenidos en las estaciones climatológicas de: Epoch, Cumandá y Multitud. Terminado dicho análisis se realizó una comparativa entre los resultados de las cuatro estaciones previamente mencionadas.

#### 3.2.1. Resultados estación meteorológica Epoch

A partir de datos tomados de los años 2015, 2016, 2017 y 2019 se creó una tabla, a partir de la cual obtuvimos el promedio de nuestra variable. Arrojando resultados que se detallan continuación.

Al usar datos que incluyen un año bisiesto el tamaño de muestra es de 8784, los cuales al ser ingresados al programa “*TAO.exe*”, nos arroja el tiempo de retardo de la muestra. Mismos que fueron usados para una representación gráfica



**Gráfico 3-3.** Grafica usada para identificar tiempo de retardo en estación Espoch.

**Realizado por:** Vaca A. 2021.

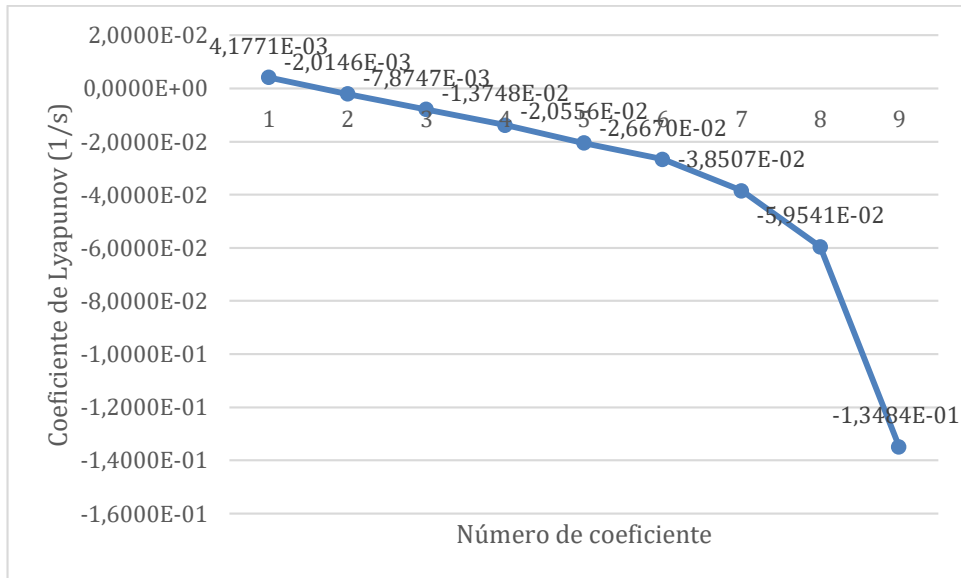
Observando la gráfica 3-3 determinamos que el primer mínimo se encuentra en sexto valor del tiempo de retardo.

**Tabla 4-3:** Valores obtenidos a partir del cálculo del tiempo de retardo en la estación Espoch.

1	9,93E+05	9,98E+01	8,40E-02
2	6,90E+05	3,02E+03	1,71E+01
3	2,67E+05	9,30E+03	1,05E+02
4	9,40E+04	1,48E+04	2,32E+02
5	3,33E+04	1,67E+04	2,90E+02
6	1,96E+04	1,77E+04	3,19E+02
7	2,87E+04	1,83E+04	3,41E+02
8	1,03E+05	1,90E+04	3,62E+02
9	0,000000E+00	2,00E+04	4,01E+02

**Realizado por:** Vaca A. 2021.

En el caso de la estación Espoch los datos entregados por “*false.exe*”, como se observa en la tabla 4-3 el valor más cercano a cero se encuentra en la dimensión nueve de la función, el mismo que se considera como más óptimo para ser usado como dimensión de encaje. A la vez será la dimensión mínima de representación de datos para el espacio de fases.



**Gráfico 4-3.** Coeficientes de *Lyapunov* estación Espoch.  
Realizado por: Vaca A. 2021.

Con la reconstrucción de los datos de fases podemos analizar la dinámica en la estación Espoch a través del tiempo. En la gráfica 4-3 se observa que para la mencionada estación tenemos un coeficiente positivo de *Lyapunov*, lo cual es indicativo de un sistema caótico.

**Tabla 5-3:** Tabla resultados que indican la dinámica del sistema en la estación Espoch.

Estación	Entropía de Kolmogórov Sinai	Error promedio	Tamaño promedio vecindario	Dimensión fractal KY
EsPOCH	4.177073e-03	2.773215e-01	6.427492e-01	2.274609

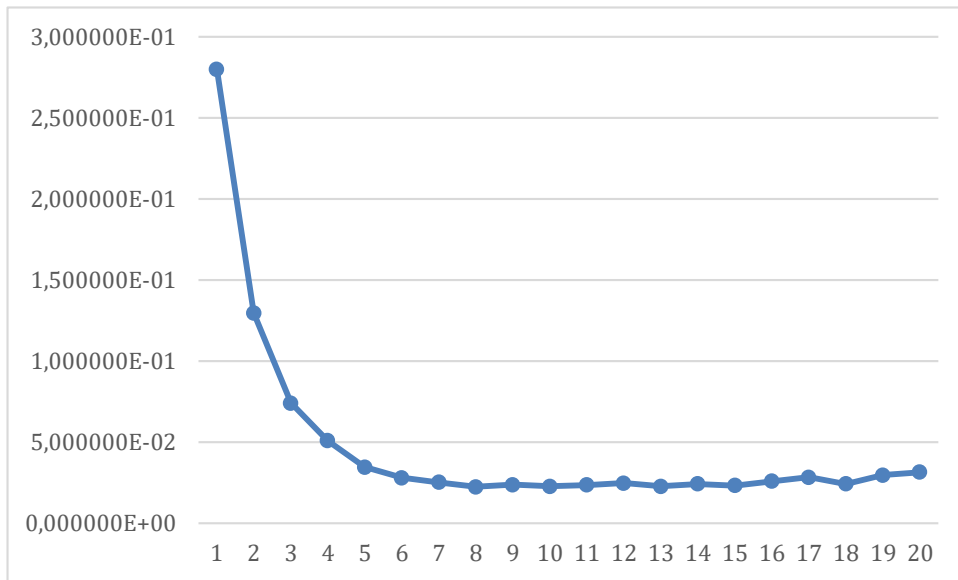
Realizado por: Vaca A. 2021.

La tabla 5-3 muestra que la entropía del sistema en la estación Espoch llega a valores de 4.177073e-03 con un error promedio de al redor de 0.2 y tamaño de muestra de datos promedios en el vecindario de al redor de 64 y una dimensión fractal de 1.3 aproximadamente, que indican la complejidad del sistema.

### 3.2.2. Resultados estación meteorológica Cumandá

Para la estación Cumandá, los datos de velocidad promedio de viento fueron tomados de los años 2014 y 2015. Esto a causa de un faltante mayor al 20% de datos, impidiendo esto realizar el relleno para otros años.

Dado esto se realizó el promedio de los años mencionados con un total de 8760 datos.



**Gráfico 5-3.** Gráfica para identificar tiempo de retardo para la estación Cumanda.

Realizado por: Vaca A. 2021.

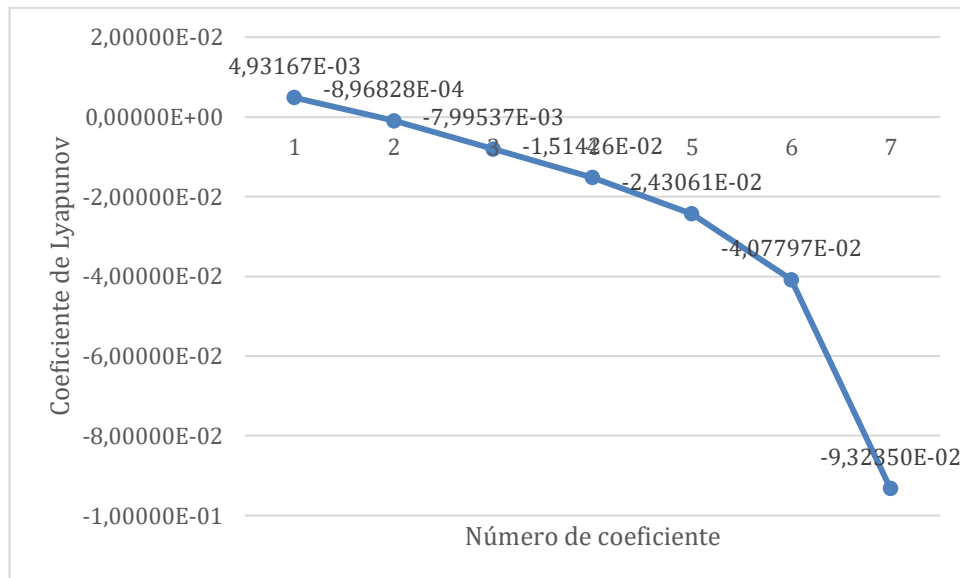
Al observar el gráfico 5-3, detallamos que el primer mínimo se encuentra en dato número ocho del tiempo de retardo.

**Tabla 6-3:** Valores obtenidos a partir del cálculo del tiempo de retardo para la estación Cumanda.

1	9,77E-01	3,66E-04	3,85E-07
2	8,32E-01	3,07E-03	1,54E-05
3	5,13E-01	9,44E-03	1,02E-04
4	3,15E-01	1,26E-02	1,66E-04
5	3,08E-01	1,37E-02	1,92E-04
6	4,29E-01	1,37E-02	1,92E-04
7	0,00E+00	1,04E-02	1,09E-04

Realizado por: Vaca A. 2021.

El programa “*false.exe*” para la estación de Urbina, como en la tabla 6-3 se muestra que la dimensión siete, es el más óptima para ser considerada como la dimensión de encaje, y a la vez esta será la dimensión mínima para representar los datos del espacio de fases.



**Gráfico 6-3.** Coeficientes de Lyapunov para la estación Cumandá.

Realizado por: Vaca A. 2021.

El gráfico 6-3 muestra los coeficientes de Lyapunov obtenidos en la estación Cumandá, el primer valor arrojado es el de la “entropía de Kolmogórov Sinai, mismo que nos indica que existe una pérdida de información, mostrando que este es un sistema caótico.

**Tabla 7-3:** resultados que indican la dinámica del sistema en la estación Cumanda.

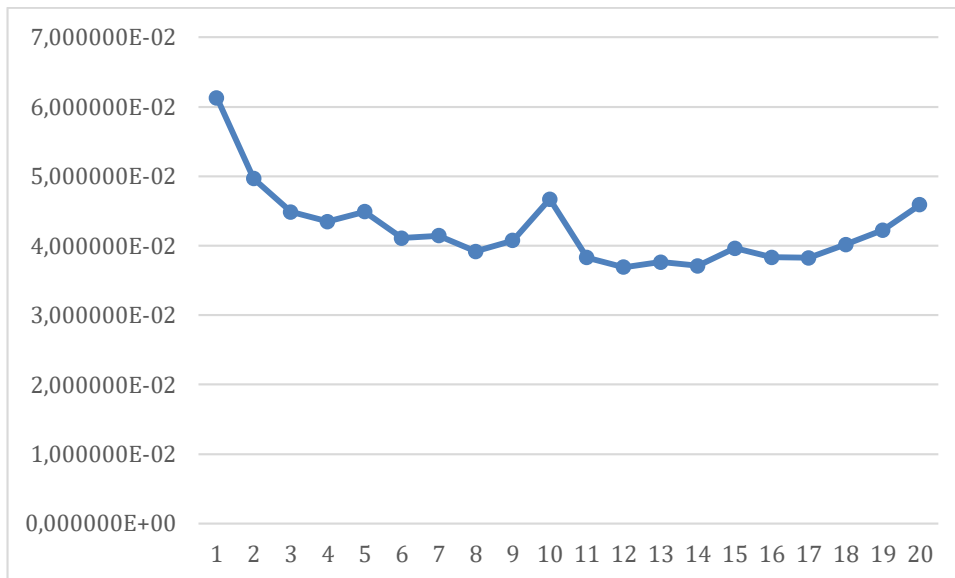
Estación	Entropía de Kolmogórov Sinai	Error promedio	Tamaño promedio vecindario	Dimensión fractal KY
Cumandá	4.931671e-03	7.811779e-01	2.878035e-01	2.504647

Realizado por: Vaca A. 2021

La tabla 7-3 muestra que el valor de la entropía es de 4.931671e-03, manteniendo un error promedio que ronda el 0.7 por ciento, siendo alrededor de 28 el tamaño de muestra alrededor del vecindario y con una dimensión fractal de 2.5 aproximadamente.

### 3.2.3. Resultados estación Multitud

Para la estación Multitud se tomaron datos de los años 2014 y 2015, los mismos que al ser ejecutados en TAO.exe arrojaron los siguientes resultados.



**Gráfico 7-3:** Gráfica para identificar el tiempo de retardo en la estación Multitud

Realizado por: Vaca A. 2021.

El gráfico 7-3 muestra que el primer mínimo a ser usado está en la dimensión 4 del tiempo de retardo.

A partir de este resultado obtenemos los datos necesarios para la reconstrucción del espacio fase.

**Tabla 8-3:** Valores obtenidos a partir del cálculo de tiempo de retardo para la estación multitud.

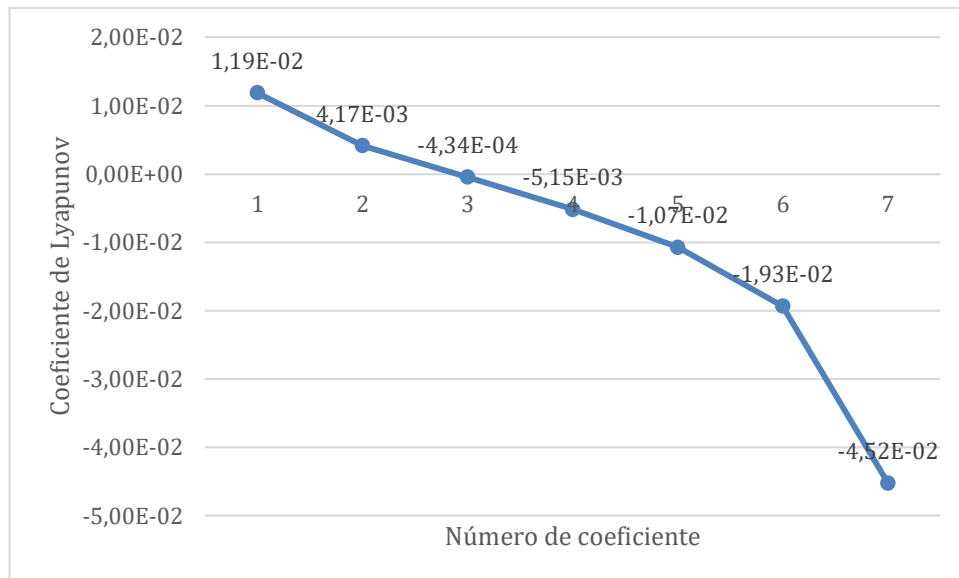
1	9,93E-01	1,00E-04	8,43E-08
2	7,27E-01	2,44E-03	9,85E-06
3	2,38E-01	9,00E-03	9,87E-05
4	8,15E-02	1,43E-02	2,21E-04
5	4,76E-02	1,69E-02	2,95E-04
6	2,81E-02	1,78E-02	3,22E-04
7	7,77E-02	1,86E-02	3,49E-04
8	1,43E-01	1,91E-02	3,66E-04
9	0,00E+00	1,97E-02	3,89E-04

Realizado por: Vaca A. 2021.

En la tabla 8-3 encontramos que para la estación Multitud existen 9 posibilidades para la dimensión de encaje, siendo la óptima para la misma la dimensión nueve donde se encuentran los valores más cercanos a 0.

Con los datos obtenidos anteriormente al ejecutar el último programa componente de Tisean, no entrego ninguna clase de resultado, por lo cual si recurrió al uso del ejecutable “RUIDO.exe”, para así eliminar factores de distorsión que evitan observar claramente los patrones dinámicos en esta estación.





**Gráfico 8-3:** Coeficientes de Lyapunov para la estación Multitud.

Realizado por: Vaca A. 2021.

El gráfico 8-3 muestra el número de coeficientes de *Lyapunov* donde el valor positivo corresponde a la entropía de *Kolmogórov Sinai*, lo cual nos muestra que el sistema tiene un comportamiento caótico.

**Tabla 9-3:** Comparación de datos obtenidos para los exponentes de Lyapunov.

Estación	Altura(m)	Entropía de Kolmogórov Sinai	Error promedio	Tamaño promedio vecindario	Dimensión fractal KY
Urbina	3642	2.435345e-03	5.150211e-01	8.223304e-01	1.523296
EsPOCH	2754	4.177073e-03	2.773215e-01	6.427492e-01	2.274609
Multitud	1483	1.190555e-02	5.436282e-01	4.562836e-01	4.978900
Cumandá	330.95	4.931671e-03	7.811779e-01	2.878035e-01	2.504647

Realizado por: Vaca A. 2021.

A partir de los datos de la tabla 9-3 se determinó gracias a la entropía de Kolmogorov que la estación climática de Multitud presenta un sistema más caótico con un valor de 1.190555e-02 por lo cual es mucho menos predecible. De igual forma el valor de la dimensión fractal de K Y es mucho más alta en dicha estación siendo casi cercano a cinco. Al contrario, la estación Urbina tiene una entropía de Kolmogorov con un valor de 2.435345e-03 lo cual indica que es un sistema menos caótico, a la vez la dimensión fractal de la estación Urbina es de 1.5 aproximadamente, por ello se lo considera un sistema mucha más predecible en comparación a las estaciones restantes.

## CONCLUSIONES

- Se analizó la base de datos monitoreada por las estaciones del GEAA para el estudio de la dinámica atmosférica tomando como base los datos del viento que representan los movimientos locales del aire, usando dos promedios de dos años por horas que ayudo a estabilizar la información dando resultados buenos al aplicar la teoría del Caos.
- Se procesó los datos usando el modelo Tisean, estableciéndose que era necesario usar promedios de horas para que se produzca correlación en los datos de las estaciones y sin embargo fue necesario reducir el ruido en la estación de Multitud que presento gran irregularidad que no permitía su representación en el espacio de las fases.
- Los resultados del procesamiento de datos en el modelo Tisean arrojó que todas las series tienen características caóticas pues al menos tienen un coeficiente de Lyapunov positivo, confirmando los análisis hechos en su procesamiento.
- Se determina los coeficientes de Lyapunov para cada una de las estaciones estudiadas con valores mayores en Multitud, seguido de Cumandá, la ESPOCH y Urbina, con una tendencia a disminuir con la altura.
- Se pudo obtener una variación en el sistema caótico no esperado, a razón de considerar a la altura como un factor directo en el comportamiento cótico del sistema, ya que la estación de Multitud, con altura intermedia, presento mayor entropía, posiblemente por su posición en las estribaciones de los Andes, sin embargo, en Cumandá, la ESPOCH y Urbina se notó un descenso de la entropía con la altura, que indicaría una dinámica menos variante.

## **RECOMENDACIONES**

- Verificación de procesos al momento de tabular datos extraídos de estaciones, para evitar faltantes en las variables a usar.
- Al ser una simulación que usa datos que sobrepasan las 3 cifras, se recomienda el uso de un ordenador con una buena capacidad de procesamiento, para así evitar demora en obtención de resultados.
- Hacer uso del manual proporcionado por el software, para de esta forma evitar errores en los ejecutables y a la vez mejorar la obtención de resultados al conocer las funciones que se pueden implementar en cada uno de los ejecutables.

## GLOSARIO

**Caos:** El caos es la complejidad de la supuesta causalidad en la relación entre fenómenos sin que se observe una traza lineal que relacione la causa con el efecto, sino más bien, un complejo cálculo(Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018a).

**Distancia entre los vecinos más cercanos:** distancia entre cada centroide y la ubicación del centroide más cercano(Pino, Marco; Tierra, Alfonso; Perugachi, 2020)

**Distorsión:** Es la alteración de la forma de una señal cuando pasa a través de un sistema. La alteración ocurre cuando el sistema actúa de diferente manera sobre los componentes de la señal(Hegger, Kantz y Schreiber, 1999).

**Entropía:** Magnitud termodinámica que mide la parte de la energía no utilizable para realizar trabajo y que se expresa como el cociente entre el calor cedido por un cuerpo y su temperatura absoluta(Pino, Marco; Tierra, Alfonso; Perugachi, 2020)

**Fractal:** Objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o aparentemente irregular, se repite a diferentes escalas(Del et al., 2020).

**Kolmogorov:** Matemático ruso que realizó aportes de primera línea en los contenidos de teoría de la probabilidad y de topología. Estructuró el sistema axiomático de la teoría de la probabilidad(Valdés, 2001).

**Lyapunov:** Matemático y físico ruso. Entre sus diversos trabajos, sobresalen las funciones de Liapunov dentro del campo de las ecuaciones(Valdés, 2001).

**Monótona:** Una función entre conjuntos ordenados se dice monótona si conserva el orden dado. Las funciones de tal clase surgieron primero en cálculo, y fueron luego generalizadas al entorno más abstracto de la teoría del orden(Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018a)

**No lineales:** Los sistemas no lineales representan sistemas cuyo comportamiento no es expresable como la suma de los comportamientos de sus descriptores(Santos Burguete, Simarro Grande y Fuertes Marrón, 2018b).

## BIBLIOGRAFÍA

**ARQUÍMIDES XAVIER HARO VELASTEGUÍ** "FLUJOS TÉRMICOS SUPERFICIALES EN LA CIUDAD DE RIOBAMBA", pp. 32-36.

**BARREIRO, A. y LAGOAS-MARCOSENDE, C. U.** "Análisis de la Estabilidad según Lyapunov de un Control Borroso en Tiempo Discreto". *Planta*.

**BUSTAMANTE, C. D.** "Hidrográficas Para El Año 2050 De La Provincia De Chimborazo". 2017, vol. 26, pp. 15-27.

**DEL, D. et al.** "VIENTO EN LA PROVINCIA DE CHIMBORAZO, ECUADOR". 2020, vol, 1.

**HEGGER, R. KANTZ, H. y SCHREIBER, T.** "*Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package*". *Chaos*. 1999, vol, 9, pp. 413-435. ISSN 10541500.

**KUSS, D. J. et al.** "Metadata, citation and similar papers at core.ac.uk". 2013, pp. 1-19.

**LARA, L. et al.** "Estimación de los exponentes de lyapunov". 2003, vol, XXII, pp. 1441-1451.

**MARCATOMA, J. A.** "Análisis Del Cambio Climático En Un Ecosistema Alto". *Perfiles*. 2020, vol, 1, pp. 1-8.

**MORA, X.** "*Navier-Stokes equations: Unpredictability even without butterflies?*". *Mètode Revista de difusió de la investigació*. 2017, vol, 0, pp. 67-73. ISSN 2174-3487.

**PINO, MARCO; TIERRA, ALFONSO; PERUGACHI, N.** "Análisis De La Predictibilidad De Las Concentraciones Anuales De Pm<sub>2.5</sub> En Quito , Aplicando La Entropía De Kolmogórov-Sinai". *Perfiles* [en línea]. 2020, vol, 1, pp. 20-25. Disponible en: <http://ceaa.esPOCH.edu.ec:8080/revista.perfiles/faces/Articulos/Perfiles23Art3.pdf>.

**PLUMMER, C. D. N. et al.** "Directrices sobre la gestión de datos climáticos". 2007.

**PORRAS VELÁZQUEZ, G. A.** "Diplomado en Análisis de Información Geoespacial (Tipo de muestreo)". *Co Centro de Investigación en Geografía y Geomática* [en línea]. 2017, pp. 14. Disponible en: <https://centrogeo.repositorioinstitucional.mx/jspui/bitstream/1012/163/1/19->

Tipos de Muestreo - Diplomado en Análisis de Información Geoespacial.pdf.

**SANTOS BURGUETE, C. SIMARRO GRANDE, J. P. y FUERTES MARRÓN, D.,** 2018.

"Física del caos". *Física del caos en la predicción meteorológica*. S.l.: s.n., pp. 49-65.

**SANTOS BURGUETE, C. SIMARRO GRANDE, J. P. y FUERTES MARRÓN, D.,** *Física del caos* S.l.: s.n., 2018.

**TISEAN, A. et al.,** *Package 'RTisean'* S.l.: s.n., 2013.

**VALDÉS, A. L.** "Prueba de eficiencia contra caos basada en exponentes de Lyapunov". 2001.

**VUILLE, M. BRADLEY, R. S. y KEIMIG, F.** "*Climate variability in the Andes of Ecuador and its relation to tropical Pacific and Atlantic Sea Surface temperature anomalies*". *Journal of Climate*. 2000, vol, 13, pp. 2520-2535. ISSN 08948755.

## ANEXOS



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

DIRECCIÓN DE BIBLIOTECAS Y RECURSOS DEL APRENDIZAJE  
UNIDAD DE PROCESOS TÉCNICOS Y ANÁLISIS BIBLIOGRÁFICO Y  
DOCUMENTAL

REVISIÓN DE NORMAS TÉCNICAS, RESUMEN Y BIBLIOGRAFÍA

Fecha de entrega: 21 / 02 / 2022

<b>INFORMACIÓN DEL AUTOR/A (S)</b>
<b>Nombres – Apellidos:</b> <i>Andrés Eduardo Vaca Romero</i>
<b>INFORMACIÓN INSTITUCIONAL</b>
<b>Facultad:</b> <i>Ciencias</i>
<b>Carrera:</b> <i>Física</i>
<b>Título a optar:</b> <i>Físico</i>
<b>f. Analista de Biblioteca responsable:</b> <i>Ing. Leonardo Medina Ñuste MSc.</i>

LEONARDO  
FABIO MEDINA  
NUSTE

Firmado digitalmente por LEONARDO  
FABIO MEDINA NUSTE  
Número de reconocimiento DNE: 0-HEC-  
ca0d040e11-0-1916086-104-80-101034-  
ca-040000110-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-  
INFORMACION TECNOLOGIA INFORMATICA  
Numero de identificacion: 0000021446  
Correo electronico: LEONARDO MEDINA NUSTE  
Fecha: 2022.02.21 16:18:13 -0500



0334-DBRA-UTP-2022