



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE
CHIMBORAZO**

FACULTAD DE RECURSOS NATURALES

CARRERA DE INGENIERÍA FORESTAL

**“DETERMINACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO
PARA EL CÁLCULO DE VOLUMEN EN PLANTACIONES DE
Pinus patula, PERTENECIENTES A LA EMPRESA
AGLOMERADOS COTOPAXI S.A., CANTÓN LATACUNGA,
PROVINCIA DE COTOPAXI”**

TRABAJO DE TITULACIÓN

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN PARA TITULACIÓN DE GRADO

**PRESENTADO COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER
EL TÍTULO DE INGENIERA FORESTAL**

JOHANNA VALERIA PÉREZ ERAZO

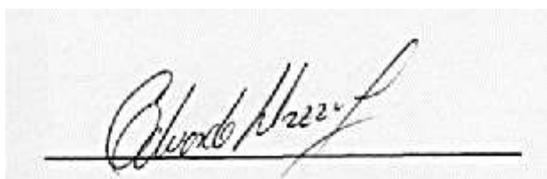
RIOBAMBA –ECUADOR

2020

HOJA DE CERTIFICACIÓN

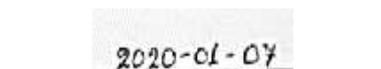
El tribunal de trabajo certifica, que el trabajo de investigación titulado: **“DETERMINACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO PARA EL CÁLCULO DE VOLUMEN EN PLANTACIONES DE *Pinus patula*, PERTENECIENTES A LA EMPRESA AGLOMERADOS COTOPAXI S.A., CANTÓN LATACUNGA, PROVINCIA DE COTOPAXI”**, de responsabilidad de la señorita Johanna Valeria Pérez Erazo, ha realizado las correcciones correspondientes señaladas por el tribunal y se encuentra apto para su presentación y sustentación.

TRIBUNAL DE TRABAJO DE TITULACIÓN

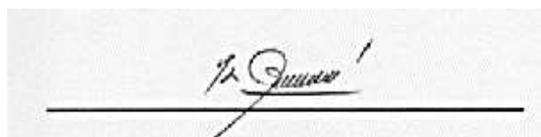


Ing. Eduardo Patricio Salazar Castañeda

DIRECTOR

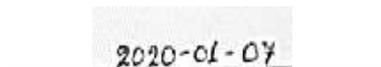


Fecha



MSc. Marco Hjalmar Velasco Arellano

MIEMBRO



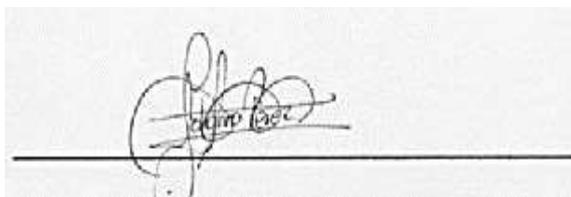
Fecha

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD

Yo, Johanna Valeria Pérez Erazo, declaro que el presente trabajo de titulación es de mi autoría y que los resultados obtenidos son auténticos y originales. Los textos contantes en el documento que provienen de otras fuentes están debidamente citados y referenciados.

Como autora, asumo la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este trabajo de titulación.

Riobamba, 7 de enero del 2020.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Johanna Valeria Pérez Erazo', is written over a solid horizontal line. The signature is stylized and cursive.

Johanna Valeria Pérez Erazo

C.I. 060427535-4

AUTORÍA

La autoría del presente trabajo investigativo es de propiedad intelectual de la autora y de la empresa AGLOMERADOS COTOPAXI S.A., conjuntamente con la Carrera de Ingeniería Forestal de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

DEDICATORIA

El presente Trabajo de Investigación está dedicado:

A mis padres, José Iván Pérez Barreto y Norma Patricia Erazo, por haberme dado la vida, por su apoyo incondicional, por darme el privilegio de formar parte de su familia y por ayudarme a cumplir mi sueño como profesional.

A mis hermanos Shirley y Miuler; por su amor y su apoyo incondicional.

A mis abuelos Adán, Anatolia y Teresa por darme su amor, por inculcarme siempre valores y principios. Y lo más importante por llenarme de valor para poder convertir en una excelente mujer y profesional.

A mi compañero de vida Paúl Casco, gracias por apoyarme, por formar parte de mi vida y darme aliento para continuar con mis estudios; gracias por su amor, su cariño y comprensión. Le amo mi futuro esposo.

A mis tíos, primos, por brindarme su apoyo siempre que lo necesite, por sus consejos, y por creer en mí.

A mis amigos por su compañía, por sus muestras de cariño, por su amistad, y de manera muy especial a mis amigas Esthefanny y Valeria que juntas estamos atravesando este camino.

Con mucho amor; Johanna Valeria Pérez Erazo

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por bendecir mi vida, por guiarme y ser el apoyo y fortaleza en aquellos momentos de dificultad.

Manifiesto mi agradecimiento a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo por su excelencia académica y por contribuir en mi preparación profesional durante estos cinco años. De manera muy especial agradezco a la Carrera de Ingeniería Forestal.

Al Ing. Eduardo Salazar, por su extraordinaria colaboración como amigo, profesor y director de tesis, por sus enseñanzas, por motivarnos siempre a seguir adelante y por ser parte fundamental en nuestra formación académica.

Al MSc. Marco Velasco por sus aportaciones, sugerencias y por dedicar su valioso tiempo en la revisión del presente trabajo.

Por su grata colaboración en la elaboración de este trabajo al Ing. Carlos Carpio.

A la empresa Aglomerados Cotopaxi S.A., Y a todo su grupo de trabajadores del área forestal por ser excelentes personas, quienes me han brindado su tiempo y ayuda para lograr culminar este trabajo. De manera especial un fraterno agradecimiento al Ing. Roberto Neuman, Ing. María Gallardo, Ing. Steven Rivadeneira, Ing. Javier Puco y al Sr. Matías Mendoza, por su apoyo, sus observaciones y consejos para enriquecer este trabajo.

A todos mis amigos y familiares que me ayudaron de una manera desinteresada, gracias infinitas por toda su ayuda y buena voluntad.

TABLA DE CONTENIDO

I. “DETERMINACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO PARA EL CÁLCULO DE VOLUMEN EN PLANTACIONES DE PINUS PATULA, PERTENECIENTES A LA EMPRESA AGLOMERADOS COTOPAXI S.A., CANTÓN LATACUNGA, PROVINCIA DE COTOPAXI”.....	1
II. INTRODUCCIÓN	1
A. IMPORTANCIA.....	1
B. PROBLEMA.....	2
C. JUSTIFICACIÓN	2
III. OBJETIVOS.....	1
A. GENERAL.....	1
B. ESPECÍFICOS	1
IV. HIPÓTESIS	5
A. HIPÓTESIS NULA H_0	5
B. HIPÓTESIS ALTERNANTE H_1	5
V. REVISIÓN DE LITERATURA	5
A. DESCRIPCIÓN DE LA ESPECIE	5
1. <i>Clasificación taxonómica</i>	5
2. <i>Descripción botánica</i>	5
3. <i>Ecología</i>	6
a. Requerimientos Ambientales	6
4. <i>Hábitat</i>	7
a. Origen geográfico	7
b. Distribución natural	7
5. <i>Características en plantación</i>	7
a. Altitud	7
b. Clima.....	8
c. Suelo	8
d. Topografía.....	8
e. Factores limitantes de crecimiento	9
f. Proceso de plantación y producción del producto	9

g.	Importancia económica.....	11
B.	MENSURA FORESTAL.....	11
1.	<i>Dendrometría</i>	12
2.	<i>Dasometría</i>	12
C.	TIPOS DE MEDICIÓN	12
1.	<i>Medición directa:</i>	12
2.	<i>Medición indirecta o estimación:</i>	12
D.	METODOLOGÍA PARA LA MEDICIÓN DE VARIABLES	12
1.	<i>Medición del diámetro</i>	13
a.	Importancia de la medición del diámetro.	13
b.	DAP	13
c.	Instrumentos de medición del diámetro.....	14
2.	<i>Medición de altura</i>	16
a.	Instrumento de medición de alturas	16
3.	<i>Medición de longitudes</i>	17
a.	Instrumento de medición de longitudes	18
4.	<i>Medición de corteza</i>	18
a.	Instrumentos de medición de corteza:	18
E.	METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE VOLUMEN EN PLANTACIONES	19
1.	<i>Categorías de volumen</i>	19
2.	<i>Medición de volumen</i>	20
3.	<i>Métodos para la determinación directa del volumen en árboles individuales</i>	20
a.	Método analítico	20
b.	Método gráfico.....	23
F.	DESCRIPCIÓN DE FUNCIONES DE VOLUMEN Y AHUSAMIENTO	23
1.	<i>Funciones de volumen</i>	23
2.	<i>Funciones de ahusamiento</i>	25
a.	Tipos de funciones de ahusamiento	25
3.	<i>Compatibilidad de funciones de volumen y ahusamiento</i>	26
G.	VALIDACIÓN DE FUNCIONES	27

VI. MATERIALES Y METODOS	28
A. CARACTERIZACIÓN DEL LUGAR.....	28
1. <i>Localización del área de estudio</i>	<i>28</i>
2. <i>Ubicación geográfica</i>	<i>28</i>
3. <i>Antecedentes generales del área de estudio</i>	<i>28</i>
a. Condiciones climáticas	28
b. Clima de páramo	29
c. Clasificación geológica.....	29
d. Topografía.....	29
e. Clasificación ecológica	29
B. MATERIALES	31
1. <i>Material Vegetativo</i>	<i>31</i>
2. <i>Materiales de campo.....</i>	<i>31</i>
3. <i>Materiales de oficina</i>	<i>31</i>
C. METODOLOGÍA	31
1. <i>Establecer una función de ahusamiento y volumen compatibles para</i> <i>plantaciones de Pinus patula.....</i>	<i>31</i>
a. Delimitación del área de estudio.....	31
b. Selección de arboles.....	33
c. Medición del DAP	33
d. Medición de la altura	33
e. Tumba y desrame de los arboles seleccionados.....	33
f. Medición de la longitud total y marcar cada sección con spray	34
g. Medición de diámetros con corteza y sin corteza, y longitudes de cada sección.	34
h. Formulario de campo	35
i. Ingresar la información en una hoja de excel	35
j. Análisis y validación de datos	35
k. Cálculo del volumen total, y comercial	36
l. Modelos matemáticos empleados	37
m. Modelos compatibles de ahusamiento y volumen comercial seleccionados	38
n. Análisis estadístico	40

o.	Bondad de ajuste y evaluación de las funciones.....	40
2.	<i>Evaluar el comportamiento de la función de ahusamiento desarrollada respecto a su capacidad para predecir diámetros fustales y volúmenes comerciales.</i>	41
a.	Ahusamiento con y sin corteza	42
b.	Volumen comercial.....	42
c.	Volumen total	42
VII.	RESULTADOS	43
A.	ESTABLECER UNA FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO Y VOLUMEN COMPATIBLES PARA PLANTACIONES DE <i>PINUS PATULA</i>	43
1.	<i>Ajuste de sistemas compatibles</i>	43
2.	<i>Bondad de ajuste de los sistemas</i>	46
a.	Ahusamiento	47
b.	Volumen comercial.....	47
c.	Volumen total	48
B.	EVALUAR EL COMPORTAMIENTO DE LA FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO DESARROLLADA RESPECTO A SU CAPACIDAD PARA PREDECIR DIÁMETROS FUSTALES Y VOLÚMENES COMERCIALES.	49
a.	Ahusamiento	49
b.	Volumen comercial.....	51
c.	Volumen total	53
VIII.	DISCUSIÓN.....	55
IX.	CONCLUSIONES	61
X.	RECOMENDACIONES	62
XI.	RESUMEN	63
XII.	SUMMARY	64
XIII.	BIBLIOGRAFÍA	61
XIV.	ANEXOS	69

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Clasificación taxonómica de Pino (<i>Pinus patula</i>).	5
Tabla 2. Fórmulas para estimar el volumen.	22
Tabla 3. Ubicación geográfica del área de estudio.	28
Tabla 4. Temperaturas del área de estudio.	28
Tabla 5. Información de los rodales del área de estudio.	32
Tabla 6. Fórmulas para calcular el volumen por métodos absolutos.	36
Tabla 7. Valores de estadísticos descriptivos para <i>Pinus patula</i>	40
Tabla 8. Indicadores estadísticos utilizados para evaluar la bondad de ajuste de los modelos de ahusamiento y volumen.	41
Tabla 9. Parámetros obtenidos en el ajuste de los modelos compatibles para <i>Pinus patula</i> con corteza.	43
Tabla 10. Parámetros obtenidos en el ajuste de los modelos compatibles para <i>Pinus patula</i> sin corteza.	44
Tabla 11. Estadísticos de bondad de ajuste para modelos de volumen para <i>Pinus patula</i>	46

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Medición de diámetro con forcípula de brazos paralelos (Alonso et al., 2010).	15
Figura 2. Media de diámetros no circulares (Bosque Natural.org, 2011).....	15
Figura 3. Hipsómetro de SUUNTO y su escala a 15 y 20 metros de distancia (Alonso et al., 2010); (Bosques Sin Fronteras, 2011).....	17
Figura 4. Flexómetro forestal (STIHL, 2019).....	18
Figura 5. Calibrador de corteza para pinos (Emanuelli, 2011).	19
Figura 6. Curva de perfil de solidos (Cogolludo, 2011).	21
Figura 7. Obtención de volumen de un árbol a partir de medición de secciones (trozas) (Emanuelli, 2011).	23
Figura 8. Mapa del área de estudio, ubicación de rodales de muestra.....	30
Figura 9. Medición de diámetros según su largo de sección.	34
Figura 10. Forma de cálculo de los tipos de volúmenes.	37
Figura 11. Comportamiento de las tres funciones de ahusamiento con corteza sobrepuestas a los datos de perfiles fustales de <i>Pinus patula</i>	49
Figura 12. Comportamiento de las tres funciones de ahusamiento sin corteza sobrepuestas a los datos de perfiles fustales de <i>Pinus patula</i>	50
Figura 13. Comportamiento de las tres funciones de volumen comercial con corteza sobrepuestas a los datos de volúmenes comerciales de <i>Pinus patula</i>	51

Figura 14. Comportamiento de las tres funciones de volumen comercial sin corteza sobrepuestas a los datos de volúmenes comerciales de <i>Pinus patula</i>	52
Figura 15. Comportamiento de las tres funciones de volumen total con corteza sobrepuestas a los datos de volúmenes totales de <i>Pinus patula</i>	53
Figura 16. Comportamiento de las tres funciones de volumen total sin corteza sobrepuestas a los datos de volúmenes totales de <i>Pinus patula</i>	54

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1. Selección de un árbol dominante, codominante e intermedio en un rodal de <i>Pinus patula</i>	69
Anexo 2. Toma del DAP en campo.	69
Anexo 3. Tumba de árboles seleccionados.	70
Anexo 5. Medición del longitud total y trazo de marcar con spray.	72
.....	73
Anexo 6. Forma de quitar la corteza.	73
.....	73
Anexo 7. Diámetros con y sin corteza del tocón y de las trozas continuas.	75
Anexo 8. Fuste con y sin corteza.	76
Anexo 9. Formulario general de <i>Pinus patula</i>	78
Anexo 10. Formulario por cada sección para el árbol N° 4.	80
Anexo 11. Frecuencia de DAP (cm) y altura total (m) de acuerdo a la dominancia del rodal de <i>Pinus patula</i>	81
Anexo 12. Comparación gráfica antes de modelar la forma del fuste del árbol N° 15. .	82
Anexo 13. Comparación gráfica después de modelar la forma del fuste del árbol N°15.	83
.....	83
Anexo 14. Modelamiento de los árboles de <i>Pinus patula</i>	84

Anexo 15. Resta del diámetro con y sin corteza de forma descendente del árbol N° 15.	85
Anexo 16. Comportamiento de los modelos de ahusamiento de Cruz con y sin corteza en <i>Pinus patula</i>	86
Anexo 17. Comportamiento de los modelos de ahusamiento de Cielito 1 con y sin corteza en <i>Pinus patula</i>	87
Anexo 18. Comportamiento de los modelos de ahusamiento de Cielito 2 con y sin corteza en <i>Pinus patula</i>	88
Anexo 19. Comportamiento de los modelos de volumen comercial de Cruz con y sin corteza en <i>Pinus patula</i>	89
Anexo 20. Comportamiento de los modelos de volumen comercial de Cielito 1 con y sin corteza en <i>Pinus patula</i>	90
Anexo 21. Comportamiento de los modelos de volumen comercial de Cielito 2 con y sin corteza en <i>Pinus patula</i>	91
Anexo 22. Comportamiento de los modelos de volumen total de Cruz con y sin corteza en <i>Pinus patula</i>	92
Anexo 23. Comportamiento de los modelos de volumen total de Cielito 1 con y sin corteza en <i>Pinus patula</i>	93
Anexo 24. Comportamiento de los modelos de volumen total de Cielito 2 con y sin corteza en <i>Pinus patula</i>	94
Anexo 25. Grosor de la corteza según su largo de sección.....	95

I. “DETERMINACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO PARA EL CÁLCULO DE VOLUMEN EN PLANTACIONES DE *Pinus patula*, PERTENECIENTES A LA EMPRESA AGLOMERADOS COTOPAXI S.A., CANTÓN LATACUNGA, PROVINCIA DE COTOPAXI”.

II. INTRODUCCIÓN

A. IMPORTANCIA

En el paisaje andino del sur de Ecuador existen superficies indeterminadas de plantaciones forestales de *Pinus patula* (pino), implantadas hace algunas décadas para producir bienes y brindar servicios ecosistémicos (Pacheco, Díaz, Coronel, Asanza, & Jadán, 2017; Quichimbo et al., 2017). La mayor parte con especies de rápido crecimiento, principalmente el pino y eucalipto (*Pinus patula*, *Pinus radiata* y *Eucalyptus globulus*); con respecto a la sierra existen 3462,29 ha de bosque plantado (Gobierno Autónomo Descentralizado de la Provincial de Imbabura, 2014).

La especie introducida de *Pinus patula* Schiede, Schlechtendal, & Chamisso (2011), presenta un alto valor comercial y está incluida en el listado priorizado del Programa de Incentivos para la Reforestación con Fines Comerciales (PIF) (MAGAP, 2015).

Aglomerados Cotopaxi S.A. es una industria forestal, su actividad primordial es la creación de plantaciones, producción y venta de tableros de madera que son distribuidos a nivel nacional e internacional.

En las últimas décadas se han desarrollado diversas funciones de ahusamiento que hacen factible describir la forma del fuste, calcular la altura comercial para cualquier diámetro límite deseado, estimar el volumen total, el volumen comercial y el volumen por trozas individuales por árbol.

B. PROBLEMA

En la actualidad la industria AGLOMERADOS COTOPAXI S.A., no cuenta con un departamento especializado que se encargue en la estimación confiable de volumen, que se extrae de las plantaciones. Y el factor de forma que utiliza la industria, estima volúmenes con un índice de error y no maneja la distribución de la forma del fuste a medida que este crece en longitud.

C. JUSTIFICACIÓN

La investigación planteada busca, aplicar teorías y principios de cubicación, para ajustar una función de ahusamiento en la especie *Pinus patula*. Esta herramienta me permitirá conocer el volumen exacto de madera previo a la cosecha.

Este tipo de ecuaciones cuantifican de manera confiable y a bajo costo la cantidad, calidad y tipo de productos a obtener antes, durante y después de la industrialización de los productos maderables. Dicho sistema es una herramienta básica en los inventarios forestales y en la planeación de las actividades de manejo.

III. OBJETIVOS

A. GENERAL

Determinar una función de ahusamiento para el cálculo de volumen en plantaciones de *Pinus patula*, pertenecientes a la empresa AGLOMERADOS COTOPAXI S.A., cantón Latacunga, provincia de Cotopaxi.

B. ESPECÍFICOS

1. Establecer una función de ahusamiento y volumen compatibles para plantaciones de *Pinus patula*.
2. Evaluar el comportamiento de la función de ahusamiento desarrollada respecto a su capacidad para predecir diámetros fustales y volúmenes comerciales.

IV. HIPÓTESIS

A. HIPÓTESIS NULA H0

La función de ahusamiento no es derivable y, por lo tanto, no es posible el cálculo de volumen comercial compatible.

B. HIPÓTESIS ALTERNANTE H1

La función de ahusamiento es derivable y, por lo tanto, es posible el cálculo de volumen comercial compatible.

V. REVISIÓN DE LITERATURA

A. DESCRIPCIÓN DE LA ESPECIE

1. Clasificación taxonómica

Tabla 1. Clasificación taxonómica de Pino (*Pinus patula*).

REINO:	Plantae
PHYLUM	Coniferophyta
DIVISIÓN:	Pinophyta
CLASE:	Pinopsida
ORDEN:	Pinales
FAMILIA:	Pinaceae
GÉNERO:	<i>Pinus</i>
ESPECIE:	<i>patula</i>

Fuente: (Schiede et al., 2011).

El género *Pinus* fue descrito y nombrado por Schiede et al., (2011), y publicado en *Linnaea* 6: 354; en 1831. El pino pátula también es conocido como pino llorón denominado así por la dirección de sus acículas que se encuentran extendidas hacia el suelo.

2. Descripción botánica

Pinus patula tiene un tronco recto y cilíndrico, pueden alcanzar de 20 a 40 m de altura y un diámetro de 40 a 150 cm; su copa es cónica, su corteza papirácea, escamosa y de color rojizo en la parte superior del tallo y en las ramas; sus hojas se las encuentra en grupos de 3 y a veces de 4, raramente 5 en algunos fascículos, aciculares, delgadas, verticalmente caídas, color verde claro brillante, con bordes finamente aserrados (Vinueza, 2013).

Sus flores son inflorescencias, femeninas muy vistosas de color amarillo cremoso o anaranjado, los frutos son conos largamente cónicos, de 7 a 9 cm y a veces hasta 12 cm, sésiles, algo encorvados, oblicuos, puntiagudos, por lo general agrupados de 3 a 6 y sus semillas son aladas (Vinueza, 2013).

3. Ecología

a. Requerimientos Ambientales

Se desarrolla principalmente en zonas templadas con exposiciones norte y aquellas que reciben una gran cantidad de niebla durante el año, es posible encontrarla en lugares donde llegan los vientos húmedos del Golfo de México, aunque también pueden crecer en donde no exista humedad relativa alta. Crece en terrenos de topografía plana y lomeríos con pendientes hasta del 100% (Vizcaíno & Pupiales, 2008).

La precipitación media anual varía entre los 1000 y 2000 mm, distribuidos preferentemente entre los meses de mayo y octubre, esta especie medra bien en las regiones tropicales y subtropicales, con lluvias de verano o monzónica (Lamprecht, 1990).

Según Wormald (1975), el éxito de los intentos de introducción de *Pinus patula* depende básicamente de tres factores:

- Disponibilidad de agua en el suelo durante todo el año, es decir, se requiere suelos, profundos que se mantengan húmedos también durante la época seca, pero bien drenados. La distribución de la precipitación anual puede ser más importante que la cantidad.
- Acidez del suelo, crece en suelos de condiciones químicas muy diferentes. El contenido de nutrimentos aparenta ser de importancia secundaria, pero es decisivo que los suelos sean ácidos.
- Temperatura máxima, soporta en períodos de reposo temperaturas hasta de -10°C (heladas leves), pero la temperatura máxima del mes más cálido debe permanecer bajo 29°C para asegurar un desarrollo normal. Con estos valores es posible determinar aproximadamente el límite altitudinal inferior para realizar una arboricultura exitosa.

4. **Hábitat**

a. Origen geográfico

Según Dvorak & Donahue (1992), es una especie nativa de regiones subtropicales de México, parte superior de la Sierra Madre Oriental, desde el norte del estado de Hidalgo hasta Cofre de Perote, en latitudes entre 16°N a 24°N.

Mientras que para Vinuesa (2013), está restringido en México oriental de Tamaulipas a Oaxaca. Aunque posee una distribución natural muy restringida, el pino pátula ha tenido mucho éxito en plantaciones industriales a través de los trópicos y subtrópicos, incluyendo el sur de África, el subcontinente de la India, la América del Sur y Australia, destacándose por su buena forma, crecimiento acelerado y gran tamaño. Se adapta en la formación bosque húmedo y muy húmedo montano bajo (bh-MB). Se localiza entre los 18° y 24° latitud Norte (Vallejo & Zapata, 2018).

b. Distribución natural

Para Escobar (1967), Vallejo & Zapata (2018), & Wormald (1975), la especie ha sido introducida desde Sudáfrica y México. Es la conífera más ampliamente utilizada en los trópicos y subtrópicos. Actualmente se encuentra en centro y sur América (Argentina, Brasil, Venezuela, Colombia y Ecuador), se ha distribuido a Sudáfrica, África del este (Malawi, Kenia, Tanzania, Uganda, Etiopía, Ruanda y Burundi), África del Oeste (Camerún, Nigeria y Congo), Nueva Zelanda y Australia (Queensland, Nueva Gales del Sur, Papua –Nueva Guinea)

5. **Características en plantación**

a. Altitud

El rango altitudinal óptimo de establecimiento de pino pátula va desde los 1800 hasta los 2800 m. En Ecuador se han reportado ensayos a altitudes de 2500 a 4000 m, en donde encontraron que el mejor crecimiento se registraba entre los 2500 a 3000 m. A mayores altitudes los crecimientos son menores (Ospina et al., 2011).

Según Dvorak & Donahue (1992), se encuentra en altitudes de 1500 a 3100 m, puede crecer en masas puras o asociado con otras especies como *Pinus teocote*, también en áreas entre los 1820 y 2743 metros sobre el nivel del mar (Vallejo & Zapata, 2018).

b. Clima

En sus sitios de origen, se desarrolla bajo condiciones de clima templado húmedo o sub-húmedo, con precipitaciones de 40 mm en el mes más seco, con una precipitación anual entre 1000 mm y 2000 mm y temperatura media anual de 10 a 19°C. En cuanto a la temperatura media, promedios anuales mayores a 26°C no permiten que la especie se desarrolle adecuadamente y sus crecimientos son bajos (Ospina et al., 2011).

Según Vallejo & Zapata (2018), los requerimientos climáticos para *Pinus patula* en su origen geográfico están determinados con una precipitación promedio anual: de 750 a 2800 mm/año, el régimen de lluvias: es uniforme, en la estación seca: de 0 a 3 meses y la temperatura media anual: 10 a 18°C; y según los estudios de Dvorak & Donahue (1992), las precipitaciones anuales están entre 600 y 2500 mm/año.

c. Suelo

Según Vinueza (2013), prefiere suelos profundos, húmedos, fértiles, bien drenados, pH neutro o ácido, texturas franco-arenosas a franco-arcillosas. Y Ramírez (1991), indica que la textura puede ser franca, arenosa o arcillosa, con pH entre 5,0 y 5,5 y, en algunos casos, puede adaptarse hasta valores de pH de 4,0.

La especie no se desarrolla bien en suelos poco profundos, debido a que tienen una baja retención de humedad, especialmente en épocas secas. Se ha comprobado que esta especie puede extraer agua hasta 4,3 m de profundidad y crecer satisfactoriamente sobre un horizonte endurecido, el cual es capaz de romper (Wormald, 1975).

d. Topografía

El crecimiento de la especie está influenciado por la pendiente del terreno, la ubicación en la ladera y la posición fisiográfica. En zonas de altas pendientes el desarrollo de los individuos disminuye considerablemente en comparación con las hondonadas y sitios de baja pendiente, lo cual indica que pueden presentarse bajos desarrollos e incluso la muerte de las plantas en suelos con baja retención de humedad (Ospina et al., 2011).

e. Factores limitantes de crecimiento

En Sudáfrica se evaluaron las características de sitio que más influían en el crecimiento y producción de *Pinus patula* y se encontró que el carácter de mayor influencia es el origen del suelo (material parental), el espesor del horizonte B, la profundidad efectiva y el porcentaje de arcilla. Igualmente, en cuanto a nutrientes, la especie ha demostrado que es más sensible a las deficiencias de boro y fósforo; y a las altas concentraciones de aluminio, potasio y magnesio limitando el buen desarrollo de la especie (Cordoba, 1984; Vinueza, 2013).

La cantidad de fósforo en el suelo es una condición que limita el desarrollo de la especie. Es una especie rústica y plástica, que puede adaptarse sin dificultades a condiciones extremas de acidez en el suelo, cuando éstos le permiten obtener los elementos nutritivos. Un contenido de materia orgánica mayor al 8%, garantiza que las concentraciones de calcio (Ca^{++}), magnesio (Mg^{++}) y fósforo (P) intercambiable y nitrógeno total no estén en condición de déficit en el suelo (Ospina et al., 2011).

Las plantas jóvenes y los árboles con una corteza delgada, son sensibles al fuego, susceptibles a los vientos fuertes, los cuales, además de causar daños mecánicos, también inducen una excesiva transpiración a través de sus finas acículas (Vinueza, 2013).

f. Proceso de plantación y producción del producto

Los procesos productivos que mantienen Aglomerados Cotopaxi son de alta calidad, ya que inician con la investigación de especies forestales apropiadas y producción de sus plántulas en sus sofisticados viveros. El vivero que mantiene la empresa, cuenta con una capacidad de producción de cuatro millones de plántulas al año (Ecuador Forestal, 2012).

En cuanto al proceso de plantación, la mano de obra comienza mezclando la semilla de la plántula con la tierra, que en este caso son pinos radiata y pátula, luego, a esa mezcla se les coloca en unas jaba de plástico donde son colocadas hasta cuarenta plántulas por jaba. Una vez terminado este proceso, se les introduce ordenadamente en el vivero, aquí pasan alrededor de unos dos o tres meses, para que puedan crecer con normalidad. El proceso de riego de las plántulas es mecanizado, lo cual facilita las condiciones de crecimiento adecuado de la planta (Ecuador Forestal, 2012).

Completado el proceso, se le traslada inmediatamente a un vivero descubierto, aquí las plántulas van a cumplir con el proceso de aclimatación, el cual es clave para que la plántula pueda sobrevivir a agente externos propios de la naturaleza. Una vez que la plántula está lo suficientemente fuerte y desarrollada, se les traslada al bosque, donde podrá desarrollarse en su ambiente, pero con procesos de control y supervisión a cargo del personal de Aglomerados Cotopaxi (Ecuador Forestal, 2012).

Ospina et al. (2011), determina que el objetivo fundamental de la poda es incrementar los crecimientos en diámetro y mejorar la calidad futura de la madera, con miras a su utilización para aserrío. *Pinus patula* tiende a desarrollar libremente ramas duras, lo cual limita su uso en el campo de la madera estructural.

El tiempo óptimo para la primera poda, desde el punto de vista comercial, está entre los 3 y los 4 años. En algunas empresas, lo realizan cuando el 60% de los individuos alcanza un diámetro normal de 8 cm o una altura media de 5,5 m. El momento e intensidad de la poda afecta negativa o positivamente el crecimiento en volumen. El porcentaje de la copa a remover no puede ser superior al 30% y se debe llegar máximo hasta el 50% de la altura total (Ospina et al., 2011). Lückhoff (1949), encontró que una poda del 50% a los cuatro años, reduce en un 20% el incremento en volumen, mientras que si ésta se hace a los 8 años la reducción es solo del 10%.

Se debe evitar que el grosor de las ramas a remover sea menor a 5 cm, debido a que, a partir de este diámetro, las ramas forman nudos en la madera, lo que le resta calidad comercial (ebanistería o tableros aglomerados). Cuando el diámetro de las ramas supera los 12,5 cm (5 pulgadas), hay una reducción considerable en el crecimiento en volumen y una alta probabilidad de rechazo. Conforme se haya realizado el primer raleo, el cual se efectúa entre los 7 y 8 años, se debe continuar con una segunda poda. La altura de poda debe ser hasta máximo 8 o 9 m, la cual es justificable desde el punto de vista comercial (Ospina et al., 2011).

Los principales beneficios de realizar las podas en el tiempo correcto según Ospina et al. (2011), son:

- La madera tiene menos nudos y menos probabilidad de ser rechazada en el mercado.

- La eliminación de varios tallos y ramas evita la formación de bifurcaciones, reduciendo la cantidad de madera de compresión (madera proveniente de copa y ramas).
- La poda incrementaría la cantidad de madera madura (aserrío).

A partir de los 15 a 20 años de vida del árbol, se procede al chapeado del bosque, que comprende procesos mecanizados de corte del tronco del árbol. Luego es llevado a la planta industrial, donde es sometido a un proceso de trituración de la madera, esto va a servir como materia prima para la fabricación de los tableros de partículas aglomeradas (Ecuador Forestal, 2012).

g. Importancia económica

La empresa AGLOMERADOS COTOPAXI S.A. fue fundada en 1978, ingresando al Ecuador el proceso de producción de tableros de partículas aglomeradas con la más alta tecnología traída desde Alemania, la cual tiene una capacidad de producción de más de 140.000 m³ por año. En 1978, la empresa realiza la primera compra de bosques plantados de pino y tierras para plantaciones forestales con la intención de fomentar la forestación y reforestación en la región (Ecuador Forestal, 2012).

En 1997 inauguró la más grande planta de MDF en la Región Andina. Su producto causó tal impacto en el mercado, que la empresa tuvo que emprender una activa campaña de difusión y capacitación en la utilización del MDF en Ecuador, Colombia y Perú. Y en 1995, monta un aserradero industrial para satisfacer las necesidades del mercado de madera sólida de pino. La empresa utiliza todos los subproductos de esta línea de producción como materia prima en las líneas de tableros. Un año más tarde, la empresa instala la segunda prensa de recubrimientos con chapas de madera (Ecuador Forestal, 2012).

B. MENSURA FORESTAL

La Mensura Forestal es parte de la rama de las Ciencias Forestales que engloba tres partes fundamentales: la dendrometría, la dasimetría y la epidimetría. La mensura forestal es el conjunto de técnicas y metodologías que permiten resolver los problemas de medición en todos los aspectos de las ciencias forestales (Maldonado, 2018).

Estudia la cuantificación de bosques, árboles y productos forestales. Se pueden distinguir en ella las técnicas de medición directa, así como de medición indirecta o estimaciones, estas últimas con un fuerte componente matemático y estadístico, vinculado principalmente al desarrollo de la teoría del análisis de regresión (Drake, Emanuelli, & Acuña, 2003).

1. Dendrometría

Juárez (2014) & Maldonado (2018), resuelve algunas variables básicas: medida de diámetros con y sin corteza, y alturas; estudia la estructura morfológica; la forma del árbol y su arquitectura ya sea en pie o apeado.

2. Dasometría

La dasometría propiamente dicha se encarga de los aspectos relacionados con la estimación métrica y cubicación de la masa forestal mediante tarifas o tablas de cubicación (Juárez, 2014).

C. TIPOS DE MEDICIÓN

1. Medición directa:

Los valores obtenidos provienen de la medición efectiva de los objetos o fenómenos mediante el uso de instrumentos. Existe un “contacto” entre el objeto y el patrón usado en la comparación (contacto físico, óptico o acústico) (Emanuelli, 2011).

2. Medición indirecta o estimación:

Los valores obtenidos corresponden a una aproximación del verdadero valor o parámetro. Esta aproximación proviene de un proceso de cálculo matemático o estadístico, generalmente derivado de algún procedimiento de muestreo. No existe “contacto” entre el objeto o fenómeno a medir y el patrón de comparación (Emanuelli, 2011).

D. METODOLOGÍA PARA LA MEDICIÓN DE VARIABLES

De acuerdo con la FAO (Organización Mundial para la Agricultura y la Alimentación) “Evaluación es el proceso de contextualización de los datos del inventario y de asignación de valores al recurso”. Esto quiere decir que la evaluación de los recursos forestales va

más allá de la simple toma de datos o mediciones; implica todo el análisis de estos datos a la luz de una situación económica, ecológica y social en que se encuentre el desarrollo del recurso. Se dice que las evaluaciones de los recursos naturales son costosas y requieren una justificación objetiva, que suele abarcar la función económica y ecológica de los recursos, el uso potencial de la información y los usuarios potenciales de la misma (Kleinn, 2000).

Las variables cuantitativas son aquellas que podemos expresar numéricamente continuas: (altura, diámetro, edad), discretas (número de árboles). Las variables cualitativas son aquellas que expresan el atributo fuste recto. El uso de ambos tipos de variables es necesario para la caracterización o evaluación forestal, siempre y cuando estos se complementen y se eliminen al máximo la carga de subjetividad (Yner, 2014).

1. Medición del diámetro

Dentro de la estructura del árbol, el fuste viene a ser el órgano vegetativo que se encuentra más accesible para su evaluación, es por ello que la medición del fuste se convierte en una de las más importantes actividades de la medición forestal puesto que nos brinda facilidades para que a través del diámetro, conozcamos las características del bosque en pie (Bosque Natural, 2011).

a. Importancia de la medición del diámetro.

Para Bosque Natural (2011), el diámetro es el parámetro cuantitativo más importante en una evaluación forestal por dos motivos fundamentales:

- Puede ser medido en forma directa para obtener datos precisos.
- En base a él se pueden obtener por relación otros parámetros importantes del árbol como volúmenes, diámetros de copa, crecimiento, etc.

b. DAP

Por la altura de medición se denomina Diámetro a la Altura del Pecho (DAP) (Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura, 2004). La altura de medición del DAP varía en las diferentes regiones del mundo. Por ejemplo, en Europa, Canadá, Reino Unido, Australia y Chile, y entre otros países, el DAP se mide a

una altura de 1,30 m desde el nivel del suelo. En cambio, en Estados Unidos, la medición se realiza a 4,5 pies, esto es aproximadamente a 1,37 m de altura. Esa variabilidad en la altura debe tenerse presente en el momento de comparar variables que involucren el DAP en su determinación y que hayan sido obtenidas en regiones que difieren en la altura de medición del DAP (Cancino, 2012).

c. Instrumentos de medición del diámetro

La forcípula de brazos paralelos consiste básicamente en una regla, de longitud variable dependiendo de las dimensiones de los diámetros a medir, dividida en centímetros (para los inventados ordinarios) o en milímetros (para los inventarios de precisión). A modo de calibrador dispone de dos brazos perpendiculares a la regla y paralelos entre sí, uno de los cuales se encuentra fijo en el extremo inicial de la regla, mientras que el otro corre libremente a lo largo de la misma, la longitud de los brazos suele ser la mitad de la longitud de la regla (Alonso, Poblador, Paz, & Moraleda, 2010).

Según Alonso et al. (2010), se debe seguir las siguientes instrucciones para medir diámetros con la forcípula sea correcta:

- Colocar la forcípula perpendicular al eje del árbol.
- Introducir la forcípula hasta que la regla longitudinal y el brazo fijo queden tangentes al tronco del árbol.
- Desplazar el brazo móvil hasta que el árbol quede aprisionado por los dos brazos.
- Leer el número que coincida con la parte interior del brazo móvil; dicho número será el diámetro del árbol.
- Si el árbol no fuera de sección circular, deben tomarse dos medidas en cruz con la forcípula, siendo el diámetro la media aritmética de ambas medidas.

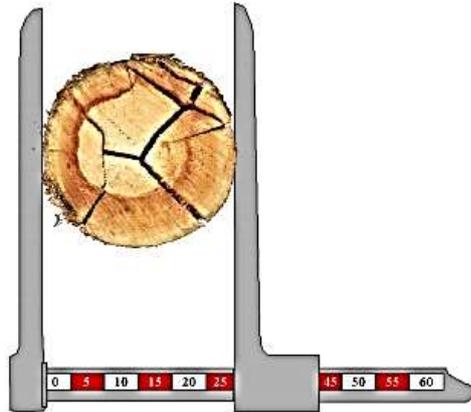


Figura 1. Medición de diámetro con forcípula de brazos paralelos (Alonso et al., 2010).

Según la FAO (2004), para medir los diámetros se debe tener en cuenta algunas medidas preventivas:

- Los instrumentos de medición se mantienen en una posición que corta perpendicularmente el eje del árbol a 1,30 m.
- Hay que asegurarse de que la forcípula abarca ajustadamente el tronco, a fin de evitar que los brazos de la forcípula se cierren, sin comprimir la corteza.
- Si se utiliza la forcípula los árboles con perímetros diamétricos no circulares hay que medirlos en dos diámetros perpendiculares situados lo más próximos posibles al menor y al mayor diámetro en dicho punto, reteniendo la media de los dos.

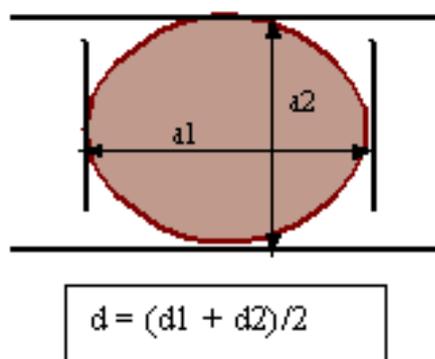


Figura 2. Media de diámetros no circulares (Bosque Natural.org, 2011).

2. Medición de altura

Para Cancino (2012), la altura es la longitud de la línea recta que va desde el suelo (base del fuste) hasta algún punto en el árbol. Según sea la posición de ese punto, se definen cinco alturas diferentes:

- altura total, medida entre el suelo y el extremo de la yema terminal del fuste (ápice);
- altura fustal, medida entre el suelo y el punto donde comienza la copa (viva o muerta) del árbol;
- altura comercial, medida entre el suelo y el punto donde el fuste tiene un diámetro comercial definido;
- altura de tocón, medida entre el suelo y la base del primer trozo; y
- altura de copa viva, medida entre el suelo y el inicio de la copa viva.

Esta variable también se utiliza para clasificar árboles; por ejemplo, la clasificación de Kraft define cinco categorías de árboles según su altura y posición relativa: dominante, codominante, intermedio, suprimido y muerto; esta clasificación puede tomarse como base para objetivos de manejo silvícola. (Cancino, 2012).

a. Instrumento de medición de alturas

Para la medición de la altura de un árbol se utilizan varios aparatos forestales, entre los que son los más utilizados los denominados hipsómetros, que mediante una escala de medición y situándose a una distancia conocida del árbol lanzan una visual al ápice de la copa y la base del árbol, obteniéndose así la medida de la altura del árbol. Pero, también existen métodos sencillos para estimar la altura del árbol que no requieren su uso y nos dan una medida aproximada (Bosques Sin Fronteras, 2011).

Hipsómetro SUUNTO: Es un aparato finlandés consistente en una pequeña caja metálica, dentro de la cual existe un cilindro con dos escalas visibles a través de un visor y que permiten medir la altura del árbol desde una distancia fijada de 15 o 20 metros (Bosques Sin Fronteras, 2011).

Para realizar la medición se deben seguir los siguientes pasos (Bosques Sin Fronteras, 2011):

- Colocarse a una distancia fija del árbol de 15 o 20 metros.
- Visualizar el ápice del árbol y tomar la lectura que marca en la intersección de la línea horizontal con la escala correspondiente a la distancia elegida.
- Luego visualizar la base del árbol y tomar de la misma forma la lectura correspondiente en la escala.
- La altura se obtendrá restando las dos medidas tomadas en la escala, si las lecturas son una positiva y otra negativa y sumándolas si son las dos positivas o negativas.

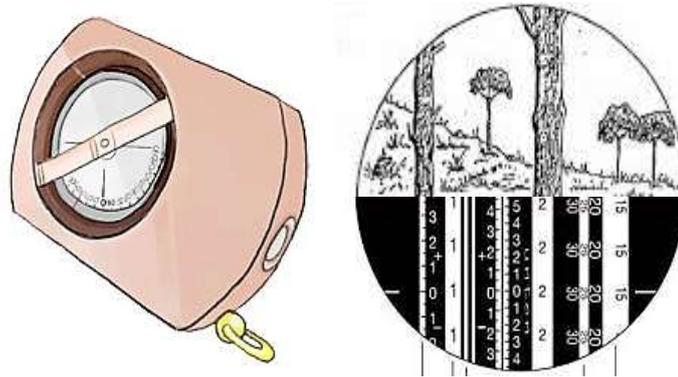


Figura 3. Hipsómetro de SUUNTO y su escala a 15 y 20 metros de distancia (Alonso et al., 2010); (Bosques Sin Fronteras, 2011).

3. Medición de longitudes

Según Cancino (2012), en un árbol también pueden definirse varias longitudes. Esta es una variable similar a la altura, pero medida directamente sobre el fuste del árbol. En el fuste del árbol pueden identificarse entre otras:

- longitud comercial, esto es la distancia entre el tocón y el extremo del último trozo útil del fuste (o posición del diámetro comercial);
- longitud útil, obtenida de la diferencia entre la longitud comercial y la longitud de defectos;
- longitud de defectos, la suma de las secciones no útiles del fuste;

- longitud de copa, la distancia entre el inicio de la copa y el ápice;
 - longitud de copa viva, distancia entre el inicio de las ramas vivas y el ápice.
- a. Instrumento de medición de longitudes

Las herramientas más fáciles de conseguir son el flexómetro y wincha métrica estas herramientas tienen medidas en milímetros, centímetros, metros, pulgadas y pies, estas herramientas mediante la medición directa nos darán las dimensiones de los objetos medidos (Jatún Sacha, 2017).



Figura 4. Flexómetro forestal (STIHL, 2019).

4. Medición de corteza

La medición de la corteza es útil porque permite obtener el volumen de madera aprovechable para la industria forestal. La medida se toma a la misma altura que el diámetro (Emanuelli, 2011).

- a. Instrumentos de medición de corteza:

Medidor de corteza, calibrador sueco, uña graduada. Es una herramienta de tamaño y peso pequeños, que sirve para medir la corteza de pinos y otros árboles de corteza gruesa. Se coloca el formón contra la corteza y se presiona con la mano hasta que penetre a la interfase con la madera. Luego se recorre la pestaña contra la corteza para leer su grosor en la escala (Emanuelli, 2011).



Figura 5. Calibrador de corteza para pinos (Emanuelli, 2011).

E. METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE VOLUMEN EN PLANTACIONES

1. Categorías de volumen

El volumen es la medida de la cantidad de madera sólida más ampliamente utilizada. En el árbol individual pueden identificarse diferentes categorías de volumen. Estos volúmenes pueden expresarse con o sin corteza (Tinoco, 2019).

- El árbol completo, esto es considerando todos los componentes, constituye el volumen total;
- todos aquellos componentes cuyas dimensiones son aceptables para el mercado constituyen el volumen comercial;
- el volumen de desechos está conformado por secciones maderables del árbol que presentan defectos y dimensiones menores o no comerciales;
- también existe la denominación de volumen bruto, cuando se estima el volumen total hasta un diámetro comercial (dlu: diámetro límite de utilización) incluyendo defectos;
- desde este último, descontados los defectos, se obtiene el volumen neto.

La medición directa de cualquiera de los volúmenes mencionados en el párrafo anterior es difícil de realizar directamente en árboles en pie. Así, la cubicación normalmente se realiza mediante métodos indirectos. Esto consiste en estimar el volumen del árbol a partir de variables de más fácil medición como el DAP, la altura y la forma del fuste utilizando una función de volumen. La construcción y validación de una función de volumen requiere determinar directamente el volumen en un número suficiente de

árboles, a partir de mediciones intensivas del diámetro y corteza a lo largo del fuste o por medio de metodologías que implican el uso de implementación costosa (Tinoco, 2019).

2. Medición de volumen

Cuando la forma de un trozo de madera es la de un sólido geométrico regular, puede calcularse rápidamente su volumen con las medidas de sus dimensiones. En el caso de árboles y troncos, ello solo es absolutamente cierto en muy raras ocasiones. Sin embargo, se aproximan con bastante exactitud a ciertas formas geométricas que permiten el empleo de sencillas formulas sin que se cometan errores serios (Bruce & Schumacher, 1965).

Ferreira (1994), afirma que para calcular el volumen de cada árbol se debe definir el índice de utilización y estandarizar la altura del tocón que generalmente se considera de 30 cm., luego el volumen se determina con la fórmula de Smalian o también la de Huber o Newton las cuales son las más usadas; para medir el largo de la última troza se determina en forma gráfica o mediante una regla de tres, para la cubicación de las trozas se multiplican el promedio de las áreas basales por el largo de la sección, luego estas se suman para sacar el volumen total del árbol.

3. Métodos para la determinación directa del volumen en árboles individuales

La determinación directa del volumen en árboles individuales es una tarea laboriosa que consume habitualmente mucho tiempo. Es una labor necesaria para el desarrollo de relaciones funcionales de volumen. A partir de una muestra de árboles, en los que se ha obtenido directamente el volumen y otras variables auxiliares fáciles de medir, se ajustan relaciones entre el volumen y las variables auxiliares. Esas relaciones se utilizan para estimar el volumen en otros árboles a partir de las variables de fácil medición. La determinación directa del volumen se realiza mediante métodos analíticos, gráficos o por desplazamiento de líquidos (Tinoco, 2019).

a. Método analítico

Este método asume que la forma del fuste del árbol, ya sea como un todo o por secciones, es semejante a sólidos geométricos básicos (cilindro, paraboloides, cono o neiloide) o troncos de estos sólidos. El volumen de esos sólidos se obtiene mediante fórmulas específicas, las que a su vez se utilizan para la cubicación de árboles y trozas, tomando

como longitud de troza la distancia entre los puntos medidos (Cao, Burkhart, & Max, 1980).

El perfil longitudinal de los sólidos simples (cilindro, paraboloides, cono o neiloide) puede representarse mediante la relación básica (Cancino, 2012).

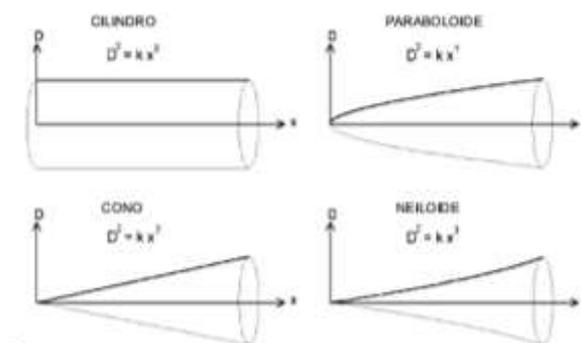


Figura 6. Curva de perfil de sólidos (Cogolludo, 2011).

- Las fórmulas de volumen se utilizan normalmente para la cubicación de secciones de árboles empleando las fórmulas de: Smalian, Huber y Newton que se describen a continuación.

En cuanto a la porción de fuste adecuada para la cubicación con las diferentes fórmulas, es normal asumir una forma cilíndrica para el tocón del árbol. Este es el único camino posible dado que en la práctica no se dispone de ningún diámetro bajo la altura de tocón. En la porción basal, el fuste de árboles grandes adquiere la forma de un tronco de neiloide; la parte intermedia es bien representada por troncos de paraboloides; en tanto que el extremo superior del fuste puede asumirse posee forma parabólica o cónica (Cao et al., 1980).

Para ello se realizan mediciones de diámetro a lo largo del fuste. La cubicación se realiza sección tras sección, quedando cada sección definida entre dos mediciones sucesivas en el caso de utilizar la fórmula de Smalian. En la cubicación mediante la fórmula de Huber se utiliza cada medición, tomando como longitud de la troza la distancia entre los puntos medios entre mediciones. La fórmula de Newton requiere definir las secciones en base a tres mediciones sucesivas, las cuales deben realizarse a intervalos uniformes (Cao et al., 1980). Para cubicar el tocón se emplea la fórmula de volumen de un cilindro que es equivalente a la fórmula de Huber y para la punta del árbol se cubica asumiendo una forma cónica (Emanuelli, 2011).

El volumen total o de una fracción del fuste del árbol se obtiene sumando los volúmenes obtenidos de las secciones. La precisión de las formulas obtenidas por el método analítico depende del grado de cercanía entre la forma real de la sección del árbol y la ideal asumida por el sólido de referencia. La precisión también involucra dos puntos importantes, por un lado, la sección del árbol donde utiliza una formula determinada y por el otro, la distancia entre las mediciones del diámetro tomadas en el fuste. Mientras mayor es la distancia, menor es la precisión de las formulas (Cao et al., 1980).

Según Cao et al. (1980), la unidad resultante del cálculo del volumen del sólido depende de las unidades utilizadas para medir la longitud y el área o áreas de sección. Cuando ellas se expresan en metros (m) se obtiene el volumen expresado en metros cúbicos (m³). En la medición de trozas y árboles, lo normal es que se midan longitudes en metros y diámetros (para obtener áreas de sección) en centímetros. La utilización de esas fórmulas requiere de la transformación del diámetro a metros antes de calcular el área de sección; también puede estimarse el área de sección directamente a partir del diámetro de troza medido en centímetros, esto es mediante:

$$A = \frac{\pi}{40000} * d^2$$

Dónde: A = es el área de sección (m²) de una troza de diámetro de d (cm); π =es una constante (3, 14159...).

Tabla 2. Fórmulas para estimar el volumen.

FÓRMULA	DENOMINACIÓN
$V = \frac{\pi}{40000} * d_I^2 * L$	Huber
$V = \frac{\pi}{40000} * \frac{1}{2} * d_m^2 + d_M^2 * L$	Smalian
$V = \frac{\pi}{40000} * \frac{1}{3} * d_M^2 * L$	Newton

Fuente: (Emanuelli, 2011).

Donde: V = volumen de la troza (m³); $\frac{\pi}{40000} * d^2$ = diámetro de la troza en centímetros; d_M^2 = diámetro mayor de la troza; d_m^2 = diámetro menor de la troza; d_I^2 = diámetro intermedio de la troza; L = largo de la sección entre el diámetro mayor al menor.

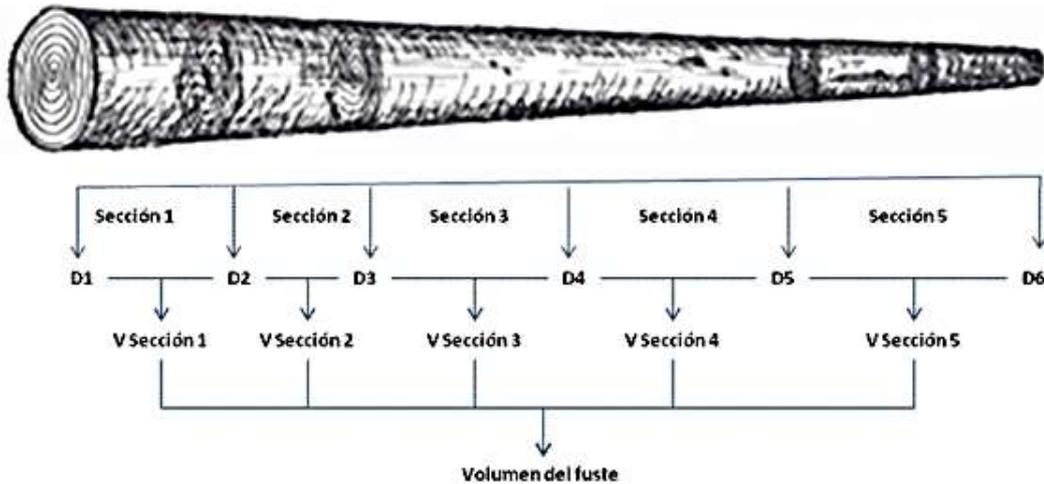


Figura 7. Obtención de volumen de un árbol a partir de medición de secciones (trozas) (Emanuelli, 2011).

b. Método gráfico

El primer paso en la obtención del volumen mediante este método es graficar el diámetro al cuadrado (d^2 en el eje Y) con las alturas en el fuste (h en el eje X). Luego se determina el factor de volumen, esto es la cantidad de m³ que representa cada cm² de gráfico. Ese factor multiplicado por el área bajo la curva, que se genera al unir los puntos del gráfico ($d^2 - h$), entrega el volumen de la troza o árbol, según sea el área tomada desde el gráfico (Cao et al., 1980).

F. DESCRIPCIÓN DE FUNCIONES DE VOLUMEN Y AHUSAMIENTO

1. Funciones de volumen

La estimación del volumen del árbol individual es un problema relevante en dendrometría e inventarios forestales. La dificultad en la determinación directa del volumen mediante la cubicación de secciones, hace conveniente contar con expresiones matemáticas que, basadas en una muestra objetivamente seleccionada y cuidadosamente medida, permitan

estimar el volumen de los arboles sobre la base de mediciones simples (Prodan, Peters, Cox, & Real, 1997).

La forma más precisa de calcular el volumen de un árbol es mediante su cubicación individual, pero su lentitud y alto costo en que se incurre la hacen impracticable, siendo necesario utilizar la medición indirecta, esta consiste en estimar el volumen a partir de variables de fácil medición. El método más utilizado para la estimación de masas forestales han sido las funciones de volumen, las cuales estiman el volumen del fuste a partir del diámetro y la altura del árbol (Cailliez & Alder, 1980).

Estas funciones se obtienen por regresión, usando una muestra de árboles en los que se miden las variables predictoras para generar volumen mediante cubicación. Posteriormente, una vez obtenidos los parámetros de la función, el volumen se puede estimar conociendo el valor de las variables predictoras (Pérez, 2004).

Las funciones de volumen se clasifican en locales y generales, las locales son obtenidas para ser aplicadas en un área geográfica limitada y sólo incorporan el diámetro a la altura del pecho (DAP), a diferencia de las generales que expresan el volumen en término de dos o más variables independientes, incorporando el (DAP) y alguna medición de altura, estas últimas funciones son de aplicación en áreas mayores debido a que incluyen en forma explícita la relación (diámetro-altura) en el modelo (Prodan et al., 1997).

Las ecuaciones para estimar volumen comercial se desarrollan para estándares de utilización específicos y son útiles y válidas mientras estos estándares comerciales no sufran cambios. Sin embargo, la evolución de éstos puede ser muy rápida, generalmente en respuesta a condiciones económicas y de mercado local (Pérez, 2004).

El hecho de ajustar en forma independiente ecuaciones hasta distintos índices de utilización, donde generalmente se producen cruzamientos de las estimaciones dentro del rango de datos. De esta forma se producen inconsistencias en las estimaciones resultantes Cao et al., (1980), produciéndose diferentes valores de un mismo valor comercial para un mismo árbol. La razón de esta inconsistencia es que el conjunto de ecuaciones resultantes se basa en ajustes independientes de ecuaciones de regresión empíricas no necesariamente relacionadas (Bruce, Curtis, & Vancoevering, 1968).

2. Funciones de ahusamiento

En la actualidad, se prefiere denominar a las ecuaciones de ahusamiento como modelos fustales o de perfil, ya que la función describe tanto la forma geométrica del árbol (cono, parábola, etc.) como el ahusamiento o abombamiento, entendido como la tasa de decrecimiento del diámetro a medida que se incrementa la altura fustal (Cellini, Wabö, Pastur, & Lencinas, 2002).

A continuación Davel & Trincado (2000); Prodan (1997); Zepeda & Acosta, (2017); definen que el termino ahusamiento se usa para describir la disminución en diámetro que experimenta el fuste de un árbol desde la base hasta el ápice. Una función de ahusamiento describe el perfil del fuste, permitiendo estimar:

- el diámetro con y sin corteza en cualquier altura del fuste;
- el volumen total del fuste;
- el volumen comercial y la altura comercial para cualquier diámetro límite de utilización y desde cualquier altura del tocón;
- y volumen de trozas individuales.

Para el desarrollo de funciones de ahusamiento el método más común consiste en ajustar una ecuación a los perfiles de una muestra representativa. Como en muchas otras aplicaciones donde se trabaja con el ajuste de curvas, la elección del modelo matemático apropiado para representar el conjunto de perfiles bajo estudio es de primera importancia (Coffré, 1983).

a. Tipos de funciones de ahusamiento

Se pueden mencionar tres tipos de funciones de ahusamiento:

Las más simples corresponden a las funciones polinómicas simples de diferentes grados, entre las cuales se hace la diferencia entre las de árbol individual y árbol completo. Las de árbol individual corresponden a funciones donde primero se ajusta una función de ahusamiento para cada árbol en la muestra y luego los parámetros obtenidos son estimados de acuerdo a variables del árbol (Coffré, 1983). Las de árbol completo

corresponden a funciones que son ajustadas a la muestra de árboles, obteniéndose sólo una función general que describe la forma de todos los árboles (Kozak, 1988).

El segundo tipo corresponde a funciones segmentadas, es decir se componen de dos o tres expresiones que se activan o desactivan de acuerdo a la altura en la que se quiere predecir el diámetro (Cao et al., 1980).

El tercer tipo corresponde a funciones de exponente variable, que son ecuaciones en las que se asume que la forma varía constantemente dentro del fuste y representa esta variación a través de una función exponencial en la cual el exponente cambia con la altura del fuste (Kozak, 1988).

Las características anteriores las hacen ideales para el procesamiento de inventarios forestales ya que son flexibles en su aplicación y no presentan cruces ilógicos en las estimaciones conjuntas de volúmenes hasta diferentes diámetros límites de utilización comercial (Higuera, 1994).

3. Compatibilidad de funciones de volumen y ahusamiento

El concepto de compatibilidad de funciones de volumen y ahusamiento fue desarrollado por Demaerschalk (1972), en el cual una función de ahusamiento incorpora el volumen total calculado por una función de volumen, como una variable independiente. La función de ahusamiento compatible tiene la propiedad de que el volumen total obtenido por la integración de ésta, debe dar exactamente el mismo volumen total estimado por la función de volumen.

Clutter (1980), sostiene que la exactitud y precisión de estas ecuaciones depende de la precisión y exactitud de las funciones de volumen de la cual son derivadas. Funciones de ahusamiento compatibles han sido utilizadas para la estimación de volúmenes comerciales a distintas alturas límites, y han mostrado una adecuada estimación de los volúmenes (Cao et al., 1980).

Estudios han demostrado que ecuaciones de ahusamiento complejas, tales como las ecuaciones de ahusamiento segmentadas, proporcionan una mejor descripción del perfil fustal que una ecuación de ahusamiento simple (Cao et al., 1980). Otros trabajos han sido desarrollados por Byrne & Reed (1986); Reed & Green (1984), en los cuales se ha

utilizado este tipo de funciones anteriormente mencionadas, para la generación de funciones de ahusamiento compatibles.

Según Demaerschalk (1973), la mayoría de las ecuaciones de volumen comúnmente usadas pueden ser convertidas a funciones de ahusamiento compatible. El mismo autor desarrolló una serie de funciones compatibles. Además, desarrolló el término de parámetros indefinidos o también llamados parámetros libres los cuales son escogidos para obtener un mejor ajuste posible para el ahusamiento a través de la minimización del error estándar de la estimación del diámetro sin corteza. Los parámetros libres pueden ser estimados por un procedimiento de mínimos cuadrados (usualmente no lineal) para minimizar el error estándar del diámetro sin corteza.

G. VALIDACIÓN DE FUNCIONES

Respecto, Willson & Reynolds (1984), señala que, antes de que estos modelos puedan ser usados con confianza por los manejadores forestales, se debe hacer un esfuerzo para determinar cuan bien se comportan cuando son utilizados para predecir o estimar características de interés en un sistema real.

De esta forma, cada función pasó por un proceso de validación, puesto que los parámetros anteriores, pese a ser criterios importantes para evaluar el ajuste de la regresión) (Prodan et al., 1997), por sí solos no son prueba suficiente para realizar predicciones de atributos dendrométricos. Una forma para determinar el comportamiento de las funciones es comparando sus predicciones con las hechas por otras funciones, o comparándola con los valores observados del sistema real (Willson & Reynolds, 1984).

VI. MATERIALES Y METODOS

A. CARACTERIZACIÓN DEL LUGAR

1. Localización del área de estudio

El estudio se realizó en la región forestal de Lasso, la cual comprende los predios de la empresa Aglomerados Cotopaxi S.A.; como: Colcas, San Joaquín, La Curia y Santa Ana, localizándose en las tierras altas de la sierra de Ecuador. Perteneciente a la provincia de Cotopaxi, Cantón Latacunga, Parroquia Tanicuchi. La superficie de masa boscosa es de 14900 ha; 4300 ha está destinada a plantaciones de *Pinus patula*, 5500 ha de *Pinus radiata* y 5100 ha de conservación.

2. Ubicación geográfica

Tabla 3. Ubicación geográfica del área de estudio.

DATUM	Latitud	Longitud	Altitud
Coordenadas Proyectada			
UTM Zona 17 SUR	0°40'11.71"S	78°33'28.50"O	3505 a 3218 msnm
DATUM WGS 84			

Elaborado por: Pérez, (2019).

3. Antecedentes generales del área de estudio

a. Condiciones climáticas

Tabla 4. Temperaturas del área de estudio.

ÉPOCA	MES	TEMPERATURA
Fría	Julio – Agosto	0,21 °C
Cálida	Febrero	29.9 °C

Elaborado por: Pérez, (2019).

b. Clima de páramo

Es un clima muy frío que se da por la altitud de las montañas. La temperatura media anual de este clima es de 10.7° C. La vegetación de pajonal, matorral de páramo. La precipitación media anual registrada en la zona es de 736,7 mm. Por la cercanía con el volcán Cotopaxi, el clima que impera es frío (Vallejo, 2014).

c. Clasificación geológica

Los suelos de los predios de la empresa tienen influencia volcánica lo que condiciona una fertilidad adecuada; algunas restricciones se encuentran en ocasiones por la estructura del suelo, en particular por presencia de piedras o por una capa de pumice (cascajo) que aparece a distintas profundidades y se puede constituir en un importante impedimento físico para el desarrollo del sistema radicular (Vallejo, 2014).

d. Topografía

A nivel de paisaje es típica de paisajes alto andinos, con planicies onduladas que abarcan locaciones desde planas hasta las más accidentadas. Es producto de las sucesivas acciones telúricas y erupciones volcánicas que han formado la topografía (Vallejo, 2014).

e. Clasificación ecológica

La zona presenta condiciones de vegetación que van desde masas puras de pino y, en su mayor parte, plantaciones mezcladas de pino y eucalipto.

Según el Ministerio del Ambiente (2014), el área de estudio pertenece a la clasificación ecológica:

- Bosque Siempre Verde Andino Montano.
- Bosque Siempre Verde Andino de Ceja Andino.

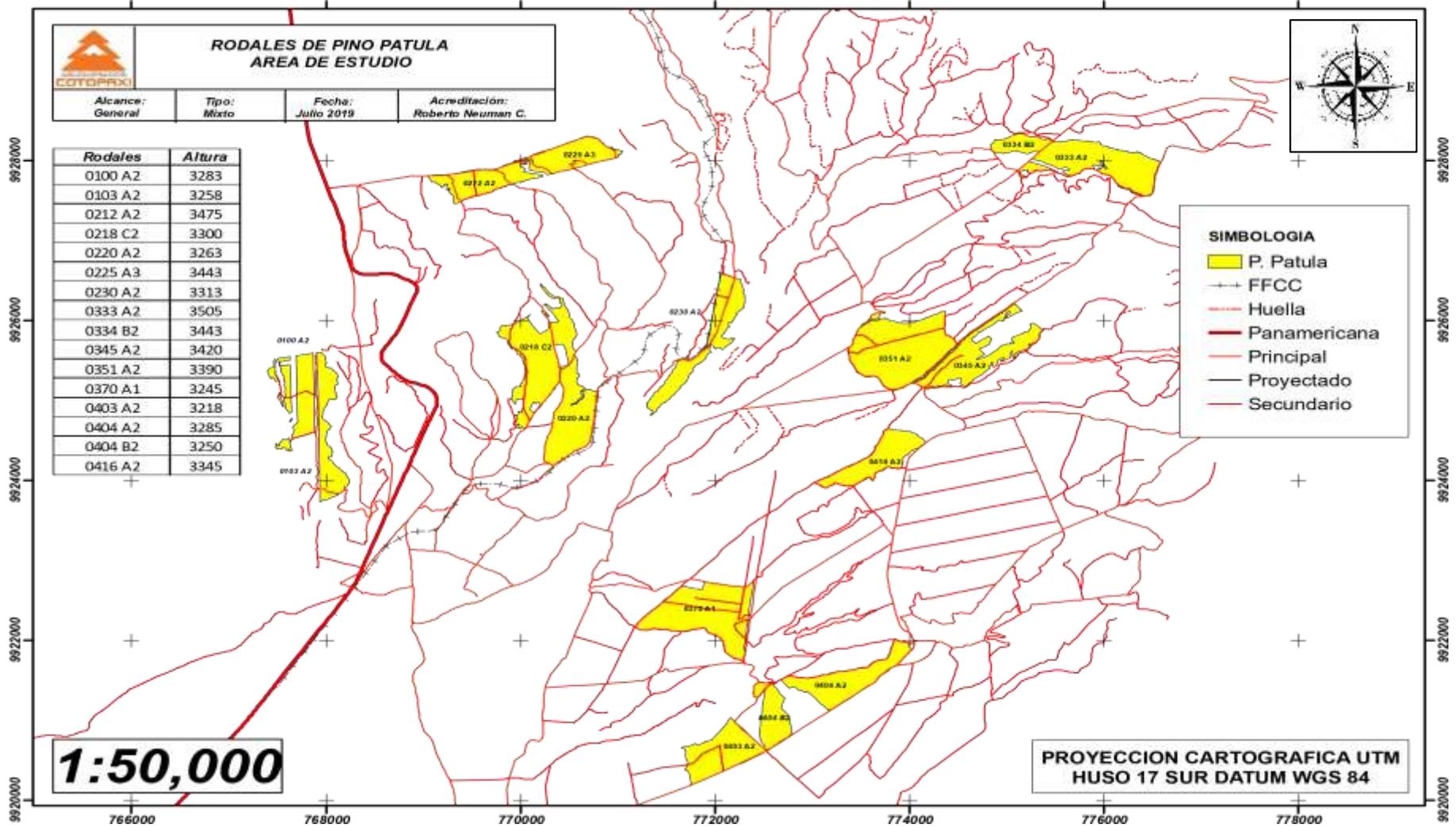


Figura 8. Mapa del área de estudio, ubicación de rodales de muestra.

B. MATERIALES

1. Material Vegetativo

Árboles de *Pinus patula*

2. Materiales de campo

Durante la investigación se utilizó: Hipsómetro (SUUNTO), Forcípula (brazos paralelos), Cinta métrica, Spray, Formulario de campo (Excel), Tablet (Samsung), Cámara fotográfica (Samsung S6 Edge), Motosierra (STHIL), Machete, Mapa (Plantaciones de *Pinus patula* en Aglomerados Cotopaxi), GPS (GARMIN) y desarmador.

3. Materiales de oficina

En la investigación se utilizó: Computadora (AMD A8-Lenovo G41), Impresora, Hojas de papel bond, paquete estadístico: JMP, programa informático: Word y Excel.

C. METODOLOGÍA

Los pasos a seguir dentro de esta investigación están sustentados en estudios previos, citados en el marco teórico, a continuación, se detalla cada una de las siguientes actividades para cumplir con los objetivos específicos:

1. Establecer una función de ahusamiento y volumen compatibles para plantaciones de *Pinus patula*.

a. Delimitación del área de estudio

Previo a una visita y reconocimiento de la plantación forestal ubicada en el cantón Latacunga, provincia de Cotopaxi, se identificó el marco de plantación, edades de las plantaciones y se determinó los rodales y las fechas en las que se tomaría las muestras de *Pinus patula*.

Tabla 5. Información de los rodales del área de estudio.

PREDIO	N° ÁRBOL	RODAL	AÑO DE PLANTACIÓN	FECHA DE MEDICIÓN	RANGO ALTITUDINAL (msnm)
Santa Ana	1 y 2	0103 A2	2006	15/04/2019	3258
San Joaquín	3 y 4	0218 C2	2008	18/04/2019	3300
San Joaquín	5 y 6	0220 A2	2006	18/04/2019	3263
La Curia	7, 8 y 9	0230 A2	2008	18/04/2019	3313
San Joaquín	10 y 11	0225 A3	2012	23/04/2019	3443
San Joaquín	12 y 13	0212 A2	2012	23/04/2019	3475
Santa Ana	14 y 15	0100 A2	2006	23/04/2019	3283
Colcas	16 y 17	0370 A1	2008	24/04/2019	3245
La Curia	18 y 19	0334 B2	2006	25/04/2019	3443
La Curia	20 y 21	0333 A2	2004	26/04/2019	3505
La Curia	22 y 23	0351 A2	2004	26/04/2019	3390
La Curia	24 y 25	0345 A2	2000	26/04/2019	3420
Colcas	26 y 27	0404 B2	1999	29/04/2019	3250
Colcas	28 y 29	0403 A2	2011	29/04/2019	3218
Colcas	30, 31 y 32	0404 A2	2011	30/04/2019	3285
Colcas	33, 34, 35, 36 y 37	0416 A2	2002	1/05/2019	3345

Elaborado por: Pérez, (2019).

b. Selección de arboles

Aprovechando las áreas de corta de los diferentes rodales, se derribaron 37 árboles de *Pinus patula* cada individuo presentó características libres de daño físico, mecánico, plagas, enfermedades y con un fuste recto. Se evaluaron tres criterios de dominancia del rodal: dominante, codominante e intermedio para tomar una muestra representativa del rodal. La plantación en *Pinus patula* es homogénea por eso la mayoría de individuos que se eligió del rodal son de árboles dominantes y codominantes existen pocos rodales con información de árboles intermedios; (ver Anexo 1). Un criterio muy importante en el momento del muestreo es descartar los árboles que se encuentran al borde del rodal.

c. Medición del DAP

Para medir el diámetro a la altura del pecho se utilizó una forcípula de brazos paralelos, el DAP fue medido a 1,30 m de la altura del suelo, y con un spray se marcó en el fuste el lugar de medición; (ver Anexo 2).

d. Medición de la altura

La altura se midió con el hipsómetro de SUUNTO, el observador se colocó a una distancia de 15m (ojo izquierdo) o 20m (ojo derecho), de tal manera que visualice el ápice y la base del árbol.

La medición se realizó en dos pasos:

Se tomó la distancia horizontal del observador al árbol. En la cual se usó la escala izquierda del hipsómetro de SUUNTO y tomo una medición al ápice y otra a la base del árbol. Se sumó estas dos lecturas, sí el nivel de los ojos del observador se encontraba encima de la base del tronco. Y se resta los números, sí el nivel está debajo de la base.

e. Tumbes y desrame de los arboles seleccionados

Se derribó a cada uno de los arboles con personas expertas en el área de cosecha que conocen las normas de seguridad para utilizar la motosierra. Los árboles se derribaron a una altura máxima de 15 (cm) sobre el nivel de suelo (ver). Una vez cortado, se desramo con un machete cada uno de los arboles seleccionados (ver Anexo 4).

f. Medición de la longitud total y marcar cada sección con spray

Se procedió a medir la longitud desde el corte con la motosierra hasta la punta del árbol incluyendo el largo del tocón, su longitud total corresponde a la sumatoria de todas las secciones. Con spray se marcó cada sección a 0,50 (cm), hasta llegar a la punta del árbol, cabe recalcar que si en el punto donde se debió tomar la medición tiene un nudo, se debe mover el punto de 10 a 15 cm hacia arriba o hacia abajo para que los datos no muestren un error (ver Figura 9). Según Grosenbaugh (1966), la necesidad de contar con una medición numerosa de diámetros en altura, a lo largo del fuste es muy importante, porque así no solo se localiza los puntos de inflección, sino que también sirve para generar curvas monotónicas. Permitiendo tener una adecuada representación gráfica.

g. Medición de diámetros con corteza y sin corteza, y longitudes de cada sección.

Primero se midió el largo del tocón desde el suelo hasta el corte con la motosierra, a esta sección la denominamos la sección 0, posteriormente se midió el diámetro con corteza y sin corteza con la ayuda de una forcípula hasta llegar a la punta del árbol, también se midió el largo de cada sección (ver Anexo 7). Para quitar la corteza del fuste se usó un machete, realizando cortes rectangulares a cada lado donde se tomó el diámetro con corteza y retirándolo con un desarmador haciendo presión en la parte superior del corte (ver Anexo 6). Finalmente, en cada árbol se incrementó una sección para justificar el largo total del árbol, y asignando el valor de 0,001 (cm) en el diámetro con corteza y sin corteza para evitar un error cuando el diámetro sea cero, como muestra en la Figura 9.

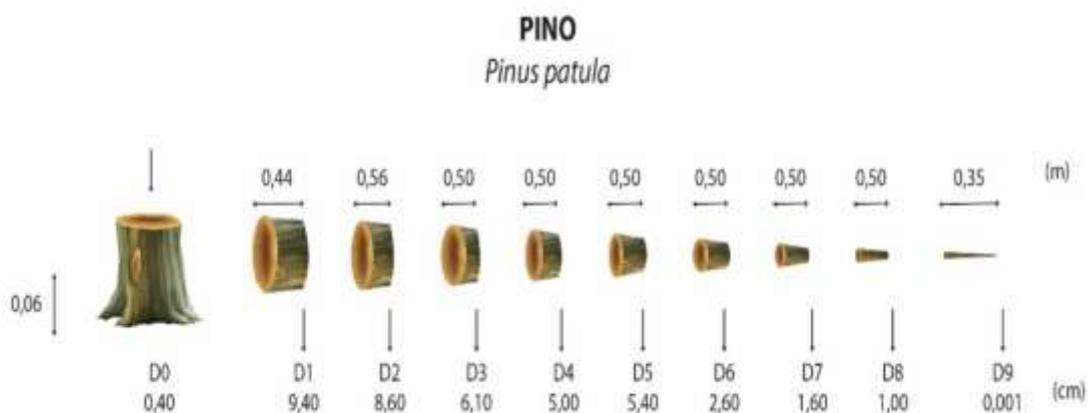


Figura 9. Medición de diámetros según su largo de sección.

Elaborado por: Pérez, (2019).

h. Formulario de campo

Es este caso se determinó dos formularios, el primero contiene información general del rodal como: especie, rodal, número de árbol, DAP(cm), altura total (m), largo total(m) y dominancia. El formulario se encuentra en el (ver Anexo 9). El segundo formulario contiene información de cada árbol como: año de plantación, fecha de medición, el número de sección del árbol, diámetro con corteza (cm), diámetro sin corteza (cm), largo de sección (m), DAP con corteza (cm), DAP sin corteza (cm), altura total (m). longitud total (m). El formulario se encuentra en el (ver Anexo 10). Estos formularios se desarrollaron en Excel, con la ayuda de una Tablet para poder trasladar la información a la computadora.

i. Ingresar la información en una hoja de excel

Se ingresó en una hoja de excel información de los 37 individuos de *Pinus patula*, para tabular los datos. Después se creó una tabla de frecuencias de DAP y altura total para evaluar que se cubra la mayor variabilidad entre DAP y altura total (ver Anexo 11).

j. Análisis y validación de datos

Analizar y validar datos es la actividad más importante que se debe realizar antes de utilizar los datos. Esto tiene el propósito de que la información colectada sea confiable y libre de errores, por lo general estos errores se dan en la medición de datos en campo o en la digitalización de ellos la base datos.

Pueden ocurrir errores como: diámetro sin corteza mayor que el diámetro con corteza, ingreso de números decimales que no corresponden, duplicación de registros, doble ingreso de la información, serie de diámetros no concordantes con el ahusamiento normal del fuste, los valores de las variables fuera de rangos lógicos (Oyarzún, 2008).

- Revisión gráfica:

Se realizó la comparación grafica tanto de los diámetros con corteza, como de los diámetros sin corteza de cada sección a la que pertenece. Esta revisión es utilizada principalmente para detectar diferencias muy abruptas entre secciones continuas de los diámetros. La comparación grafica se encuentra en el (Anexo 12 y Anexo 13).

- Revisión numérica:

El diámetro de la sección inferior debe ser mayor que el diámetro de la sección superior, si este no es el caso se debe ajustar mediante una resta entre los valores de diámetro con y sin corteza tomados en cada sección del árbol, procurando que los valores obtenidos tengan una distribución normal. Es decir que el diámetro de base vaya disminuyendo de manera uniforme hasta llegar a la punta del árbol. La revisión numérica se encuentra en el (ver Anexo 15).

k. Cálculo del volumen total, y comercial

Con las variables de diámetros con y sin corteza, las longitudes por sección y la longitud total de cada árbol se calculó el volumen total y comercial, utilizando excel. El procedimiento consistió en la sumatoria de los volúmenes calculados en cada sección a nivel árbol. El volumen se determinó con las siguientes ecuaciones:

Tabla 6. Fórmulas para calcular el volumen por métodos absolutos.

SÓLIDO	FÓRMULA	DENOMINACIÓN
Cilindro	$V = \frac{\pi}{40000} * d_I^2 * L$	Huber
Paraboloide	$V = \frac{\pi}{40000} * \frac{1}{2} * d_m^2 + d_M^2 * L$	Smalian
Cono	$V = \frac{\pi}{40000} * \frac{1}{3} * d_M^2 * L$	General

Fuente: (Dias, 2003).

Dónde:

V = volumen de la troza (m³)

d_I^2 = diámetro intermedio de la troza

$\frac{\pi}{40000} * d^2$ = diámetro de la troza en centímetros

L = largo de la sección entre el diámetro mayor al menor.

d_M^2 = diámetro mayor de la troza

d_m^2 = diámetro menor de la troza

Tipos de volúmenes que se calculó:

- El volumen total se calculó con la ecuación del cilindro para el tocón, la ecuación de Smalian para las trozas intermedias y la ecuación del cono para la punta.
- Y en el volumen comercial se utilizó la ecuación de Smalian y se determinó un cálculo con diámetro mínimo de 5 cm con corteza

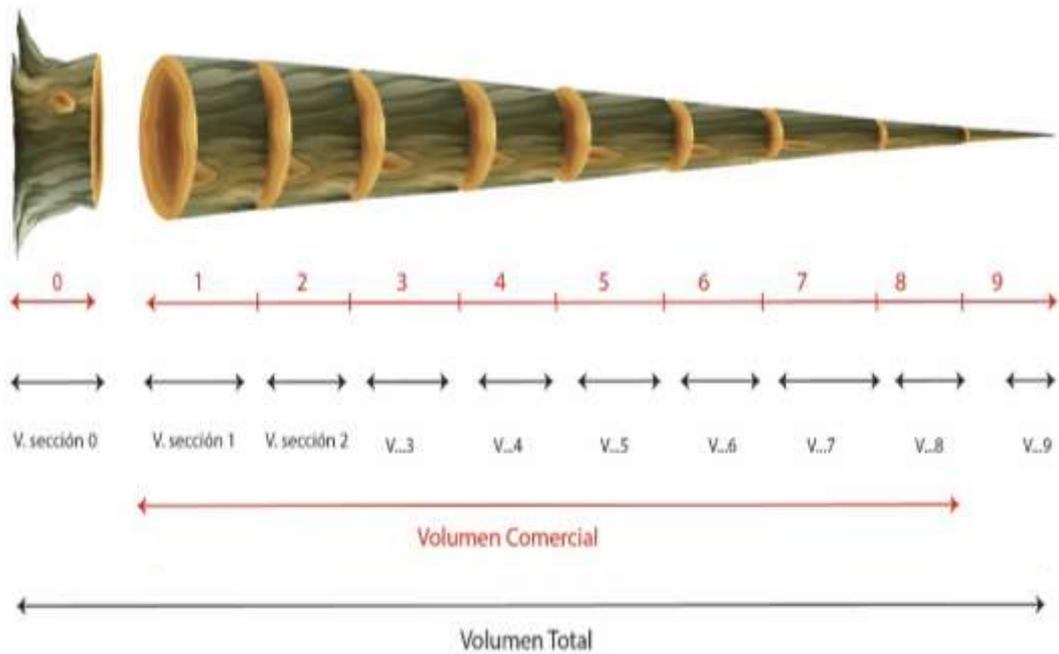


Figura 10. Forma de cálculo de los tipos de volúmenes.

1. Modelos matemáticos empleados

Se trabajó con tres modelos de ahusamiento – volumen que han sido empleados en otros estudios y han proporcionado buenos resultados, la mayoría fueron desarrollados y aplicados para especies de coníferas en la estimación de diámetro y volumen comercial (Cruz, De los Santos, & Valdez, 2008; Ramírez, García, Quiñonez, Ruiz, & Antúnez, 2018).

El modelo fustal propuesto en esta memoria está compuesto por la construcción y ajuste de dos tipos de funciones, que en el estudio son utilizadas: función de ahusamiento para el volumen comercial y para el volumen total. Dentro del conjunto de funciones que componen este modelo fustal, se contó para cada una de ellas con un grupo de funciones detalladas más adelante.

m. Modelos compatibles de ahusamiento y volumen comercial seleccionados

AUTOR	AHUSAMIENTO	VOLUMEN	X	CONDICIONALES V_T y V_c
CRUZ (2008)	$d = \sqrt{(D^\delta(\beta_0 X + \beta_1 X^2 + \beta_2 X^3))}$	$V_c = \kappa D^\delta H^{-1} \left(\beta_0 \left(\left(H h_c - \frac{h_c^2}{2} \right) - \left(H h_t - \frac{h_t^2}{2} \right) \right) \right.$ $- \frac{\beta_1}{3H} ((H - h_c)^3 - (H - h_t)^3)$ $- \frac{\beta_2}{4H^2} ((H - h_c)^4 - (H - h_t)^4)$ $V_T = \frac{\kappa}{12} D^\delta H (6\beta_0 + 4\beta_1 + 3\beta_2)$	X $= \frac{H - h_m}{H}$	Volumen comercial $h_2 = h_c$ $h_1 = h_t$ Volumen total Schumacher y Hall (1993)
CIELITO 1 (2006)	$d = D (\beta_0(X) + \beta_1(X)^2 + \beta_2(X)^3)^{\frac{1}{2}}$	$V_c = \kappa D^2 \left(\frac{\beta_0}{H} \left(H h_m - \frac{h_m^2}{2} \right) \right) - \frac{\beta_1}{3H^2} (H - h_m)^3$ $- \frac{\beta_2}{4H^3} ((H - h_m)^4)$ $V_T = \frac{\kappa}{12} D^2 H (6\beta_0 + 4\beta_1 + 3\beta_2)$	X $= \frac{H - h_m}{H}$	Volumen total $h_2 = H$ $h_1 = 0$

CIELITO 2 (2006)	$d = D (\beta_0 + \beta_1(X) + \beta_2(X)^2 + \beta_3(X)^3 + \beta_4(X)^4)^{\frac{1}{2}}$	$V_c = \kappa D^2 \left(\beta_0 h_m + \beta_1 \frac{h_m^2}{2H} + \beta_2 \frac{h_m^3}{3H^2} + \beta_3 \frac{h_m^4}{4H^3} + \beta_4 \frac{h_m^5}{5H^4} \right)$	Volumen total $h_2 = H$ $h_1 = 0$
		$V_T = \kappa D^2 H \left(\beta_0 + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3} + \frac{\beta_3}{4} + \frac{\beta_4}{5} \right)$	$X = \frac{h_m}{H}$

Donde:

$D =$ diámetro normal (cm)(DAP);

$H =$ altura total (m);

$\kappa = \frac{\pi}{40000}$; (constante);

$d =$ diámetro (cm) a la altura h_m (m) desde el nivel del tocón;

$h_m =$ altura para cada sección con respecto al suelo (m);

$h_t =$ altura del tocón (m)

$h_c =$ altura sobre el tocón a la que se da el V comercial;

$h =$ altura del fuste (m);

$V_c =$ Volumen comercial (m^3);

$V_T =$ Volumen total (m^3);

$\delta, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$

= coeficientes a determinar mediante el ajuste.

Elaborado por: Pérez, (2019).

n. Análisis estadístico

En el análisis estadístico se utilizaron 981 pares de datos para estimar los parámetros de los modelos de ahusamiento y volumen compatibles, con regresión lineal y no lineal, a través del procedimiento “MODEL” del paquete estadístico de regresión JMP versión 15.

Tabla 7. Valores de estadísticos descriptivos para *Pinus patula*.

VARIABLE	N DATOS	MAX	MIN	MEDIA	DESVIACIÓN ESTANDAR
Diámetro con corteza (cm)	981	55	0,50	14,28	9,40
Diámetro sin corteza (cm)	981	47	0,30	12,70	8,52
DAP con corteza (cm)	981	47,8	6,9	24,18	8,91
DAP sin corteza (cm)	981	42,9	5,7	20,99	7,88
Largo total (m)	981	23,15	4,35	14,12	4,65
Largo por secciones (m)	981	23,00	0,04	6,76	4,98

Elaborado por: Pérez, (2019).

Los resultados del ajuste se obtuvieron bajo la estimación simultánea a partir de la información completa de mínimos cuadrados ordinarios (MCO).

o. Bondad de ajuste y evaluación de las funciones

Los criterios para calificar la bondad de ajuste se basaron en métodos analíticos además se consideró el número de parámetros empleados en la estructura (a mayor número de parámetros mayor parsimonia). Para la evaluación y selección del mejor modelo ajustado se optó por aplicar un método de calificación similar al de Cao et al., (1980) & Tamarit et al., (2014), asignándole un valor de acuerdo al orden de importancia (del 1 al 3 siendo 1 el mejor calificado y 3 el peor). La sumatoria de los valores conformo la calificación final (CF) y mediante una comparación se determinó el mejor modelo, De esta forma, la mejor función fue aquella con el valor de ranking más bajo. y con una distribución de los residuales más homogénea. La suma de los tres rankings para cada función señala su desempeño en la estimación, comparado con las otras funciones.

Tabla 8. Indicadores estadísticos utilizados para evaluar la bondad de ajuste de los modelos de ahusamiento y volumen.

ESTADÍSTICO	ECUACIÓN
Raíz del Cuadrado Medio del Error (REMC)	$\text{REMC} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}}$
Coefficiente de determinación (R^2)	$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$
Sesgo medio del Error (\bar{E})	$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{n}$
Criterio de información de Akaike (AIC)	$\text{AIC} = 2p + n \ln \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}$

Donde:

y_i = valores observados;

\hat{y}_i = valores predichos;

n = número de observaciones;

\bar{y} = media de los valores observados;

p = número de parámetros del modelo.

Elaborado por: Pérez, (2019).

2. Evaluar el comportamiento de la función de ahusamiento desarrollada respecto a su capacidad para predecir diámetros fustales y volúmenes comerciales.

Aunque estos estadísticos y sus supuestos son buenos indicadores de la bondad global de ajuste de la función de ahusamiento, es conveniente una representación gráfica por secciones continuas de altura en el árbol. Según Castedo (2003), el modelado por posición es muy importante para decidir si en realidad la función de ahusamiento debe ser recomendada. Estos gráficos constituyen una herramienta muy valiosa en la selección de un modelo ya que permiten identificar errores o comportamientos anormales (Neter, Wasserman, & Kutner, 1990; Rawlings, 1988).

La discriminación final de estos modelos se hizo a partir del análisis de capacidad predictiva. Para esto se realizó una representación gráfica de los tres modelos dividiéndolos en ahusamiento, volumen comercial y volumen total todos estos modelos con y sin corteza. Y de esta manera tener mayor certidumbre al seleccionar el modelo estadísticamente más preciso.

Las variables que se involucraron en cada grafica son:

a. Ahusamiento con y sin corteza

- Eje de las x: Diámetro estimado (cm), Diámetro predicho (cm)
- Eje de las y: Largo de sección (m)

b. Volumen comercial

- Eje de las x: Volumen comercial estimado (m^3), Volumen comercial predicho (m^3)
- Eje de las y: Largo de sección (m)

c. Volumen total

- Eje de las x: Volumen total estimado (m^3), Volumen total predicho (m^3)
- Eje de las y: Largo de sección (m)

VII. RESULTADOS

A. ESTABLECER UNA FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO Y VOLUMEN COMPATIBLES PARA PLANTACIONES DE *Pinus patula*.

1. Ajuste de sistemas compatibles

Los valores de los parámetros para los modelos ajustados ya sean estos con corteza como sin corteza, todos los parámetros estimados de manera simultánea fueron altamente significativos ($P < 0.01$), lo cual indica que todas las variables independientes aportan significativamente a la predicción de las variables dependientes.

Tabla 9. Parámetros obtenidos en el ajuste de los modelos compatibles para *Pinus patula* con corteza.

FUNCIÓN	AUTOR	Parámetros de los modelos ajustados CON CORTEZA					
		δ	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
AHUSAMIENTO	Cruz	1,89E+00	0,123869606	1,941373185	-0,32301006		
	Cielito 1		0,112759177	0,882423676	0,222971832		
	Cielito 2		1,611757323	-7,111050811	17,37073245	-20,85627413	9,016078791
	Cruz	1,738634081	1,801956201	0,000418079	1,3405E-06		

VOLUMEN COMERCIAL	Cielito 1		0,817385199	6,020274389	-1,395387797		
	Cielito 2		-1,914850327	6,679815289	-3,816103376	2,27083E-05	-2,71287E-05
VOLUMEN TOTAL	Cruz	3,334358807	2,287130276	0,000419342	0,044282688		
	Cielito 1		6,51135E-05	0,753905278	0,565429014		
	Cielito 2		3,08427E-05	0,423480661	0,282320497	0,211740393	0,169392331

Coefficientes de regresión : $\delta, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$.

Elaborado por: Pérez, (2019).

Tabla 10. Parámetros obtenidos en el ajuste de los modelos compatibles para *Pinus patula* sin corteza.

FUNCIÓN	AUTOR	Parámetros de los modelos ajustados SIN CORTEZA					
		δ	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
AHUSAMIENTO	Cruz	1,89E+00	0,123869606	1,941373185	-0,32301006		
	Cielito 1		0,112759177	0,882423676	0,222971832		

	Cielito 2		1,611757323	-7,111050811	17,37073245	-20,85627413	9,016078791
VOLUMEN COMERCIAL	Cruz	1,754974195	1,567529738	0,002072528	-1,07E-06		
	Cielito 1		0,8173852	6,02027439	-1,3953878		
	Cielito 2		-1,82480748	6,51786311	-3,7435567	0,00015999	-0,00020398
VOLUMEN TOTAL	Cruz	3,277633472	3,512687486	0,000420198	0,212770384		
	Cielito 1		6,54371E-05	29,68129392	12,76917402		
	Cielito 2		3,0843E-05	0,47919749	0,29882925	0,21870503	0,17295823

Coefficientes de regresión : δ , β_0 , β_1 , β_2 , β_3 , β_4 .

Elaborado por: Pérez, (2019).

2. Bondad de ajuste de los sistemas

En la (Tabla 11) se muestran los criterios estadísticos de ajuste para la selección del sistema que mejor explica la variabilidad de los datos de ahusamiento, volumen comercial y volumen total. Primero se seleccionaron los modelos que mejor ajustaban con base en su mayor coeficiente de determinación (R²), sesgo promedio del error (\bar{E}) más bajo, raíz cuadrada media del error (RCME) más bajo y, finalmente, un bajo criterio de información de Akaike (AIC), con respecto a la calificación final (CF) de la variable dependiente.

Tabla 11. Estadísticos de bondad de ajuste para modelos de volumen para *Pinus patula*.

FUNCIÓN	MODELO	ESTADÍSTICOS DE BONDAD DE AJUSTE				
		R ²	\bar{E}	REMC	AIC	CF
AHUSAMIENTO	Cruz cc	0,97 (2)	13,76 (3)	439,78 (3)	15,82 (2)	9
	Cruz sc	0,96 (3)	0,40 (2)	12,88 (2)	1052,83 (3)	10
	Cielito 1 cc	0,99 (1)	0,19 (2)	6,22 (1)	13,79 (1)	5
	Cielito 1 sc	0,97 (2)	0,47 (2)	15,03 (2)	13,65 (1)	7
	Cielito 2 cc	0,99 (1)	-0,27 (1)	8,67 (2)	16,31 (2)	6
	Cielito 2 sc	0,95 (3)	-1,78 (1)	56,98 (3)	18,20 (2)	9
VOLUMEN COMERCIAL	Cruz cc	0,99 (1)	0,002 (1)	0,08 (2)	7,83 (2)	6
	Cruz sc	0,99 (1)	0,001 (1)	0,03 (1)	7,51 (2)	5
	Cielito 1 cc	0,99 (1)	0,003 (1)	0,11 (2)	6,07 (1)	5
	Cielito 1 sc	0,97 (1)	0,02 (2)	0,73 (3)	6,75 (1)	7
	Cielito 2 cc	0,99 (1)	-0,003 (1)	0,09 (2)	10,34 (3)	7
	Cielito 2 sc	0,98 (1)	-0,005 (1)	0,16 (2)	10,27 (3)	7
VOLUMEN TOTAL	Cruz cc	0,86 (3)	0,01 (3)	0,45 (1)	10,81 (3)	10
	Cruz sc	0,87 (3)	0,009 (2)	0,29 (1)	10,50 (3)	9

Cielito 1 cc	0,98 (1)	-0,34 (1)	10,97 (3)	6,33 (1)	6
Cielito 1 sc	0,86 (3)	-0,047 (1)	1,53 (2)	8,58 (1)	7
Cielito 2 cc	0,99 (1)	0,008 (2)	0,27 (1)	10,33 (3)	7
Cielito 2 sc	0,99 (1)	0,002 (2)	0,08 (1)	10,004 (3)	7

Dónde: R^2 = Coeficiente de determinación; \bar{E} = Sesgo promedio del error; REMC = Raíz cuadrada media del error; AIC = criterio de información de Akaike; CF = Calificación final.

Elaborado por: Pérez, (2019).

a. Ahusamiento

Para ahusamiento los modelos de Cielito 1 presentaron el mejor ajuste respecto a los otros modelos, al obtener la calificación final más baja de (5) con corteza y de (7) sin corteza, esto debido a que mostraron el R^2 más alto para los dos casos, lo que indica que el modelo con corteza explica el 99% y el modelo sin corteza el 97% de la variabilidad total presente en la variable dependiente (diámetro), con un sesgo promedio de 0,19 y 0,47 respectivamente; además el modelo de Cielito 1 con corteza mostro una alta precisión en las estimaciones de diámetro a lo largo del fuste, dado por sus valores menores en REMC y AIC.

En segundo lugar, con la mejor calificación la obtuvieron los modelos de Cielito 2 cc y sc al explicar 99% y 95% respectivamente, de la variabilidad del diámetro y los valores de REMC y AIC para Cielito 2 cc son similares a los obtenidos por el modelo de Cielito 1 cc. Mientras que el modelo Cielito 2 sc presento un REMC y un AIC más alto al obtenido por el modelo Cielito 1 sc, y el sesgo promedio en los dos casos fue más bajo con un valor de -0,27 y -1,78 comparado con Cielito 1 cc y sc.

b. Volumen comercial

Para volumen comercial los modelos de Cruz presentaron el mejor ajuste respecto a los otros modelos, al obtener la calificación final más baja de (6) con corteza y (5) sin corteza, esto debido a que mostraron dos de los R^2 más altos para los dos casos, lo que indica que los dos modelos explican el 99% de la variabilidad total presente en la variable

dependiente (volumen comercial), con un sesgo promedio de 0,02 y 0,01 respectivamente; además los modelos mostraron una alta precisión en las estimaciones de volumen comercial a nivel árbol, dado por sus valores menores en REMC de 0,08 y 0,03; e intermedios en AIC de 7,83 y 7,51.

En segundo lugar, con la mejor calificación la obtuvieron los modelos de Cielito 1 al explicar 99% con corteza y 97% sin corteza, de la variabilidad del volumen comercial. Los valores del modelo de Cielito 1 cc contienen un REMC y un sesgo promedio similares a los valores obtenidos por Cruz cc. Mientras que el modelo de Cielito 1 sc presento un REMC y un sesgo promedio más alto al valor obtenido por Cruz sc, y los AIC en los dos casos presentaron un valor más bajo de 6,07 y 6,75.

c. Volumen total

Para volumen total los modelos de Cielito 1, presentaron el mejor ajuste respecto a los otros modelos al obtener la calificación final más baja de (6) con corteza y (7) sin corteza y al explicar 98% con corteza y 86% sin corteza, de la variabilidad del volumen total. Los valores del sesgo promedio de los modelos son mucho menores -0,34 y -0,047, contienen un REMC de 10,97 y 1,53 y un AIC de 6,3 y 8,58.

En segundo lugar, con la mejor calificación la obtuvieron los modelos de Cielito 2, al obtener la calificación final más baja de (7) con corteza y sin corteza, esto debido a que mostraron los R^2 más altos para los dos casos, lo que indica que los dos modelos explican el 99% de la variabilidad total presente en la variable dependiente (volumen total), con un sesgo promedio de 0,008 y 0,002 respectivamente mucho más alto en comparación a los modelos de Cielito 1 cc y sc; además los modelos mostraron una alta precisión en las estimaciones de volumen total a nivel árbol, dado por sus valores menores en REMC de 0,27 y 0,08; y con valores altos de AIC de 10,33 y 10,004 comparados con el modelo de Cielito 1 cc y sc.

En la (Tabla 11) se muestran los resultados del ajuste de los modelos de ahusamiento, volumen comercial y volumen total con y sin corteza. Se puede observar que para *Pinus patula* el modelo que mejor se ajustó fue el de Cielito 1, este modelo presenta mejor ajuste en la ecuación de ahusamiento. En este caso se decidió seleccionar el modelo de Cielito 1 porque es más simple en su estructura y es de mayor interés hacer predicciones más precisas en la variable volumen.

B. EVALUAR EL COMPORTAMIENTO DE LA FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO DESARROLLADA RESPECTO A SU CAPACIDAD PARA PREDECIR DIÁMETROS FUSTALES Y VOLÚMENES COMERCIALES.

a. Ahusamiento

En el análisis gráfico con y sin corteza (ver en la **Figura 11** Y Figura 12), se determinó que la mejor función de ahusamiento es la de Cielito 1 en los dos casos, esta función describe de forma continua el perfil fustal con diámetros de (10 a 40 cm). En cambio, la función de Cruz crea un desbalance en el ajuste esto debió suceder por que la función de Cruz trabaja con diámetros y alturas relativas; y en este caso se manejó diámetro por secciones. Y por último el modelo de Cielito 2 me subestima los diámetros menores de 10 cm con alturas mayores a 4m.

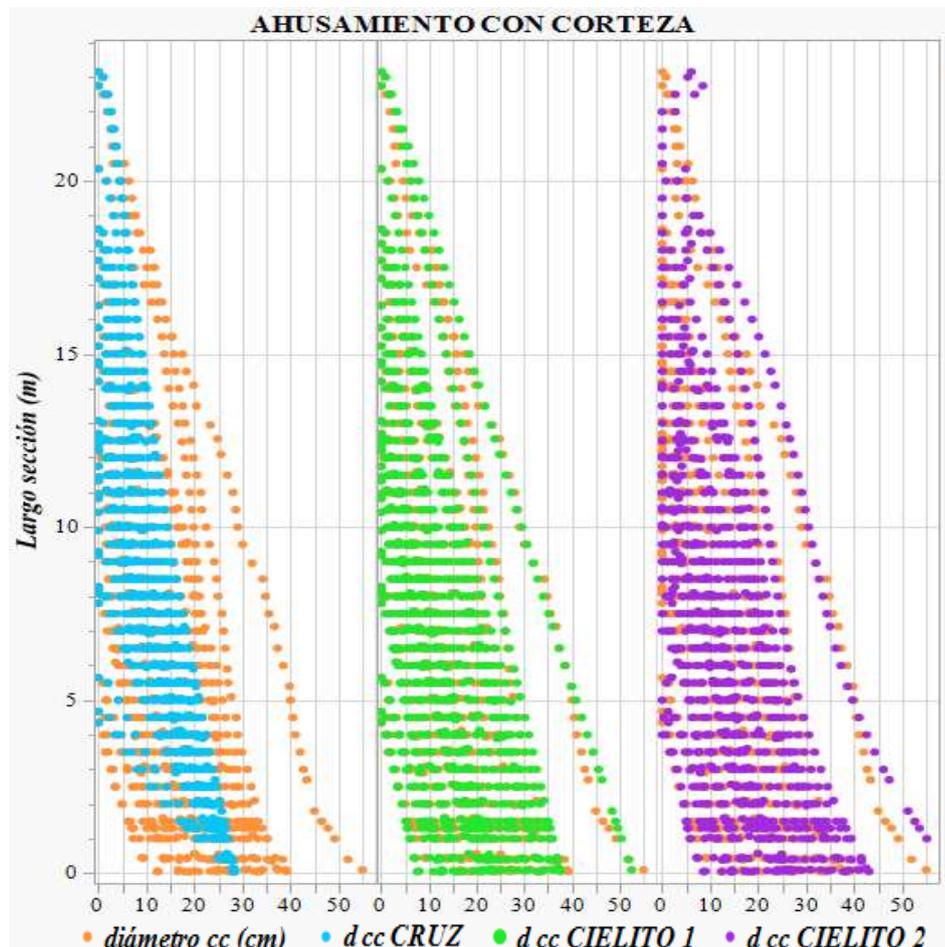


Figura 11. Comportamiento de las tres funciones de ahusamiento con corteza sobrepuestas a los datos de perfiles fustales de *Pinus patula*.

Elaborado por: Pérez, (2019).

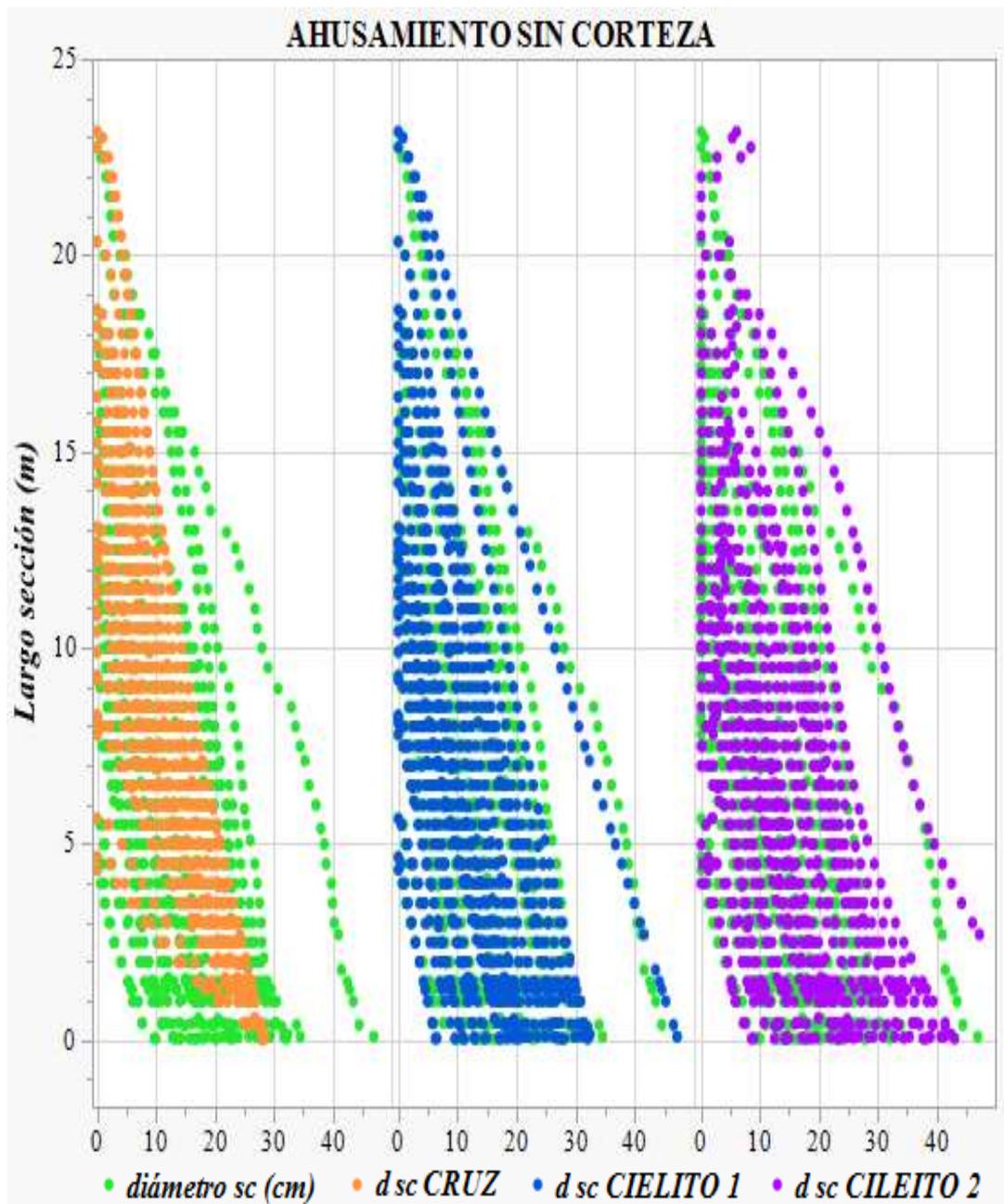


Figura 12. Comportamiento de las tres funciones de ahusamiento sin corteza sobrepuestas a los datos de perfiles fustales de *Pinus patula*.

Elaborado por: Pérez, (2019).

b. Volumen comercial

En el análisis grafico con corteza (ver en la Figura 13). Se determina que las tres funciones utilizadas tienen un buen ajuste en comparación con los datos observados. Es importante recalcar que la función volumen es dependiente de la función de ahusamiento es por eso que en este caso se seleccionara la función de Cielito 1 cc.

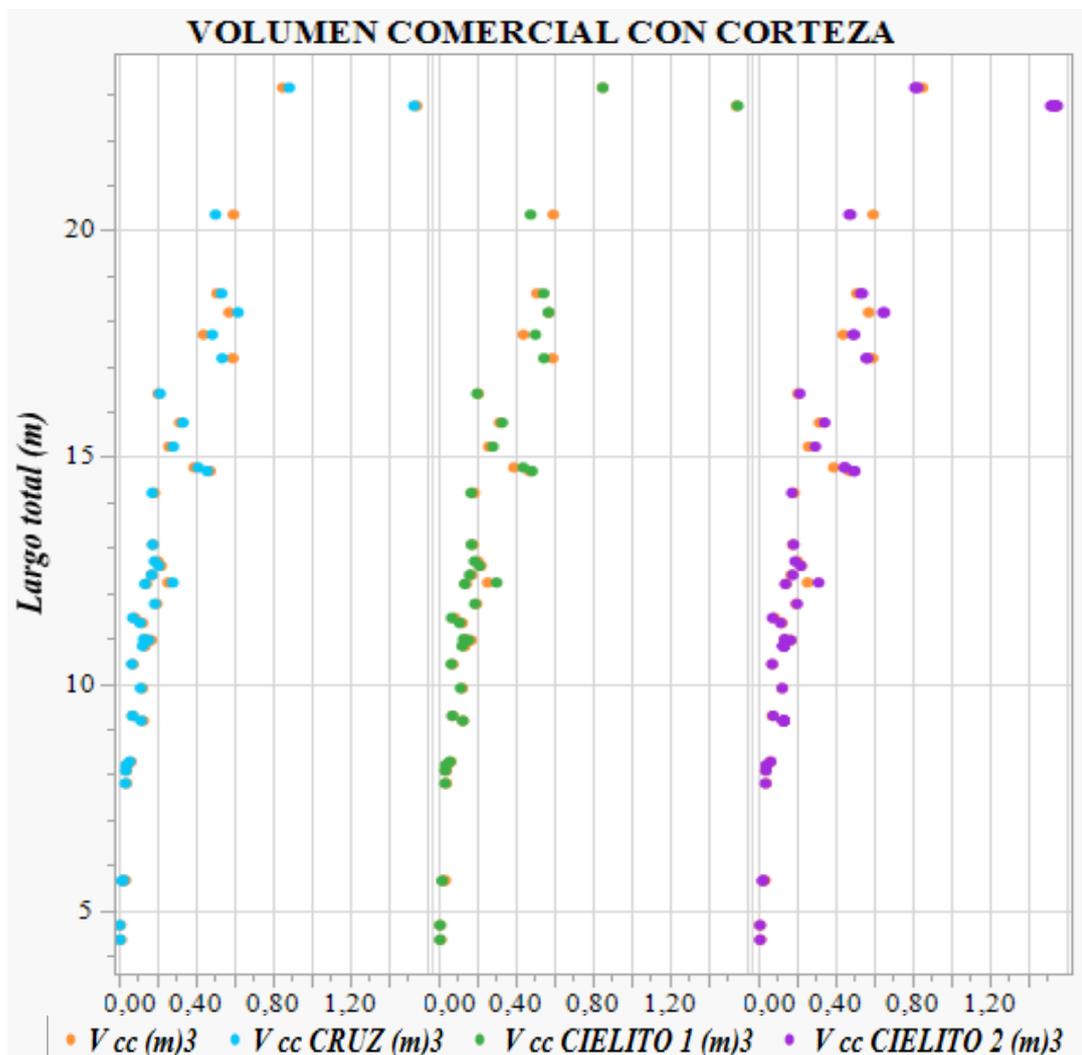


Figura 13. Comportamiento de las tres funciones de volumen comercial con corteza sobrepuestas a los datos de volúmenes comerciales de *Pinus patula*.

Elaborado por: Pérez, (2019).

En el análisis grafico sin corteza (ver en la Figura 14). Se determina que la función de Cruz es la que mejor ajuste tiene a los datos observados, y la función consecuente es la Cielito 1 con una estimación similar. Mientras que la función de Cielito 2 crea un rango de puntos de estimaciones. Pero debe existir la compatibilidad entre funciones que ya se mencionó anteriormente por eso en este análisis se escoge Cielito 1 sc.

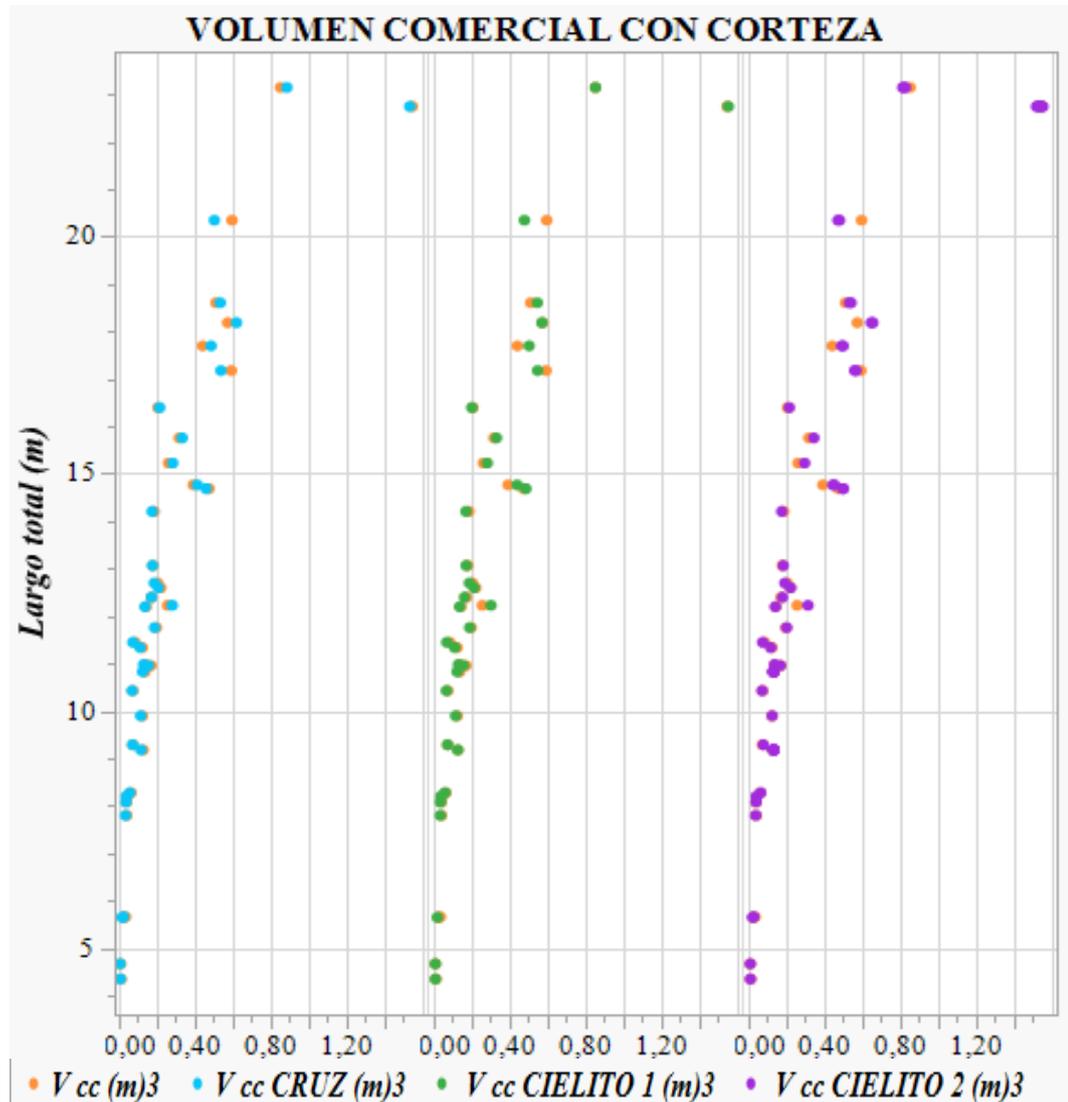


Figura 14. Comportamiento de las tres funciones de volumen comercial sin corteza sobrepuestas a los datos de volúmenes comerciales de *Pinus patula*.

Elaborado por: Pérez, (2019).

c. Volumen total

En el análisis grafico con corteza, (ver en la Figura 15). Evaluando que las funciones que mejor se ajustaron son Cielito 1 y Cielito 2, dándome como resultado de la estimación con datos que encajan en los datos observados. Por lo que aquí se escogería cualquiera de las dos.

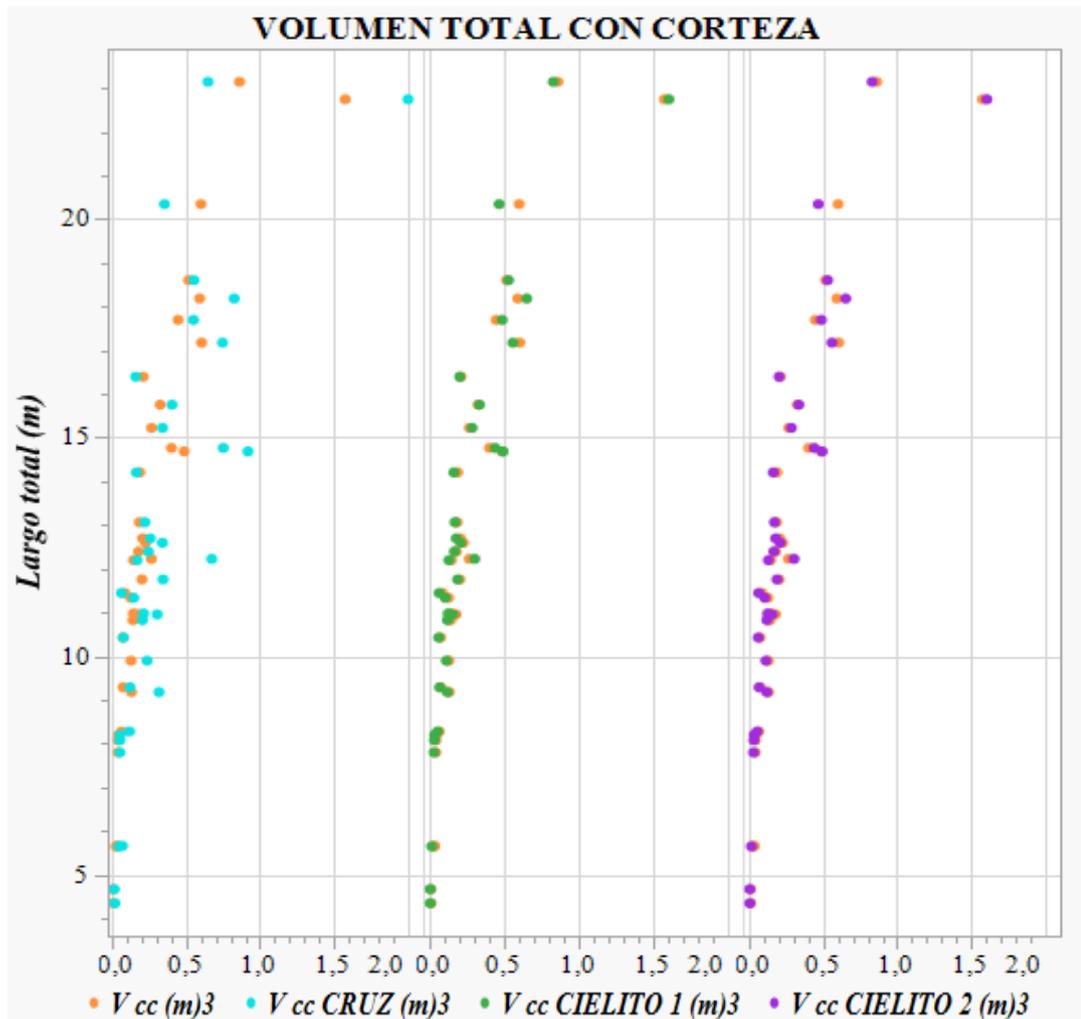


Figura 15. Comportamiento de las tres funciones de volumen total con corteza sobrepuestas a los datos de volúmenes totales de *Pinus patula*.

Elaborado por: Pérez, (2019).

En el análisis grafico sin corteza (ver Figura 16). La función que mejor se ajusto fue la de Cielito 2, mientras que la función de Cruz subestima las estimaciones y la función de Cielito 1 me estima con una inflación de $(0,094571 \text{ m}^3)$, con este dato se puede estimar.

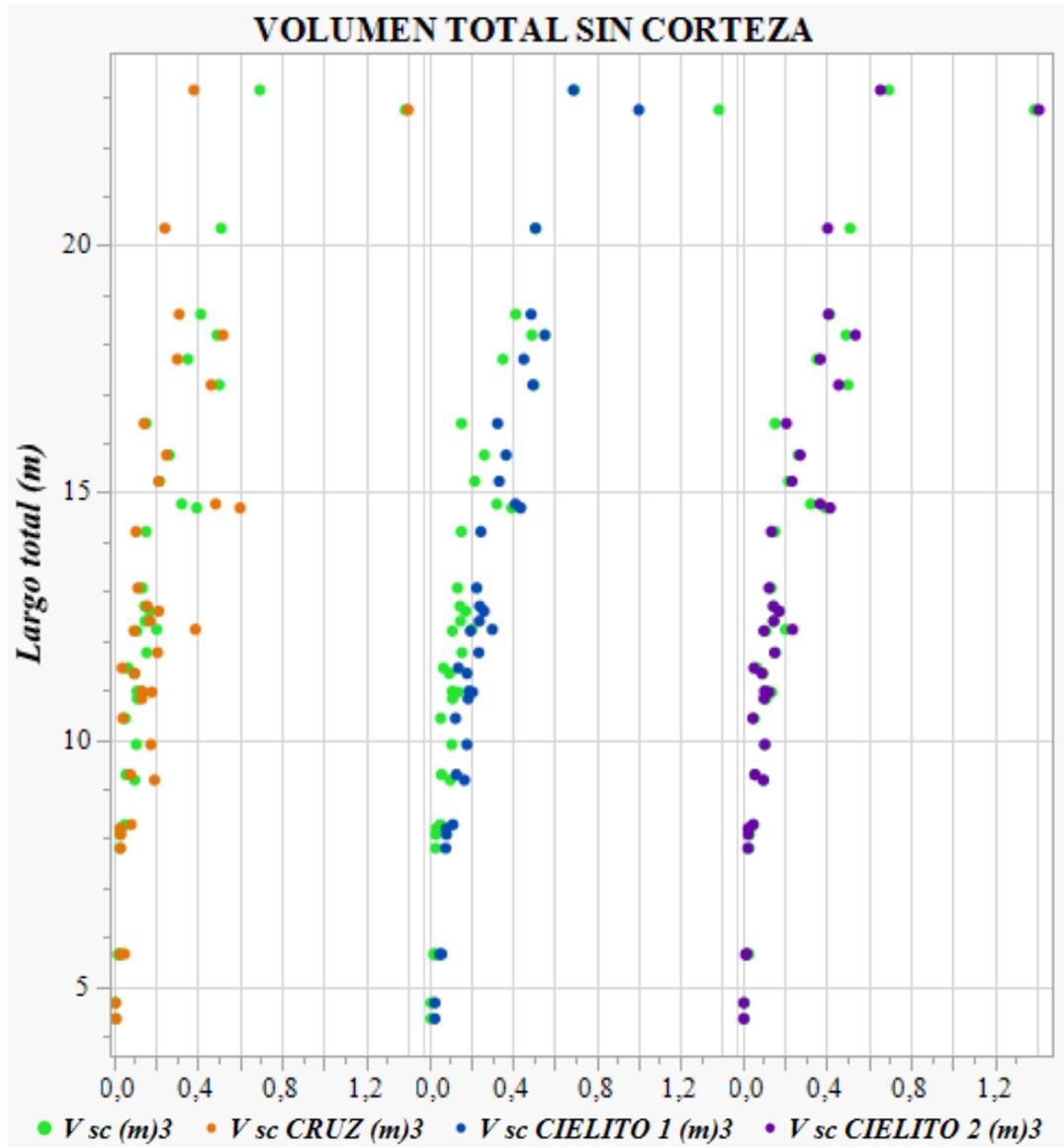


Figura 16. Comportamiento de las tres funciones de volumen total sin corteza sobrepuestas a los datos de volúmenes totales de *Pinus patula*.

Elaborado por: Pérez, (2019).

VIII. DISCUSIÓN

En los resultados se observa que los árboles experimentan varias formas en un solo árbol. En el estudio se considera que a lo largo del fuste adquieren una forma cilíndrica en la base, con tendencia paraboloides hacia la punta, su forma es similar a lo que menciona (Hernández, De los Santos, Ángeles, Valdez, & Volke, 2013), en el cual su estudio sobre funciones de ahusamiento y volumen comercial de *Pinus patula* observo que los datos provenientes de árboles de un bosque natural tienen una forma cilíndrica constante a lo largo del fuste o también tiene una forma paraboloides con tendencia cilíndrica y lo mismo describe (Uranga, De los Santos, Valdez, López, & Navarro, 2015), para la misma especie pero en el estado de Oaxaca.

La compatibilidad entre funciones de volumen y ahusamiento fue desarrollada por Demaerschalk (1972), con el propósito de que las funciones de ahusamiento sean compatibles, cuando se integren, también sean representaciones realistas de modelos de volumen total y parcial. Para evitar la integración de los modelos de ahusamiento, se pueden ajustar los de volumen comercial (Cao et al., 1980; Clutter, 1980; Cruz, Santos, & Valdez, 2008; Demaerschalk, 1972). Estas funciones, de forma intrínseca definen una ecuación de ahusamiento, lo que a su vez mediante integración matemática posibilita obtener una ecuación de volumen total compatible como las que se utilizó en este estudio como los modelos de: Cruz, Cielito 1 y Cielito 2. Para el trabajo de investigación se establecieron tres funciones de ahusamiento y volumen, de los cuales las tres tienen una calidad de confiables debido a que el valor de R^2 se encuentra por encima del 75 % corroborando lo indicado (Imaña, Santana, de Paula, & Imaña, 2009).

Hernández et al., (2013), realizó un estudio en funciones de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo; y considera que el modelo Cielito I modificado por Cruz, Santos, & Valdez (2008), resultó ser el más promisorio y de acuerdo a este estudio tiene resultados óptimos para la especie para utilizarlo como modelo compatible de ahusamiento y volumen. Este es un modelo aparte de dar muy buenos ajustes en diámetro se ajusta muy bien al volumen comercial; en los rangos de 7 a 40 cm de diámetro y de 4 a 20 m de altura, ya que no muestra sobre estimación o subestimación en los datos estimados.

Ramírez et al., (2018), realizó la modelación del perfil fustal y volumen total para *Pinus ayacahuite* Ehren, en cual el modelo de Cielito 2 tiene error de estimación de diámetros en la base y tiende a sobreestimarlos ligeramente en alturas de 12 m a 20 m. Este comportamiento es típico de modelos de ahusamiento generales para árbol individual (modelos polinómicos simples). El cual se corrobora que para este estudio el error de estimación de diámetros ocurre en diámetros menores a 15cm y con alturas mayores a 4m. De acuerdo a Bi (2000); Heidarsson & Pukkala (2011), mencionan que estos enfoques presentan como debilidad sesgos importantes en la estimación de diámetros a distintas alturas, especialmente en la base y en la parte superior del fuste.

Ibarra (2019), considera que el modelo de Cruz, De los Santos, & Valdez (2008), es más fácil y sencillo de ajustar y tiene una aplicación significativa en distintas especies ya que arroja buenos estadísticos de ajuste. Para otras especies como: *Pinus cooperi* (Cruz, Santos, & Valdez, 2008; Pompa, Corral, Díaz, & Martínez, 2009); *P. patula* (Hernández et al., 2013); *P. oocarpa* y *P. douglasiana* (López, Cruz, Nájera, & Hernández, 2015). *Pinus arizonica*, *Pinus durangensis* y *Pinus engelmannii* (Silva, Nava, Hernández, & Colín, 2018). Aunque en este estudio se observan que el ajuste estadístico tiene buenos resultados, tiene ligeros desajustes en estimar diámetros, ya que el modelo funciona de forma favorable en diámetros de entre 25 a 30 cm de diámetro esto problema pudo ocurrir por la singularidad del modelo que tiene por estimar diámetros relativos.

IX. CONCLUSIONES

1. Se ajustaron los modelos de Cruz, Cielito 1 y Cielito 2 para estimar la producción de *Pinus patula* en plantaciones de la empresa Aglomerados Cotopaxi S.A. determinándose que el modelo de Cielito 1; $d = D (\beta_0(X) + \beta_1(X)^2 + \beta_2(X)^3)^{\frac{1}{2}}$; $V_C = \kappa D^2 \left(\frac{\beta_0}{H} \left(H h_m - \frac{h_m^2}{2} \right) \right) - \frac{\beta_1}{3H^2} (H - h_m)^3 - \frac{\beta_2}{4H^3} ((H - h_m)^4)$; $V_T = \frac{\kappa}{12} D^2 H (6\beta_0 + 4\beta_1 + 3\beta_2)$; que presentó mejor capacidad predictiva y es la más apropiada para aplicarla en los individuos en la plantación evaluada.
2. El modelo Cielito 1 cc y sc, obtuvo valores máximos en R^2 , las calificaciones más bajas entre los estadísticos evaluados, y en su compatibilidad entre funciones, el modelo de Cielito 1 cc y sc tiene la compatibilidad entre las funciones de ahusamiento, volumen comercial y total para la región de estudio.
3. Con respecto al ahusamiento de las funciones de Cielito 1 con y sin corteza son derivables y, es posible el cálculo de volumen comercial compatible. Por lo que se acepta la hipótesis alternante y se rechaza la hipótesis nula.

X. RECOMENDACIONES

1. Se recomienda utilizar el mismo modelo en otras zonas a nivel nacional, para evaluar la efectividad de predicción de perfiles fustales y volúmenes comerciales con la especie *Pinus patula* y comparar los resultados con este estudio.
2. Con los modelos utilizados se sugiere que los ministerios gubernamentales de la región utilicen la herramienta para inventarios forestales, por su eficiente cálculo del volumen comercial y total.
3. En un próximo estudio se recomienda evaluar cuál es el porcentaje de volumen que representa la corteza a nivel fustal que contiene la especie de *Pinus patula*, ya que en este estudio en el (Anexo 25), se evaluó entre el volumen total con y sin corteza el grosor de la corteza dispuesta en cinco secciones por sus altura; la primera sección se concentra entre 0,04 a 2,50 m con un grosor 1,2 hasta 5,2 cm; la segunda sección de 2,51 a 4, 55 m con un grosor de 0,5 a 2,5 cm; la tercera sección de 4,56 a 8 m con un grosor de 0,5 a 2 cm; la cuarta sección de 8, 01 a 11, 55 con un grosor de 0,3 a 1,7 cm y en la quinta sección de 11,56 a 23 m con un grosor de 0,2 a 1,3 cm.

XI. RESUMEN

La presente investigación propone: Determinar una función de ahusamiento para el cálculo de volumen en plantaciones de *Pinus patula*, pertenecientes a la empresa AGLOMERADOS COTOPAXI S.A., cantón Latacunga, provincia de Cotopaxi; se utilizó diversas variables para estimar el diámetro a diferentes alturas del fuste, el volumen comercial y total. Se cosecharon y midieron 37 árboles; en la cubicación se usó el método de trozas traslapadas que permite obtener volúmenes totales y parciales de manera más precisa. La base de datos se utilizó para ajustar 3 modelos compatibles de ahusamiento y volumen con y sin corteza respectivamente. Para el ajuste de las funciones de volumen y de ahusamiento se utilizaron 981 pares de datos de diámetros con y sin corteza, largo de sección, altura total. Las funciones fueron ajustadas por medio de la estimación simultánea a partir de la información completa de mínimos cuadrados ordinarios (MCO), en regresión lineal y no lineal. Las pruebas de bondad de ajuste consistieron en comparar los estadísticos; raíz del cuadrado medio del error (REMC), coeficiente de determinación (R^2), el sesgo medio del error (\bar{E}), incluyendo la Criterio de información de Akaike (AIC). También se evaluó el comportamiento de cada función de ahusamiento desarrollada para predecir diámetros fustales y volúmenes comerciales. Los resultados mostraron que los modelos que predicen mejor el volumen y el perfil dimétrico fueron los modelos de Cielito 1 con y sin corteza, respectivamente.

Palabras clave: FUNCIÓN DE AHUSAMIENTO - AHUSAMIENTO - PLANTACIONES FORESTALES - PLANTACIONES DE PINO.

Por: Johanna Pérez



Revisado

06 Enero 2020

[Handwritten signature]

XII. SUMMARY

The present investigation proposes: To determine a tapering function for the calculation of volume in plantations of *Pinus patula*, belonging to the company AGLOMERADOS COTOPAXI S.A., Latacunga canton, Cotopaxi province; various variables were used to estimate the diameter at different heights of the shaft, the commercial and total volume. 37 trees were harvested and measured; The overlapping logs method was used in the cubing, which allows total and partial volumes to be obtained more precisely. The database was used to adjust 3 compatible taper and volume models with and without bark respectively. For the adjustment of the volume and taper functions, 981 pairs of diameter data with and without bark, section length, total height were used. The functions were adjusted by means of simultaneous estimation based on the complete information of ordinary least squares (OLS), in linear and non-linear regression. The goodness of fit tests consisted of comparing the statistics; root of the mean square of the error (REMC), coefficient of determination (R²), the mean bias of the error (E), including the Akaike Information Criterion (AIC). The behavior of each taper function developed to predict fustale diameters and commercial volumes was also evaluated. The results showed that the models that best predict the volume and the dimetric profile were the Cielito 1 models with and without bark, respectively.

Keywords: TAPERING FUNCTION - TAPERING - TAPERING FOREST PLANTATIONS - PINE PLANTATIONS.



XIII. BIBLIOGRAFÍA

- Alonso, C., Poblador, I., Paz, J., & Moraleda, J. (2010). *Dasometria*. Recuperado el 11 de octubre de 2019, de: <https://selvicultura.files.wordpress.com/2010/11/apuntes-dasometrc3ada1.pdf>.
- Bi, H. (2000). *Trigonometric variable-form taper equations for Australian eucalypts*. *Forest Science*, 46(3), 397-409.
- Bosque Natural. (2011). *Medición de diámetros*. Recuperado el 11 de octubre de 2019 de: <http://amazoniaforestal.blogspot.com/2011/10/medicion-de-diametros.html>.
- Bosques Sin Fronteras. (2011). *Cómo medir un árbol*. Recuperado el 11 de octubre de 2019, de: https://www.sdlmedioambiente.com/Edadarbol/como_medir.html.
- Bruce, D. ., Curtis, R., & Vancoevering, C. (1968). *Development of a system of taper and volume tables for red alder*. *Forest Science*, 14(3), 339-350.
- Bruce, D., & Schumacher, F. (1965). *Medición forestal*. Herrero, México.
- Byrne, J., & Reed, D. (1986). *Complex compatible taper and volume estimation systems for red and loblolly pine*. *Forest Science*, 32(2), 423-443.
- Cailliez, F., & Alder, D. (1980). *Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos*. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación.(1).
- Cancino, J. (2012). *Dendrometría Básica*. Universidad de Concepción. Facultad de Ciencias Forestales. Departamento Manejo de Bosques y Medio Ambiente.
- Cao, Q., Burkhart, H., & Max, T. (1980). *Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit*. *Forest Science*, 26(1), 71-80.
- Castedo, D. (2003). *Modelo dinámico de crecimiento para las masas de Pinus radiata D. Don en Galicia*. (Tesis doctoral). Universidad de Santiago de Compostela, España.

- Cellini, J., Wabö, E., Pastur, G., & Lencinas, M. (2002). *Modelos de perfil de tronco en Nothofagus pumilio (Poepp. et Endl.) Krasser y su utilización en el cálculo del volumen total*. Forest Systems, 11(2), 245-261.
- Clutter, J. (1980). *Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations*. Forest Science, 26(1), 117-120.
- Coffré, L. (1983). *Modelos fustales (medición, fuste, Pinus radiata).(Stem (measurent) models (Pinus radiata))*. Valdivia (Chile). 46.
- Cogolludo, M. (2011). *Cubicación de troncos completos*. Recuperado el 21 de octubre de 2019, de: <https://es.slideshare.net/macogo520/cubicacin-de-troncos-completos>.
- Cordoba, A. (1984). *Predicting growth and yield for patula pine plantations: a case study from Colombia*. (Doctoral dissertation, State University of New York. College of Environmental Science and Forestry, Syracuse).
- Cruz, F., De los Santos, H., Valdez, J., Santos, H., & Valdez, J. (2008). *Sistema compatible de ahusamiento-volumen para Pinus cooperi Blanco en Durango, México*. Agrociencia, 42(4), 473-485.
- Davel, M., & Trincado, G. (2000). *Evaluación de modelos fustales para Pseudotsuga menziesii en la patagonia andina argentina*. Media, 9(1), 103-116.
- Demaerschalk, J. (1972). *Converting Volume Equations to Compatible Taper Equations*. Forest Science 18. 241_245. Recuperado el 09 de marzo de 2019,de: <https://doi.org/10.1093/forestscience/18.3.241>.
- Demaerschalk, J. (1973). *Integrated systems for the estimation of tree taper and volume*. Canadian Journal of Forest Research, 3(1), 90-94.
- Dias, C. (2003). *Um Método Para a Realização Do Inventário Florestal Suprimindo a Cubagem Rigorosa*. Lavras: Universidade Federal de Lavras.
- Drake, F., Emanuelli, P., & Acuña, E. (2003). *Compendio de Funciones Dendrométricas del Bosque Nativo*. Universidad de Concepción. Santiago de Chile: Conaf y Sociedad Alemana de Cooperación Técnica (GTZ).

- Dvorak, W. S., & Donahue, J. K. (1992). *The Central America and Mexico Coniferous Resources Cooperative, CAMCORE*. Recuperado el 14 de agosto de 2019, de: <https://www.cabdirect.org/cabdirect/abstract/19950621941>.
- Ecuador Forestal. (2012). *Aglomerados Cotopaxi- Una industria forestal de calidad*. Recuperado el 08 de agosto de 2019, de: <https://ecuadorforestal.org/actualidad-forestal/ecuador-apuesta-por-convertirse-en-una-potencia-forestal/>.
- Emanuelli, P. (2011). *(Documento Guía) Parte 1: Principios básicos de medición forestal*. República Dominicana.
- Empresa STIHL. (2019). *Cinta métrica forestal*. Recuperado el 11 de octubre de 2019, de: <https://m.stihl.es/Productos-STIHL/Herramientas-manuales-y-accesorios-forestales/Herramientas-de-medición/21441-1575/Cinta-métrica-forestal.aspx>.
- Escobar, S. (1967). *RA Aspectos biológicos del Pinus patula*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.
- Ferreira, O. (1994). *Manual de inventarios forestales*. (2ª. ed.). Ed. Siguatepeque, Honduras. ESNACIFOR.
- Gobierno Autónomo Descentralizado de la Provincia de Imbabura. (2014). *Plan de forestación y reforestación de la provincia de Imbabura*. Imbabura.: Gobierno Autónomo Descentralizado de la Provincia de Imbabura.
- Grosenbaugh, L. (1966). *Tree form: definition, interpolation, extrapolation*. Berkeley, California.
- Heidarsson, L., & Pukkala, T. (2011). *Taper functions for lodgepole pine (Pinus contorta) and Siberian larch (Larix sibirica) in Iceland*.
- Hernández, D., De los Santos, H., Ángeles, G., Valdez, J., & Volke, V. (2013). *Funciones de ahusamiento y volumen comercial para Pinus patula schltl. Et cham. En Zacualtipán, Hidalgo*. Revista mexicana de ciencias forestales, 4(16), 34-45. Recuperado el 16 de diciembre de 2019, de: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v4i16.439>.

- Higuera, C. (1994). *Funciones de volumen y ahusamiento para roble (Nothofagus obliqua (Mirb.) Oerst.) y hualo (Nothofagus glauca (Phil.) Kraser)*. Chile: Universidad Austral de Chile.
- Ibarra, A. (2019). *Ajuste de Funciones Compatibles de Ahusamiento-volumen para Mangle Blanco (Laguncularia racemosa C. F. Gaertn) en Cuatro Localidades de Colima*. Colima: Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro.
- Imaña, J., Santana, O., de Paula, J., & Imaña, C. (2009). *Equações de volume de madeira para o cerrado de Planaltina de Goiás*. Floresta, 39(1).
- Jatún Sacha. (2017). *Cómo cubicamos nuestra madera*. Recuperado el 21 de octubre de 2019, de: https://www.unodc.org/documents/bolivia/DIM_Manual_Como_cubicamos_la_madera.pdf.
- Kleinn, C. (2000). *Inventario y evaluación de árboles fuera del bosque en grandes espacios*. Unasylva, 51, 3-10.
- Kozak, A. (1988). *A variable-exponent taper equation*. Canadian Journal of Forest Research, 18(11), 1363-1368.
- Lamprecht, H. (1990). *Silvicultura nos trópicos: ecossistemas florestais e respectivas espécies arbóreas*. Eschborn: GTZ. República Federal de Alemania.
- López, J., Cruz, F., Nájera, J., & Hernández, F. (2015). *Modelos de ahusamiento y volumen comercial para Pinus oocarpa y Pinus douglasiana en la región de Pueblo Nuevo, Durango*. Investigación y Ciencia, 23(64), 47-53.
- Lückhoff, H. (1949). *The effect of live pruning on the growth of Pinus patula, P. caribaea and P. taeda*. Journal of the South African Forestry Association, 18(1), 25-55.
- Maldonado, P. (2018). *Mensura forestal Dasometria*. Recuperado el 23 de agosto de 2019, de: <https://slideplayer.es/slide/13359518/?fbclid=IwAR3fT0ythYyLO7JsDxlEwBVzoZRAx3A8mBP2Rh7FZysF4B2Nok8NNrXCh18>.

- Ministerio de Agricultura Ganadería Acuicultura y Pesca. (2015). *Programa de incentivos para la deforestación con fines comerciales*. Guayaquil, Ecuador.
- Ministerio del Ambiente. (2014). Estadísticas de Patrimonio Natural. Recuperado el 5 de septiembre de 2019, de: <http://suia.ambiente.gob.ec/documents/10179/346525/ESTADISTICAS+DE+PATRIMONIO+FINAL.pdf/b36fa0a7-0a63-4484-ab3e-e5c3732c284b>.
- Neter, J., Wasserman, W., & Kutner, M. (1990). *Applied statistical models*. Chicago: Irwin.
- Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura. (2004). *Inventario Forestal Nacional Manual de Campo*. Recuperado el 30 de julio de 2019, de: <http://www.fao.org/3/ae578s/AE578S00.htm#TopOfPage>.
- Ospina, C., Hernández, R., Rincón, E., Sánchez, F., Urrego, J., Rodas, C., Herrera, N. (2011). *Guías silviculturales para el manejo de especies forestales con miras a la producción de madera en la zona andina Colombiana*. El pino pátula. Recuperado el 14 de agosto de 2019, de: <http://www.cenicafe.org/es/publications/pinus.pdf>.
- Oyarzún, C. (2008). Construcción de un modelo fustal para *Lenga nothofagus pumilio* (Poepp. Et endl), en la xii región. Recuperado el 29 de octubre de 2019, de: <https://doi.org/10.5354/0717-8883.1955.11040>.
- Pacheco, E., Díaz, M., Coronel, W., Asanza, J., & Jadán, Á. (2017). *Valoración financiera de una plantación de Pinus patula Schiede ex Schltdl. & Cham, en la microcuenca Zamora Huayco–Loja, Ecuador*. Bosques Latitud Cero, 7(1).
- Pérez, M. (2004). *Compatibilidad de funciones de volumen y ahusamiento para renovales de Roble en la Décima Región*. Universidad Austral de Chile. Recuperado el 23 de octubre de 2019, de: <http://cybertesis.uach.cl/tesis/uach/2004/fifp438c/sources/fifp438c.pdf>.
- Pompa, M., Corral, J., Díaz, M., & Martínez, M. (2009). *Función de ahusamiento y volumen compatible para Pinus arizonica Engelm*. En el Suroeste de Chihuahua. *Ciencia forestal en México*, 34(105), 1-16.

- Prodan, M. (1997). *Mensura Forestal*. Agroamerica. San José, Costa Rica.
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F., & Real, P. (1997). *Mensura Forestal*. En *Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible*. Agroamerica. San José, Costa Rica.
- Quichimbo, P., Jiménez, L., Veintimilla, D., Tischer, A., Günter, S., Mosandl, R., & Hamer, U. (2017). *Forest Site Classification in the Southern Andean Region of Ecuador: A Case Study of Pine Plantations to Collect a Base of Soil Attributes*. *Forests*, 8(12), 473.
- Ramírez, A., García, W., Quiñonez, G., Ruiz, F., & Antúnez, P. (2018). *Modelación del perfil fustal y volumen total para Pinus ayacahuite Ehren*. *Madera y Bosques*, 24(2), 1-15. Recuperado el 16 de diciembre de 2019, de: <https://doi.org/10.21829/myb.2018.2421496>.
- Ramírez, J. (1991). *Crecimiento del Pinus patula Schl. en función de los nutrientes edáficos y foliares*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia. Recuperado el 16 de diciembre de 2019, de: <https://col/pinus/fert/sil>.
- Rawlings, J. (1988). *Applied regression analysis: a research tool*. Wadsworth & Brooks. Pacific Grove, CA.
- Reed, D., & Green, E. (1984). *Compatible stem taper and volume ratio equations*. *Forest Science*, 30(4), 977-990.
- Schiede, C., Schlechtendal, D., & Chammiso, A. (2011). *Pinus patula*. *Plantas vasculares*, 1-2. Uruguay.
- Silva, E., Nava, M., Hernández, F., & Colín, J. (2018). *Funciones compatibles de ahusamiento-volumen para tres especies de Pinus en la Unidad de Manejo Forestal 0808 del estado de Chihuahua*. *Investigación y Ciencia de la Universidad Autónoma de Aguascalientes*, 26(73), 2-23.
- Tamarit, J., De los Santos, H., Aldrete, A., Valdez, J., Ramírez, H., & Guerra, V. (2014). *Sistema de cubicación para árboles individuales de Tectona grandis, mediante*

- funciones compatibles de ahusamiento-volumen*. Revista mexicana de ciencias forestales, 5(21), 58-74. Recuperado el 09 de marzo de 2019, de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-11322014000100005&lang=pt%0Ahttp://www.scielo.org.mx/pdf/remcf/v5n21/v5n21a5.pdf.
- Tinoco, J. (2019). *Ecuaciones volumétricas para estimar la producción de Cordia alliodora (ruiz y pavón) oken en plantaciones agroforestales de café del centro poblado San Miguel de las naranjas, Jaén – Cajamarca*. 2-58. Recuperado el 09 de diciembre de 2019, de: http://repositorio.unc.edu.pe/bitstream/handle/UNC/1147/Tesis-Ronald_Alcántara-Final.pdf?sequence=1&isAllowed=y.
- Uranga, L., De los Santos, H., Valdez, J., López, J., & Navarro, H. (2015). *Volumen total y ahusamiento para Pinus patula Schiede ex Schltdl. et Cham. en tres condiciones de bosque*. Agrociencia, 49(7), 787-801.
- Vallejo, A., & Zapata, F. (2018). *Pino pátula*. Forestal Maderero Recuperado el 11 de julio de 2019, de: <https://www.forestmaderero.com/articulos/item/pino-patula.html>.
- Vallejo, D. (2014). *Climas del Ecuador*. Recuperado el 15 de julio de 2019, de: <https://es.slideshare.net/davidvallejo5249/climas-del-ecuador>.
- Vinueza, M. (2013). *Ficha Técnica No. 14 Pino (Pinus patula)*. Recuperado el 10 de diciembre de 2019, de: <https://ecuadorforestal.org/fichas-tecnicas-de-especies-forestales/ficha-tecnica-no-14-pino-pinus-patula/>.
- Vizcaíno, M., & Pupiales, J. (2008). *Evaluación del comportamiento de procedencias de Pinus patula Schlect. et Cham en dos sitios en las provincias de Imbabura y Pichincha. (Tesis de grado. Ingeniero Forestal)*. Universidad Técnica del Norte. Ibarra. Recuperado el 05 de septiembre de 2019, de: <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>.
- Willson, V., & Reynolds, C. (1984). *Another look at evaluating aptitude-achievement discrepancies in the diagnosis of learning disabilities*. The Journal of Special Education, 18(4), 477-487.

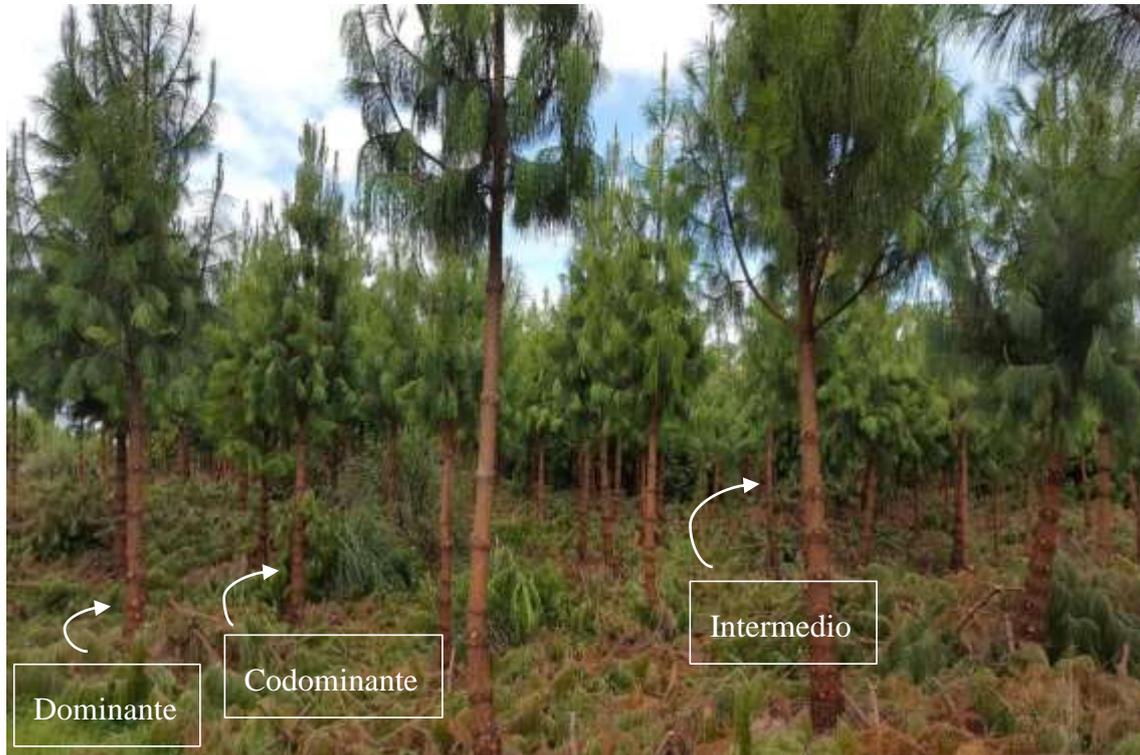
Wormald, T. (1975). *Pinus patula*. Oxford. University of Oxford.

Yner, F. (2014). *Dasometria*. Recuperado el 08 de agosto de 2019, de:
http://fcf.unse.edu.ar/archivos/programas_Dasometria.pdf.

Zepeda, E., & Acosta, M. (2017). *Incremento y rendimiento maderable de Pinus montezumae Lamb., en San Juan Tetla, Puebla*. *Madera y Bosques*, 6(1), 15.
Recuperado el 09 de marzo de 2019, de:
<https://doi.org/10.21829/myb.2000.611339>.

XIV. ANEXOS

Anexo 1. Selección de un árbol dominante, codominante e intermedio en un rodal de *Pinus patula*.



Anexo 2. Toma del DAP en campo.





Anexo 3. Tumba de árboles seleccionados.





Anexo 4. Desrame con machete para dejar libre el fuste.



Anexo 5. Medición del longitud total y trazo de marcar con spray.





Anexo 6. Forma de quitar la corteza.



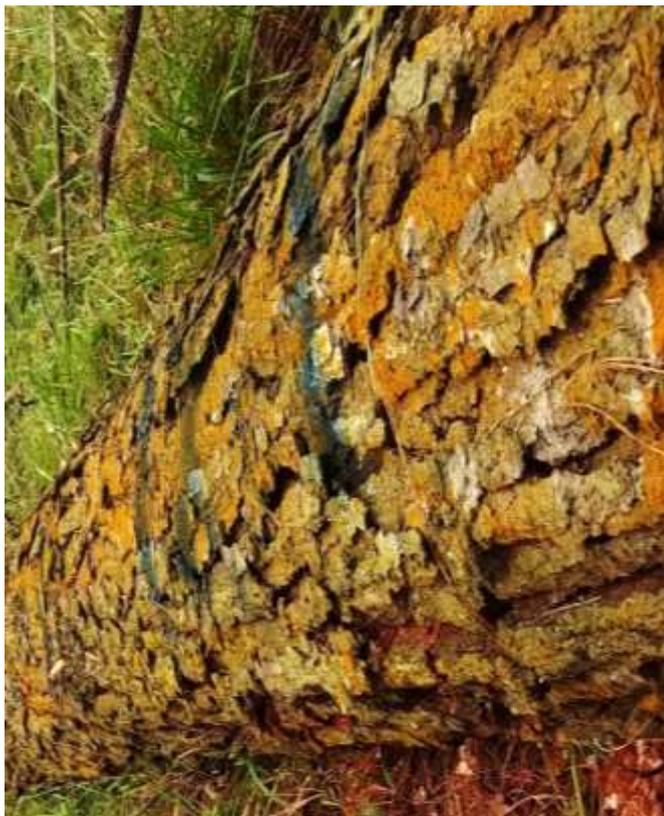


Anexo 7. Diámetros con y sin corteza del tocón y de las trozas continuas.





Anexo 8. Fuste con y sin corteza.





Anexo 9. Formulario general de *Pinus patula*.



FORMULARIO GENERAL



Especie	Rodal	N° Árbol	DAP (cm)	HT (m)	Largo total (m)	DOMINANCIA
P.patula	0103 A2	1	21,50	13,00	12,70	D
P.patula	0103 A2	2	17,50	11,25	11,34	C
P.patula	0218 C2	3	22,90	11,25	11,76	D
P.patula	0218 C2	4	15,60	9,00	9,29	C
P.patula	0220 A2	5	33,00	14,25	14,69	D
P.patula	0220 A2	6	19,40	14,50	14,21	C
P.patula	0230 A2	7	21,60	11,00	10,96	D
P.patula	0230 A2	8	19,10	11,25	10,83	C
P.patula	0230 A2	9	14,10	10,00	10,43	I
P.patula	0225 A3	10	11,40	5,25	5,66	D
P.patula	0225 A3	11	7,30	4,25	4,35	C
P.patula	0212 A2	12	10,00	5,75	5,65	D
P.patula	0212 A2	13	6,90	4,25	4,67	C
P.patula	0100 A2	14	28,40	11,50	12,23	D
P.patula	0100 A2	15	13,70	11,50	11,45	C
P.patula	0370 A1	16	23,30	12,25	12,60	D
P.patula	0370 A1	17	18,70	12,50	12,20	C
P.patula	0334 B2	18	19,40	11,50	10,98	D
P.patula	0334 B2	19	11,60	8,25	7,80	C
P.patula	0333 A2	20	21,00	11,75	12,40	D
P.patula	0333 A2	21	11,90	8,00	8,20	C

P.patula	0351 A2	22	26,30	14,75	15,76	D
P.patula	0351 A2	23	20,70	12,75	13,07	C
P.patula	0345 A2	24	29,90	17,00	17,70	D
P.patula	0345 A2	25	20,10	15,75	16,40	C
P.patula	0404 B2	26	47,80	22,00	22,75	D
P.patula	0404 B2	27	27,30	20,00	20,35	C
P.patula	0403 A3	28	19,40	9,50	9,90	D
P.patula	0403 A3	29	11,70	8,00	8,08	C
P.patula	0404 A2	30	20,70	8,75	9,18	C
P.patula	0404 A2	31	14,90	8,00	8,28	I
P.patula	0404 A2	32	34,10	23,00	23,15	D
P.patula	0416 A2	33	30,40	18,25	18,61	C
P.patula	0416 A2	34	31,10	14,00	14,77	C
P.patula	0416 A2	35	34,10	17,50	18,19	D
P.patula	0416 A2	36	32,50	16,75	17,18	D
P.patula	0416 A2	37	24,70	14,75	15,23	I

Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 10. Formulario por cada sección para el árbol N° 4.



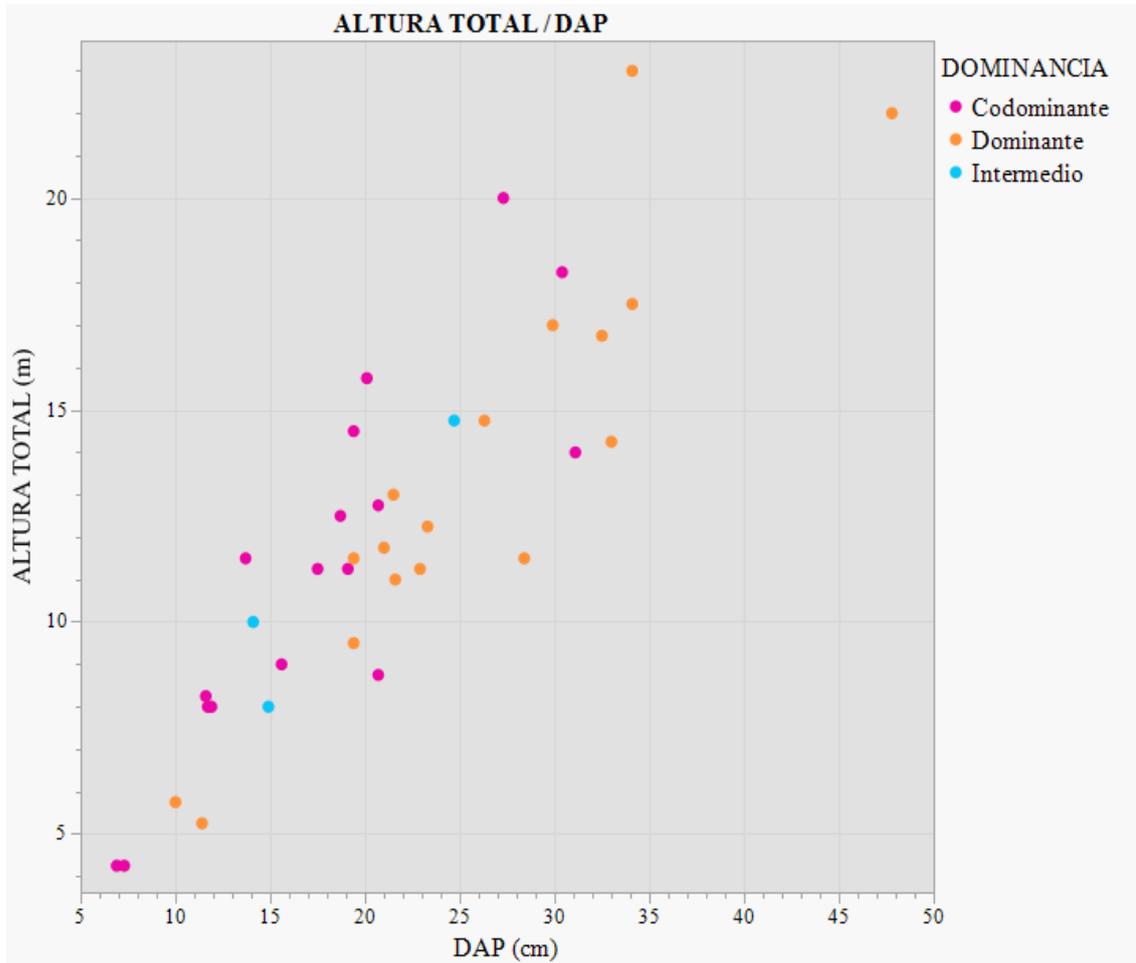
FORMULARIO POR SECCIÓN



Año de plantación	Fecha de medición	Rodal	N° Árbol	N° sección	Diámetro cc (cm)	Diámetro sc (cm)	Largo sección (m)	DAP cc (cm)	DAP sc (cm)	HT (m)
2008	18/04/2019	0218 C2	4	0	19,80	17,20	0,07	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	1	18,50	16,00	0,43	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	2	16,10	14,00	1,00	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	3	15,10	13,10	1,50	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	4	13,60	12,10	2,00	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	5	12,80	11,30	2,50	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	6	10,80	9,40	3,00	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	7	10,20	9,00	3,50	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	8	9,10	8,00	4,00	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	9	8,40	7,40	4,50	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	10	7,40	6,70	5,00	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	11	6,90	6,00	5,50	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	12	6,00	5,20	6,00	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	13	5,20	4,50	6,50	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	14	4,30	3,70	7,00	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	15	3,50	2,70	7,50	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	16	2,80	2,10	8,00	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	17	2,20	1,70	8,50	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	18	1,30	0,50	9,00	15,60	13,60	9,00
2008	18/04/2019	0218 C2	4	19	0,001	0,001	9,29	15,60	13,60	9,00

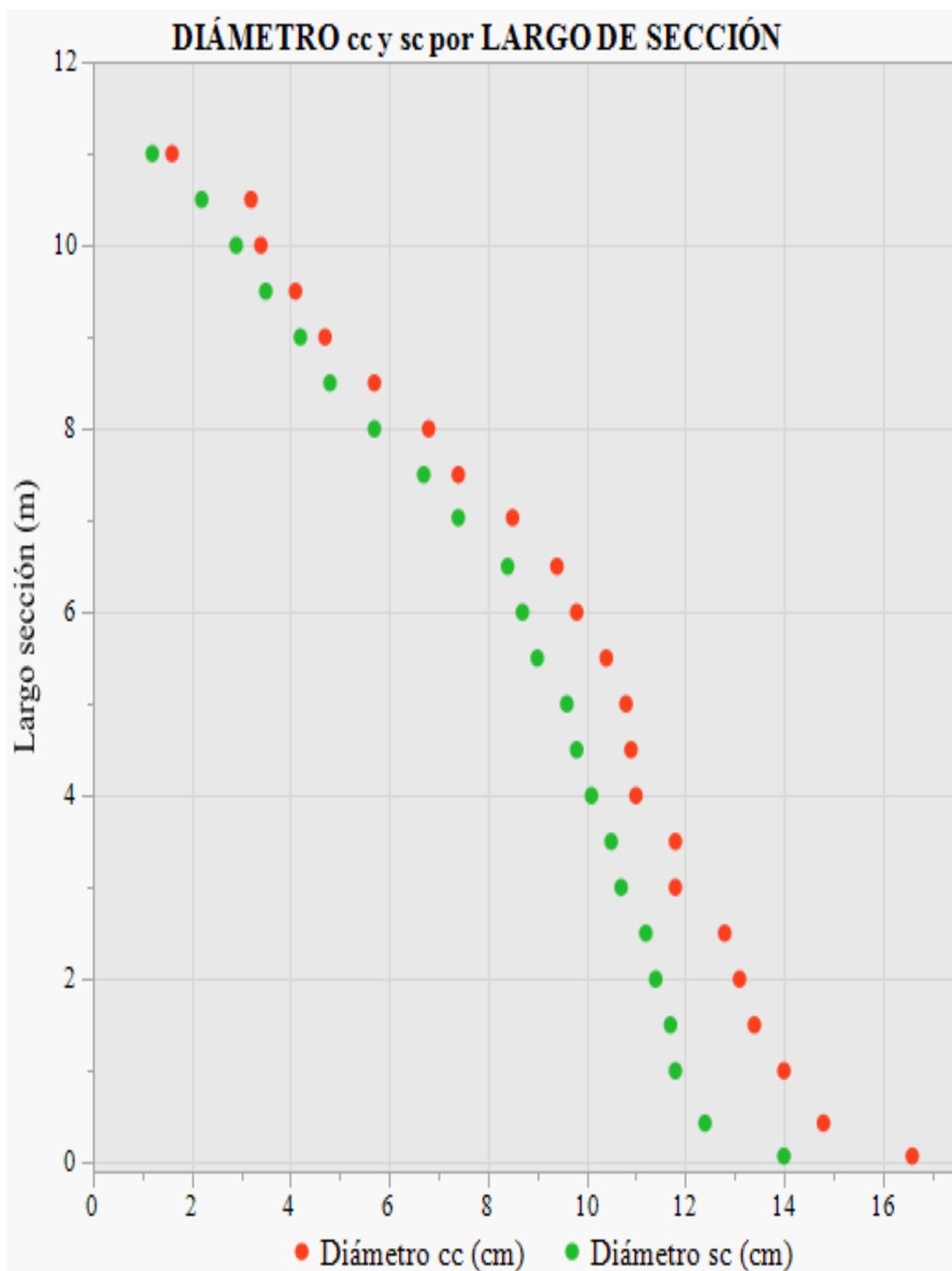
Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 11. Frecuencia de DAP (cm) y altura total (m) de acuerdo a la dominancia del rodal de *Pinus patula*.



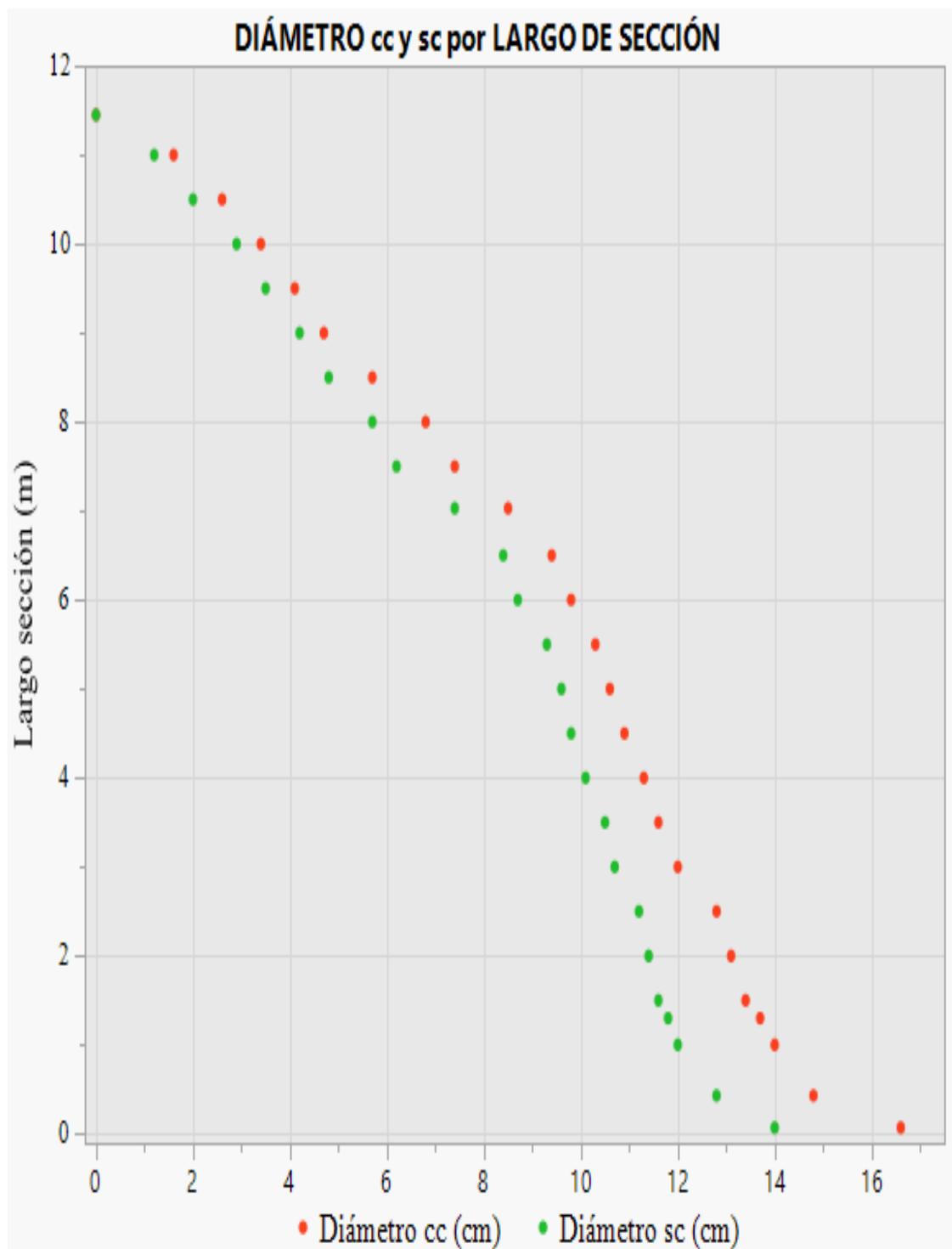
Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 12. Comparación gráfica antes de modelar la forma del fuste del árbol N° 15.



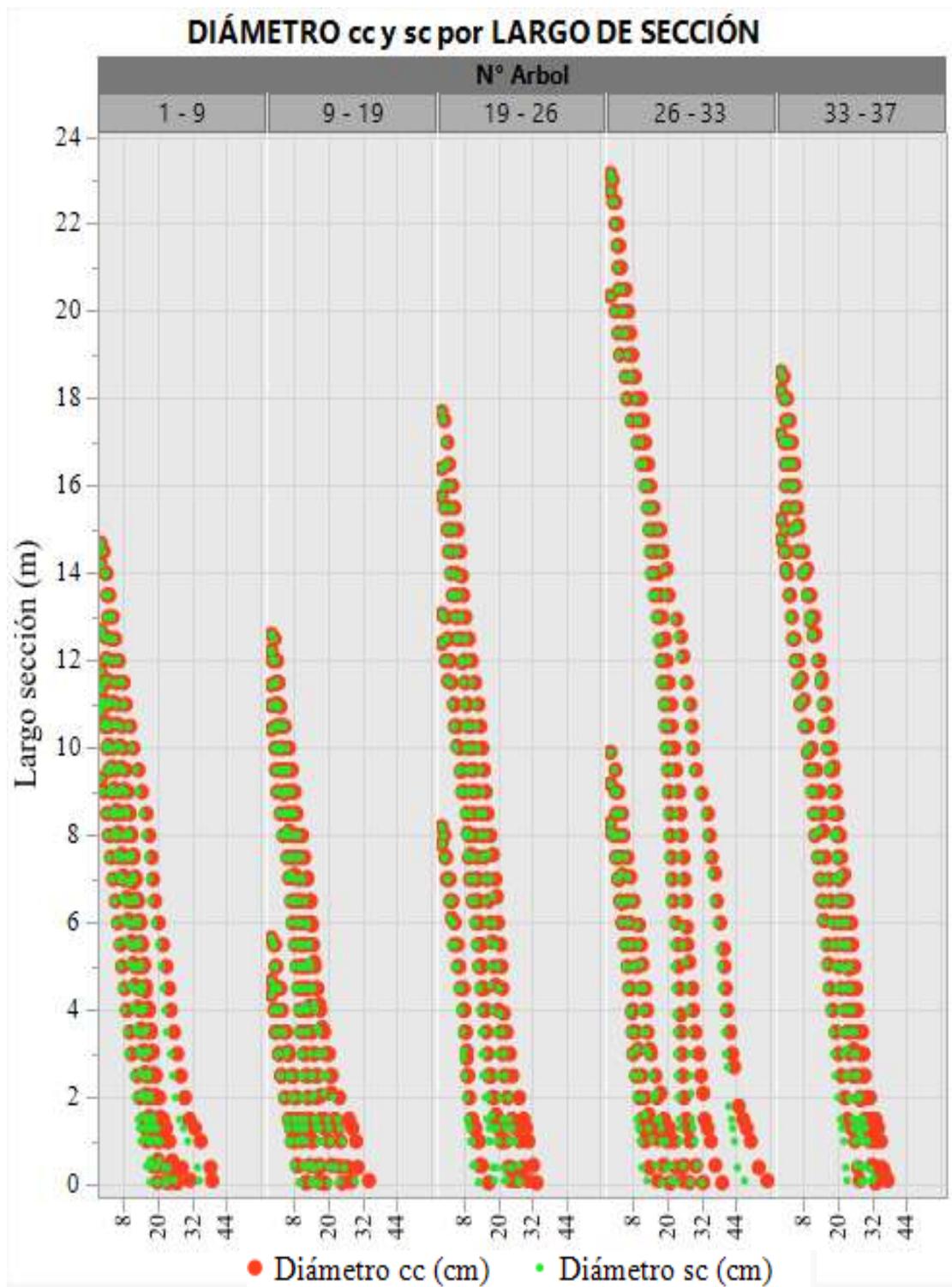
Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 13. Comparación gráfica después de modelar la forma del fuste del árbol N°15.



Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 14. Modelamiento de los árboles de *Pinus patula*.



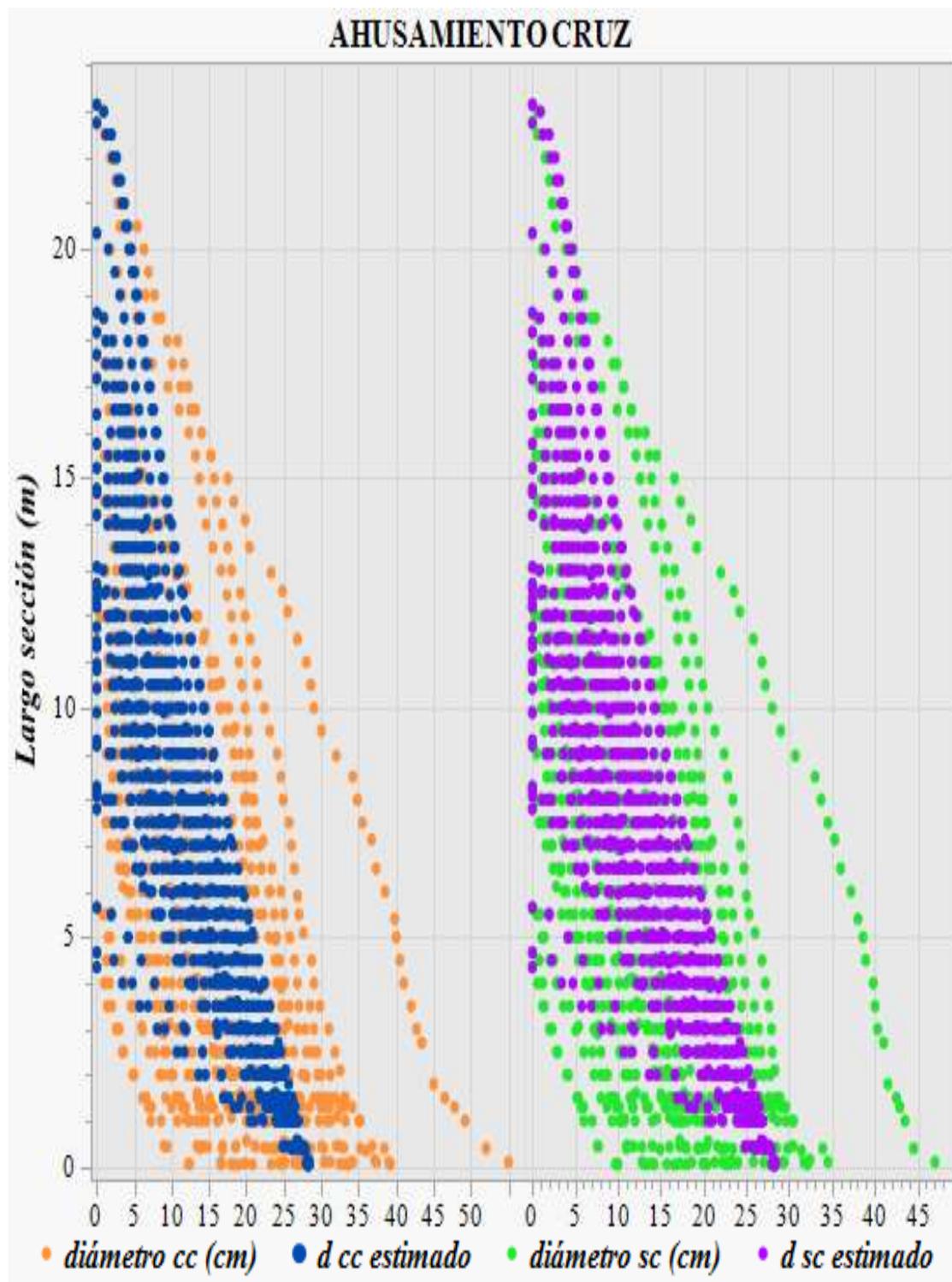
Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 15. Resta del diámetro con y sin corteza de forma descendente del árbol N° 15.

N° Árbol	N° sección	Diámetro cc (cm)	Diámetro sc (cm)	RESTA (grosor de la corteza)
15	0	16,60	14,00	2,60
15	1	14,80	12,80	2,00
15	2	14,00	12,00	2,00
15	3	13,40	11,60	1,80
15	4	13,10	11,40	1,70
15	5	12,80	11,20	1,60
15	6	12,00	10,70	1,30
15	7	11,60	10,50	1,10
15	8	11,30	10,10	1,20
15	9	10,90	9,80	1,10
15	10	10,60	9,60	1,00
15	11	10,30	9,30	1,00
15	12	9,80	8,70	1,10
15	13	9,40	8,40	1,00
15	14	8,50	7,40	1,10
15	15	7,40	6,20	1,20
15	16	6,80	5,70	1,10
15	17	5,70	4,80	0,90
15	18	4,70	4,20	0,50
15	19	4,10	3,50	0,60
15	20	3,40	2,90	0,50
15	21	2,60	2,00	0,60
15	22	1,60	1,20	0,40
15	23	0,001	0,001	0,00

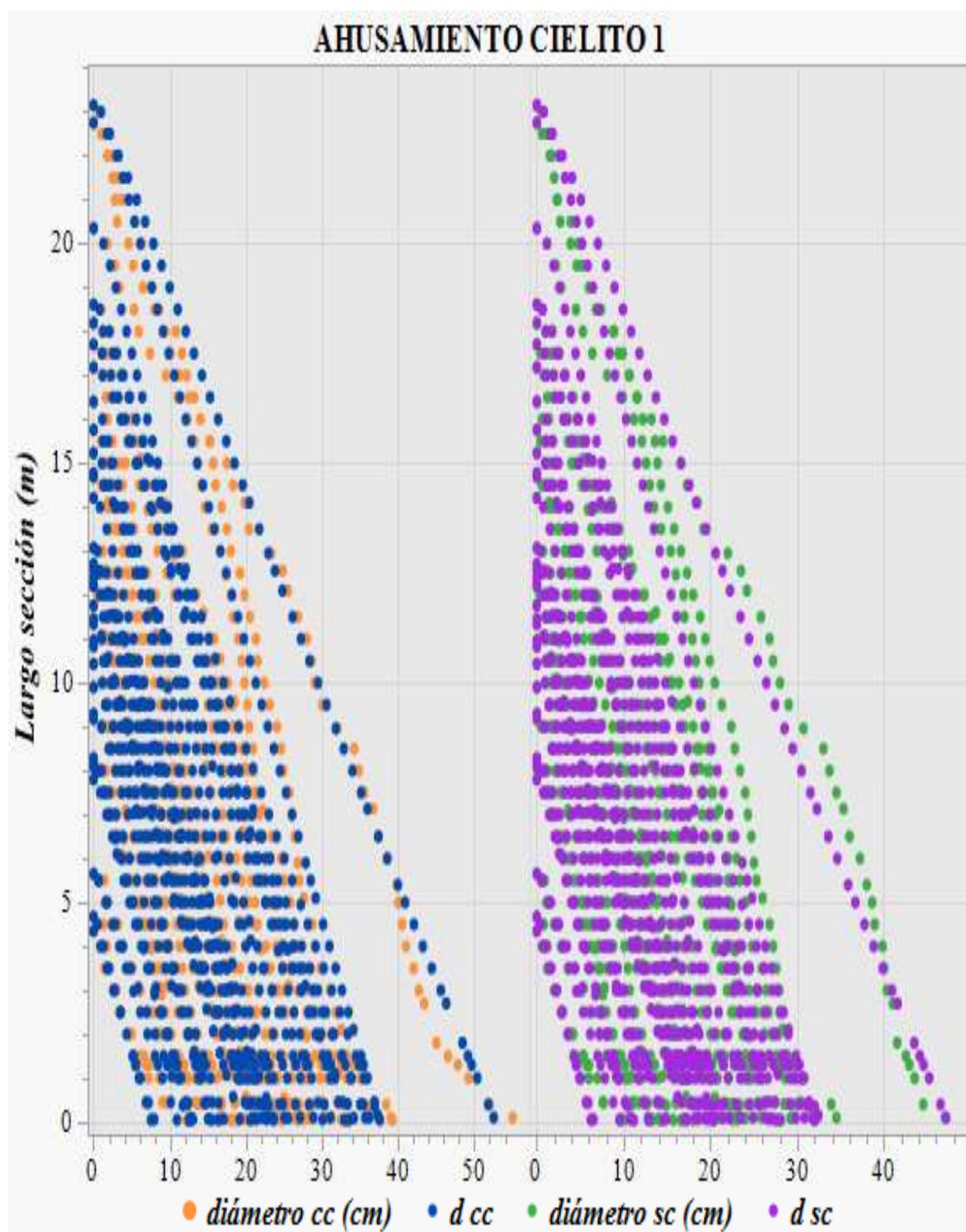
Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 16. Comportamiento de los modelos de ahusamiento de Cruz con y sin corteza en *Pinus patula*..



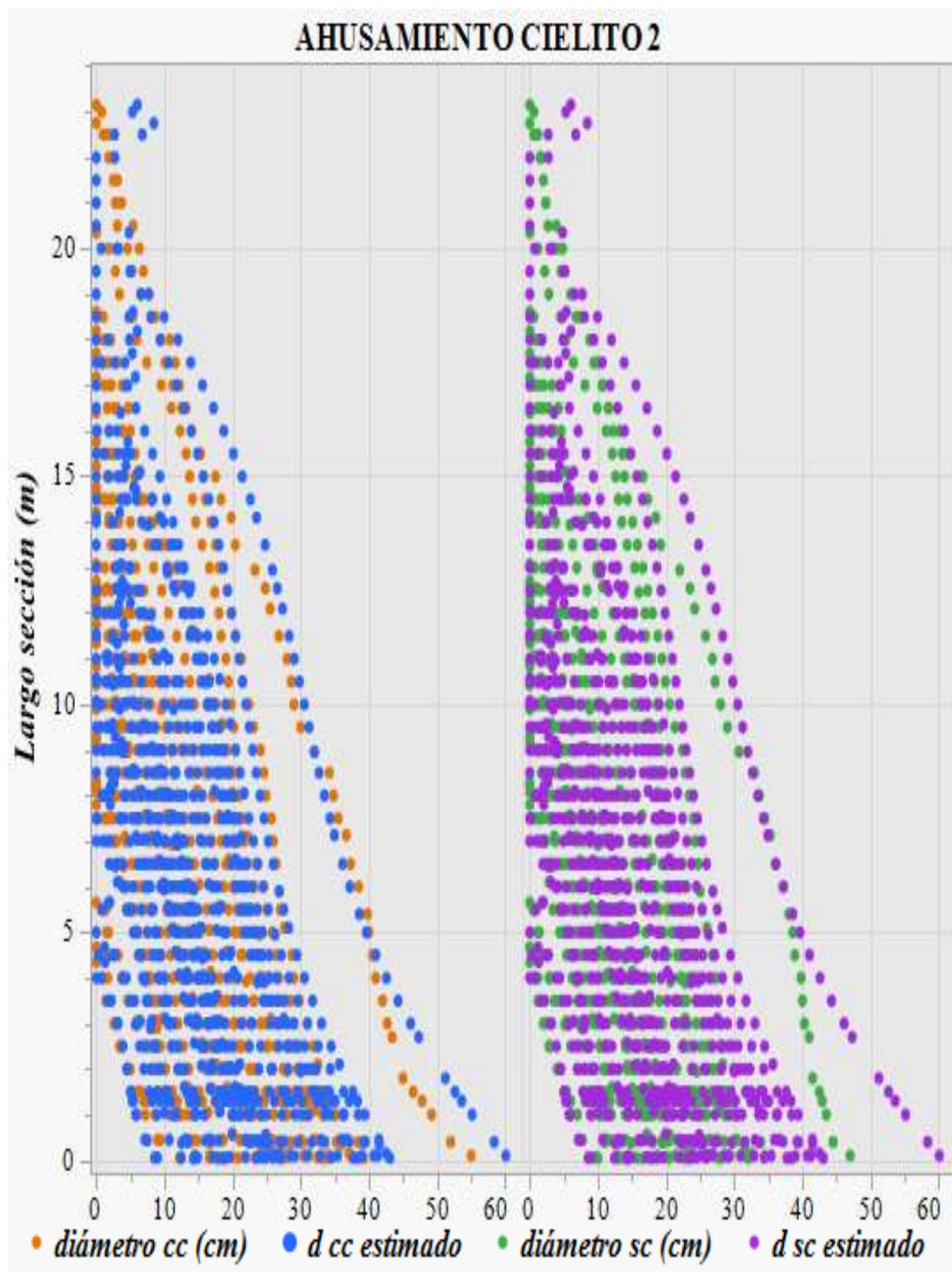
Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 17. Comportamiento de los modelos de ahusamiento de Cielito 1 con y sin corteza en *Pinus patula*.



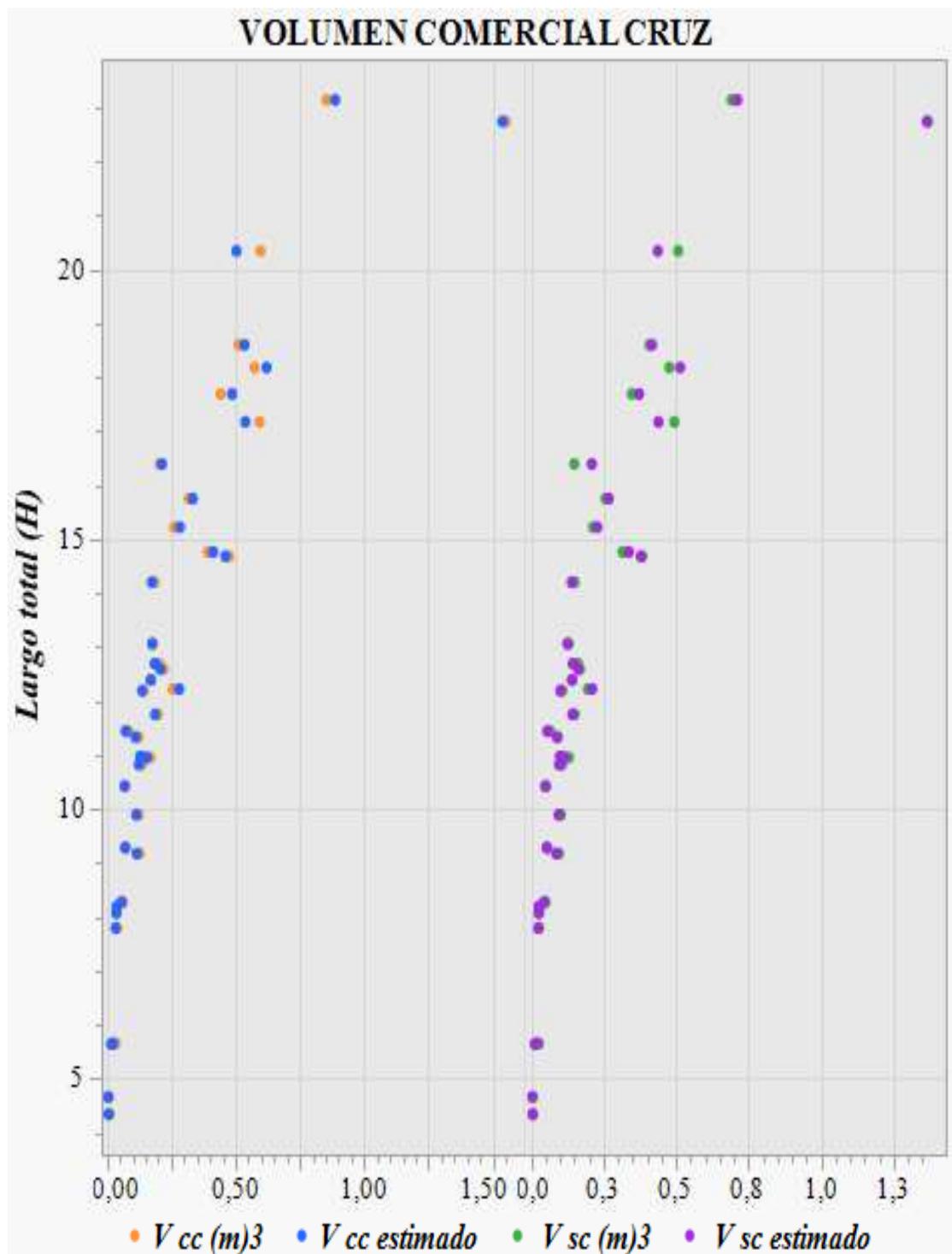
Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 18. Comportamiento de los modelos de ahusamiento de Cielito 2 con y sin corteza en *Pinus patula*.



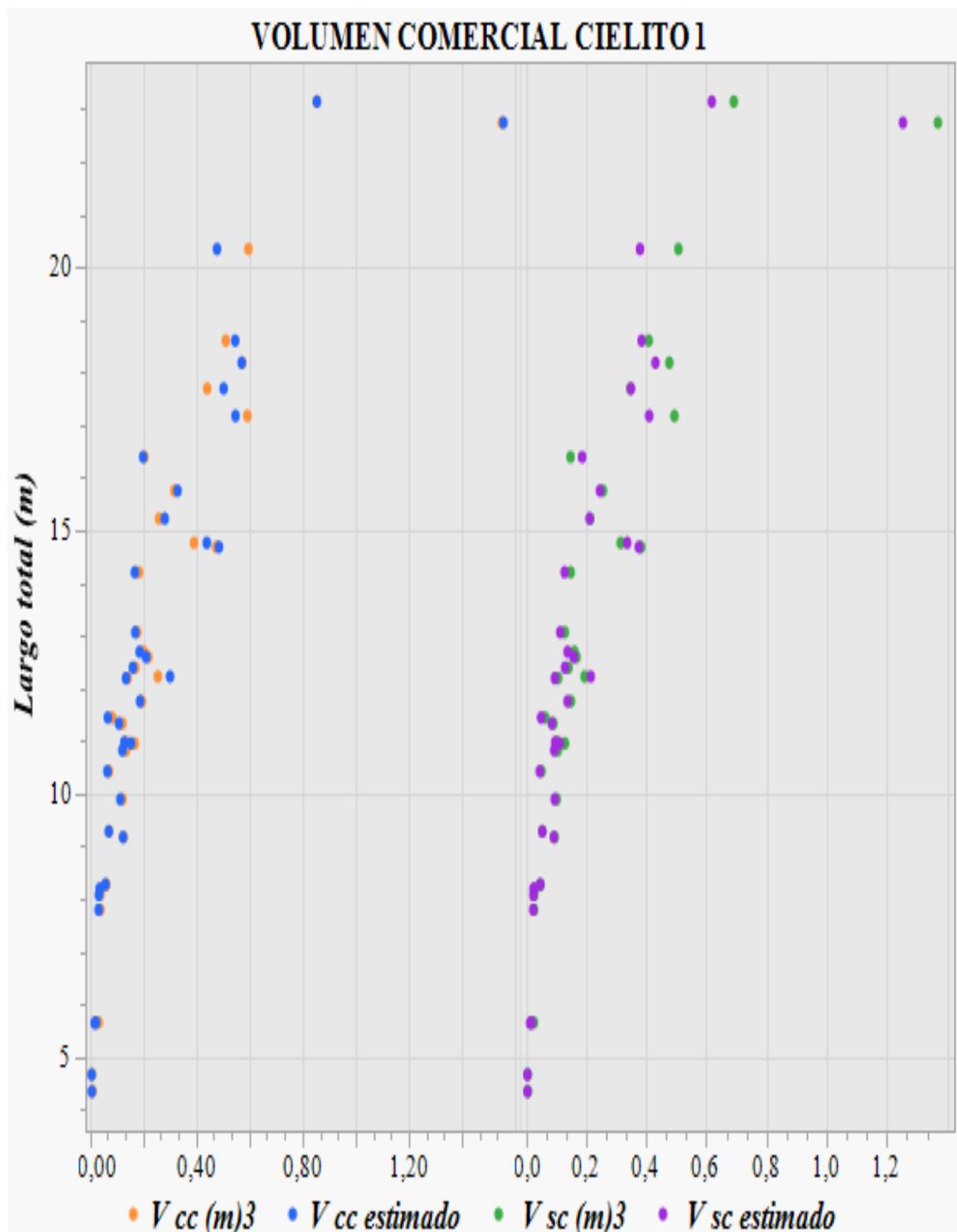
Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 19. Comportamiento de los modelos de volumen comercial de Cruz con y sin corteza en *Pinus patula*.



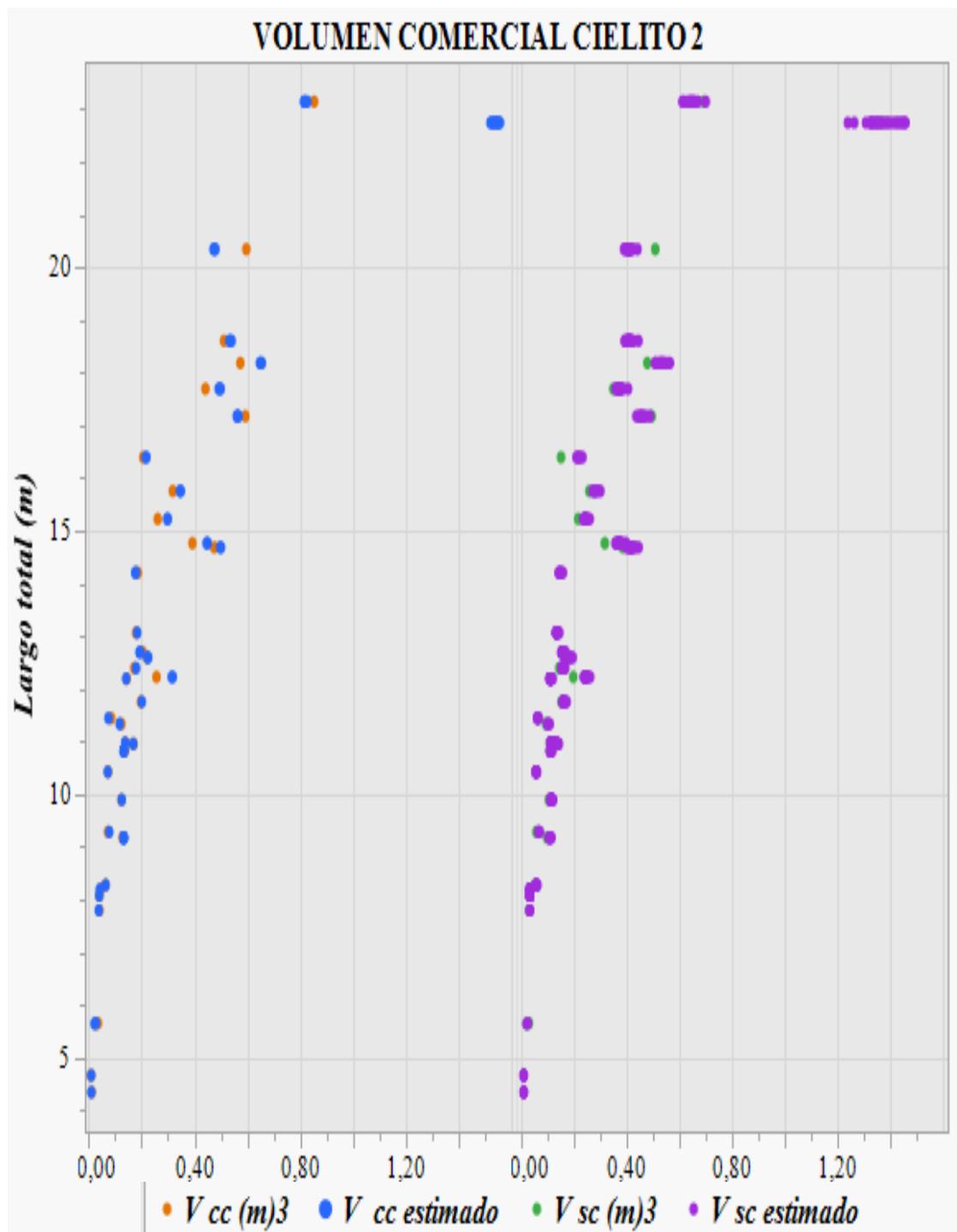
Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 20. Comportamiento de los modelos de volumen comercial de Cielito 1 con y sin corteza en *Pinus patula*.



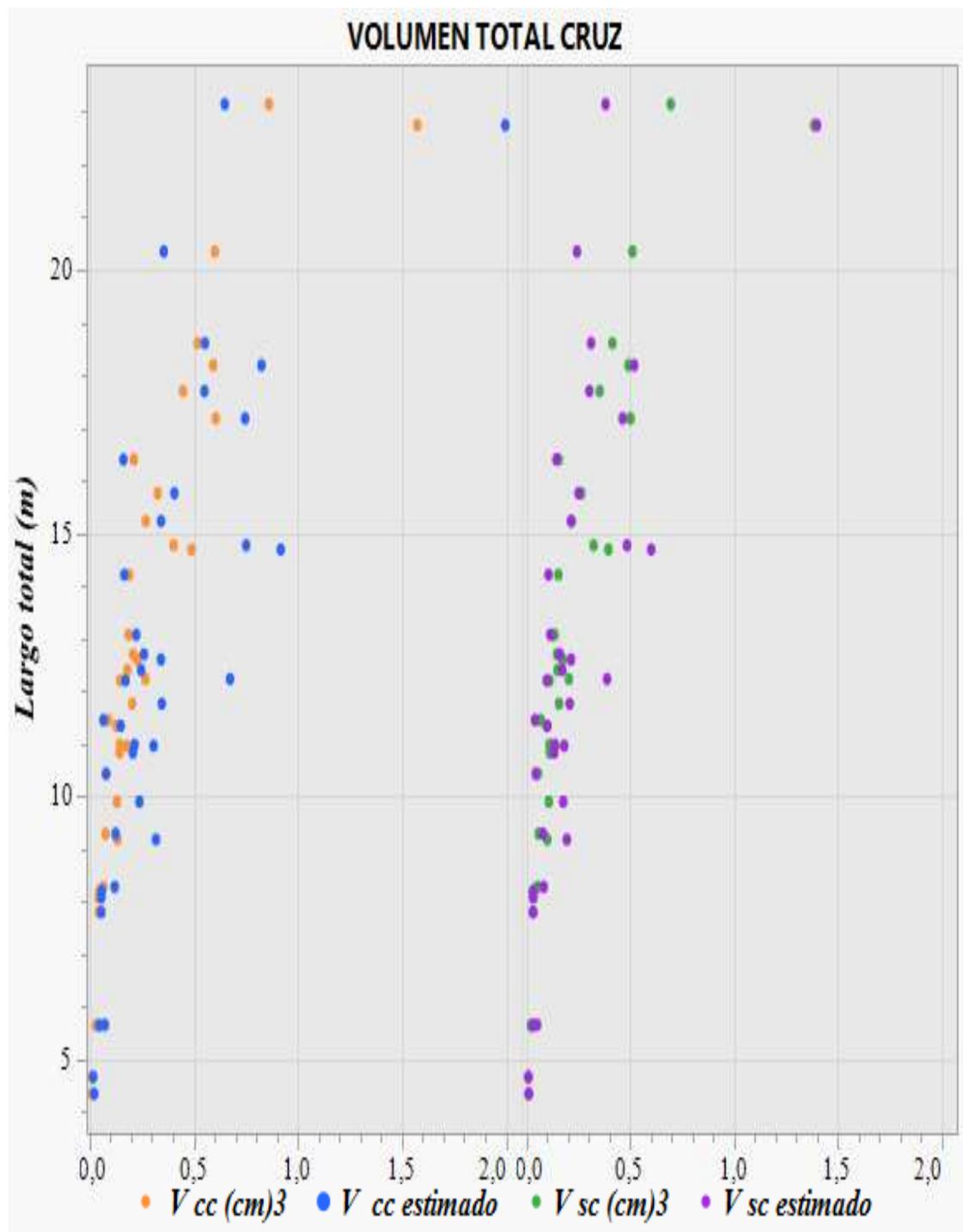
Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 21. Comportamiento de los modelos de volumen comercial de Cielito 2 con y sin corteza en *Pinus patula*.



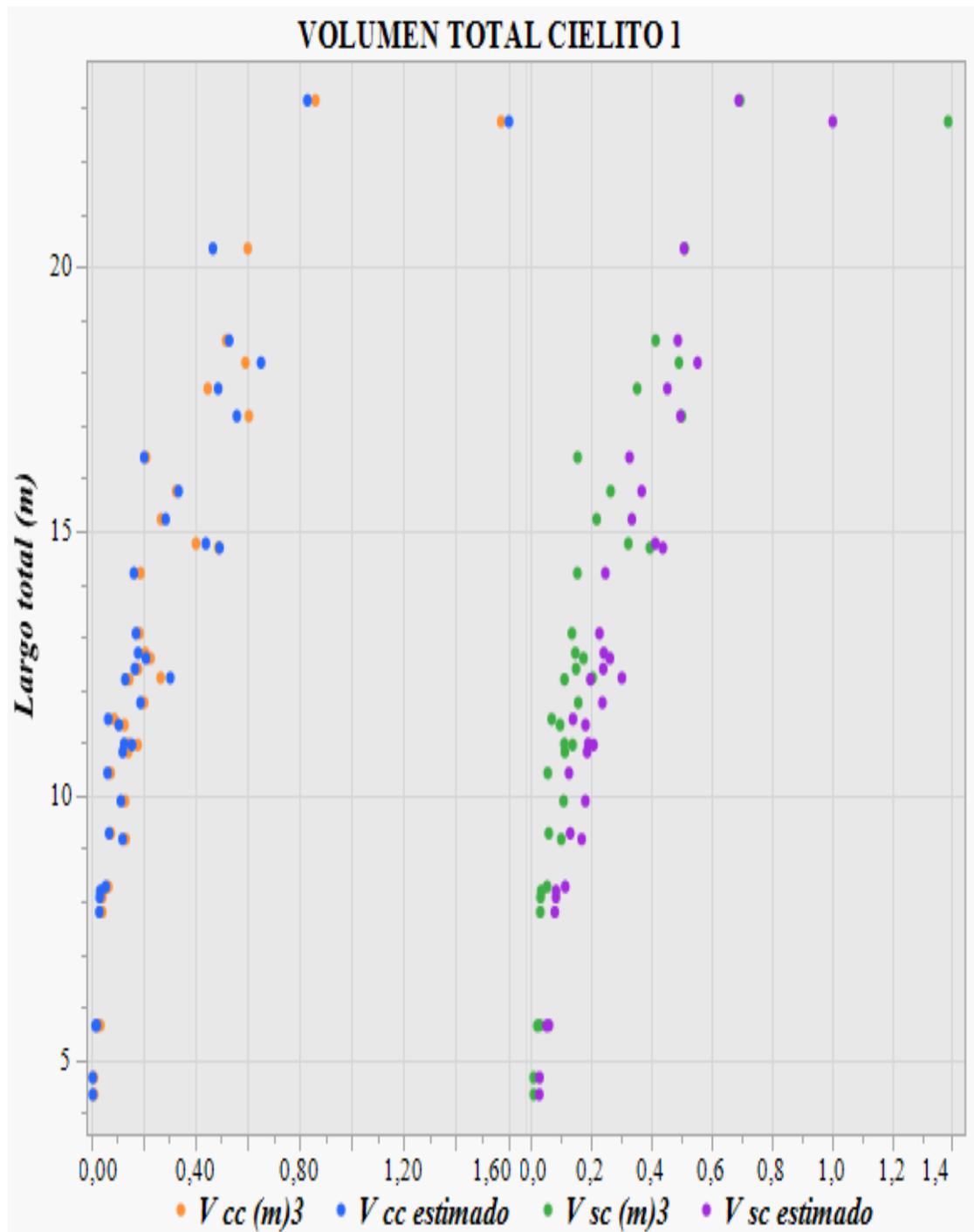
Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 22. Comportamiento de los modelos de volumen total de Cruz con y sin corteza en *Pinus patula*.



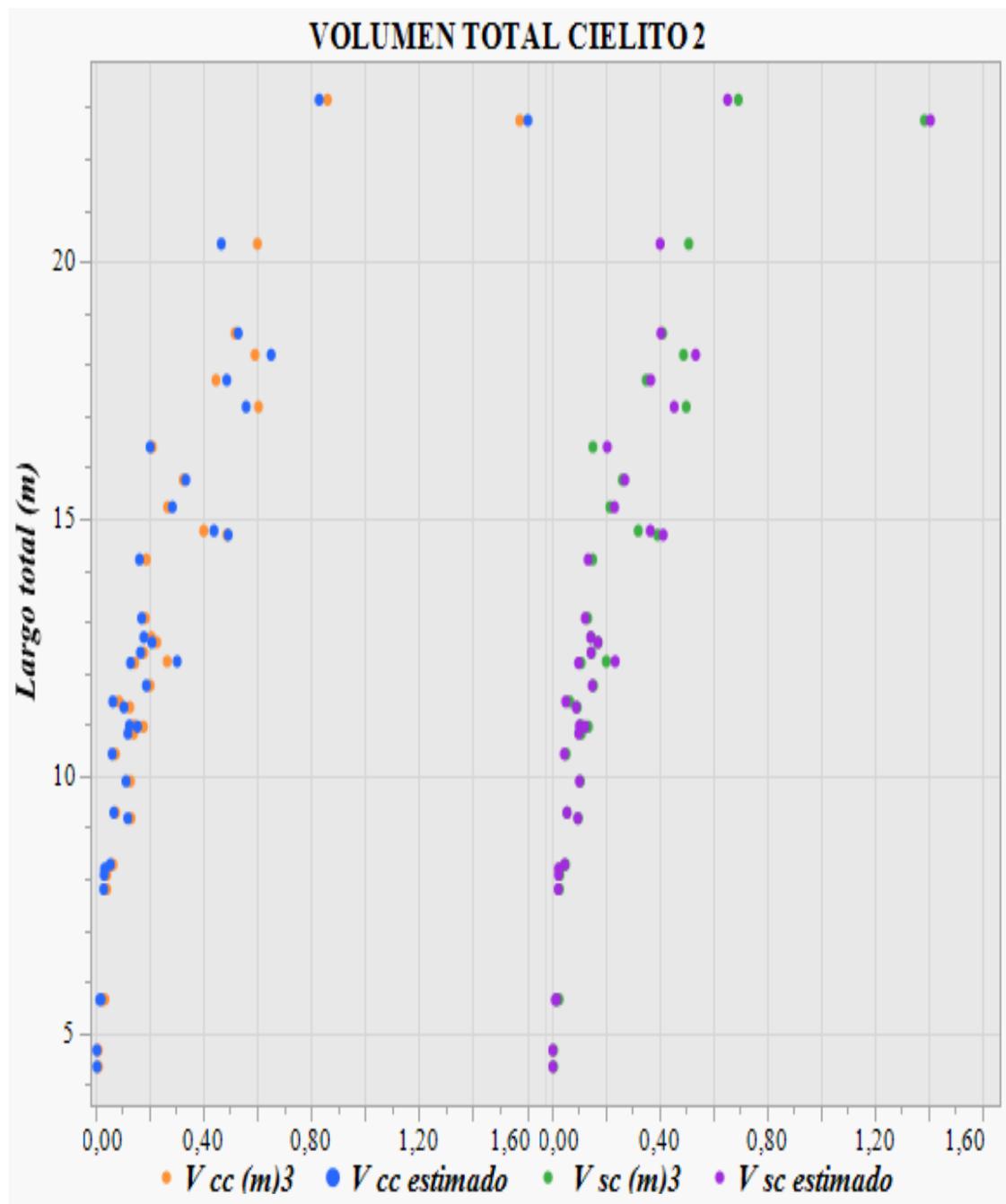
Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 23. Comportamiento de los modelos de volumen total de Cielito 1 con y sin corteza en *Pinus patula*.

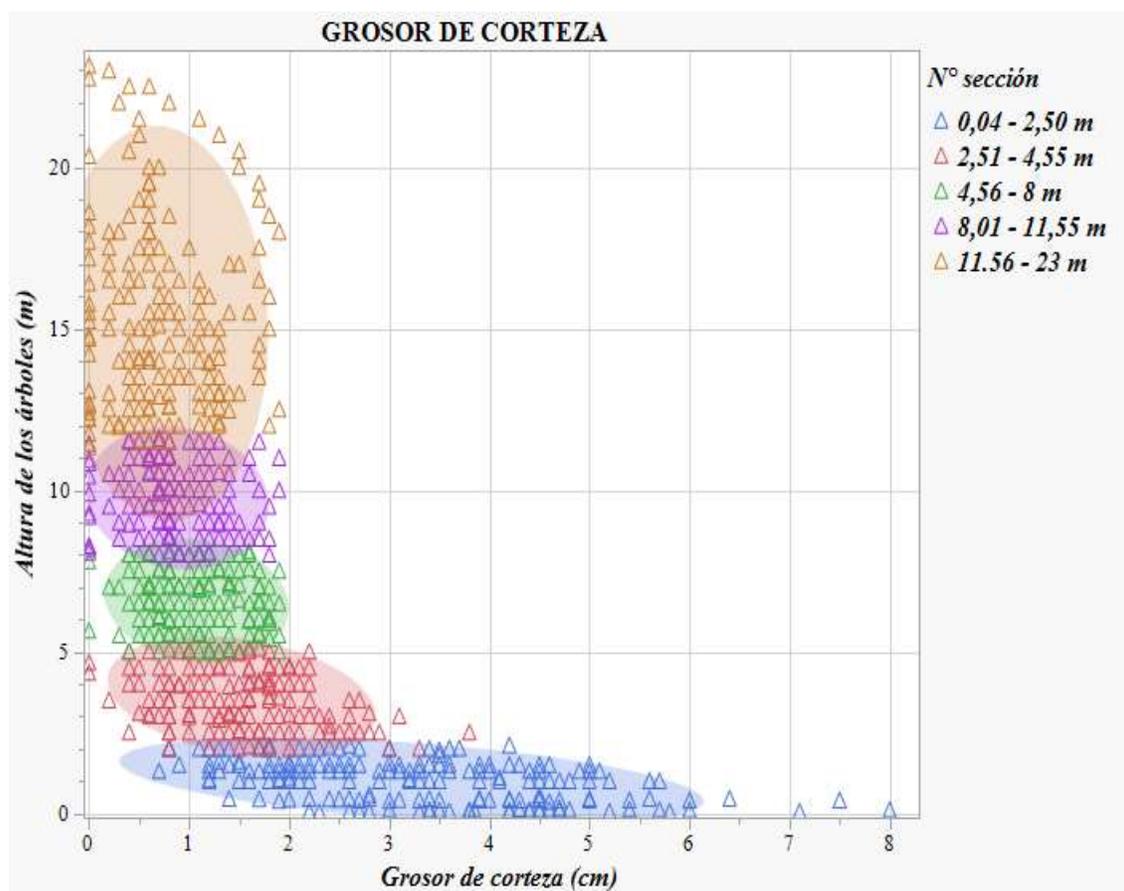


Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 24. Comportamiento de los modelos de volumen total de Cielito 2 con y sin corteza en *Pinus patula*.



Elaborado por: Pérez, (2019).

Anexo 25. Grosor de la corteza según su largo de sección.

Elaborado por: Pérez, (2019).