



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE CIENCIAS

CARRERA DE BIOFÍSICA

**“DETERMINACIÓN NUMÉRICA DEL ESPECTRO DE
FLUCTUACIONES ESCALARES DE PAREDES DE DOMINIO”**

Trabajo de Titulación

Tipo: Proyecto de Investigación

Presentado para optar el grado académico de:

BIOFÍSICO

AUTOR: MARCO VINICIO GAVILANES ESPÍN

DIRECTOR: PhD. ROMMEL DE LACRUZ GUERRERO MORA

Riobamba – Ecuador

2020

© 2020, Marco Vinicio Gavilanes Espín

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento, siempre y cuando se reconozca el Derecho de Autor.

Yo, MARCO VINICIO GAVILANES ESPÍN, declaro que el presente trabajo de titulación es de mi autoría y los resultados del mismo son auténticos. Los textos en el documento que provienen de otras fuentes están específicamente citados y referenciados.

Como autor asumo la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este trabajo de titulación. El patrimonio intelectual de la Tesis de Grado pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Riobamba, 29 de mayo del 2020.



Marco Vinicio Gavilanes Espín



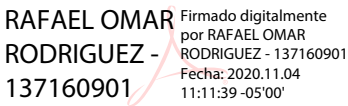
CI: 180467335-6

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE CIENCIAS

CARRERA BIOFÍSICA

El tribunal del trabajo de titulación certifica que: El trabajo de titulación: Tipo Investigativo “**DETERMINACIÓN NUMÉRICA DEL ESPECTRO DE FLUCTUACIONES ESCALARES DE PAREDES DE DOMINIO**” de responsabilidad del señor **Marco Vinicio Gavilanes Espín**, ha sido minuciosamente revisado por los Miembros del Tribunal del trabajo de titulación, quedando autorizada su presentación.

	FIRMA	FECHA
Dr. Richard Willians Pachacama Choca PRESIDENTE DEL TRIBUNAL	 RICHARD WILLIANS PACHACAMA CHOCA Firmado digitalmente por RICHARD WILLIANS PACHACAMA CHOCA Fecha: 2020.11.04 11:06:37 -05'00'	2020/11/04
PhD. Rommel De LaCruz Guerrero Mora DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN	 ROMMEL DE LACRUZ GUERRERO MORA Firmado digitalmente por ROMMEL DE LACRUZ GUERRERO MORA Fecha: 2020.11.04 11:33:59 -05'00'	2020/11/04
PhD. Rafael Omar Rodríguez MIEMBRO DEL TRIBUNAL	 RAFAEL OMAR RODRIGUEZ - 137160901 Firmado digitalmente por RAFAEL OMAR RODRIGUEZ - 137160901 Fecha: 2020.11.04 11:11:39 -05'00'	2020/11/04

DEDICATORIA

Dedico el presente Trabajo de Titulación primeramente a mi familia, tanto a mis padres que me han apoyado de todas las maneras posibles desde el principio de mi vida estudiantil hasta el día de hoy que estoy a punto de culminar mi formación académica básica, así también como a mis hermanos que han estado conmigo para ayudarme en todo momento.

A Allison Thomé que me ha enseñado el valor de la responsabilidad y ha estado conmigo desde el principio de mi carrera universitaria y de la mano, juntos, culminamos la carrera dando un paso más en nuestra vida.

MARCO

AGRADECIMIENTO

El primer agradecimiento es para mis padres, que desde muy pequeño me han inculcado en todo lo referente a la ciencia, así como también el apoyo que me han dado siempre.

También a mi prometida, amiga y compañera de universidad Allison Thomé por el importante aporte que le ha brindado a mi vida, enseñándome y ayudándome a desarrollar mi sentido de responsabilidad, así como también el apoyo incondicional en todas las metas que me he trazado a lo largo de los años.

A mis profesores de colegio y universidad como Janeth Vásquez, Zoraida Sivoli, Vilma Yanchapanta, Morella Guillén, Luis Borrero y Omar Rodríguez que han sido excelentes profesores en mi formación académica.

Agradecimiento especial a la Dra. Jenny Orbe por la ayuda a inmiscuirme más en el ámbito de la ciencia, así como la amistad que me ha brindado.

Por último, pero no menos importante al Dr. Rommel Guerrero que ha sido un excelente profesor, tutor y mentor en la parte culminante de mi carrera como biofísico, así como también un orientador y guía para encaminarme en mi futuro como profesional.

MARCO

TABLA DE CONTENIDO

TABLA DE CONTENIDO	vi
ÍNDICE DE GRÁFICOS	viii
ÍNDICE DE ANEXOS	ix
RESUMEN	x
SUMMARY	xi
INTRODUCCIÓN	1

CAPÍTULO I

1. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL	2
1.1. Antecedentes.....	2
1.2. Planteamiento del Problema	3
1.3. Justificación.....	4
1.4. Objetivos.....	4
<i>1.4.1. Objetivo General</i>	<i>4</i>
<i>1.4.2. Objetivos Específicos</i>	<i>4</i>
1.5. Marco Teórico.....	5
<i>1.5.1. Pared de dominio y sistema acoplado Einstein-Campo Escalar</i>	<i>5</i>
<i>1.5.1.1. Sistema acoplado Einstein-Campo Escalar</i>	<i>5</i>
<i>1.5.1.2. Pared de dominio</i>	<i>5</i>
<i>1.5.1.3. Solución al sistema Einstein-Campo Escalar.....</i>	<i>6</i>
<i>1.5.1.4. El Bulk</i>	<i>7</i>
<i>1.5.1.5. Solución de Pared Doble.....</i>	<i>7</i>
<i>1.5.1.6. Gravitación de Einstein sobre la Pared de Dominio</i>	<i>9</i>

1.5.2. Espectro de Fluctuaciones Gravitacionales	11
1.5.2.1. <i>Perturbaciones Gravitacionales</i>	11
1.5.2.2. <i>Parametrización de las fluctuaciones gravitacionales</i>	12
1.5.3. Transformaciones de calibre	13
1.5.3.1. <i>Ley de transformación de las fluctuaciones</i>	13
1.5.3.2. <i>Variables invariantes de calibre</i>	15
1.5.4. Desacoplamiento de los modos de las fluctuaciones	18

CAPÍTULO II

2. MARCO METODOLÓGICO	20
2.1. Ecuaciones de los estados tensoriales, vectoriales y escalares	20
2.2. Solución para los modos escalares	20

CAPÍTULO III

3. MARCO DE RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	23
--	----

CONCLUSIONES	27
---------------------------	----

RECOMENDACIONES	28
------------------------------	----

BIBLIOGRAFÍA

ANEXOS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1-1	Potenciales de auto interacción	9
Gráfico 2-1	Densidad de energía.....	9
Gráfico 3-1	Potencial para los modos tensoriales y modo cero localizado respectivamente	19
Gráfico 1-3	Potenciales (2.18) y (2.7).....	24
Gráfico 2-3	Valor de $m=913$ para las ecuaciones (2.17) y (2.6).....	24
Gráfico 3-3	Valor de $m=2115$ para las ecuaciones (2.17) y (2.6).....	25
Gráfico 4-3	Valor de $m=3800$ para las ecuaciones (2.17) y (2.6).....	25
Gráfico 5-3	Valor de $m=5970$ para las ecuaciones (2.17) y (2.6).....	25

ÍNDICE DE ANEXOS

ANEXO A Código del programa en Mathematica

RESUMEN

El presente trabajo tuvo como finalidad calcular las fluctuaciones escalares sobre una pared de dominio estática 4-dimensional embebida en un espacio-tiempo 5-dimensional en coordenadas conformes, para empezar, se toma como punto de partida la solución pared doble al sistema Einstein-Campo Escalar y las perturbaciones del escenario gravitacional, las excitaciones de la métrica fueron separadas en modos tensoriales, vectoriales y escalares, las últimas determinadas por un par de ecuaciones tipo Schrödinger cuyas autofunciones comparten el mismo autovalor excepto para el modo cero. Dichas ecuaciones se resolvieron separando los modos tensoriales, vectoriales y escalares, para finalmente llegar a dos soluciones de tipo Schrödinger para los modos escalares que actúan sobre la pared de dominio encontrando estados escalares localizados en 4 dimensiones. Dichas ecuaciones se las resuelve mediante el método numérico llamado medio incremento usando el software Mathematica, ambas ecuaciones gracias a un cambio de variable se las puede tratar como una sola, y son estas soluciones las que nos pueden dar más información acerca del problema tratado, dándonos un indicio muy sólido acerca de la concordancia de nuestro universo, con el planteado por el presente trabajo, sin embargo, hay que tomar en cuenta las restricciones usadas, siendo una de ellas el hecho de que al romper la simetría de la pared doble, es cuando realmente se puede observar el fenómeno de la localización de las fluctuaciones escalares.

Palabras clave: <BIOFÍSICA>, <PAREDES DE DOMINIO>, <MÉTODOS NUMÉRICOS>, <SISTEMA ACOPLADO EINSTEIN-CAMPO ESCALAR>, <PARED ASIMÉTRICA>, <PARED SIMÉTRICA>, <MODOS ESCALARES>, <MODOS TENSORIALES>, <MODOS VECTORIALES>

LUIS
ALBERTO
CAMINOS
VARGAS

Firmado digitalmente por
LUIS ALBERTO CAMINOS
VARGAS
Nombre de reconocimiento
(DN): c=EC, l=RIOBAMBA,
serialNumber=0602766974,
cn=LUIS ALBERTO
CAMINOS VARGAS
Fecha: 2020.10.13 08:52:27
-05'00'



0371-DBRAI-UPT-2020

SUMMARY

The present work aimed to calculate the scalar fluctuations on a 4-dimensional static domain wall embedded in a 5-dimensional space-time in coordinates according to begin with, the double wall solution to the Scalar Field Einstein system and the perturbations of the gravitational stage are taken as a starting point, the excitations of the metric were separated into tensor, vector and scalar modes, the latter determined by a pair of equations Schrödinger type whose eigenfunctions share the same eigenvalue except for the zero mode. These equations were solved by separating the tensor, vector and scalar modes, to finally arrive at two Schrödinger-type solutions for the scalar modes that act on the domain wall, finding scalar states located in 4 dimensions. Those equations are solved thereby of the numerical method called half increment using Mathematica software, both equations thanks to a change of variable can be treated as one, and these solutions that can give us more information about the problem treated, giving us a very strong indication about the concordance of our universe, with the one proposed by the present work, however, we must take into account the restrictions used, being one of them the fact that when breaking the symmetry of the double wall, it is when it can actually observe the phenomenon of the localization of scalar fluctuations.

Keywords: <BIOPHYSICS>, <DOMAIN WALLS>, <NUMERICAL METHODS>, <EINSTEIN COUPLED SYSTEM-SCALAR FIELD>, <ASYMMETRIC WALL>, <SYMMETRIC WALL>, <SCALAR MODES>, <TENSORIAL MODES>, <VECTOR MODES >

INTRODUCCIÓN

En los últimos años se han planteado varios modelos que puedan describir nuestro universo de manera física y matemática, y es gracias a estos modelos que se ha podido resolver varias interrogantes acerca de nuestra realidad, sin embargo aún hay varios problemas que se intentan resolver, siendo uno de ellos, el problema de la jerarquía, el cual, para resolverlo se plantea un modelo de nuestro universo, como un universo 5-dimensional, de las cuales 4 dimensiones son las que se logra percibir, mientras que la dimensión adicional no debido a la naturaleza de la misma, el universo 5-dimensional tendría un sector 4-dimensional llamado pared de dominio, donde se concentra una densidad de energía mayor, dicha pared está contenida en la dimensión adicional, la cual es mucho más grande, y con menor densidad de energía haciéndola imposible de percibir.

Para plantear este modelo se recurre al sistema acoplado Einstein-Campo Escalar y a sus soluciones, las cual nos permite describir matemáticamente la pared de dominio, así como también las leyes físicas en dicho sector del espacio, para este caso específico se obtiene una solución tipo pared de dominio para un caso estático y asimétrico, una vez obtenida dicha solución se procede a desacoplarla o descomponerla en modos tensoriales, vectoriales y escalares.

Centrándose en los modos escalares o también llamados graviescalares, debido a su relación con la gravedad, se realiza un análisis matemático y se procede a hallar autovalores, mismos que nos permite asociar la gravitación a la pared de dominio planteada.

Dichos autovalores se los puede construir a partir de la densidad de energía asociada a la pared de dominio, potenciales y ecuaciones tipo Schrödinger que se obtienen del análisis matemático de los modos escalares, dando coherencia a la pared planteada y ligando la gravedad a la pared de dominio.

CAPÍTULO I

1. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

1.1. Antecedentes

Desde hace ya algunos años que se trata de resolver varios problemas importantes de la física mediante la adición de más dimensiones a nuestro universo, dimensiones que, para explicar por qué no las percibimos, se las presenta de forma compactificada, sin embargo, aquellas suposiciones no son las únicas, siendo posible que las dimensiones extra existan pero no de manera compacta, por el contrario, siendo estas de un tamaño mucho mayor, conteniendo en su interior a nuestro universo 4-dimensional, idea que se les ocurrió en el año de 1983 a Rubakov y Shaposhnikov (Rubakov y Shaposhnikov, 1983, pp.136-138), siendo este modelo uno de los pioneros en tocar esta afirmación y como Randall y Sundrum más tarde lo mencionan en su investigación “An Alternative to Compactification”, la escala de Plank estaría determinada por la curvatura de una dimensión superior más no por el tamaño de esta dimensión adicional (Randall y Sundrum, 1999, pp.4690-4693).

Gremm en su trabajo “Four-dimensional gravity on a thick domain wall” nos habla también acerca del acoplamiento de la gravedad a los modos escalares garantizando siempre la invarianza de Poncaire, partiendo de una métrica de la forma (Gremm, 2000)

$$ds^2 = e^{2A(r)} \left(dx_0^2 - \sum_{i=1}^3 dx_i^2 \right) - dr^2 \quad (1.1)$$

donde A es el factor métrico.

También las ecuaciones de movimiento que siguen la acción de la gravedad 5-dimensional acoplada a un campo escalar, se escriben como

$$S = \int d^4x dr \sqrt{-|g|} \left[\frac{R}{2} - Tr(\partial_a \phi \partial^a \phi) - V(\phi) \right] \quad (1.2)$$

$$\phi'' + 4A' \phi' = \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned}\phi'^2 &= -\frac{3}{2}A'' \\ V(\phi) &= -\left(3A'^2 + \frac{3}{4}A''\right)\end{aligned}\tag{1.4}$$

Donde S es la acción de la gravedad, g es el determinante de la métrica, $'$ es la derivada con respecto a la coordenada adicional, ϕ es el campo escalar y $V(\phi)$ es potencial de interacción.

Podemos obtener soluciones a las ecuaciones de movimiento que aparecen al estudiar las paredes de dominio, analizando también los efectos gravitacionales producidos al incluir de manera arbitraria asimetrías sobre un espacio-tiempo del tipo pared de dominio y no solo eso, ya que también provocan la interacción de la gravedad estándar con el sector 4-dimensional de la pared, llegando a la conclusión de que dichos campos deben estar sobre el defecto topológico, la teoría resultante sobre la pared corresponde a las ecuaciones de Einstein con constante cosmológica; obteniendo así que dichas estructuras representan posibles modelos del universo. (Gremm, 2000).

1.2. Planteamiento del Problema

Hoy en día es bien conocido que nuestro universo está conformado por 3 dimensiones espaciales y una temporal, o al menos es lo que se percibe; hace ya varios años que la idea de un universo 4-D se ha ido quedando atrás, con el surgimiento de nuevas teorías que lo estructuran con una dimensionalidad más alta y tratando de explicar por qué no es posible percibir las, surgió la teoría de Kaluza-Klein, en la cual una dimensión extra se encuentra compactificada en el orden de 10^{-33} cm.

Más tarde, en 1999 Randall y Sundrum plantearon a nuestro universo como una 3-brana inmersa en un espacio de mayores dimensiones, en el cual es posible reproducir gravedad newtoniana, haciendo contraste con teorías anteriores a las suyas, como la ya mencionada, ¿“Do we live inside a domain wall?” (Rubakov y Shaposhnikov, 1983, pp.136-138), el modelo de Randall y Sundrum expone a nuestro universo igualmente con 4 dimensiones, pero, por el contrario, la dimensión extra es muchísimo más grande confinando nuestro universo a la pared de dominio 4-dimensional, razón por la cual es imposible percibir la dimensión extra, dentro de estas soluciones del tipo pared de dominio podemos hallar varios grupos, centrando nuestro estudio en paredes estáticas.

Para el caso estático se logra recuperar soluciones del tipo pared doble que logran generalizar la solución gruesa de Randall-Sundrum, así como también del tipo asimétrico, en las cuales, mediante

el análisis numérico será posible hallar la fluctuación de la métrica sobre el sector cuatro dimensional de la pared en términos de variables invariantes de calibre.

1.3. Justificación

La importancia del presente trabajo recae en el problema de la jerarquía entre la escala de Planck y la escala electrodébil tratando de recuperar gravedad 4-dimensional, se parte de que los gravitones tienden a localizarse en los bordes de una pared doble gruesa en un espacio-tiempo anti de-Sitter cinco dimensional.

Las paredes dobles son escenarios donde es posible recupera gravedad newtoniana en cuatro dimensiones y además se obtiene una realización del problema de jerarquía. Sobre esto último, la gravedad se atenúa entre las subparedes, siendo de intensidad débil en la subpared donde residen las otras interacciones fundamentales.

Por otra parte, se utilizará métodos numéricos y herramientas computacionales para la realización de cálculos, así como también la obtención de gráficos que nos ayudarán con una adecuada interpretación física del fenómeno evaluado.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

Determinar numéricamente el espectro de las fluctuaciones escalares de una pared de dominio en cinco dimensiones apelando a la generalización del formalismo de J. M. Bardeen al caso de branas escalares.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Obtener las ecuaciones de los estados tensoriales $h_{\alpha\beta}^{TT}$ y vectoriales V^μ .

- Recuperar la solución del tipo pared doble al sistema acoplado Einstein Klein Gordon.
- Determinar numéricamente la composición del espectro de las fluctuaciones escalares sobre el escenario estático.

1.5. Marco Teórico

1.5.1. Pared de dominio y sistema acoplado Einstein-Campo Escalar

1.5.1.1. Sistema acoplado Einstein-Campo Escalar

Ahora partiremos de las ecuaciones de acoplamiento Einstein-Campo Escalar, siendo el sistema, un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales acopladas en derivadas parciales, las cuales se las define a continuación.

$$G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab}R = T_{ab} \quad (1.5)$$

$$T_{ab} = \nabla_a \phi \nabla_b \phi - g_{ab} \left[\frac{1}{2} \nabla_d \phi \nabla^d \phi + V(\phi) \right] \quad (1.6)$$

$$\nabla_d \nabla^d \phi - \frac{dV(\phi)}{d\phi} = 0 \quad (1.7)$$

donde sabemos que G_{ab} y T_{ab} son el tensor de Einstein y el tensor Energía Impulso respectivamente, donde el último representa también la fuente del campo gravitacional, dado por el campo escalar ϕ con un potencial de auto interacción dado por $V(\phi)$. Como ya se conoce g_{ab} es el tensor métrico, el cual nos proporciona información del espacio-tiempo. Y por último tenemos R_{ab} que es el tensor de Ricci el cual nos muestra la manera en la que se curva el espacio y R el escalar de Ricci, también llamado escalar de curvatura.

1.5.1.2. Pared de dominio

De manera más precisa podemos definir una pared de dominio como una solución al sistema Einstein-Campo Escalar, donde el campo escalar es solamente función de la dimensión extra, $\phi = \phi(z)$,

interpolando asintóticamente entre dos valores, $\pm\varphi$, los cuales corresponden a los mínimos del potencial de auto interacción $V(\phi)$.

1.5.1.3. Solución al sistema Einstein-Campo Escalar

Para nuestro caso, requerimos que el sistema cumpla con las condiciones de una pared de dominio, es decir:

- El campo escalar debe depender únicamente de la coordenada adicional $\phi = \phi(z)$.
- El campo escalar interpola entre los mínimos del potencial.
- La geometría del espacio-tiempo puede ser descrita en coordenadas cartesianas (simetría plano-paralela).

Tomando en cuenta estas tres condiciones, podemos obtener un tensor métrico en un espacio-tiempo 5-dimensional de la forma

$$g_{ab} = e^{2A(z)}(-dt_a dt_b + e^{2\beta t} dx_a^i dx_b^i) + e^{2A(z)} dz_a dz_b \quad (1.8)$$

donde, a y $b = 0, \dots, 4$; $x^i = 1, 2, 3$, siendo estas las coordenadas espaciales, mientras que z es la coordenada adicional; con $\beta=0$ para el caso de una pared estática. Entonces con esta métrica y haciendo uso de la ecuación (1.5) podemos obtener las ecuaciones de Einstein

$$\begin{aligned} G_t^t &= \frac{3}{e^{2A}} [A'' + A'], & G_z^z &= \frac{6}{e^{2A}} A'^2, \\ G_1^1 &= \frac{3}{e^{2A}} [A'' + A'], & G_1^1 &= G_2^2 = G_3^3 \end{aligned} \quad (1.9)$$

y de igual manera con la ecuación (1.6) obtenemos las del tensor Energía-Impulso

$$\begin{aligned} T_t^t &= -\rho = -\frac{\phi'^2}{2e^{2A}} - V(\phi), & T_z^z &= -P = \frac{\phi'^2}{2e^{2A}} - V(\phi), \\ T_1^1 &= -\frac{\phi'^2}{2e^{2A}} - V(\phi), & T_1^1 &= T_2^2 = T_3^3 \end{aligned} \quad (1.10)$$

donde T_t^t es la densidad de energía ρ y T_z^z es la densidad de presión P .

Si nos fijamos en (1.9) y (1.10) podemos observar que al sumar $G_t^t + G_z^z = T_t^t + T_z^z$, se encuentra que

$$V(z) = -\frac{3}{2e^{2A}} [A'^2 + A'' + A'] \quad (1.11)$$

y al restar $G_t^t - G_z^z = T_t^t - T_z^z$ se obtiene

$$\phi'^2 = 3[A'^2 + A'' + A'] \quad (1.12)$$

de esta manera se logra simplificar el sistema Einstein-Campo Escalar a dos ecuaciones diferenciales parciales acopladas descritas por (1.11) y (1.12).

1.5.1.4. El Bulk

El presente trabajo se centra en el estudio un espacio tiempo 5-dimensional llamado *Bulk*, particularmente en las paredes de dominio 4-dimensionales contenidas en el *Bulk*, las cuales dividen el espacio-tiempo en dos subespacios con curvatura determinada por el potencial $V(\phi)$. La curvatura del *Bulk* se la puede hallar mediante el Tensor Energía-Impulso para cuando $z \rightarrow \pm\infty$, donde los efectos gravitacionales de la pared son despreciables, quedando solo la contribución de la energía del vacío asociada al espacio-tiempo donde se encuentra la pared. Si en (1.6) tomamos el límite de $z \rightarrow \pm\infty$, los dos primeros términos se anulan debido a que el campo escalar tiende a una constante $\phi \rightarrow \pm\phi$, quedando tan solo:

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} T_{ab} = -g_{ab} \lim_{\phi \rightarrow \pm\phi} V(\phi) \quad (1.13)$$

y se reduce también (1.5) a las ecuaciones de campo de Einstein en el vacío

$$G_{ab} + \Lambda g_{ab} = 0, \quad \Lambda = \lim_{\phi \rightarrow \pm\phi} V(\phi) \quad (1.14)$$

donde Λ es la constante cosmológica; de aquí sabemos que la curvatura del *Bulk* la obtenemos entonces del potencial de auto interacción.

1.5.1.5. Solución de Pared Doble

Se propone una familia de soluciones del tipo Pared de Dominio estática, dada por

$$e^{A(z)} = \left(\frac{(1 + (\alpha z)^{2s})^{-\frac{1}{2s}}}{\left(1 + \beta z {}_2F_1\left[\frac{1}{2s}, \frac{1}{s}, 1 + \frac{1}{2s}, -(\alpha z)^{2s}\right]\right)} \right) \quad (1.15)$$

donde α es una constante, β es el factor de asimetría y s es el parámetro de la familia de soluciones.

Si se despeja A en (1.15) obtenemos la ecuación

$$A = \log \left[\frac{1}{(1 + (\alpha z)^{2s})^{\frac{1}{2s}} \left(1 + \beta z {}_2F_1 \left[\frac{1}{2s}, \frac{1}{s}, 1 + \frac{1}{2s}, -(\alpha z)^{2s} \right] \right)} \right] \quad (1.16)$$

Donde el término asociado a la constante cosmológica es $\alpha = 5$, para una pared doble tenemos $s = 3$ y el término de asimetría se escribe como $\beta = 2$.

Resolviendo (1.11) y (1.12), se obtienen el campo escalar y el potencial de auto interacción para el caso simétrico

$$\phi = \phi_0 \text{ArcTan}(\alpha^2 z^2), \quad \phi_0 = \frac{\sqrt{3(2s-1)}}{s} \quad (1.17)$$

$$V(\phi) = 3\alpha^2 \sin^{(2-\frac{2}{s})} \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) \left(\frac{(2s+3)}{2} \cos^2 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) - 2 \right) - \Lambda \quad (1.18)$$

donde $s = 1, 3, 5, \dots$; la constante cosmológica es $\Lambda = -6\alpha^2$.

Y también una ecuación del potencial de auto interacción para el caso asimétrico

$$k(\phi) = \alpha + \frac{1}{10} \text{Tan}^{1/s} \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) {}_2F_1 \left(\frac{1}{2s}, \frac{1}{s}, 1 + \frac{1}{2s}, -\text{Tan}^2 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) \right) \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} V(\phi) = & -6 \left(\frac{1}{10} \right)^2 \text{Cos}^{2/s} \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) \\ & - \frac{3}{4} \text{Sin}^2 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) \text{Tan}^{-2/s} \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) k(\phi) \left(\frac{16}{10} \text{Tan}^{1/s} \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) \right. \\ & \left. + \text{Cos}^{-2/s} \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) \left(5 - 2s - (3 + 2s) \text{Cos} \left(\frac{2\phi}{\phi_0} \right) \right) k(\phi) \right); \end{aligned} \quad (1.20)$$

Para poder presentar de mejor manera la Pared Doble se parte del caso simétrico, donde $\beta = 0$, para después activar el termino de asimetría donde $\beta > 0$, con esto se grafica la ecuación (1.18 y 1.20).

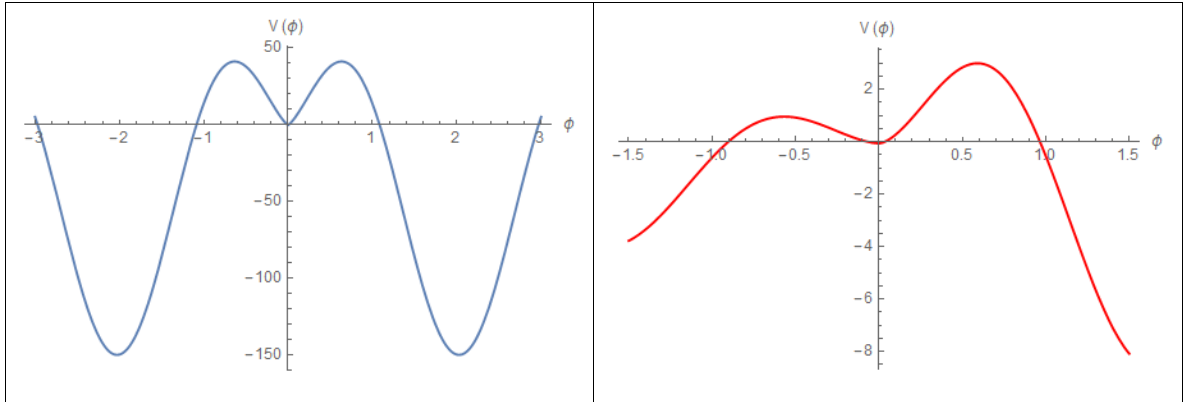


Gráfico 1-1: Potenciales de auto interacción para una pared simétrica (1.18) con $(\alpha = 5$ y $s = 3)$ y asimétrica (1.20) $(\alpha = 1$ y $s = 5)$ respectivamente.

Realizado por: Gavilanes Marco; 2020

Se tiene también la densidad de energía para las distintas paredes de dominio, tanto simétrica como asimétrica con sus respectivas ecuaciones.

$$\rho(z) = e^{-2A}(-3A'^2 - 3A'') \quad (1.21)$$

Y con la ecuación (1.21) podemos graficar la densidad de energía

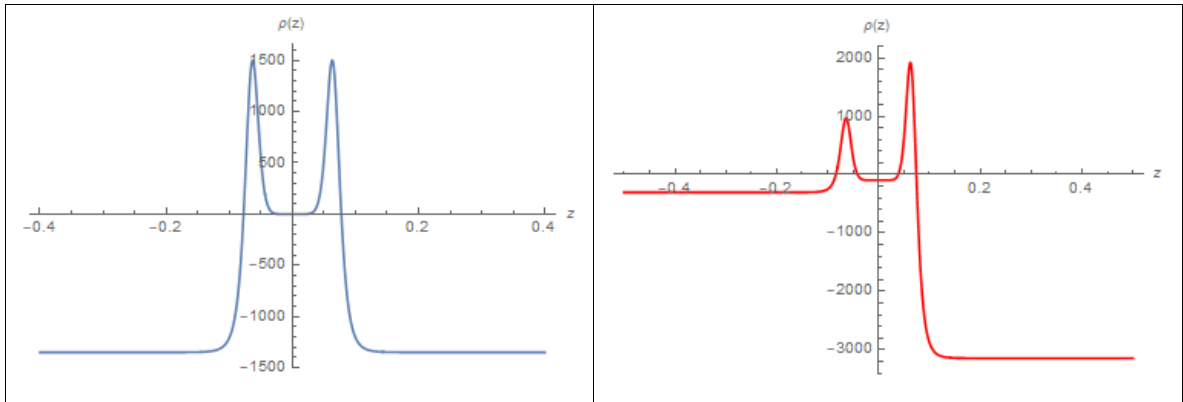


Gráfico 2-1: Densidad de energía para una pared simétrica $\beta = 0$ y asimétrica $\beta > 0$ respectivamente.

Realizado por: Gavilanes Marco; 2020

1.5.1.6. Gravitación de Einstein sobre la Pared de Dominio

Aquí se demuestra que las ecuaciones de gravitación de Einstein con constante cosmológica corresponden con la descripción dinámica de la pared de dominio, dividiendo el espacio 5-

dimensional en dos subespacios 4-dimensionales creando un muro entre dichos subespacios, donde la métrica sobre dicha pared es

$$\hat{g}_{mn} = -dt_m dt_n + e^{2\beta t} (dx_m^i dx_n^i) \quad (1.22)$$

donde m y $n = 0, \dots, 3$ y las componentes del tensor de Einstein asociado a (1.22) diferentes de cero son

$$\hat{G}_{tt} = 3\beta^2, \quad \hat{G}_{11} = -3\beta^2 e^{2\beta t}, \quad \hat{G}_{11} = \hat{G}_{22} = \hat{G}_{33} \quad (1.23)$$

de esta manera (1.23) podemos escribirlo como

$$\hat{G}_{mn} = -3\beta^2 \hat{g}_{mn} \quad (1.24)$$

donde $\hat{}$ es usado para aquellas componentes asociadas al espacio-tiempo 4-dimensional. Ahora para el espacio tiempo de 5-dimensiones tenemos la siguiente métrica

$$g_{ab} = e^{2A(z)} (-dt_a dt_b + e^{2\beta t} dx_a^i dx_b^i) + e^{2A(z)} dz_a dz_b \quad (1.25)$$

aquí se puede observar que

$$g_{mn} = e^{2A(z)} \hat{g}_{mn} \quad (1.26)$$

y por lo tanto las componentes del tensor de Einstein diferentes de cero para (1.26) son:

$$\begin{aligned} G_{tt} &= 3\beta^2 - 3[A'' + A'], & G_{zz} &= -6\beta^2 e^A + 6[A'^2], \\ G_{11} &= -3\beta^2 e^{2\beta t} + 3e^{2\beta t} [A'' + A'], & G_{11} &= G_{22} = G_{33} \end{aligned} \quad (1.27)$$

las cuales podemos reescribirlas de la siguiente manera

$$\begin{aligned} G_{mn} &= -3\beta^2 \hat{g}_{mn} + 3[A'' + A'] \hat{g}_{mn} \\ &= \hat{G}_{mn} + 3[A'' + A'] \hat{g}_{mn} \end{aligned} \quad (1.28)$$

de esta manera también el tensor Energía-Impulso (1.6) se reduce a

$$T_{mn} = -e^{2A} \hat{g}_{mn} \left[\frac{\phi'^2}{2e^{2A}} + V(\phi) \right] \quad (1.29)$$

por lo cual ahora se puede construir las ecuaciones de Einstein $G_{mn} = T_{mn}$

$$\hat{G}_{mn} + 3[A'' + A'] \hat{g}_{mn} + e^{2A} \left[\frac{\phi'^2}{2e^{2A}} + V(\phi) \right] \hat{g}_{mn} = 0 \quad (1.30)$$

aquí se nota que

$$\left[\frac{\phi'^2}{2e^{2A}} + V(\phi) \right] = \frac{3}{e^{2A}} [-A'' - A' + \beta^2] \quad (1.31)$$

por lo tanto, las ecuaciones de Einstein quedan reducidas a

$$\hat{G}_{mn} + \Lambda_0 \hat{g}_{mn} = 0, \quad \Lambda_0 = 3\beta^2 \quad (1.32)$$

Entonces con la ecuación (1.32) queda demostrado que el comportamiento del espacio-tiempo sobre la pared está descrito por las ecuaciones de Einstein en el vacío con constante cosmológica Λ_0 . De esta manera se garantiza que estas estructuras (Paredes de Dominio) representan posibles modelos del universo (Zoghbi, 2006, pp.1-5).

1.5.2. Espectro de Fluctuaciones Gravitacionales

1.5.2.1. Perturbaciones Gravitacionales

En el trabajo “Localizing gravity on exotic thick 3-branes” se propone una generalización para obtener las ecuaciones que describen las perturbaciones del espacio-tiempo descritas a continuación (Castillo-Felisola et al., 2004).

Para g_{ab} y ϕ soluciones exactas al sistema Einstein-Campo Escalar formado por (1.5), (1.6) y (1.7). Entonces se puede plantear una familia de tensores métricos $\tilde{g}_{ab}(\lambda)$, así como también una familia de campos escalares $\tilde{\phi}(\lambda)$, ambas uniparamétricas y solución del sistema Einstein-Campo Escalar, tal que:

$$\tilde{g}_{ab} = g_{ab} + \lambda h_{ab}, \quad \tilde{\phi} = \phi + \lambda \varphi \quad (1.33)$$

donde h_{ab} y φ representan la perturbación de la métrica y el campo escalar, respectivamente. De manera que a primer orden se tiene

$$\left. \frac{d}{d\lambda} \tilde{g}_{ab} \right|_{\lambda=0} = h_{ab}, \quad \left. \frac{d}{d\lambda} \tilde{\phi} \right|_{\lambda=0} = \varphi. \quad (1.34)$$

Las ecuaciones de Einstein-Campo Escalar, escritas en la forma de Ricci, para \tilde{g}_{ab} están dadas por

$$\tilde{R}_{ab} = \tilde{T}_{ab} - \frac{1}{3} \tilde{g}_{ab} \tilde{T}, \quad \tilde{T}_{ac} = \tilde{\nabla}_a \tilde{\phi} \tilde{\nabla}_b \tilde{\phi} - \tilde{g}_{ac} \left[\frac{1}{2} \tilde{g}^{bd} \tilde{\nabla}_b \tilde{\phi} \tilde{\nabla}_d \tilde{\phi} + V(\tilde{\phi}) \right] \quad (1.35)$$

donde $\tilde{T} = \tilde{g}^{ab} \tilde{T}_{ab}$. Para el campo escalar perturbado $\tilde{\phi}$, se tiene

$$\tilde{g}^{ab} \tilde{\nabla}_a \tilde{\nabla}_b \tilde{\phi} - \frac{d\tilde{V}(\tilde{\phi})}{d\tilde{\phi}} = 0 \quad (1.36)$$

Para hallar las ecuaciones que describen la dinámica de la perturbación h_{ab} de primer orden, se diferencia (1.35) con respecto a λ y se iguala $\lambda = 0$,

$$\frac{d}{d\lambda} \tilde{R}_{ab} \Big|_{\lambda=0} = \frac{d}{d\lambda} \tilde{T}_{ab} \Big|_{\lambda=0} - \frac{1}{3} \frac{d}{d\lambda} - [\tilde{g}_{ab} \tilde{T}]_{\lambda=0}. \quad (1.37)$$

Al desarrollar cada uno de los términos se obtiene

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \square h_{ac} - \frac{1}{2} \nabla_a \nabla_c (g^{bd} h_{bd}) + \nabla_{(a} \nabla^{b} h_{c)b} + R_{(ac)}^{bd} h_{bd} + R_{(ad)}^{bd} h_{c)b} \\ & = 2 \nabla_{(a} \varphi \nabla_{c)} \varphi + \frac{D-5}{6} h_{ac} g^{bd} \nabla_b \varphi \nabla_d \varphi - \frac{D-5}{6} g_{ac} h^{bd} \nabla_b \varphi \nabla_d \varphi \\ & + \frac{D-5}{3} g_{ac} g^{bd} \nabla_b \varphi \nabla_d \varphi + \frac{D-3}{3} h_{ac} V(\varphi) + \frac{D-3}{3} g_{ac} \frac{dV}{d\varphi} \varphi, \end{aligned} \quad (1.38)$$

donde \square es el D'Alambertiano 5-dimensional dado por $\square \equiv g^{ab} \nabla_a \nabla_b$. Al mismo tiempo la dinámica del campo viene dada por la siguiente ecuación:

$$-h^{ab} \nabla_a \nabla_b \varphi - \frac{1}{2} g^{ab} g^{cd} (\nabla_a h_{bd} + \nabla_b h_{ad} - \nabla_d h_{ab}) \nabla_c \varphi + g^{ab} \nabla_a \nabla_b \varphi - \frac{d^2 V}{d\varphi^2} \varphi = 0. \quad (1.39)$$

1.5.2.2. Parametrización de las fluctuaciones gravitacionales

Para poder describir las fluctuaciones gravitacionales, se parte de las fluctuaciones de la métrica, es decir, de la ecuación (1.38 y 1.49), observando así que dicha ecuación contiene modos tensoriales, escalares y vectoriales; los cuales pueden descomponerse mediante la invariancia de Poincaré 4-dimensional (Giovannini, 2002)

$$h_{ab} = e^{2A} \begin{pmatrix} 2h_{\mu\nu}^{TT} + 2 \partial_{(\mu} f_{\nu)} + 2\eta_{\mu\nu} \psi + 2 \partial_\mu \partial_\nu E & e^{-A} (D_\mu + \partial_\nu C) \\ e^{-A} (D_\mu + \partial_\nu C) & e^{-2A} 2\omega \end{pmatrix} \quad (1.40)$$

aquí se puede encontrar un sector transverso y sin traza, $h_{\mu\nu}^{TT}$, esto quiere decir

$$h_\mu^{TT\mu} = 0 \quad \partial^\mu h_{\mu\nu}^{TT} = 0 \quad (1.41)$$

y también los vectores f_μ y D_μ con divergencia 0,

$$\partial^\mu f_\mu = 0 \quad \partial^\mu D_\mu = 0 \quad (1.42)$$

Cuando se sustituye la métrica (1.26) y la parametrización del tensor h_{ab} (1.40) en la ecuación (1.38) obtenemos tres ecuaciones, las cuales representan la parte tensorial, vectorial y escalar de las fluctuaciones respectivamente.

$$\begin{aligned}
& (-e^{2A} \partial^\beta \partial_\beta - \partial_r^2 - 4A' \partial_r) h_{\mu\nu}^{\text{TT}} + \partial_{(\mu} [3e^{-A} D_{\nu)} - f_{\nu)}'' - 4A' f_{\nu)}' + e^{-A} D_{\nu)}'] \\
& + \eta_{\mu\nu} [-e^{-2A} \partial^\beta \partial_\beta (\psi + e^{2A} A' E' - e^A A' C) - \psi'' - 8A' \psi'] \\
& + \eta_{\mu\nu} [8A'^2 \omega + A' \omega' + 2A'' \omega] \\
& + \eta_{\mu\nu} [-e^{-2A} (\omega + 2\psi) - E'' - 4A' E' + e^{-A} C' + 3A' e^{-A} C] \\
& = \frac{2}{3} \frac{dV}{d\phi} \varphi \eta_{\mu\nu}
\end{aligned} \tag{1.43}$$

$$-\frac{1}{2} e^{-A} \partial^\beta \partial_\beta (D_\mu - e^A f_\mu') + \partial_\mu (3A' \omega - 3\psi' - \phi' \varphi) = 0 \tag{1.44}$$

$$\begin{aligned}
& -e^{-2A} \partial^\beta \partial_\beta (\omega + E'' + 2e^{2A} A' E' - e^A A' C - e^A C') - 4\psi'' - 8A' \psi' + 4A' \omega' \\
& + 2A'' \omega + 8A'^2 \omega - 2\phi' \varphi' + \frac{2}{3} \frac{dV}{d\phi} \varphi = 0
\end{aligned} \tag{1.45}$$

Y finalmente de (1.39) se obtiene la ecuación para el campo escalar junto con fluctuación correspondiente

$$\begin{aligned}
& e^{-2A} \partial^\beta \partial_\beta (\varphi - e^A \phi' C + e^{2A} E' \phi') - 2(\phi'' + 4A' \phi') \omega - \phi' \omega' + 4\phi' \psi' + \varphi'' \\
& + 4A' \varphi' - \frac{d^2 V}{d\phi^2} \varphi = 0
\end{aligned} \tag{1.46}$$

1.5.3. Transformaciones de calibre

En las ecuaciones (1.43 - 1.46) se puede apreciar que existe un acoplamiento entre las fluctuaciones de la métrica y las fluctuaciones asociadas al campo que genera la pared. Con la intención de establecer la localización de los distintos modos sobre la brana, se debe definir una serie de variables que sean invariantes bajo transformaciones infinitesimales de coordenadas, lo cual nos permite trabajar sin depender del espacio sobre el cual se trabaja, y así poder escribir en función de dichas variables las ecuaciones de las fluctuaciones de la métrica.

1.5.3.1. Ley de transformación de las fluctuaciones

En relatividad general existe una libertad de calibre asociada al grupo de difeomorfismos. Esto implica que en dos perturbaciones, h_{ab} y \bar{h}_{ab} representan la misma perturbación física si y sólo si difieren un "difeomorfismo infinitesimal" de la métrica, que es generado por un campo vectorial ϵ^a , cumpliéndose para la transformación de coordenadas que (Wald, 1984), dicho de otra manera, las ecuaciones linealizadas de Einstein son invariantes bajo transformaciones infinitesimales

$$\bar{x}^a = x^a + \epsilon^a \quad (1.47)$$

Por otro lado, la perturbación de la métrica tiene la siguiente libertad de calibre

$$\bar{h}_{ab} = h_{ab} - 2\nabla_{(a}\epsilon_{b)} \quad (1.48)$$

El campo vectorial ϵ_a puede ser expresado explícitamente si se considera la métrica dada por la ecuación (1.1)

$$\epsilon_a = (e^{2A} \epsilon_\mu, \epsilon_r) \quad (1.49)$$

El vector ϵ_μ puede ser expresado en función de la derivada de un escalar y de un vector transverso

$$\epsilon_\mu = \partial_\mu \epsilon + \zeta_\mu, \quad \partial^\mu \zeta_\mu = 0 \quad (1.50)$$

Una vez que se conoce como transforma el tensor h_{ab} (1.48), se puede obtener las transformaciones de todos los campos asociados al tensor.

Para empezar, se considera la parte 4-dimensional de \bar{h}_{ab} , y para obtener las transformaciones de los escalares E y ψ se calcula $g^{\mu\nu}\bar{h}_{\mu\nu}$, obteniendo

$$\bar{\psi} = \psi - A' \epsilon_r \quad (1.51)$$

$$\bar{E} = E - \epsilon \quad (1.52)$$

Para encontrar como transforma el campo vectorial f_μ se calcula $\partial^\mu \bar{h}_{\mu\nu}$

$$\bar{f}_\mu = f_\mu - \zeta_\mu \quad (1.53)$$

Se considera también las componentes a lo largo de la coordenada adicional. Para encontrar la transformación de los campos C y D_μ se calcula la divergencia $\partial^\mu \bar{h}_{\mu r}$ de la parte vectorial de h_{ab} . Obteniendo

$$\bar{C} = C - e^A \epsilon' - e^{-A} \epsilon_r \quad (1.54)$$

$$\bar{D}_\mu = D_\mu - e^A \zeta'_\mu \quad (1.55)$$

La transformación del campo escalar ω se lo encuentra calculando $\partial^\mu \bar{h}_{rr}$

$$\bar{\omega} = \omega - \epsilon'_\mu \quad (1.56)$$

Para finalizar, la transformación de la perturbación del campo que genera la pared, φ , es

$$\bar{\varphi} = \varphi - \phi' \epsilon_r \quad (1.57)$$

1.5.3.2. Variables invariantes de calibre

Para facilitar el trabajo se trabajará en coordenadas propias, se definen unas variables invariantes de calibre partiendo de las transformaciones hechas a los campos escalares y vectoriales involucrados (1.51 - 1.57).

Los grados de libertad de la transformación determinan el número de variables a definir (Giovannini, 2002). De acuerdo con esto, la función de calibre ζ_μ permite definir la variable vectorial \bar{V}_μ , dada por:

$$\bar{V}_\mu = \bar{D}_\mu - e^A \bar{f}'_\mu \quad (1.58)$$

Mientras que las transformaciones para las funciones escalares involucran a ϵ y ϵ_r , por lo que se definen las dos variables siguientes:

$$\bar{\Gamma} = \bar{\Psi} + A'(e^{2A}\bar{E}' - e^A\bar{C}) \quad (1.59)$$

$$\bar{\Theta} = \bar{\omega} - e^A\bar{C}' + e^{2A}\bar{E}'' - A'e^A\bar{C} + 2A'e^{2A}\bar{E}' \quad (1.60)$$

También se define una variable invariante de calibre asociada a las fluctuaciones del campo que genera la pared, es decir, φ . Entonces:

$$\bar{\chi} = \bar{\varphi} + e^{2A}\phi'\bar{E}' - e^A\phi'\bar{C} \quad (1.61)$$

Es posible escribir las ecuaciones (1.59 - 1.61) de una manera más simple, si se establece que

$$\bar{\Omega} \equiv e^{2A}\bar{E}' - e^A\bar{C} \quad (1.62)$$

Por lo tanto, se tiene

$$\bar{\Gamma} = \bar{\Psi} + A'\bar{\Omega} \quad (1.63)$$

$$\bar{\Theta} = \bar{\omega} + \bar{\Omega}' \quad (1.64)$$

$$\bar{\chi} = \bar{\varphi} + \phi'\bar{\Omega} \quad (1.65)$$

Sabiendo que las nuevas variables son invariantes de calibre, tal que $\bar{\Gamma} = \Gamma$, $\bar{\Omega} = \Omega$ y $\bar{V}_\mu = V_\mu$, se pueden reescribir las ecuaciones de los modos de fluctuaciones (1.43 - 1.46) en función de las variables mencionadas.

$$\begin{aligned}
& (-e^{-2A} \partial^\beta \partial_\beta - \partial_r^2 - 4A' \partial_r) h_{\mu\nu}^{\text{TT}} + e^{-A} \partial_{(\mu} (\partial_r + 3A') V_{\nu)} \\
& + \partial_\mu \partial_\nu [-e^{-2A} (\Theta + 2\Gamma - 2A'\Omega - \Omega') - 4A'E - E'' + e^{-A} (3A'C \\
& + C')] + \eta_{\mu\nu} [-e^{-2A} \partial^\beta \partial_\beta \Gamma - (\Gamma'' - (A'\Omega)'') - 8A'(\Gamma' - (A'\Omega)')] \quad (1.66) \\
& + \eta_{\mu\nu} [(8A'^2 + 2A'')(\Theta - \Omega') + A'(\Theta' - \Omega'')] = \frac{2}{3} \eta_{\mu\nu} (\chi - \phi'\Omega) \frac{dV}{d\phi}
\end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2} e^A \partial^\beta \partial_\beta V_\mu + \partial_\mu [3A'(\Theta - \Omega') - 3(\Gamma' - (A'\Omega)') - \phi'(\chi - \phi'\Omega)] = 0 \quad (1.67)$$

$$\begin{aligned}
& -e^{-2A} \partial^\beta \partial_\beta \Theta + 4A'(\Theta' - \Omega'') - 8A'(\Gamma' - (A'\Omega)') - 4(\Gamma'' - (A'\Omega)'') \\
& - 2\phi'(\chi - (\phi'\Omega)') + (8A'^2 + 2A'')(\Theta - \Omega') = \frac{2}{3} (\chi - \phi'\Omega) \frac{dV}{d\phi} \quad (1.68)
\end{aligned}$$

Finalmente, la ecuación para el campo escalar y su fluctuación en función de las variables invariantes de calibre es:

$$\begin{aligned}
& \partial^\beta \partial_\beta \chi - 2(\phi'' + 4A'\phi')(\Theta - \Omega') - \phi'(\Theta' - \Omega'') + 4\phi'(\Gamma' - (A'\Omega)') \\
& + 4A'(\chi' - (\phi'\Omega)') + \chi'' - (\phi'\Omega)'' = (\chi - \phi'\Omega) \frac{d^2V}{d\phi^2} \quad (1.69)
\end{aligned}$$

Las ecuaciones para los distintos modos de las fluctuaciones dependerán de la fijación de calibre que se haga. Existe una escogencia de calibre en particular con la que se logra eliminar los grados de libertad no físicos (aquellos que no pueden ser escritos en función de las variables invariantes de calibre) y en última instancia permite el estudio de la localización de los distintos modos sobre la pared. Esta escogencia de calibre es una generalización del calibre longitudinal, donde todas las componentes escalares fuera de la diagonal de la métrica perturbada son nulas (Rojas, 2013, pp.16-18), tal que:

$$\bar{E} = 0, \quad \bar{C} = 0, \quad \bar{f}_\mu = 0 \quad (1.70)$$

De esta forma, los parámetros de la transformación de calibre pueden ser fijados por completo:

$$\epsilon = E, \quad \epsilon_r = (E' - C), \quad \zeta_\mu = f_\mu \quad (1.71)$$

Con lo impuesto en (1.70) es inmediato ver que la función $\bar{\Omega}$ definida en (1.62) es igual a 0, así como todas sus derivadas. Por lo tanto, los términos dependientes de $\bar{\Omega}$ que aparecen en las ecuaciones de

los distintos modos se anulan. Eliminando entonces la tilde de las variables en las ecuaciones para los distintos modos de las fluctuaciones, se tiene que:

$$\begin{aligned}
& (-e^{-2A} \partial^\beta \partial_\beta - \partial_r^2 - 4A' \partial_r) h_{\mu\nu}^{\text{TT}} + e^{-A} \partial_{(\mu} (\partial_r + 3A') V_{\nu)} \\
& + \eta_{\mu\nu} [-e^{-2A} \partial^\beta \partial_\beta \Gamma - \Gamma'' - 8A' \Gamma' + (8A'^2 + 2A'') \Theta + A' \Theta'] \\
& + \partial_\mu \partial_\nu [-e^{-2A} (\Theta + 2\Gamma)] = \frac{2}{3} \eta_{\mu\nu} \chi \frac{dV}{d\Phi}
\end{aligned} \tag{1.72}$$

$$-\frac{1}{2} e^{-A} \partial^\beta \partial_\beta V_\mu + \partial_\mu [3A' \Theta - 3\Gamma' - \phi' \chi] = 0 \tag{1.73}$$

$$-e^{-2A} \partial^\beta \partial_\beta \Theta + 4A' \Theta' - 8A' \Gamma' - 4\Gamma'' - 2\phi' \chi' + (8A'^2 + 2A'') \Theta = \frac{2}{3} \chi \frac{dV}{d\Phi} \tag{1.74}$$

$$e^{-2A} \partial^\beta \partial_\beta \chi - 2(\phi'' + 4A' \phi') \Theta - \phi' \Theta' + 4\phi' \Gamma' + 4A' \chi' + \chi'' = \chi \frac{d^2 V}{d\Phi^2} \tag{1.75}$$

Se puede por conveniencia reescribir las ecuaciones (1.72 - 1.75) en un sistema de coordenadas conformemente planas, definidas por:

$$z = \int e^{-A(r)} dr \tag{1.76}$$

De este cambio también surge un cambio en la métrica (1.1)

$$ds^2 = e^{2A} (\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dz^2) \tag{1.77}$$

$$dr = e^{-A} dz \tag{1.78}$$

debido a este cambio las ecuaciones de los modos de las fluctuaciones podemos escribirlas en sus nuevas coordenadas

$$\begin{aligned}
& (-\partial^\beta \partial_\beta - 3A' \partial_z - \partial_z^2) h_{\mu\nu}^{\text{TT}} + \partial_{(\mu} (\partial_z + 3A') V_{\nu)} - \partial_\mu \partial_\nu (2\Gamma + \Theta) \\
& + \eta_{\mu\nu} [-\partial^\beta \partial_\beta \Gamma - 7A' \Gamma' + (6A'^2 + 2A'') \Theta + A' \Theta' - \Gamma''] \\
& = \frac{2}{3} e^{2A} \eta_{\mu\nu} \chi \frac{dV}{d\Phi}
\end{aligned} \tag{1.79}$$

$$-\frac{1}{2} \partial^\beta \partial_\beta V_\mu + \partial_\mu [3A' \Theta - 3\Gamma' - \phi' \chi] = 0 \tag{1.80}$$

$$-\partial^\beta \partial_\beta \Theta + 4A' \Theta' - 4A' \Gamma' - 4\Gamma'' - 2\phi' \chi' + (6A'^2 + 2A'') \Theta = \frac{2}{3} e^{2A} \chi \frac{dV}{d\Phi} \tag{1.81}$$

$$\partial^\beta \partial_\beta \chi - 2(\phi'' + 4A'\phi')\Theta - \phi'\Theta' + 4\phi'\Gamma' + 3A'\chi' + \chi'' = \chi e^{2A} \frac{d^2 V}{d\phi^2} \quad (1.82)$$

1.5.4. Desacoplamiento de los modos de las fluctuaciones

Se puede desacoplar los modos tensoriales, vectoriales y escalares del sistema acoplado Einstein-Campo Escalar, para ello primero se considera la parte no diagonal de la ecuación (1.79), obteniendo:

$$(-\partial^\beta \partial_\beta - 3A' \partial_z - \partial_z^2) h_{\mu\nu}^{\text{TT}} + \partial_{(\mu} (\partial_z + 3A') V_{\nu)} - \partial_\mu \partial_\nu (2\Gamma + \Theta) = 0 \quad (1.83)$$

Todos los términos que aparecen en esta ecuación dependen de campos que satisfacen restricciones cinemáticas que los hacen independientes.

$$(-\partial^\beta \partial_\beta - 3A' \partial_z - \partial_z^2) h_{\mu\nu}^{\text{TT}} = 0 \quad (1.84)$$

$$\partial_{(\mu} (\partial_z + 3A') V_{\nu)} = 0 \rightarrow (\partial_z + 3A') V_{\nu)} = 0 \quad (1.85)$$

$$\partial_\mu \partial_\nu (2\Gamma + \Theta) = 0 \rightarrow 2\Gamma + \Theta = 0 \quad (1.86)$$

Después se puede considerar la parte diagonal de (1.79)

$$-\partial^\beta \partial_\beta \Gamma - 7A'\Gamma' + (6A'^2 + 2A'')\Theta + A'\Theta' - \Gamma'' = \frac{2}{3} e^{2A} \chi \frac{dV}{d\phi} \quad (1.87)$$

Ahora se toma la ecuación (1.80), se sabe que la divergencia de V_μ es igual a 0, por lo tanto, se obtiene

$$\frac{1}{2} \partial^\beta \partial_\beta V_\mu = 0 \quad (1.88)$$

$$\partial_\mu [3A'\Theta - 3\Gamma' - \phi'\chi] = 0 \quad (1.89)$$

La ecuación de los modos tensoriales (1.84) se la puede escribir también como una ecuación tipo Schrödinger mediante una separación de variables, escribiendo $h_{\mu\nu}^{\text{TT}}$ como el producto de una función de las coordenadas espaciotemporales y una función de la coordenada adicional, obteniendo

$$h_{\mu\nu}^{\text{TT}} = e^{-3A/2} e^{ip \cdot x} \Psi_{MN}(z) \quad (1.90)$$

de esta manera se elimina el término de la derivada de primer orden, obteniendo

$$(-\partial_z^2 + V_{\text{QM}}) \Psi_{MN} = m^2 \Psi_{MN} \quad (1.91)$$

donde $m^2 = p^N p_N$ y su potencial V_{QM} se escribe como

$$V_{QM} = \frac{9}{4}A'^2 + \frac{3}{2}A'' \quad (1.92)$$

evaluando el potencial se puede hallar dos pozos, como se muestra en el gráfico 3-1 y su respectivo modo 0 localizado

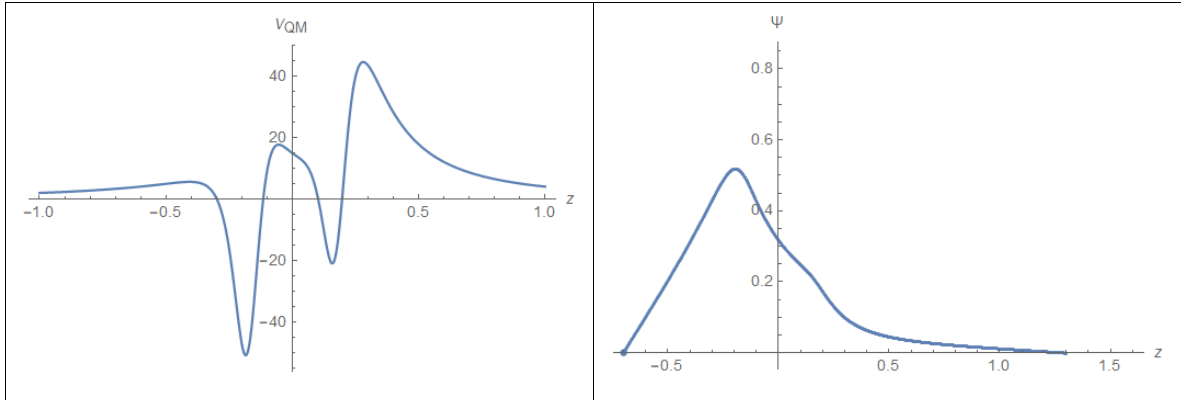


Gráfico 3-1: Potencial para los modos tensoriales y modo cero localizado respectivamente.

Realizado por: Gavilanes Marco; 2020

Para los modos vectoriales, sin embargo, no se encuentran autofunciones o estados acoplados para una pared doble asimétrica con comportamiento estático.

CAPÍTULO II

2. MARCO METODOLÓGICO

2.1. Ecuaciones de los estados tensoriales, vectoriales y escalares

Como se observa en el Capítulo I en la sección de la parametrización de las fluctuaciones gravitacionales, se separa ecuación de la fluctuación de la métrica en los distintos modos tensoriales, vectoriales y escalares, obteniendo las ecuaciones (1.43 - 1.46).

2.2. Solución para los modos escalares

El modo de interés en la presente investigación es el modo escalar, el cual, para obtenerlo se empieza restando la ecuación (1.87) y (1.81)

$$\partial^\beta \partial_\beta (\Theta - \Gamma) - 3A'\Theta' - 3A'\Gamma' + 3\Gamma'' + 2\phi'\chi' = 0 \quad (2.1)$$

Usando la ecuación (1.86) se puede eliminar Θ dejando (2.1) en función de Γ y las fluctuaciones del campo

$$-3\partial^\beta \partial_\beta \Gamma + 3A'\Gamma' + 3\Gamma'' + 2\phi'\chi' = 0 \quad (2.2)$$

Se despeja (2.2) haciendo uso de (1.86) y (1.89) de manera que χ queda en función de Γ

$$\chi = \frac{-6A'\Gamma - 3\Gamma'}{\phi} \quad (2.3)$$

Se sustituye (2.3) en (2.2)

$$-\partial^\beta \partial_\beta \Gamma + \left(3A' - 2\frac{\phi''}{\phi'}\right)\Gamma' + 4\left(A'' - \frac{\phi''}{\phi'}A'\right)\Gamma + \Gamma'' = 0 \quad (2.4)$$

Se puede proponer un cambio de variable

$$\Upsilon = \frac{e^{\frac{3}{2}A}}{\phi'}, \quad \Upsilon = e^{ip \cdot x} \tilde{\Upsilon}(z) \quad (2.5)$$

Se despeja Γ en función de Υ y se reemplaza en (2.4), obteniendo así una ecuación tipo onda

$$(-\partial_z^2 + V_{QM_Y})\Upsilon = m^2\Upsilon \quad (2.6)$$

donde

$$V_{QM_Y} = \left(-\frac{5}{2}A'' + \frac{9}{4}A'^2 + A' \frac{\phi''}{\phi'} - 2 \left(\frac{\phi'''}{\phi'} \right)^2 + \frac{\phi''''}{\phi'} \right) \quad (2.7)$$

El segundo modo escalar se obtiene a partir de (1.82) la cual se deriva de la ecuación de Euler-Lagrange para el campo perturbado $\tilde{\Phi}$. Se propone un cambio de variable de la siguiente forma

$$\Xi = e^{\frac{3}{2}A} \left(\chi - \frac{\phi'}{A'} \right) \Gamma \quad (2.8)$$

Para demostrar que la ecuación tipo Schrödinger (2.8) está en concordancia con la ecuación (1.82) se parte de una ecuación tipo onda

$$(C^+ C^- + \partial^\beta \partial_\beta) \Xi = 0 \quad (2.9)$$

donde

$$C^\pm = \pm \partial_z + \frac{Z'}{Z}, \quad Z = e^{\frac{3}{2}A} \frac{\phi'}{A'} \quad (2.10)$$

Se desarrollan los operadores C^+ y C^- , obteniendo

$$\left(-\partial_z^2 + \partial_z \left(\frac{Z'}{Z} \right) + \left(\frac{Z'}{Z} \right)^2 + \partial^\beta \partial_\beta \right) \Xi = 0 \quad (2.11)$$

se sustituye (2.8) en (2.11), y después de despejar sumar y hacer las operaciones correspondientes, se llega a una ecuación

$$\begin{aligned} \chi'' + 3A'\chi' + \partial^\beta \partial_\beta \chi - \frac{4\phi''}{A'} \Gamma' + \frac{2\phi' A''}{A'^2} \Gamma' - 4 \left(\phi'' - \frac{A''}{A'} \phi' \right) \Gamma \\ - \left(3A' \frac{\phi''}{\phi'} - 3A'' + \frac{\phi'''}{\phi'} - \frac{2\phi'' A''}{\phi' A'} - \frac{A'''}{A'} + \frac{2(A'')^2}{A'^2} \right) \chi = 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

De la ecuación (1.87) se despeja Γ' quedando en función de Γ y χ , y haciendo uso de la ecuación (1.12) $\phi'^2 = 3[A'^2 + A'' + A']$ la ecuación (2.12) se simplifica

$$\chi'' + 3A'\chi' + \partial^\beta \partial_\beta \chi + 4\phi'' \Gamma = \left(3A' \frac{\phi''}{\phi'} - 3A'' + \frac{\phi'''}{\phi'} \right) \chi \quad (2.13)$$

Ahora tomamos la ecuación (1.89) y mediante (1.12) obtenemos

$$e^{2A} \frac{dV(\phi)}{d\phi} = -e^{2A}(4A'\phi + \phi'') \quad (2.14)$$

después de aplicar una transformación a coordenadas conformes, obtenemos

$$e^{2A} \frac{dV^2(\phi)}{d\phi^2} = -\left(3A'' + 3A' \frac{\phi''}{\phi'} + \frac{\phi'''}{\phi'}\right) \quad (2.15)$$

Una vez hecho esto, se sustituye (2.15) en (1.89) para despejar Γ' , obteniendo

$$\chi'' + 3A'\chi' + \partial^\beta \partial_\beta \chi + 4\phi''\Gamma = \left(3A' \frac{\phi''}{\phi'} - 3A'' + \frac{\phi'''}{\phi'}\right)\chi \quad (2.16)$$

de tal forma que, como se logra apreciar (2.16) y (2.13) son exactamente iguales demostrando que con el cambio de variable (2.8) puede escribirse (1.89) como una ecuación tipo Schrödinger

$$(-\partial_z^2 + V_{QM_\Xi})\Xi = m^2\Xi \quad (2.17)$$

donde el potencial mecánico cuántico esta dado por (Rojas, 2013, pp.33-45)

$$V_{QM_\Xi} = \frac{9}{4}A'^2 + 3A' \frac{\phi''}{\phi'} - \frac{3}{2}A'' + \frac{\phi'''}{\phi'} - \frac{2\phi''A''}{\phi'A'} - \frac{A'''}{A'} + \frac{2A''^2}{A'^2} \quad (2.18)$$

de esta manera nos quedan las ecuaciones (2.6) y (2.18) cuyas auto funciones serán analizadas en el Capítulo III del presente trabajo.

CAPÍTULO III

3. MARCO DE RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Partiendo entonces de las ecuaciones tipo Schrödinger obtenidas en (2.6) y (2.17) se procede a obtener los autovalores de dichas ecuaciones, utilizando el método del medio incremento, con la ayuda de herramientas computacionales, siendo Mathematica la herramienta a usarse en el presente trabajo, debido a la facilidad que tiene para evaluar ecuaciones diferenciales y graficarlos de manera precisa.

Para aplicar el método del medio incremento primero se despeja la segunda derivada en las ecuaciones (2.6) y (2.17) obteniendo

$$\partial_z^2 Y = (V_{QM_Y} - m^2)Y \quad (3.1)$$

$$\partial_z^2 \Xi = (V_{QM_\Xi} - m^2)\Xi \quad (3.2)$$

una vez despejada la segunda derivada se procede a aplicar el método descrito a continuación

$$u_{n+1} = u_n + \Delta u \quad (3.3)$$

$$\frac{d\psi}{du_{1/2}} \approx \frac{d\psi}{du_0} + C \frac{\Delta u}{2} \quad (3.4)$$

$$\frac{d\psi}{du_{n+(1/2)}} \approx \frac{d\psi}{du_{n-(1/2)}} + C\Delta u \quad (3.5)$$

$$\psi_{n+1} \approx \psi_n + \frac{d\psi}{du_{n+(1/2)}} \Delta u \quad (3.6)$$

Para aplicar el método se cambia la segunda derivada por una constante cualquiera siendo $\partial_z^2 = r$ para la ecuación (3.1) y $\partial_z^2 = f$ para la ecuación (3.2) obteniendo

$$r = (V_{QM_Y} - m^2)Y \quad (3.7)$$

$$f = (V_{QM_\Xi} - m^2)\Xi \quad (3.8)$$

Entonces se empieza partiendo de las ecuaciones del potencial correspondiente a (3.7) y (3.8), las cuales son (2.7) y (2.18) respectivamente, la ecuación (1.16) se puede reemplazar en (1.12) y despejar ϕ , obteniendo

$$\phi = \frac{\sqrt{3(2s - 1)} \text{ArcTan}(\alpha^s z^s)}{s} \quad (3.10)$$

Con las ecuaciones (3.9) y (3.10) podemos graficar los potenciales (2.7) y (2.18)

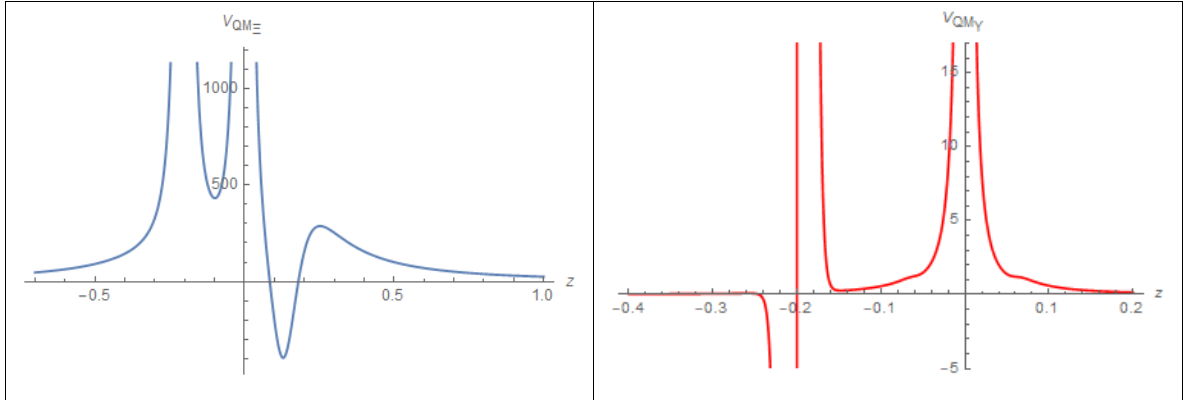


Gráfico 1-3: Potenciales (2.18) y (2.7) para z entre $(-0.7, 1)$ y $(-0.1, 0.1)$ respectivamente, se encuentra un pozo entre -0.2 y 0 para (2.18) y -0.06 y 0 de tamaño muy pequeño para (2.7).

Realizado por: Gavilanes Marco; 2020

ahora se puede evaluar la ecuación tipo Schrödinger (2.6) y (2.17) en el pozo entre -0.2 y 0 del potencial (2.18) y el pozo entre -0.06 y 0 del potencial (2.7), con la intención de hallar autovalores contenidos dentro de dichos pozos, para lo cual se aplica el método descrito en las ecuaciones (3.3-3.6) obteniendo los siguientes autovalores

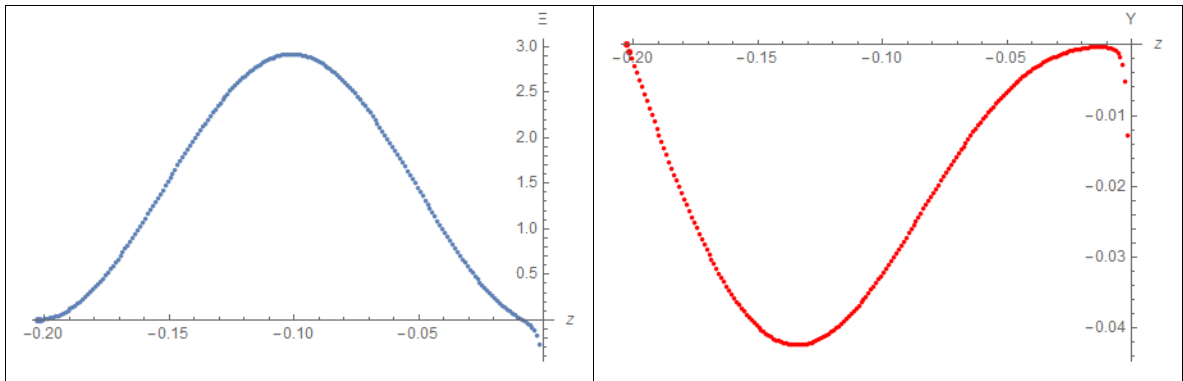


Gráfico 2-3: Valor de $m = 913$ para las ecuaciones (2.17) y (2.6) respectivamente.

Realizado por: Gavilanes Marco; 2020

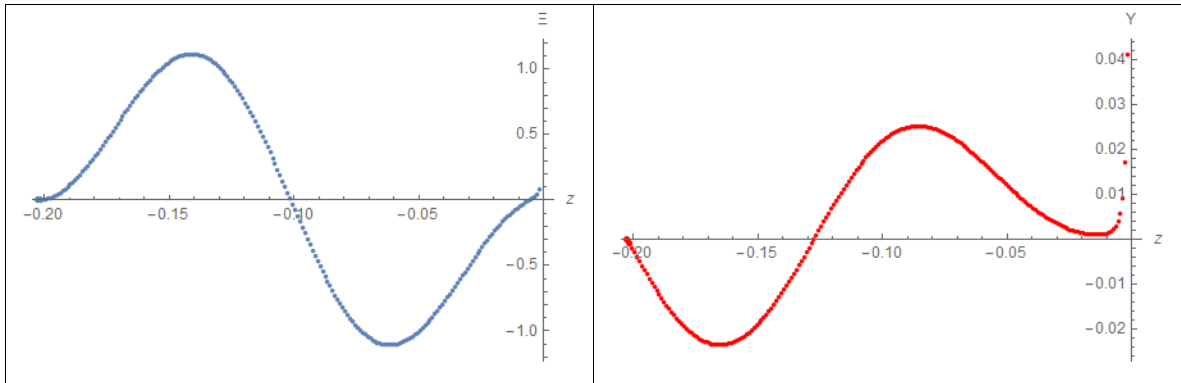


Gráfico 3-3: Valor de $m = 2115$ para las ecuaciones (2.17) y (2.6) respectivamente.

Realizado por: Gavilanes Marco; 2020

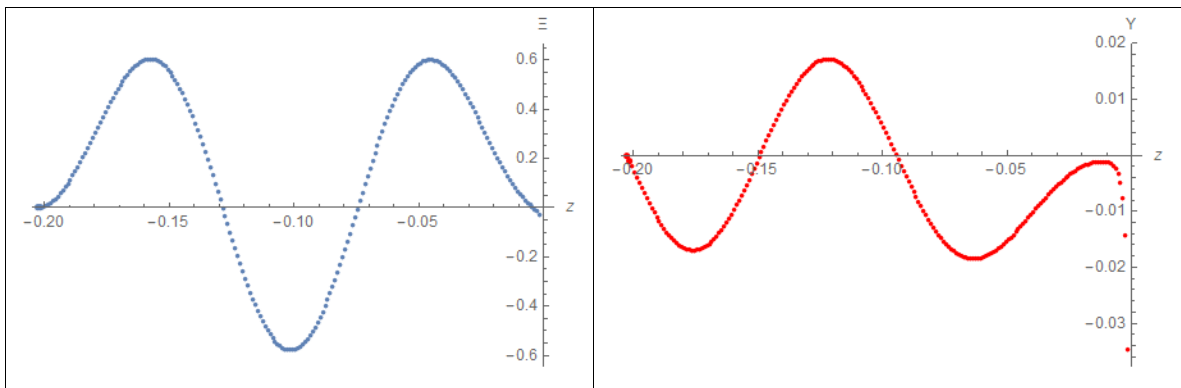


Gráfico 4-3: Valor de $m = 3800$ para las ecuaciones (2.17) y (2.6) respectivamente.

Realizado por: Gavilanes Marco; 2020

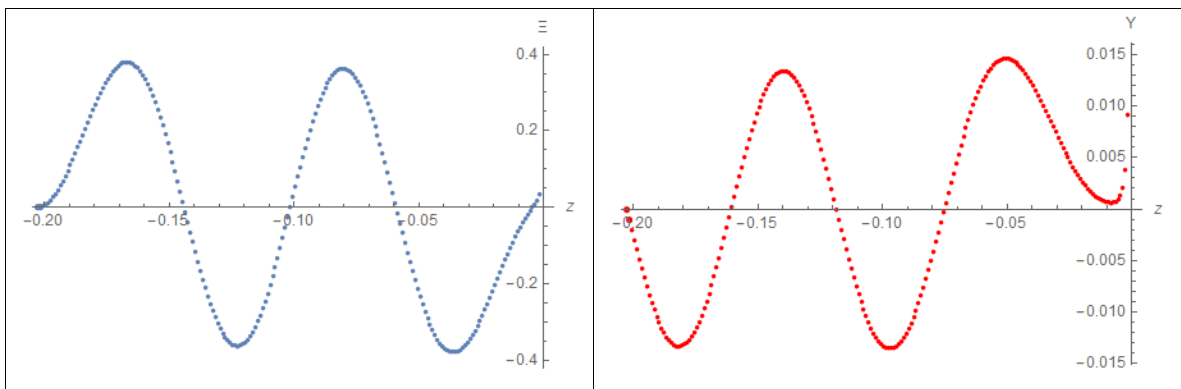


Gráfico 5-3: Valor de $m = 5970$ para las ecuaciones (2.17) y (2.6) respectivamente.

Realizado por: Gavilanes Marco; 2020

cómo se puede observar para ambos potenciales se encuentran autovalores en el mismo sitio, por lo tanto, se puede concluir que las autofunciones vienen en pares.

Acorde a los objetivos del trabajo se puede analizarlos acorde a los avances realizados, gracias al procedimiento realizado se pudo hallar las ecuaciones de los estados tensoriales y vectoriales partiendo de las ecuaciones de Einstein y del Tensor Energía-Impulso propuestas en (1.5) y (1.6) para después llegar a la ecuación (1.79) para los modos tensoriales y (1.80, 1.81) para los modos vectoriales cumpliendo así con el primer objetivo.

Gracias a las ecuaciones de los modos escalares podemos obtener las soluciones tipo pared de dominio para el caso estático, el cual se la representa en forma de ecuaciones tipo Schrödinger las cuales están descritas en (2.6) y (2.17), cumpliendo así con el segundo objetivo propuesto; para después mediante el método numérico del medio incremento descrito en las ecuaciones desde (3.3) a la (3.6) podemos graficar los autovalores tal y como se muestra en los gráficos (2-3) a (5-3) cumpliendo así el tercer y último objetivo.

CONCLUSIONES

- Se llegó a los estados Tensoriales y Vectoriales a partir de las ecuaciones de Einstein y el tensor Energía-Impulso partiendo de la métrica establecida para el espacio-tiempo 5-dimensional.
- Se halló la solución al sistema acoplado Einstein-Capo Escalar, encontrando así una pared doble asimétrica del tipo estática, misma que parte de una pared doble simétrica, en donde no se encuentran estados sino hasta activar el término de asimetría (α), siendo la solución asimétrica de gran utilidad para poder hallar las fluctuaciones escalares acopladas en dicha solución.
- Mediante el método numérico del medio incremento se hallaron los autovalores asociados a la composición de las fluctuaciones escalares para un escenario de pared doble estática.

RECOMENDACIONES

- Estimar la contribución de los modos escalares al potencial de interacción 4-dimensional, a partir de las soluciones numéricas de los mismos.
- En el método del medio incremento es importante trabajar con un incremento Δ muy bajo ya que mientras más bajo es el incremento, más precisa se vuelve la aproximación numérica.
- Para visualizar la gráfica de los autovalores de mejor manera es importante hallar un equilibrio entre el número de puntos y la potencia del computador usado, ya que a mayor cantidad de puntos aumenta la continuidad del gráfico, pero también aumenta la demanda computacional.

BIBLIOGRAFÍA

CASTILLO-FELISOLA, O., MELFO, et.al, 2004. Localizing gravity on exotic thick 3-branes. [en línea], [Consulta: 1 junio 2020]. DOI 10.1103/PhysRevD.70.104029. Disponible en: <http://arxiv.org/abs/hep-th/0404083>.

GIOVANNINI, M., 2002. Localization of metric fluctuations on scalar branes. *Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology* [en línea], vol. 65, no. 6, pp. 5. [Consulta: 1 junio 2020]. ISSN 15502368. DOI 10.1103/PhysRevD.65.064008. Disponible en: <http://arxiv.org/abs/hep-th/0106131>.

GREMM, M., 2000. Four-dimensional gravity on a thick domain wall. *Physics Letters, Section B: Nuclear, Elementary Particle and High-Energy Physics* [en línea], vol. 478, no. 4, pp. 434–438. [Consulta: 8 julio 2019]. ISSN 03702693. DOI 10.1016/S0370-2693(00)00303-8. Disponible en: <http://arxiv.org/abs/hep-th/9912060>.

RANDALL, L. y SUNDRUM, R., 1999. An alternative to compactification. *Physical Review Letters* [en línea], vol. 83, no. 23, pp. 4690–4693. [Consulta: 4 julio 2019]. ISSN 10797114. DOI 10.1103/PhysRevLett.83.4690. Disponible en: <https://arxiv.org/abs/hep-th/9906064>.

ROJAS, R., 2013. *Fluctuaciones en branas no abelianas*. S.l.: Universidad de Los Andes.

RUBAKOV, V.A. y SHAPOSHNIKOV, M.E., 1983. Do we live inside a domain wall? *Physics Letters B* [en línea], vol. 125, no. 2–3, pp. 136–138. [Consulta: 4 julio 2019]. ISSN 03702693. DOI 10.1016/0370-2693(83)91253-4. Disponible en: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0370269383912534>.

WALD, R.M., 1984. *General relativity*. Chicago: s.n. ISBN 9780226870335.

ZOGHBI, S., 2006. *Fluctuaciones Gravitacionales en Espaciotiempos Pared de Dominio* [en línea]. S.l.: UNIVERSIDAD CENTROCCIDENTAL “LISANDRO ALVARADO”. [Consulta: 9 julio 2019]. Disponible en: <https://fisicapostgradodcyt.files.wordpress.com/2016/04/tesis-susana-zoghbi.pdf>.

ANEXOS

ANEXO A: Código del programa en Mathematica

$$\alpha = 5; s = 3; \beta = 2;$$

$$A[z_]= \text{Log}\left[\frac{1}{(1 + (\alpha z)^{2s})^{\frac{1}{2s}}(1 + \beta z \text{Hypergeometric2F1}[\frac{1}{2s}, \frac{1}{s}, 1 + \frac{1}{2s}, -(\alpha z)^{2s}])}\right];$$

$$\phi[z_]= \frac{\sqrt{3(2s-1)} \text{ArcTan}[\alpha^s z^s]}{s};$$

$$V[\Phi_]= 6\alpha^2 + 3\alpha^2 \text{Sin}\left[\frac{\Phi}{\sqrt{3(2s-1)}}\right]^{2-\frac{2}{s}} \left(\frac{1}{2}(2s+3) \text{Cos}\left[\frac{\Phi}{\sqrt{3(2s-1)}}\right]^2 - 2\right) + 6\alpha^2 - 300;$$

$$k[\Phi_]= \alpha + \frac{1}{10} \text{Tan}\left[\frac{\Phi}{\sqrt{3(2s-1)}}\right]^{1/s} \text{Hypergeometric2F1}\left[\frac{1}{2s}, \frac{1}{s}, 1 + \frac{1}{2s}, -\text{Tan}\left[\frac{\Phi}{\sqrt{3(2s-1)}}\right]^2\right];$$

$$\begin{aligned} V3[\Phi_]= & -6\left(\frac{1}{10}\right)^2 \text{Cos}\left[\frac{\Phi}{\sqrt{3(2s-1)}}\right]^{2/s} \\ & - \frac{3}{4} \text{Sin}\left[\frac{\Phi}{\sqrt{3(2s-1)}}\right]^2 \text{Tan}\left[\frac{\Phi}{\sqrt{3(2s-1)}}\right]^{-2/s} k[\Phi] \left(\frac{16}{10} \text{Tan}\left[\frac{\Phi}{\sqrt{3(2s-1)}}\right]^{1/s}\right. \\ & \left. + \text{Cos}\left[\frac{\Phi}{\sqrt{3(2s-1)}}\right]^{-2/s} (5 - 2s - (3 + 2s) \text{Cos}\left[\frac{2\Phi}{\sqrt{3(2s-1)}}\right]) k[\Phi]\right); \end{aligned}$$

$$V1[z_]= -\frac{1}{2} (5\partial_{z,z}A[z]) + \frac{9}{4} (\partial_z A[z])^2 + \frac{\partial_z A[z] \partial_{z,z} \phi[z]}{\partial_z \phi[z]} + 2 \left(\frac{\partial_{z,z} \phi[z]}{\partial_z \phi[z]}\right)^2 - \frac{\partial_{z,z,z} \phi[z]}{\partial_z \phi[z]};$$

$$\begin{aligned} V2[z_]= & \frac{9}{4} (\partial_z A[z])^2 + \frac{3(\partial_z A[z] \partial_{z,z} \phi[z])}{\partial_z \phi[z]} - \frac{3}{2} \partial_{z,z} A[z] + \frac{\partial_{z,z,z} \phi[z]}{\partial_z \phi[z]} - \frac{2\partial_{z,z} \phi[z] \partial_{z,z} A[z]}{\partial_z \phi[z] \partial_z A[z]} \\ & - \frac{\partial_{z,z,z} A[z]}{\partial_z A[z]} + 2 \left(\frac{\partial_{z,z} A[z]}{\partial_z A[z]}\right)^2; \end{aligned}$$

$$\rho = \text{Exp}[-2A](-3(\partial_z A[z])^2 - 3\partial_{z,z} A[z])$$

$$V4[z_]= \frac{9}{4} (\partial_{\{z\}} A[z])^2 + \frac{3}{2} \partial_{\{z\},\{z\}} A[z];$$

$b = \text{Plot}[V1[z], \{z, -0.5, 0.5\}, \text{AxesLabel} \rightarrow \{z, V_{QM_Y}\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \text{Red}, \text{LabelStyle} \rightarrow \text{Directive}[\text{Bold}, 11]]$

$c = \text{Plot}[V2[z], \{z, -0.7, 1\}, \text{AxesLabel} \rightarrow \{z, V_{QM_E}\}]$

$d = \text{Plot}[V[\phi], \phi, 0, 3];$

$e = \text{Plot}[V[-\phi], \{\phi, -3, 3\}];$

$g = \text{Plot}[\phi[z], \{z, -3, 3\}]$

$h = \text{Show}[d, e, \text{PlotRange} \rightarrow \text{All}, \text{AxesLabel} \rightarrow \{\phi, "V(\phi)"}]$

$j2 = \text{Plot}[V3[\phi], \{\phi, 0, 1.5\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \text{Red}];$

$m = \text{Plot}[\text{Re}[V3[\phi]], \{\phi, -1.5, 0\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \text{Red}];$

$n = \text{Show}[j2, m, \text{PlotRange} \rightarrow \text{All}, \text{AxesLabel} \rightarrow \{\phi, "V(\phi)"}]$

$o = \text{Plot}[\rho[z], \{z, -0.5, 0.5\}, \text{PlotStyle} \rightarrow \text{Red}, \text{AxesLabel} \rightarrow \{z, "\rho(z)"}]$

$t = \text{Plot}[V4[z], \{z, -1, 1\}, \text{AxesLabel} \rightarrow \{z, V_{QM}\}, \text{PlotRange} \rightarrow \text{All}]$

$\Delta\sigma = 0.001;$

$\Omega_0 = 0;$

$z_0 = -0.7;$

$d\Omega_0 = 1;$

$u = (V4[z_0] - m)\Omega_0;$

$d\Omega_{\frac{1}{2}} = d\Omega_0 + \frac{u\Delta\sigma}{2};$

$\Omega_1 = \Omega_0 + d\Omega_{\frac{1}{2}}\Delta\sigma;$

$z_1 = z_0 + \Delta\sigma;$

$v = \text{ListPlot}[\{\{z_0, \Omega_0\}, \{z_1, \Omega_1\}\}];$

$\text{Manipulate}[\text{For}[i = 1, i \leq 2000, i ++,$

$$u1 = (V4[z_i] - m)\Omega_i;$$

$$d\Omega_{i+\frac{1}{2}} = d\Omega_{i-\frac{1}{2}} + u1\Delta\sigma;$$

$$\Omega_{i+1} = \Omega_i + d\Omega_{i+\frac{1}{2}}\Delta\sigma;$$

$$z_{i+1} = z_i + \Delta\sigma;$$

$$x[i, 1] = z_{i+1};$$

$$x[i, 2] = \Omega_{i+1};$$

$$w = \text{ListPlot}[\text{Array}[x, \{i, 2\}], \text{AxesLabel} \rightarrow \{z, \Psi\}];$$

$$\text{Show}[w, v], \{\{m, 2.175, \text{"Masa"}\}, 0, 2500, 1, \text{Appearance} \rightarrow \text{"Labeled"}\}, \text{ContinuousAction} \rightarrow \text{False}, \text{TrackedSymbols} \rightarrow \{m\}$$

$$\Delta\sigma = 0.001;$$

$$\Psi_0 = 0;$$

$$z_0 = -0.2025;$$

$$d\Psi_0 = 1;$$

$$r = (V2[z_0] - m)\Psi_0;$$

$$d\Psi_{\frac{1}{2}} = d\Psi_0 + \frac{r\Delta\sigma}{2};$$

$$\Psi_1 = \Psi_0 + d\Psi_{\frac{1}{2}}\Delta\sigma;$$

$$z_1 = z_0 + \Delta\sigma;$$

$$j = \text{ListPlot}[\{\{z_0, \Psi_0\}, \{z_1, \Psi_1\}\}];$$

$$\text{Manipulate}[\text{For}[i = 1, i \leq 200, i ++,$$

$$r1 = (V2[z_i] - m)\Psi_i;$$

$$d\Psi_{i+\frac{1}{2}} = d\Psi_{i-\frac{1}{2}} + r1\Delta\sigma;$$

$$\Psi_{i+1} = \Psi_i + d\Psi_{i+\frac{1}{2}}\Delta\sigma;$$

$$z_{i+1} = z_i + \Delta\sigma;$$

$$x[i, 1] = z_{i+1};$$

$$x[i, 2] = \Psi_{i+1};$$

$$p = \text{ListPlot}[\text{Array}[x, \{i, 2\}], \text{AxesLabel} \rightarrow \{z, \Psi\}];$$

$$\text{Show}[p, j], \{\{m, 400, \text{"Masa"}\}, 400, 2500, 1, \text{Appearance} \rightarrow \text{"Labeled"}\}, \text{ContinuousAction} \\ \rightarrow \text{False}, \text{TrackedSymbols} \rightarrow \{m\}]$$

$$\Delta\sigma = 0.001;$$

$$\psi_0 = 0;$$

$$t_0 = -0.2025;$$

$$d\psi_0 = -1;$$

$$f = (V1[t_0] - m)\psi_0;$$

$$d\psi_{\frac{1}{2}} = d\psi_0 + \frac{r\Delta\sigma}{2};$$

$$\psi_1 = \psi_0 + d\psi_{\frac{1}{2}}\Delta\sigma;$$

$$t_1 = t_0 + \Delta\sigma;$$

$$k = \text{ListPlot}[\{\{t_0, \psi_0\}, \{t_1, \psi_1\}\}];$$

$$\text{Manipulate}[\text{For}[i = 1, i \leq 200, i ++,$$

$$f1 = (V1[t_i] - m)\psi_i;$$

$$d\psi_{i+\frac{1}{2}} = d\psi_{i-\frac{1}{2}} + f1\Delta\sigma;$$

$$\psi_{i+1} = \psi_i + d\psi_{i+\frac{1}{2}}\Delta\sigma;$$

$$t_{i+1} = t_i + \Delta\sigma;$$

$$y[i, 1] = t_{i+1};$$

$y[i, 2] = \psi_{i+1}$;

$l = \text{ListPlot}[\text{Array}[y, \{i, 2\}], \text{AxesLabel} \rightarrow \{z, Y\}]$;

$\text{Show}[l, k, \text{ImageSize} \rightarrow \{800, 500\}], \{\{m, 400, \text{"Masa"}\}, 400, 2500, 1, \text{Appearance}$
 $\rightarrow \text{"Labeled"}\}, \text{ContinuousAction} \rightarrow \text{False}, \text{TrackedSymbols} \rightarrow \{m\}]$



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

**DIRECCIÓN DE BIBLIOTECAS Y RECURSOS PARA EL
APRENDIZAJE Y LA INVESTIGACIÓN**



UNIDAD DE PROCESOS TÉCNICOS
REVISIÓN DE NORMAS TÉCNICAS, RESUMEN Y BIBLIOGRAFÍA

Fecha de entrega: 28 / 10 /2020

INFORMACIÓN DEL AUTOR/A (S)
Nombres – Apellidos: Marco Vinicio Gavilanes Espín
INFORMACIÓN INSTITUCIONAL
Facultad: Ciencias
Carrera: Biofísica
Título a optar: Biofísico
f. Analista de Biblioteca responsable: Lic. Luis Caminos Vargas Mgs.



Firmado electrónicamente por:
**LUIS ALBERTO
CAMINOS
VARGAS**



0371-DBRAI-UPT-2020